



## 無段変速同期機<sup>j</sup>の動特性(1) : 線型理論の基礎研究と実験

メタデータ	言語: jpn 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2014-06-23 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 近藤, 修 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10258/3438">http://hdl.handle.net/10258/3438</a>

# 無段変速同期機の動特性 (I)

— 線型理論の基礎研究と実験 —

近 藤 修

## Dynamic Characteristics of the Continuous Variable Speed Synchronous Machine (I)

— Fundamental Study on Linearizing Theory and Experiment —

Osamu Kondo

### Abstract

This paper, treats of fundamental characteristics on the dynamic behavior of the continuous variable speed synchronous motor (system) of which auxiliary machines are assembled with D-C machines.

First, the equations describing dynamic performance of the system are set up by adapting Euler-Lagrange equation extended to non-holonomic reference frame, i.e. Boltzmann Hamel form of Euler-Lagrange equation, and are linearized by assuming small disturbance of load torque. Next, dynamic stability, form of the solution, and relations between dynamic characteristics and each coefficient of the system under dynamically stable condition, are investigated theoretically and experimentally.

The main results obtained theoretical and experimental investigations are as follows.:

- a) Dynamic stability of the system is limited in the steady state stability of the main machine, and not in that of the auxiliary machines.
- b) The system seems to have two mechanical degrees of freedom apparently, but the oscillation of power angle and angler velocity shows that the system behaves as one degree of freedom.

### 1. ま え が き

無段変速同期機の定常特性, 特に補助機が直流機によって構成されている場合について既に詳細に報告されているが<sup>1),2)</sup>, 動的諸特性について究明を行ない若干の資料を得たので, 極く基礎的な領域であるがここに報告する。

系を構成する主機は同期機であるので定態安定度, 過渡安定度等の諸現象は必然的に付随する。一方系は主機, 両補助機と一般的に複雑な構成を持ち, 主機固定子の有するエネルギーは回転子側補助機に正帰還され, エネルギー的な観点からではあるが原則的に正のフィードバック回路が形成され, 補助機の特性が適当でないと動的に不安定な現象の発生する可能性をもっている。又系の精密な速度制御のため自動制御装置が採用されるが, その最適設計のために

は系単独の動的諸特性を十分把握する必要があること等々、動的諸問題の解決は系の設計、製作、使用にあたって重要な意義を有している。

此の報告は、両補助機が直流機によって構成される場合についての運動方程式を、非ホロノーム系に拡張された Euler-Lagrange 方程式の Boltzmann-Hamel 形を用いて樹立し、得られた非線型微分方程式を負荷トルクの小さな変化を仮定して線型化する。此の線型方程式を基礎にして系の動的安定性、諸特性に及ぼす各部定数との関連を考察し、若干の実験結果についてのべ比較検討する。尚理論展開並びに実験は電動作用時、第1領域<sup>1)</sup>について行なっている。

## 2. 運動方程式

無段変速同期機は定常状態においてその固定子が回転するという特異性をもつ、換言すれば機械的に2自由度系であり、その解析も普通の電気機械に比較して複雑化することが予期される。一般に電気機械の解析は単に等価回路理論を適用するものから更に高度の解析理論を用いるもの、その目的に応じて多様な手法が開発されているが、本稿では電磁量、機械量を統一的に扱うことが出来、且つ多自由度系程その偉力が発揮する点で、変分原理に基づく Euler-Lagrange の方程式を用いる。一般に整流子を有する電気機械は非ホロノームな要素なので<sup>3)</sup>、補助機が直流機によって構成される本系の場合、用いられるべき Euler-Lagrange の方程式は非ホロノーム系に拡張されたものでなければならず、ここでは所謂 Boltzmann-Hamel 形が用いられる。

### A. Lagrange 関数及び変換行列

系はホロノームな要素である主機と、非ホロノームな要素である直流機とから構成されているので先ず最初に補助直流機について、非ホロノーム座標系 (quasi 座標系) で表現される Lagrange 関数を求める。補助機の結線及び等価起磁力分布を作る巻線軸を図-1の実線、 $d, q$  軸で示す。図

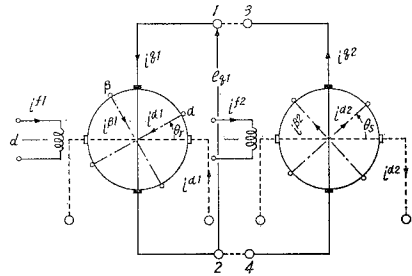


図-1 補助機結線図及び等価電流分布

に於いて左側直流機は回転子側補助機 (添字, 1) を、右側は固定子側補助機 (添字, 2) で主機電動作用時、第1領域に於いて夫々、電動機及び発電機として動作する。図の  $i^d, i^q$  は quasi 座標系であり、此れ等により直ちに Lagrange 関数を書くことは出来ないから、点線で示す様な回転子と同速、同一方向に回転し且つ互に直交する  $\alpha, \beta$  巻線軸を仮定する。 $i^\alpha, i^\beta$  は明らかにホロノーム座標系 (true 座標系) であり、且つ電磁機械のエネルギー変換の主役は空隙に貯えられる magnetic Coenergy であり、これは又その機械巻線の自己、相互インダクタンスに貯えられるエネルギーに等しいから、例えば、回転子側直流機について、 $i^{\alpha 1}, i^{\beta 1}$  等で表される Lagrange 関数は次の様を書くことが出来る。

$$\mathbf{L}_1 = \frac{1}{2} \left[ L_1 (i^{f1})^2 + L_1 \left\{ (i^{a1})^2 + (i^{b1})^2 \right\} + M_{af1} i^{a1} i^{f1} + M_{bf1} i^{b1} i^{f1} + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_r^2 \right] \quad (1)$$

ここで右辺最終項は回転子の慣性モーメントの有する運動エネルギーである。一方 quasi 坐標系と true 坐標系の間には両巻線軸の作る起磁力分布が等しいという要請から次の関係が存在する。

$$\begin{bmatrix} i^{a1} \\ i^{b1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin P_1 \theta_r & \cos P_1 \theta_r \\ \cos P_1 \theta_r & -\sin P_1 \theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i^{a1} \\ i^{b1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

又両坐標系に於いて  $R_1$ ,  $L_1$  の形は不変であり、

$$M_{af1} = -M_1 \cos P_1 \theta_r, \quad M_{bf1} = M_1 \sin P_1 \theta_r \quad (3)$$

なる関係があるので(1)式に(2), (3)式を代入すれば

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{L}}_1 &= \frac{1}{2} \left[ L_1 (i^{f1})^2 + L_1 \left\{ (i^{a1} \sin P_1 \theta_r + i^{b1} \cos P_1 \theta_r)^2 + (i^{a1} \cos P_1 \theta_r - i^{b1} \sin P_1 \theta_r)^2 \right\} \right. \\ &\quad - M_1 i^{f1} \cos P_1 \theta_r (i^{a1} \sin P_1 \theta_r + i^{b1} \cos P_1 \theta_r) \\ &\quad \left. + M_1 i^{f1} \sin P_1 \theta_r (i^{a1} \cos P_1 \theta_r - i^{b1} \sin P_1 \theta_r) + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_r^2 \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[ L_1 (i^{f1})^2 + L_1 \left\{ (i^{a1})^2 + (i^{b1})^2 \right\} - M_1 i^{a1} i^{f1} + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_r^2 \right] \quad (4) \end{aligned}$$

となる。同様固定子側補助機についても発電機として動作しているから

$$M_{af2} = M_2 \cos P_2 \theta_s, \quad M_{bf2} = -M_2 \sin P_2 \theta_s \quad (5)$$

であること考慮して  $i^{a2}$ ,  $i^{b2}$  等で表わした Lagrange 関数は

$$\bar{\mathbf{L}}_2 = \frac{1}{2} \left[ L_2 (i^{f2})^2 + L_2 \left\{ (i^{a2})^2 + (i^{b2})^2 \right\} \right] + M_2 i^{f2} i^{a2} + \frac{1}{2} I_2 \dot{\theta}_s^2 \quad (6)$$

となる。又主機はスリップリングを通して各巻線電流が供給されているので外部端子に流入する電流と巻線電流は等しく、ホロノム坐標系となっている。従ってその Lagrange 関数は各端子で測定される電流を用い、一般的に次式の形をとる。但し制動巻線は考慮しない。

$$\mathbf{L}_0 = \mathbf{L}_0 = W_0^{m'}(i^{f0}, i^a, i^b, i^c, \theta_r + \theta_s) + \frac{1}{2} (I_r \dot{\theta}_r^2 + I_s \dot{\theta}_s^2) \quad (7)$$

ここで  $W_0^{m'}$  は主機の magnetic coenergy で  $\theta_r$  と  $\theta_s$  が全く対称な形で入っていることは重要である。以上(4), (6), (7)式に基づいて系全体の Lagrange 関数は

$$\bar{\mathbf{L}} = W_1^{m'}(i^{f1}, i^{a1}, i^{b1}) + W_2^{m'}(i^{f2}, i^{a2}, i^{b2}) + W_0^{m'}(i^f, i^a, i^b, i^c, \theta_r + \theta_s) + \frac{1}{2} (I_r \dot{\theta}_r^2 + I_s \dot{\theta}_s^2) \quad (8)$$

となる。一方 quasi 坐標系と true 坐標系間の変換行列は(2)式を拡張して次式となる。

$$[\alpha_{ij}] = \begin{matrix} & f1 & \alpha1 & \beta1 & \theta_r & f2 & \alpha2 & \beta2 & \theta_s \\ \begin{matrix} f1 \\ q1 \\ d1 \\ \theta_r \\ f2 \\ q2 \\ d2 \\ \theta_s \end{matrix} & \left( \begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin P_1 \theta_r & \cos P_1 \theta_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos P_1 \theta_r & -\sin P_1 \theta_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin P_2 \theta_s & \cos P_2 \theta_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos P_2 \theta_s & -\sin P_2 \theta_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \end{matrix} \quad (9)$$

$[\alpha_{ij}]$  は所謂ユニタリ行列で各要素は実数なので次式が成立することは容易に確め得る。即ち、

$$[\beta_{ij}] = [\alpha_{ij}]^{-1} = [\alpha_{ij}]^t = [\alpha_{ij}] \quad (10)$$

尚  $\theta_r, \theta_s, i^a, i^b, i^c$  等は true 座標系であるので系全体としては所謂 quasi holonom な系である。

## B. 消散関数

系内で失われる損失エネルギーとしては、各巻線内の銅損、鉄心内の鉄損、及び各部の機械損が主なものであるが、此れ等表現する関数として Rayleigh の消散関数を用いる。此の関数も補助系については、最初 true 座標系によって書き (9) 式の関係を用いて quasi 座標系で表現する。即ち、

$$\bar{F} = \frac{1}{2} \left[ \sum_{i=0,1,2} r_i (i^{i^2})^2 + \sum_{k=a,b,c} R_0 (i^k)^2 + R_1 \left\{ (i^{a1})^2 + (i^{a2})^2 \right\} + R_2 \left\{ (i^{b2})^2 + (i^{c2})^2 \right\} + (\alpha_r \dot{\theta}_r^2 + \alpha_s \dot{\theta}_s^2) \right] \quad (11)$$

となる。

## C. 運動方程式 (主機の制動巻線の効果を考慮しない場合)

第2節によって quasi 座標系で表現した系の Lagrange 関数、消散関数、及び quasi 座標系と true 座標系間の関係式が得られ運動方程式樹立の準備が出来た。非ホロノーム系に拡張された Euler-Lagrange 方程式の Boltzmann-Hamel 形は次式で表わされる<sup>4)</sup>。

$$\frac{d}{dt} (\partial \bar{L} / \partial \dot{\xi}_r) + \sum_{s=1}^N \sum_{u=1}^N \nu_{rsu} \dot{\xi}_u \cdot \partial \bar{L} / \partial \dot{\xi}_s - \partial \bar{L} / \partial \xi_r + \partial \bar{F} / \partial \dot{\xi}_r = Z_r \quad (12)$$

ここで

$$\nu_{rsu} = \sum_{k=1}^N \sum_{t=1}^N \beta_{kr} \beta_{tu} (\partial \alpha_{sk} / \partial q_t - \partial \alpha_{st} / \partial q_k) \quad (13)$$

で christoffel symbol である。

系の電氣的、或いは機械的運動方程式の樹立のためには、上 (12) 式の  $\dot{\xi}_r$  の代りに quasi

座標系  $i^a, i^d$  等及び true 座標系  $\theta_r, \dot{\theta}_s, i^a$  等を適用すればよい。ここでは主として電動作用時に於いて主機内部相差角の動揺、回転子、固定子の角速度の過渡的变化を把握しようとしているので、主機の電氣的動特性を記述する方程式の樹立は試みないが(12)式から比較的容易に導き出せる<sup>5)</sup>(此の場合は  $\nu_{rsu}=0$  となる)。

最初に回転子側についての運動方程式を求めて見る。そのため  $\xi_r$  の代りに  $\theta_r$  をとり(8), (9), (10)および(11)式を(12)式に代入すればよい。そうするとき左辺第1項は

$$\frac{d}{dt} (\partial \bar{L} / \partial \dot{\xi}_r) = \frac{d}{dt} (\partial \bar{L} / \partial \dot{\theta}_r) = I_r \frac{d^2 \theta_r}{dt^2} \quad (14)$$

第3項は

$$\partial \bar{L} / \partial \xi_r = \partial \bar{L} / \partial \theta_r = \partial W_0^m / \partial \theta_r = f(\delta) \quad (15)$$

となり、これは主機の発生トルクを示し、制動巻線、界磁回路の影響を無視すれば(15)式の様  
に内部相差角  $\delta$  のみの関数になる。第4項は

$$\partial \bar{F} / \partial \dot{\xi}_r = \partial \bar{F} / \partial \dot{\theta}_r = \alpha_r d\theta_r / dt \quad (16)$$

又右辺は負荷の反抗トルクに等しいから

$$Z_r = -\tau_l \quad (17)$$

となる。残りの左辺第2項は稍複雑で、運動方程式樹立のための他の方法と比較して不利な点  
と考えられる。さて第2項の計算の概略は次の如くなる。 $\xi_r = \theta_r$  の場合  $r=4$ , 従って

$$\nu_{rsu} = \nu_{4su} = \sum_{k=1}^8 \sum_{t=1}^8 \beta_{kt} \beta_{tu} (\partial \alpha_{sk} / \partial q_t - \partial \alpha_{st} / \partial q_k)$$

中  $\beta_{k4}$  中0でないものは(9)式から  $\beta_{44}=1$  だけであることを知る。よって

$$\nu_{4su} = \sum_{t=1}^8 \beta_{44} \beta_{tu} (\partial \alpha_{s4} / \partial q_t - \partial \alpha_{st} / \partial q_4)$$

$\partial \alpha_{s4} / \partial q_t$  は  $s$  の如何に関らず0となり、 $\partial \alpha_{st} / \partial q_4$  中0とならないものは  $t=2,3$  のみである  
から、

$$\nu_{4su} = -\beta_{44} [\beta_{2u} \partial \alpha_{s2} / \partial q_4 + \beta_{3u} \partial \alpha_{s3} / \partial q_4]$$

となり、更に  $\beta_{2u}, \beta_{3u}$  中0でないものは  $u=2,3$  のみであるから

$$\begin{aligned} & \sum_{s=1}^8 \sum_{u=1}^8 \nu_{4su} \dot{\xi}_u \partial \bar{L} / \partial \dot{\xi}_s \\ &= -\sum_{s=1}^8 \left[ (\beta_{22} \partial \alpha_{s2} / \partial q_4 + \beta_{32} \partial \alpha_{s3} / \partial q_4) i^{a1} \partial \bar{L} / \partial \dot{\xi}_s + (\beta_{23} \partial \alpha_{s2} / \partial q_4 + \beta_{33} \partial \alpha_{s3} / \partial q_4) i^{a1} \partial \bar{L} / \partial \dot{\xi}_s \right] \end{aligned}$$

更に  $\partial \alpha_{s2} / \partial q_4, \partial \alpha_{s3} / \partial q_4$  中0でないものは  $s=2,3$  についてのみであるから、 $\partial \bar{L} / \partial \dot{\xi}_s$  等を計算して  
上式に代入すれば、上式

$$\begin{aligned}
&= -P_r(\sin P_r \theta_r \cos P_1 \theta_r - \cos P_1 \theta_r \sin P_1 \theta_r) L_1 (i^{q1})^2 \\
&\quad - P_r(\cos^2 P_1 \theta_r + \sin^2 P_1 \theta_r) L_1 i^{q1} i^{r1} + P_r(\sin^2 P_1 \theta_r + \cos^2 P_1 \theta_r) (i^{r1} i^{q1} L_1 \\
&\quad - M_1 i^{r1} i^{q1}) - P_r(-\sin P_1 \theta_r \cos P_1 \theta_r + \sin P_1 \theta_r \cos P_1 \theta_r) i^{q1} (L_1 i^{q1} - M_1 i^{r1})
\end{aligned}$$

となるが普通の直流機に於いては  $i^{q1}=0$  であるから結局第2項は

$$\sum_{s=1}^8 \sum_{u=1}^8 \nu_{4su} \dot{\xi}_u \frac{\partial \bar{L}}{\partial \dot{\xi}_s} = -P_r M_1 i^{q1} i^{r1} \quad (18)$$

となり、直流電動機の発生トルクになる。以上(14)~(18)式をまとめれば回転子側についてのトルク平衡式

$$I_r \frac{d^2 \theta_r}{dt^2} + \alpha_r \frac{d\theta_r}{dt} - f(\delta) - P_r M_1 i^{q1} i^{r1} = -\tau_t \quad (19)$$

が得られる。同様に固定子側のトルク平衡式は  $\xi_r = \theta_s (r=8)$  として計算すれば

$$I_s \frac{d^2 \theta_s}{dt^2} + \alpha_s \frac{d\theta_s}{dt} - f(\delta) + P_s M_2 i^{q2} i^{r2} = 0 \quad (20)$$

を得る。次に補助機回路の電圧平衡式であるが、そのため先ず回転子側直流機について計算する。 $\xi_r = i^{q1} (r=2)$  とすれば左辺第1項は

$$\frac{d}{dt} (\partial \bar{L} / \partial \dot{\xi}_r) = \frac{d}{dt} (\partial \bar{L} / \partial i^{q1}) = L_1 \frac{di^{q1}}{dt} \quad (21)$$

第3項=0、第4項は

$$\frac{\partial \bar{F}}{\partial \dot{\xi}_r} = \frac{\partial F}{\partial i^{q1}} = R_1 i^{q1} \quad (22)$$

第2項は先ず christoffel 項を計算して

$$\begin{aligned}
\nu_{r,8u} &= \nu_{28u} = \beta_{2u} \beta_{22} (\partial \alpha_{s3} / \partial q_2 - \partial \alpha_{s2} / \partial q_3) \\
&\quad + \beta_{3u} \beta_{22} (\partial \alpha_{s2} / \partial q_3 - \partial \alpha_{s3} / \partial q_2) + \beta_{44} (\beta_{22} \partial \alpha_{s2} / \partial q_4 + \beta_{32} \partial \alpha_{s2} / \partial q_4)
\end{aligned}$$

となり第2項

$$\sum_{s=1}^8 \sum_{u=1}^8 \nu_{28u} \dot{\xi}_u \frac{\partial \bar{L}}{\partial \dot{\xi}_s}$$

の係数  $\beta_{ku}$  中0でないものは  $\beta_{22}, \beta_{23}, \beta_{32}, \beta_{44}$  のみであり、且つ  $i^{q1}=0$  とおけば

$$\sum_{s=1}^8 \dot{\theta}_r (\beta_{22} \partial \alpha_{s2} / \partial q_4 + \beta_{32} \partial \alpha_{s3} / \partial q_4)$$

となり、更に  $\partial \alpha_{si} / \partial q_4$  中0でないものは  $s=2, 3$  のみであるから結局

$$\begin{aligned}
&\sum_{s=1}^8 \sum_{u=1}^8 \nu_{28u} \dot{\xi}_u \frac{\partial \bar{L}}{\partial \dot{\xi}_s} \\
&= \dot{\theta}_r \left[ (\beta_{22} \partial \alpha_{22} / \partial q_4 + \beta_{22} \partial \alpha_{23} / \partial q_4) L_1 i^{q1} + (\beta_{22} \partial \alpha_{32} / \partial q_4 + \beta_{32} \partial \alpha_{33} / \partial q_4) (-M_1 i^{r1}) \right]
\end{aligned} \quad (192)$$

$$\begin{aligned}
&= \dot{\theta}_r P_r \left[ (\sin P_1 \theta_r \cos P_1 \theta_r - \sin P_1 \theta_r \cos P_1 \theta_r) L_1 i^{q1} + (\sin^2 P_1 \theta_r + \cos^2 P_1 \theta_r) M_1 i^{f1} \right] \\
&= \dot{\theta}_r P_1 M_1 i^{f1} = \omega_r P_1 M_1 i^{f1} \quad (23)
\end{aligned}$$

となり、これは直流機の誘起起電力である。右辺は

$$Z_2 = \sum_{k=1}^8 \beta_{k2} Q_k = \beta_{22} Q_2 + \beta_{32} Q_3$$

となるが  $Q_2, Q_3$  は true 座標系での端子電圧 (印加電圧)  $e_{a1}, e_{a1}$  であるから

$$Z_2 = e_{a1} \sin P_1 \theta_r + e_{a1} \cos P_1 \theta_r = e^{q1} \quad (24)$$

従って(21)~(24)式を結合して

$$L_1 \frac{di^{q1}}{dt} + R_1 i^{q1} + \omega_r P_1 M_1 i^{f1} = e^{q1} \quad (25)$$

の回転子側直流機の電圧平衡式が得られる。同様固定子側直流機については  $\xi_r = \theta_s (r=8)$  として計算すれば次式が得られる。

$$L_2 \frac{di^{q2}}{dt} + R_2 i^{q2} - \omega_s P_2 M_2 i^{f2} = -e_{q2} \quad (26)$$

更に図-1 に於いて端子 1-2 を 3-4 に接続すれば

$$i = i^{q1} = i^{q2}, \quad e = e_{q1} = e_{q2}$$

となるから(25), (26)式より下式が得られる。

$$L \frac{di}{dt} + Ri + P_1 M_1 i^{f1} \omega_r - P_2 M_2 i^{f2} \omega_s = 0 \quad (27)$$

ここで  $L=L_1+L_2, R=R_1+R_2$ 。(19), (20), (27)式が求める運動方程式となる。

#### D. 主機の制動巻線を考慮した場合の運動方程式

過渡動揺中の同期機に於いて制動巻線の制動力による動揺の減衰は著しく、その制動力を無視すれば減衰特性を正確に予期することは困難となる。前節(19),(20)式はこの制動力項を含んでいないが、これは主機の magnetic coenergy  $W_0^{m'}(i^f, i^a, i^b, i^c, \theta_r + \theta_s)$  に制動巻線電流を含ませなかったためである。従って制動巻線の存在をも考慮した主機の magnetic coenergy の形が求まれば Euler-Lagrange の方程式に適用することにより、主機過渡動揺中の更に一般的な発生トルクを決定することが出来よう。然しここでは既に得られた(19), (20)式に、制動巻線の制動トルクの大きさ、向きを考慮して付加することによってより完全な運動方程式を樹立する。一般に同期機の制動巻線の制動トルクは、周知の通り、脱調、乱調等の非同同期時にのみ表われ、その動揺振幅が比較的小さいとき、その大きさは内部相差角の時間的変化の比率に比例し、その向きは内部相差角の変化を抑制する方向にある。一方主機の発生トルクは、常に回転磁界と磁極とが同期を保つ向きに発生している。換言すれば外乱に対し内部相差角の変化を抑



制する向きにある。よって主機の同期機としての発生トルクと、その制動巻線制動トルクの向きは同方向にあり、(19), (20)式はより一般的に次式の如く書くことが出来る。即ち  $\gamma$  を制動係数として

$$I_r \frac{d^2 \theta_r}{dt^2} + \alpha_r \frac{d\theta_r}{dt} - \gamma \frac{d\delta}{dt} - f(\delta) - P_1 M_1 i^{\prime 2} i = -\tau_i \tag{28}$$

$$I_s \frac{d^2 \theta_s}{dt^2} + \alpha_s \frac{d\theta_s}{dt} - \gamma \frac{d\delta}{dt} - f(\delta) + P_2 M_2 i^{\prime 2} i = 0 \tag{29}$$

**E. 内部相差角と回転子、固定子角速度との関係**

普通型の同期機に於いては、回転子角度の変化と内部相差角の変化は等しいが、(2極機の場合) 無段変速同期機では、固定子回転の影響も考慮しなければならない。図-2は静止坐標系を基準とした回転磁界軸と磁極軸との間の相互関係を示すもので、 $t=0$  及び  $\Delta t$  秒後における回転磁界軸を  $\phi(0)$ ,  $\phi(\Delta t)$  とし、磁極軸を  $r(0)$ ,  $r(\Delta t)$  とする。又  $\Delta t$  秒間の固定子、回転子の角速度の平均値を、 $\omega_s = \omega_{s0} + \Delta\omega_s$ ,  $\omega_r = \omega_{r0} + \Delta\omega_r$  とすれば、図を参考にし、且つ主機の対極数を  $P_0$  とすれば

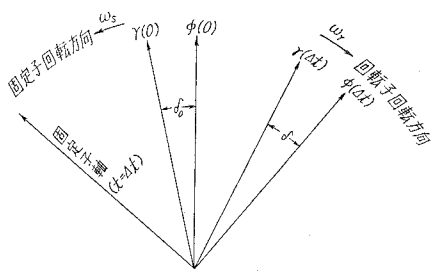


図-2 内部相差角と角速度との関係図

$$r(\Delta t) = -\delta_0 + P_0(\omega_{r0} + \Delta\omega_r) \Delta t$$

又回転磁界軸は固定子に対して常に同期速度  $\omega_0 = \omega_{s0} + \omega_{r0}$  で回転しているから、

$$\begin{aligned} \phi(\Delta t) &= P_0 \omega_0 \Delta t - P_0(\omega_{s0} + \Delta\omega_s) \Delta t \\ &= P_0(\omega_{r0} - \Delta\omega_s) \Delta t \end{aligned}$$

故に  $\Delta t$  秒後の主機内部相差角は

$$\Delta\delta = \phi(\Delta t) - r(\Delta t) = -P_0(\Delta\omega_r + \Delta\omega_s) \Delta t + \delta_0$$

となり、 $\Delta t \rightarrow 0$  の極限をとり、且つ両辺を微分すれば

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = -P_0 \frac{d}{dt} (\omega_r + \omega_s) \tag{30}$$

が得られる。

以上 (27), (28), (29), (30) 式が系の動特性を記述する最も基本的な運動方程式を構成する。但し主機の電氣的諸定数の変化は、その時定数が内部相差角等の動揺周期に比較して十分小さいとして過渡動揺中一定とし、その定常値を用いることにする。

**3. 線型方程式及び基礎理論的考察**

**A. 線型方程式**

(27)~(30) 式中 (28), (29) 式は非線型の方程式なので、その一般解は困難である。従ってこ

ここでは、負荷トルクが  $t=0$  に於いて  $+4\tau$  だけ step 状に小変化したとして線型化する。今  $4\tau$  なる変化のため各量が次のようになると仮定する。

$$\omega_r = \omega_{r0} - \omega'_r \quad \omega_s = \omega_{s0} + \omega'_s \quad \delta = \delta_0 + \delta' \quad i = I + i' \quad (31)$$

$t \leq -0$  に於いては (27)~(29) 式は夫々次の平衡条件を満足している。

$$RI + P_1 M_1 i^{f1} \omega_{r0} - P_2 M_2 i^{f2} \omega_{s0} = 0 \quad (27')$$

$$\alpha_r \omega_{r0} - f(\delta_0) - P_1 M_1 i^{f1} I = -\tau_l \quad (28')$$

$$\alpha_s \omega_{s0} - f(\delta_0) + P_2 M_2 i^{f2} I = 0 \quad (29')$$

よって (27) 式に (31) 式及び (27') 式の諸条件を代入すれば

$$L \frac{di'}{dt} + Ri' - P_1 M_1 i^{f1} \omega'_r - P_2 M_2 i^{f2} \omega'_s = 0 \quad (32)$$

を得る。又 (28), (29) 式に於いて

$$f(\delta_0 + \delta') \simeq f(\delta_0) + \left. \frac{\partial f}{\partial \delta} \right|_{\delta=\delta_0} \delta' = f(\delta_0) + a\delta'$$

であることを考慮すれば

$$I_r \frac{d\omega'_r}{dt} + \alpha_r \omega'_r + \gamma \frac{d\delta'}{dt} + a\delta' - P_1 M_1 i^{f1} i' = 4\tau \quad (33)$$

$$I_s \frac{d\omega'_s}{dt} + \alpha_s \omega'_s - \gamma \frac{d\delta'}{dt} - a\delta' - P_2 M_2 i^{f2} i' = 0 \quad (34)$$

等を得る。ここで  $\omega_r = d\theta_r/dt$ ,  $\omega_s = d\theta_s/dt$ 。又 (30) 式は

$$\frac{d^2 \delta'}{dt^2} = P_0 \left( \frac{d\omega'_r}{dt} - \frac{d\omega'_s}{dt} \right) \quad (34)$$

となる。以上 (32)~(35) 式が求める線型方程式となる。

## B. $s$ 領域での各量

(32)~(35) 式の Laplace 変換は、各未知量の初期値は 0 であるから  $L^{-1} \omega'_r(t) = \Omega_r(s)$ ,  $L^{-1} \omega'_s(t) = \Omega_s(s)$ ,  $L^{-1} \delta'(t) = A(s)$ ,  $L^{-1} i'(t) = I(s)$ , 又  $P_1 M_1 i^{f1} = \phi_r$ ,  $P_2 M_2 i^{f2} = \phi_s$  とおけば次の諸式となる。

$$-\phi_r \Omega_r(s) - \phi_s \Omega_s(s) + (SL + R) I(s) = 0 \quad (36)$$

$$(sI_r + \alpha_r) \Omega_r(s) + (s\gamma + a) A(s) - \phi_r I(s) = 4\tau/s \quad (37)$$

$$(sI_s + \alpha_s) \Omega_s(s) - (s\gamma + a) A(s) - \phi_s I(s) = 0 \quad (38)$$

$$-P_0 \Omega_r(s) + P_0 \Omega_s(s) + sA(s) = 0 \quad (39)$$

(36)~(39) 式より  $s$  領域での各未知量は下式の様に表現される。

$$A(s) = 4\tau P_0 \left\{ sI_s + \alpha_s + (\phi_s^2 + \phi_s \phi_r) / R \right\} / sA \quad (40)$$

$$\Omega_r(s) = A\tau \left[ s^2 I_s + s \left\{ \phi_s^2 / R + (\alpha_s + P_0 \gamma) \right\} + aP_0 \right] / sA \quad (41)$$

$$\Omega_s(s) = A\tau \left\{ s(P_0 \gamma - \phi_s \phi_r / R) + aP_0 \right\} / sA \quad (42)$$

$$I(s) = P_0 A\tau \left[ s^2 I_s \phi_r + s \left\{ \gamma P_0 \phi_s + (\alpha_s + \gamma P_0) \phi_r \right\} + aP_0 (\phi_s + \phi_r) \right] / sRA \quad (43)$$

ここで

$$\begin{aligned} A = & s^3 I_r I_s + s^2 \left[ (I_r \phi_s^2 + I_s \phi_r^2) / R + \left\{ I_r (\alpha_s + P_0 \gamma) + I_s (\alpha_r + P_0 \gamma) \right\} \right] \\ & + s \left[ \left\{ \phi_s^2 (\alpha_r + P_0 \gamma) + \phi_r^2 (\alpha_s + P_0 \gamma) + 2\phi_s \phi_r P_0 \gamma \right\} / R + \alpha_r \alpha_s \right. \\ & \left. + P_0 \gamma (\alpha_r + \alpha_s) + aP_0 (I_r + I_s) \right] + aP_0 \left\{ (\phi_s + \phi_r)^2 / R + (\alpha_r + \alpha_s) \right\} \end{aligned} \quad (44)$$

但し、補助機回路の時定数  $L/R$  は過渡動揺の周期に比べて十分小さいとして  $L/R$  を含む項は無視する。

### C. 安定性に関する考察

(40)~(43) 式の逆変換、例えば  $A(s)$  は

$$\delta'(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} A(s) e^{st} ds \quad (45)$$

であるが、その具体的な形を決定する前に此等各量の安定性について考察する。一般に  $\delta'(t)$  等が無限に増大することなく、即ち主機が脱調することなく、過渡的な減衰振動を経て安定な定常運転に回復するためには、(45) 式の被積分関数中  $A(s)$  等の分母の代数方程式

$$sA = s(a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3) = 0 \quad (46)$$

の根が  $s=0$  以外にその全部が虚数軸の左側にある必要があり、そのため必要十分な条件は Hurwitz の理論により

- (i)  $A$  の各係数がすべて同符号であること (必要条件)
- (ii) すべての Hurwitz 行列式が上と同符号であること (十分条件)

に要約される。さて(44)式より(i)の条件は

$$a > 0 \quad (47)$$

ならばことごとく満足していることは明らかである。次に(ii)の条件であるがこれは

$$a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0 \quad (48)$$

を満足する必要があるが、上式に(44)式の各係数を代入し整理すれば、 $a > 0$  の条件で(48)式が成立していることが容易に確かめられる。従って線型可能な外乱に対して主機同期化力が正ならば、此の系は常に安定に運転でき、このことは外乱の種類、例えば母線電圧の変化等にも無関係である。換言すれば、母線に無段変速同期電動機が単機接続される場合、線型可能な外乱に

対する系の動的安定性は主機単独の定態安定度に一致し、補助直流機が存在により特に不安定になる因子は存在しないと言える。

#### D. 解の一般形

安定運転可能な領域に於いて各量は一般に減衰振動をする筈であり、且つ  $A$  は  $s$  に関する 3 次式であるから、(45) 式を更に具体的な形に書くと

$$\delta'(t) = B + C \exp(-ft) + D \exp(-gt) \cdot \sin(ht + k) \quad (49)$$

となる。

##### i) 定常値

(49) 式  $B$  の値は  $A(s)$  の 1 極  $s=0$  に対応するもので、これは Laplace 変換の最終値定理を用いて

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \delta'(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sA(s) = \left[ \alpha_s + (\phi_s^2 + \phi_s \phi_r) / R \right] A\tau / \left[ (\phi_s + \phi_r)^2 / R + (\alpha_r + \alpha_s) \right] \quad (50)$$

となり、これは負荷トルクが  $A\tau$  増加した為の主機内部相差角の定常的な増加を示している。 $\omega_r'(t)$ ,  $\omega_s'(t)$  についても同様の手法を用いて、その絶対値は

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \omega_r'(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s\Omega_s(s) = A\tau \left[ (\phi_s + \phi_r)^2 / R + (\alpha_r + \alpha_s) \right] = \lim_{t \rightarrow \infty} \omega_s'(t) \quad (51)$$

となる。線型化にあたっての仮定より、 $\omega_r'(t)$  に対する  $B$  の値は  $A\tau$  による回転子側角速度の低下の定常値を、 $\omega_s'(t)$  に対する  $B$  の値は固定子側の角速度上昇の定常値を示していることは明らかである。此等の値は既報の定常特性に関する報告に於いて  $\alpha_r = \alpha_s = 0$  とおいて求められている速度変動特性に一致している。

##### ii) 減衰定数 $f, g$ について

$f$  の値は  $A(s)$  等の極中実軸上に存在するものの値で、(44) 式の各係数の物理的考察及び 3 次代数方程式の近似解により、次の様な近似解の形を有している。

$$f \doteq \left\{ (\phi_s + \phi_r)^2 / R + (\alpha_r + \alpha_s) \right\} / (I_s + I_r) \doteq \frac{(\phi_s + \phi_m)^2}{I_s R} \quad (\because I_s \gg I_r) \quad (52)$$

即ち (49) 式右辺第 2 項の減衰率は固定子の慣性モーメントが大きい程小さくなり、一方同一条件下では  $(\phi_s + \phi_r)$  の値を大きくする様運転する程減衰が大となり有利であることが判る。

$g$  の値は  $A(s)$  等の複素極の実数部を示すもので近似的に次式で計算できる。

$$g \doteq \frac{1}{2} \left[ \left\{ (I_r \phi_s^2 + I_s \phi_r^2) / R + P_0 \gamma (I_r + I_s) \right\} / I_r I_s - \frac{(\phi_s + \phi_m)^2}{I_s R} \right] \quad (53)$$

上式は主機の制動巻線の有無、又その効果の大小によって可成り異なってくるが、 $\phi_s, \phi_m$  の値は  $f$  に対する程でないにしても可成り影響を及ぼすものと思われる。

##### iii) $h$ 及び過渡動揺の周期、等価慣性モーメント等

$h$  の値は勿論、 $A(s)$  の複素極の虚数部を示すものであるが、物理的には過渡動揺の周期を決定する重要な因子である。近似的には

$$h \doteq [(I_s + I_r) a P_0 / I_s I_r]^{1/2} = (a P_0 / I_0)^{1/2} \quad (54)$$

で与えられる。ここで

$$I_0 = I_r I_s / (I_r + I_s) < I_r \quad (55)$$

は既報<sup>(6)</sup>で与えられている等価慣性モーメントであり、普通の設計では  $I_s \gg I_r$  であり、上式の通りその値は  $I_r$  より小となるが、その低下は高々数%程度である。然し特に慣性の大きい負荷の場合その低下は無視できないものとなろう。又  $\delta(t)$ ,  $\omega_r(t)$  等の過渡動揺の周期は

$$T_0 = 2\pi/h \doteq 2\pi(I_0/aP_0)^{1/2} \quad (56)$$

となり、 $I_0 < I_r$  なので固定子拘束時より動揺の周期は短くなる。その程度は近似的に

$$T_0/T \doteq (I_0/I_r)^{1/2}$$

となる。

以上述べて来た所により、特に一般解(49)式を参考にして、此の系は見掛上機械的に2自由度系であるが、1自由度系と同様動揺の周期は只1つであり、単なる減衰項が付加される丈で固定子拘束時と殆んど同じく振舞うことが明らかになり、系は近似的に2次遅れ要素の伝達関数で代表できることも推定される。

#### 4. 実験結果及び考察

##### A. 試験機の諸定数及び実験方法

i) 主機 3相 200 V 13 A 3.2 kW 4極

$$x_a = 18.5 \Omega, \quad x_q = 9.67 \Omega, \quad r_a = 0.423 \Omega$$

ii) 補助機

固定子側 直流分巻 (主機固定子とギヤー連結, ギヤー歯数比 2:1)

$$100 \text{ V}, 14 \text{ A}, 1.5 \text{ kW}, 1,000 \sim 2,000 \text{ r/m}$$

回転子側 直流分巻

$$110 \text{ V}, 12 \text{ A}, 1 \text{ kW}, 1,000 \sim 2,000 \text{ r/m}$$

合成抵抗  $R \doteq 3 \Omega$  (ブラシ降下を含む, 動揺中の電機子電流 1.0~0.5 A)

iii) 系全体

$$I_s = 3.26 \quad I_r = 0.215 \quad I_0 \doteq 0.205$$

$$\alpha_s = 0.0129 \quad \alpha_r = 0.0074 \quad \gamma = 0.25 \text{ (主機同期化力 } a \text{ の約 } 1\% \text{ と仮定)}$$

$$a = 26.0 \text{ (試験中の主机电機子電流変動範囲内での計算 (平均) 値)}$$

## iv) 実験方法

実験は主として過渡動揺の振動周期，振幅減衰の様相を主機電機子電流の波形観測によって行なった。主機電機子電流と内部相差角との間には二反作用理論によって

$$i^a = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[ \left( \frac{V_d}{x_q} \right)^2 + \left( \frac{E - V_q}{x_d} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \doteq \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \frac{V}{x_q} \sin \delta \right)$$

の関係があるので，負荷トルクを  $t=0$  に於いて step 的に変化し，そのときの電流変化をオシログラフで画かせ，その包路線（電流波形は電源周波数の正弦波を過渡動揺の周期で振幅変調したものと略同様である）から内部相差角動揺の周期，減衰の様子が直接或いは計算によって知ることが出来る。尚以下に述べられる実験は全て負荷トルクを  $0.25(\text{kg}\cdot\text{m})$  から  $0$  迄変化している。

## B. 固定子拘束時の実験結果と検討

固定子回転時に於ける特性の比較と， $a$  及び  $\gamma$  の値の検討のため，最初に固定子拘束状態に於ける実験結果について述べる。図-3の上図は，過渡動揺時の電流オシログラフであるが図より直ちに動揺の周期が約  $413(\text{ms})$  であることが判る。又定常状態に於ける電流値より  $\delta(0) \doteq 0.228(\text{rad})$ ， $\delta(\infty) \doteq 0.134(\text{rad})$  従って  $\delta'(\infty) = \delta(\infty) - \delta(0) \doteq -0.094(\text{rad})$ ，一方固定子拘束時の内部相差角動揺の理論式は

$$\delta'(t) \doteq -0.0942 + 0.0942 \exp(-1.197 t) \cos 15.51 t$$

で与えられるから動揺の周期は  $2\pi/15.51 \times 10^3 \doteq 406(\text{ms})$  となり，又  $\delta'(\infty) = -0.0942$  となるから以上の両者は実験結果によく一致している。又図-3の実験，計算両図を比較すれば，その減衰の様相も可成よく一致していることが判る。尚，実験曲線に於いて動揺の半サイクルの周期が可成短くなっていることは，主機の過渡時初期に於ける電气的定数の変化が原因と考えられ，振幅の目盛りが直線的でないのは測定装置の非線型特性によるものと思われる。以上諸点を考慮すれば  $a$  及び  $\gamma$  の値は可成よく実際値を代表しているものと考えてよく，固定子回転の場合も夫々同様の値を用いて理論計算を行なう。

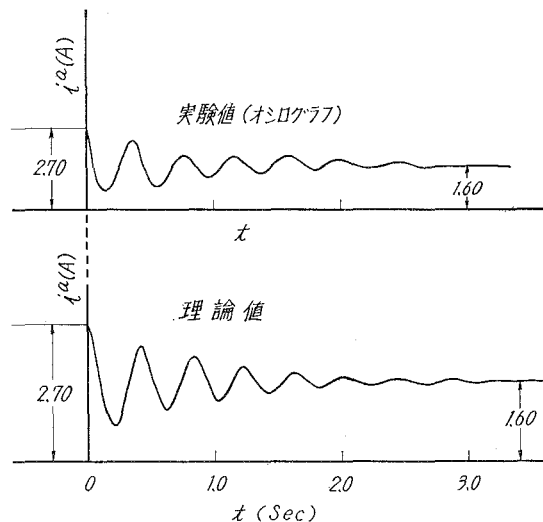


図-3 主機電機子電流過渡動揺特性

## C. 固定子回転時の実験結果及び考察

i)  $\omega_{r0} = \omega_0$  の場合

固定子自由の状態で、回転子角速度の初期値が同期速度に等しい場合の実験値、計算値を図-4に示す。必要なデータは

$$\begin{aligned} \delta(0) &= 0.236(\text{rad}), & \delta(\infty) &= 0.147(\text{rad}), & \delta(\infty) - \delta(0) &= -0.089(\text{rad}), \\ i^1 &= 0.42(\text{A}), & i^2 &= +0(\text{A}) \end{aligned}$$

等であるが、実験曲線より平均動揺周期は約 400(ms)、約 2.5 秒で略定常状態に回復していることが判る。一方此の場合の内部相差角動揺の理論値は  $s$  領域で

$$\Delta(s) = (22.79s + 9.66)/(s^4 + 2.93s^3 + 258.9s^2 + 108.7s)$$

となるので  $t$  領域での解は

$$\begin{aligned} \delta'(t) &= -0.0889 + 0.0005 \exp(-0.422t) \\ &\quad + 0.0884 \exp(-1.255t) \cos 16.01t + 0.0073 \exp(-1.255t) \sin 16.01t \end{aligned}$$

なる。従って振動の周期は  $2\pi/16.01 \times 10^3 = 393(\text{ms})$  となり、 $\delta'(\infty) = -0.0889$  であるから実験値と理論値は可成よく一致している。又振動の周期は固定子拘束の場合に比較して実験、理論値共にその比は約 0.97 となり、この値は  $(I_0/I_r)^{1/2} = 0.975$  に近い。減衰曲線の形状も実験曲線から自由度 1 (固定子拘束時) の場合と全く同様になり他の周期成分は見られない。図-3、図-4の実験曲線を比較して特に注目すべきことは、同一負荷トルクの変動に対して後者の方が動揺の振幅が小さくなっていることであり、このことは動揺周期が若干短くなっていることと関連してこの系の過渡安定度問題等に微妙な影響を及ぼすものと考えられる。

#### ii) $\omega_{r0} = 0.667 \omega_0$ の場合

$\omega_r$  の定常初期値が主機同期速度の 2/3 の場合の実験、及び理論値を図-5に示す。必要な

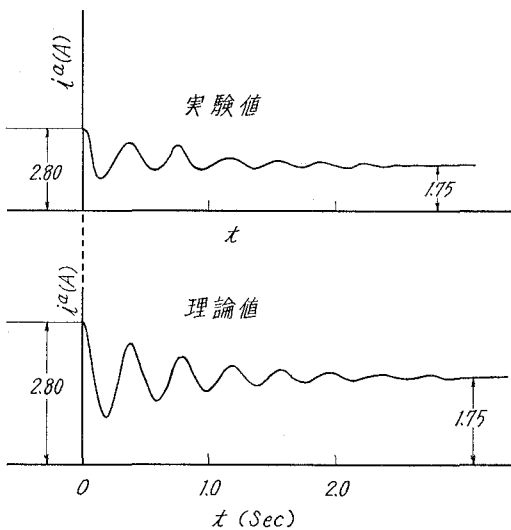


図-4 主機電機子電流過渡動揺特性

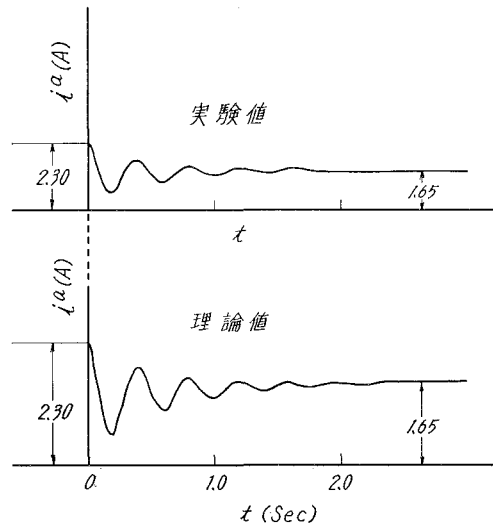


図-5 主機電機子電流過渡動揺特性

諸データは

$$\begin{aligned} \delta(0) &= 0.201(\text{rad}), & \delta(\infty) &= 0.139(\text{rad}), & \delta(\infty) - \delta(0) &= -0.062(\text{rad}), \\ i^{f1} &= 0.445(\text{A}), & i^{f2} &= 0.425(\text{A}) \end{aligned}$$

実験曲線から動揺周期は約 400(ms) となり前節の実験結果と一致し、その値が  $(J_0/aP)^{\frac{1}{2}}$  によって決定され他の因子、例えば  $\phi_r$  等により殆んど影響を受けないことが明らかであるが、動揺の継続時間は略 1.5 秒で図-4 の場合の約半分になっている。これは初期電流が小さいこととも関係があるが、むしろ各減衰定数が大きくなったと考えるのが妥当であり、実際理論式は下記の通りとなり、 $\phi_r(i^{f1})$  の増加が動揺の減衰に大きく寄与していることが判る。

$$\begin{aligned} \delta'(t) &= -0.0625 - 0.0264 \exp(-0.857 t) \\ &\quad + 0.0889 \exp(-1.803 t) \cos 15.93 t + 0.009 \exp(-1.803 t) \sin 15.93 t \end{aligned}$$

動揺周期の理論値は上式から  $2\pi/15.93 \times 10^3 \cong 395(\text{ms})$  となり、 $\delta'(\infty) = -0.0625(\text{rad})$  であるから両者は共に実験値によく一致し、減衰の様相も同様であることは図-5 の両曲線を比較すれば直ちに明らかになる。

又図-3, 4, 5 の形から系の動特性は二次遅れ要素によって可成よく代表される (系の伝達関数は二次遅れ要素で近似できる) ことが明らかである。

## 5. む す び

以上無段変速同期機の補助機が直流機によって構成される場合について、系の動特性を記述する運動方程式を樹立し、その線型解析を行ない、実験によってその正しさを検証した。理論的、実験的に確認された系の主な特性は

i. 線型可能な外乱に対して、系の動的安定性の必要十分な条件は、主機同期化力が正であること、換言すれば、主機の定態安定度が系の動的 (線型) 安定性の限界に一致し、補助機の存在等に無関係である。

ii. 系は見掛上機械的に 2 自由度系であるが、内部相差角、角速度等の過渡動揺は 1 自由度系と殆んど同様に振舞い、その伝達関数は 2 次遅れ要素によって代表される。

等になり、以上の結論は系の安定度問題、自動制御系の設計に重要な役割りを果たすものと考えられる。

終りに日頃御指導、御鞭撻を賜わっている電気工学科図所教授、種々御援助を頂いた教室教職員各位に深甚なる謝意を表わします。

(昭和 43 年 4 月 30 日受理)

## 記 号 説 明

$L_1, L_2$ : 補助機界磁巻線インダクタンス       $r_0, r_1, r_2$ : 主機, 補助機界磁巻線抵抗



- $L_1, L_2$ : 補助機電機子巻線インダクタンス     $R_0, R_1, R_2$ : 主機, 補助機電機子巻線抵抗  
 $M_1, M_2$ : 補助機相互インダクタンス         $P_0, P_1, P_2$ : 主機, 補助機極数  
 $M_{\alpha f1}, M_{\alpha f2}$ : 補助機界磁巻線と  $\alpha$  軸巻線間の相互インダクタンス  
 $M_{\beta f1}, M_{\beta f2}$ : 補助機界磁巻線と  $\beta$  軸巻線間の相互インダクタンス  
 $\theta_r$ : 回転子側補助機  $d$ ,  $\alpha$  軸間の機械的角度  
 $\theta_s$ : 固定子側補助機  $d$ ,  $\alpha$  軸間の機械的角度  
 $I_r$ : 回転子側合成慣性モーメント         $I_s$ : 固定子側合成慣性モーメント  
 $\alpha_r$ : 回転子側機械的制動係数             $\alpha_s$ : 固定子側機械的制動係数  
 $\gamma$ : 主機制動巻線の制動係数             $x_a$ : 主機縦軸リアクタンス  
 $x_q$ : 主機横軸リアクタンス

尚用いられた各量の単位は特に断らない限り M.K.S 単位系によっている。

#### 参 考 文 献

- 1) 図所忠則・近藤 修・伊達隆三: 電気学会雑誌, 87-4, 744 (1967).
- 2) 図所忠則: 電気学会雑誌, 87-5, 964 (1967).
- 3) 宮入庄太: エネルギー変換工学入門, 59, 丸善 (1963).
- 4) D. C. White, H. H. Woodeon: Electromechanical Energy Conversion, 69, John Wiley (1959).
- 5) 例へば福島弘毅, 穴山武: 電気機械工学 II, 266, 朝倉 (1967).
- 6) 図所忠則・近藤 修: 室工大研報, 5, 1, 119 (1965).