



## 3径間連続桁式逆ローゼ橋の最適弦材分配率に関する 基礎的研究(第2報)：光弾性模型に関する実験的研究

メタデータ	言語: jpn 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2014-07-17 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 中村, 作太郎, 志村, 政雄 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10258/3581">http://hdl.handle.net/10258/3581</a>

# 3 径間連続桁式逆ローゼ橋の最適弦材 分配率に関する基礎的研究 (第2報)

—— 光弾性模型に関する実験的研究 ——

中村作太郎・志村政雄

Fundamental Studies on the Most Profitable Distribution Ratio  
of Chord Members on the Reversed Lohse Bridge of  
Three-Span Continuous Girder Type (Part 2)  
— An Experimental Study on the Photoelastic Models —

Sakutaro Nakamura and Masao Shimura

## Abstract

The present writers made three epoxy resin models of the reversed Lohse bridge of three-span continuous girder type by the different distribution ratios of upper and lower chord members, and performed the photoelastic experiments by means of Photo-Elasticity Apparatus and Reading Microscope in order to find their stress phenomena.

On the loading support of Photo-Elasticity Apparatus they laid one by one three models, and then they put a concentrated line load on the span centre of the upper chord member of each model, and took the photoelastic photographs of stripe patterns by using a source of mercurial light.

They decreased suitably a concentrated line load, and plotted the inclined lines at intervals of 10 degrees on a tracing paper stretched upon a screen by using a source of white light.

Next, by using Reading Microscope they measured the vertical displacement on the centre axis of the lower chord member at the centre of span.

Then, they analyzed experimentally the stress distribution of members  $\tau_{yz}$ ,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  on the base of the above-mentioned isoclinics and stress patterns by using the stress analytical formulae of the shear difference method.

They carefully compared these experimental results with the theoretical values calculated by applying a digital computer (FOCOM-231), and clarified the tendency of stress distribution and maximum deflection of models.

Lastly, they pursued closely the most profitable distribution ratio of these chord members under the above-mentioned many calculated and experimental results of models.

## I. 緒 言

本研究はすでに発表した研究報告(第1報)<sup>1)</sup>の理論的結果を光弾性実験により確かめて見ようという目的で行なったもので、従来連続桁式逆ローゼ橋の光弾性実験については全く研究された例がなく非常に興味をそそられるところである。

著者等は弦材分配率の異なる3個の3径間連続桁式逆ローゼ橋の模型をエポキシ樹脂で製作し、上弦材中央点に集中線荷重を載荷し、光弾性実験装置により光弾性縞写真ならびに等傾線を求め、せん断応力差積分法による実験解析と連続桁式逆ローゼ橋のマトリックス法による弾性理論解析による結果を比較考察し、その応力分布と最適弦材分配率に関し吟味・追求したものである。

## II. 模 型

模型は光弾性材料エポキシ樹脂にて製作し、その寸法を示せば図-1の通りである。また

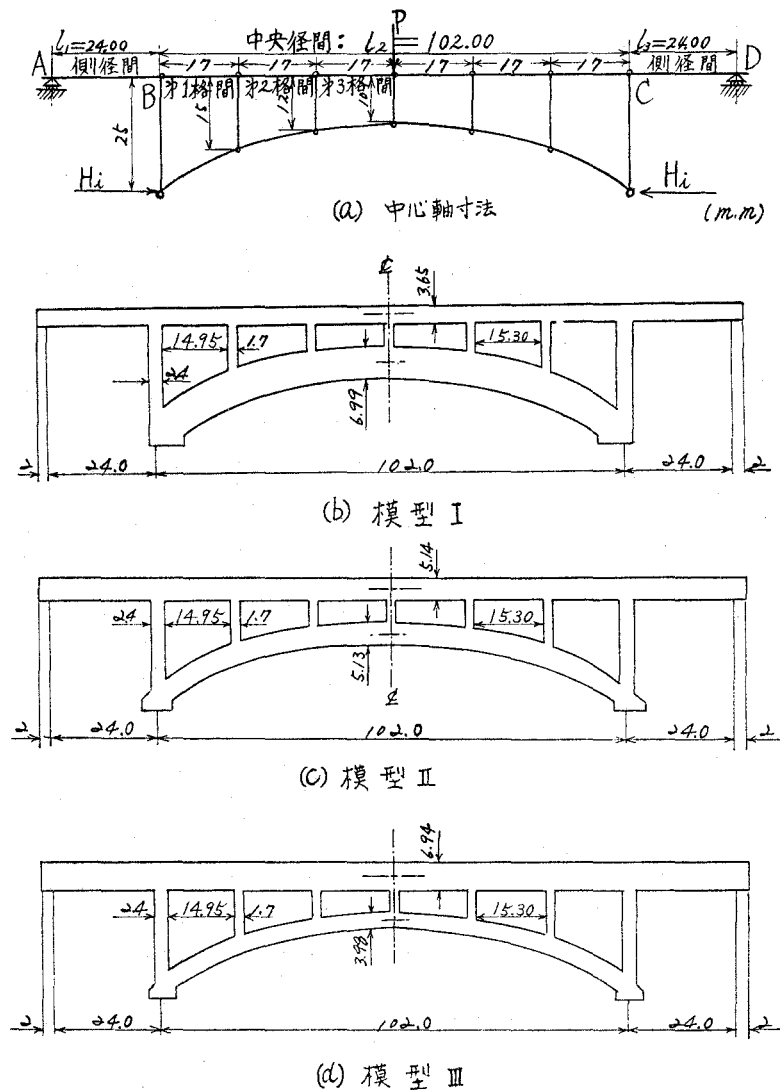


図-1 模型寸法 (単位: mm)

厳密に測定した上弦材・下弦材・端柱及び垂直材の断面平均高さは表-1に示す通りであり、模型の平均厚さは模型 I, II, III 共 6.0 mm の一定値であることが認められた。

次にエポキシ樹脂の常温における諸定数を表-2に示し実験解析その他の用に供することとする。

表-1 各部材の断面平均高さ (mm)

種 別	上弦材	下弦材	端 柱	垂直材
模 型 I	3.65	6.99	2.4	1.7
模 型 II	5.14	5.13	2.4	1.7
模 型 III	6.94	3.98	2.4	1.7

表-2 エポキシ樹脂の常温における諸定数

光弾性係数 $\Delta n/\sigma$ (Brewster)	ヤング係数 $E$ (kg/mm <sup>2</sup> )	光弾性感度 $\alpha$ (mm/kg)	フリッジ応力 $S=1/\alpha$ (kg/mm)
51	302~310	0.94	1.13

### III. 実験方法<sup>2)</sup>

模型 I, II, III の3個を1個ずつ、理研製標準型光弾性実験装置<sup>3)</sup>の荷重支持台に載せ、集中線荷重  $P$  を図-1(a)の通り上弦材中央点に載荷し、水銀灯の光源によって光弾性縞写真を撮影し、更に荷重を適度に減らし白色灯の光源を用いてスクリーン上に張ったトレーシング・ペーパーに傾角  $10^\circ$  の変化毎に等傾線を追跡した。ただし、側径間における両端の支承部には、エポキシ樹脂板にて橋台に相当する模型支持台を作製し、単純支持の保持出来るように取付けたことを付記する。

また島津製読取顕微鏡 (A 型) を使用し、支間中央の垂直線と下弦材中心軸線との交点の垂直たわみを厳密に測定した。

### IV. 等色線縞写真及び等傾線

光弾性実験による等色線縞写真の撮影には、暗箱カメラを用い水銀灯光源による緑色光線 ( $\lambda = 5,461 \text{ \AA}$ ) にて、しぼり: F 4.0~F 4.5, 露出時間: 3秒を記録した。フィルムにはパナクロプロセスのキャビネ版を使用し、数回試写を行なった後に成功した。

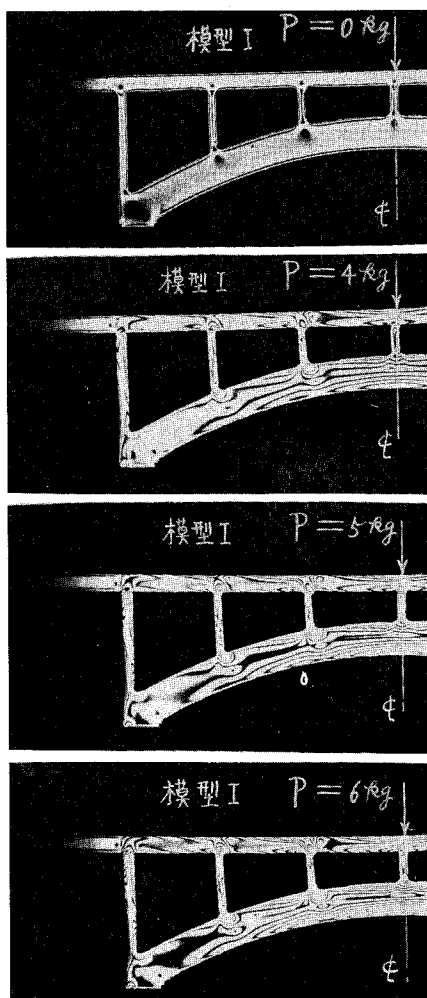


図-2 模型 I の等色線縞写真

等傾線を求めるには、白色灯光源を使用してスクリーンにはトレーシング・ペーパーを貼り、投影レンズにて図を拡大してトレースする方法をとった。

図-2, 3, 4は模型 I, II, IIIそれぞれにおける荷重の変化による等色線縞模様を示した写真であり、図-5は模型 I, II, IIIの何れにも同一大きさの集中線荷重  $P=5\text{ kg}$  を載荷した場合の解析に用いた等色線縞写真である。

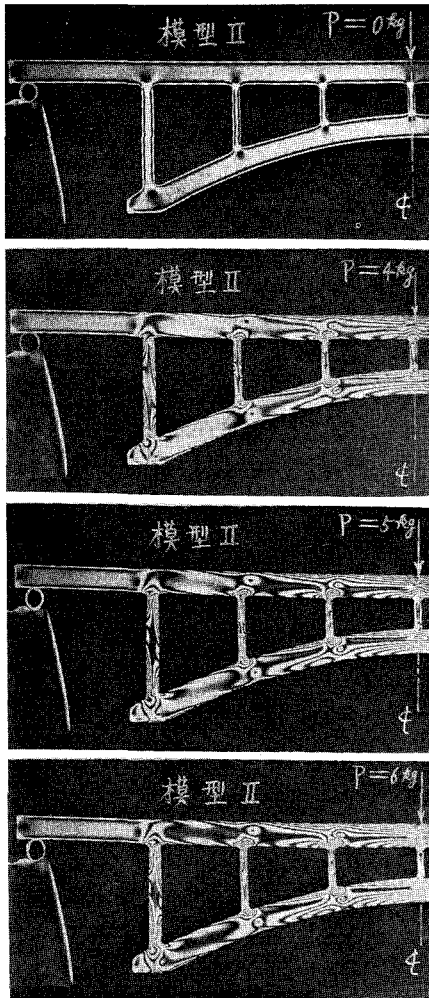


図-3 模型 II の等色線縞写真

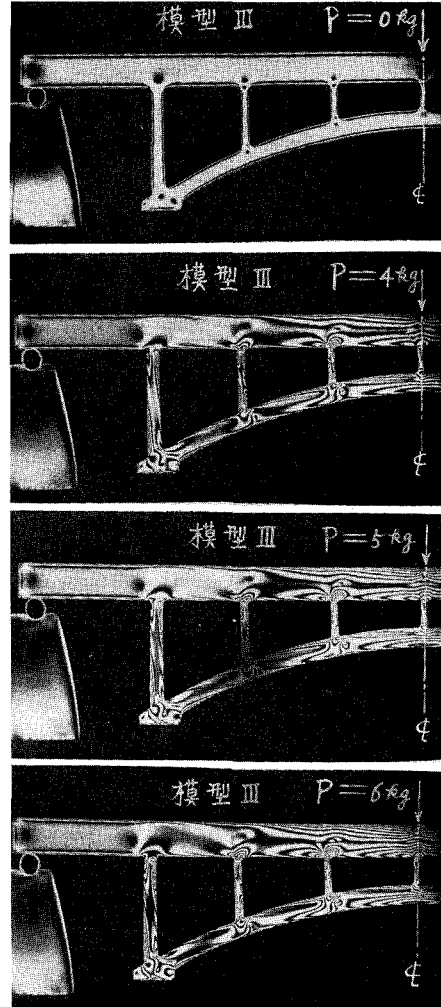
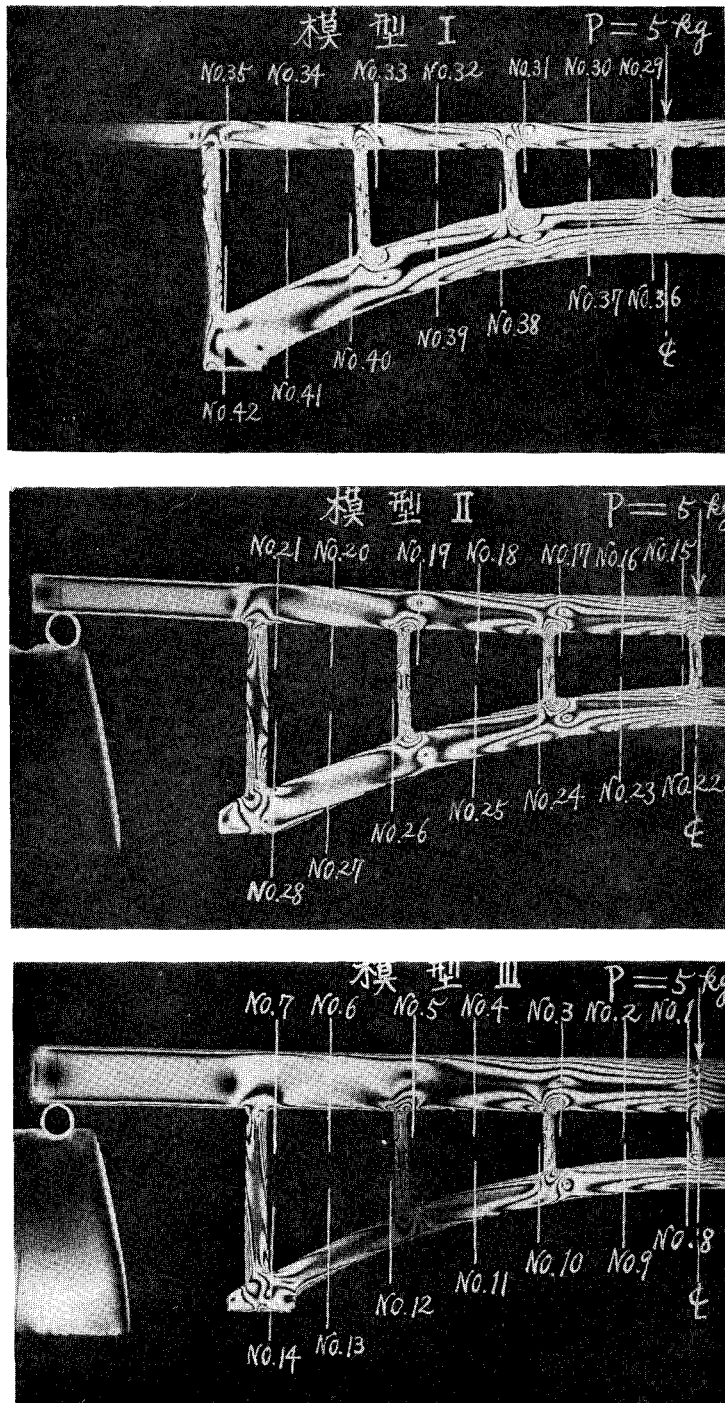


図-4 模型 III の等色線縞写真



図—5 解析に用いた等色線縞写真

また、図-6, 7, 8は模型 I, II, III の何れにも同一大さの集中線荷重  $P=0.5\text{ kg}$  を載荷した場合の解析に使用した投傾線図である。

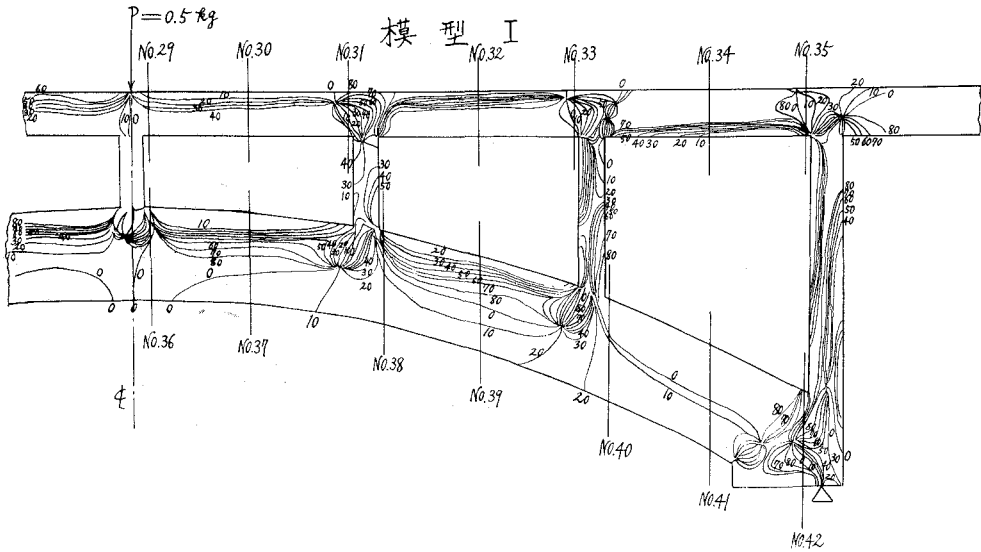


図-6 解析に用いた模型 I の等傾線

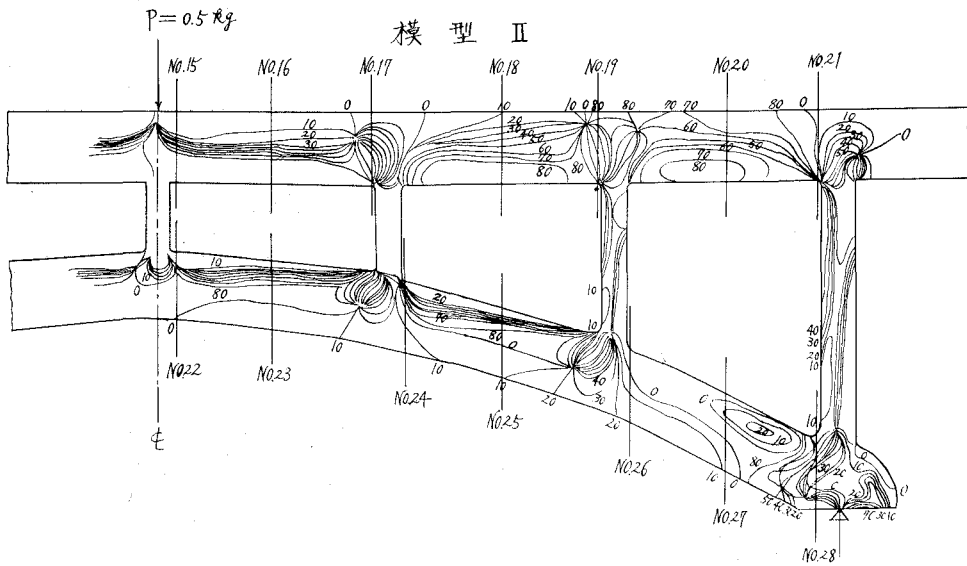


図-7 解析に用いた模型 II の等傾線

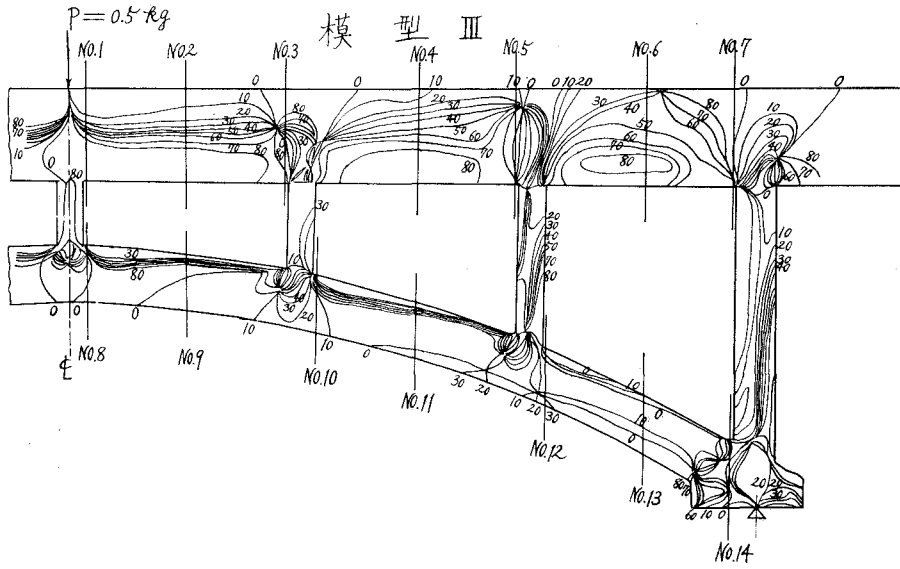


図-8 解析に用いた模型 III の等傾線

### V. 応力解析

3 径間連続桁式逆ローゼ橋における主構の解析理論とその誘導については、すでに研究報告 (第 1 報) に発表した通りであるので、ここでは最終的に得られた理論解式と実験応力解式を掲載するに止める (研究報告第 1 報の 図-1 参照)。

#### 1. 理論解式<sup>1)</sup>

##### A. 中央径間格点モーメント $M_{k,\varepsilon}^0, M_{k,\varepsilon}^u$

$$\left. \begin{aligned} M_{k,\varepsilon}^0 &= t_k(m_{k,\varepsilon} - h_k H_\varepsilon) + b_{k,0}^0 M_{0,\varepsilon}^0 + b_{k,n+1}^0 M_{n+1,\varepsilon}^0 \\ M_{k,\varepsilon}^u &= (1-t_k)(m_{k,\varepsilon} - h_k H_\varepsilon) + b_{k,0}^u M_{0,\varepsilon}^0 + b_{k,n+1}^u M_{n+1,\varepsilon}^0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここに、} \quad b_{k,0}^0 &= t_k(n+1-k)/(n+1) - 2a_{k,1} O_1 / (l_k + l_{k+1}) \\ b_{k,n+1}^0 &= t_k k / (n+1) - 2a_{k,n} O_1 / (l_k + l_{k+1}) \\ b_{k,0}^u &= (1-t_k)(n+1-k)/(n+1) + 2a_{k,1} O_1 / (l_k + l_{k+1}) \\ b_{k,n+1}^u &= (1-t_k) k / (n+1) + 2a_{k,n} O_1 / (l_k + l_{k+1}) \\ k &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\}$$

##### B. 支点 B, C の支点モーメント $M_{0,\varepsilon}^0, M_{n+1,\varepsilon}^0$

$$\left. \begin{aligned} M_{0,\varepsilon}^0 &= \left\{ -C_1(C_{0,\varepsilon} + N_{B,\varepsilon}) + C_2(C_{n+1,\varepsilon} + N_{C,\varepsilon}) \right\} / (C_1^2 - C_2^2) \\ M_{n+1,\varepsilon}^0 &= \left\{ -C_1(C_{n+1,\varepsilon} + N_{C,\varepsilon}) + C_2(C_{0,\varepsilon} + N_{B,\varepsilon}) \right\} / (C_1^2 - C_2^2) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$



### C. 支点モーメント $M_0^0$ による水平反力 $\Delta H$

$$\Delta H = \left. \begin{aligned} & \left[ \sum_{k=1}^{n+1} \left\{ O'_k b_{k,0}^0 t_k h_k + U'_k b_{k,0}^u (1-t_k) h_k \right\} \right. \\ & \left. - O'_1 \left\{ (2/3) b_{1,0}^0 - 1 \right\} t_1 h_1 \right] / \left[ \sum_{k=1}^{n+1} \left\{ O'_k l_k^2 h_k^2 + U'_k (1-t_k)^2 h_k^2 \right\} \right. \\ & \left. - (2/3) O'_1 l_1^2 h_1^2 + \sum_{k=1}^{n+1} (U_k I_c / F_k^u) \sec^2 \beta \right] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

### D. 水平反力 $H^H$

$$H = H^H + \Delta H (M_{0,\varepsilon}^0 + M_{n+1,\varepsilon}^0) \quad (4)$$

### E. せん断力 $V_{k,\varepsilon}$

$$\left. \begin{aligned} \text{上弦材: } & V_{k,\varepsilon}^0 = (M_{k+1,\varepsilon}^0 - M_{k,\varepsilon}^0) / \lambda \\ \text{下弦材: } & V_{k,\varepsilon}^u = (M_{k+1,\varepsilon}^u - M_{k,\varepsilon}^u) / \lambda + H^H \tan \beta_{k+1} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

### F. 支柱軸力 $Z_{k,\varepsilon}$

$$\left. \begin{aligned} \text{中間支柱: } & Z_{k,\varepsilon} = V_{k,\varepsilon}^0 - V_{k+1,\varepsilon} + \delta_{k,\varepsilon} \\ \text{端支柱: } & Z_{1,\varepsilon} = V_{1,\varepsilon}^0 - V_{0,\varepsilon}^0 + \rho \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここに、 $\delta_{k,\varepsilon}$ : Kronecker の記号 ( $k=i, \delta_{k,\varepsilon}=1; k \neq i, \delta_{k,\varepsilon}=0$ )  
 $\rho$ : 側径間を単純桁と考えた時の反力

上述 (1)~(6) 式において、 $l_1$ : 左側径間の支間、 $l_2$ : 中央径間の支間、 $l_3$ : 右側径間の支間、 $\lambda$ : 格間長、 $(n+1)$ : 格間数、 $O_k$ : 中央径間の  $k$  格点における上弦材の長さ、 $O'_k$ : 中央径間上弦材の換算長  $= O_k (I_c / I_k^0)$ 、 $U_k$ : 中央径間の  $k$  格点における下弦材の長さ、 $U'_k$ : 中央径間下弦材の換算長  $= U_k (I_c / I_k^u)$ 、 $F_k^0$ : 中央径間の  $k$  格点における上弦材の断面積、 $F_k^u$ : 中央径間の  $k$  格点における下弦材の断面積、 $I_k^0$ : 同上の上弦材の慣性モーメント、 $I_k^u$ : 同上の下弦材の慣性モーメント、 $I'_k = O'_k + U'_k$ 、 $I_c$ : 標準慣性モーメント、 $I_s$ : 側径間の慣性モーメント、 $t_k \doteq (U'_k + U'_{k+1}) / (l_k + l_{k+1})$ 、 $1-t_k \doteq (O'_k + O'_{k+1}) / (l_k + l_{k+1})$ 、 $m_{ek}$ :  $k$  格点における単純桁としての曲げモーメント、 $H^H$ : 側径間を考えない場合の水平反力、その他の記号については、研究報告第 1 報参照のこと。

### G. 上・下弦材の軸方向断面応力度 $\sigma_x$

$$\left. \begin{aligned} \text{上弦材: } & \sigma_x = \pm (M / I^0) y \\ \text{下弦材: } & \sigma_y = N / F^u \pm (M / I^u) y \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ここに、 $M$ : 曲げモーメント  
 $I^0, I^u$ : 上弦材及び下弦材の慣性モーメント  
 $N$ : 軸力  
 $y$ : 中立軸よりの垂直距離  
 $F^u$ : 下弦材の断面積

## H. たわみ

$$1 \cdot \delta = \int \bar{M}(M/EI) ds + \int \bar{N}(N/EA) ds + \int \bar{Q}(Q/GA) ds \quad (8)$$

ここに、 $M, N, Q$ : 実際荷重による部材の曲げモーメント, 軸力, せん断力  
 $\bar{M}, \bar{N}, \bar{Q}$ : 単位荷重  $P=1$  が載った場合の部材の曲げモーメント, 軸力, せん断力

### 2. 実験応力解式<sup>4),5)</sup>

光弾性実験の応力解析としては、主応力和 ( $\sigma_1 + \sigma_2$ ) を求めることにより  $\sigma_1$  及び  $\sigma_2$  の単独値を決定する方法、等傾線と等色線を基として平面応力問題における平衡方程式を補助に用いて解く図式積分法、主応力の単独値測定解析法など種々あるが、その中で最も実用性に富む確実な方法とされているせん断応力差積分法を採用することとする。

そこで、平面応力問題における応力の平衡方程式を積分して  $\sigma_x, \sigma_y$  に関する基本式を求め、せん断応力差積分法による応力解析の原理に従って  $\tau_{yx}, \sigma_y, \sigma_x$  などの解式を誘導すれば、次式の通りとなる。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{yx} &= (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\theta / 2 \\ \sigma_y &= (\sigma_y)_0 - \sum \Delta \tau_{yx} \\ \sigma_x &= \sigma_y - (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta \end{aligned} \right\} (9)$$

ここに、 $\sigma_1 - \sigma_2$ : 主応力差  $= (S/d)n$  (kg/mm<sup>2</sup>)  
 $S$ : フリンジ応力 (kg/mm)  
 $n$ : 縞次数 (等色線より求まる)  
 $d$ : 板厚 (mm)  
 $(\sigma_y)_0$ :  $y=0$  の時、すなわち上縁の  $\sigma_y$  (kg/mm<sup>2</sup>)  
 $\theta$ :  $y$  軸と主応力  $\sigma_1$  の方向との間の角 (等傾線より求まる)  
 $\Delta \tau_{yx}$ : 間隔  $\Delta x$  はなれた断面の  $\tau_{yx}$  の差

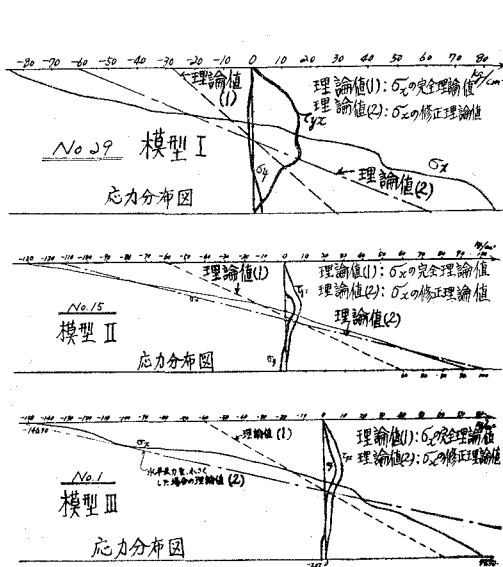
## VI. 各模型の実験解析値及び理論計算値の比較

### 1. 中央径間の各格間における上・下弦材の断面応力度分布

上述の理論解式及び実験応力解式によって求めた結果を図に示せば、図-9~図-20の通りとなる。なお、図の中に示されている理論値(1)、理論値(2)とは、それぞれ、両中間支点構造が固定ヒンジよりなる  $\sigma_x$  の完全理論値及び両中間支点の水平移動を許容した場合の  $\sigma_x$  の修正理論値(水平反力を完全理論の75%と仮定して計算した値)を示すものとする。

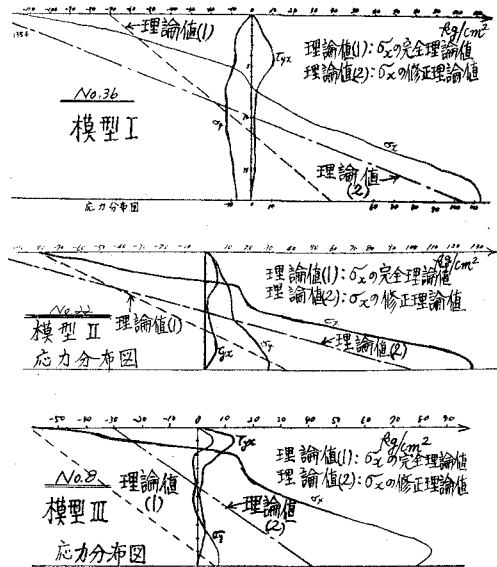
### 2. 支間中央点における下弦材の中心軸たわみ

(8)式により、支間中央点における下弦材の中心軸たわみを求め、実験たわみと比較すれば、表-3の通りとなる。



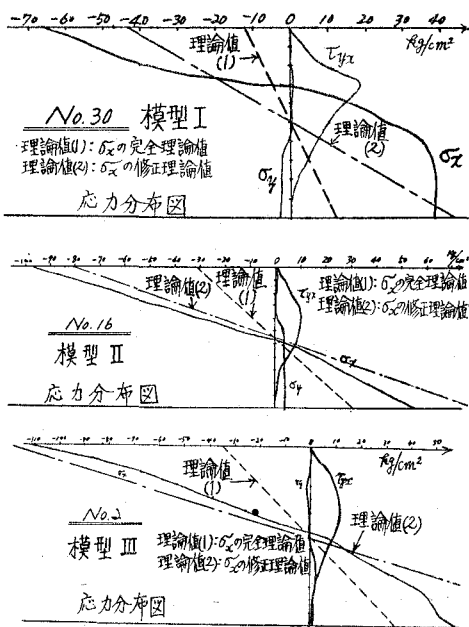
(注) 各模型とも  $P=5.0\text{ kg}$  の場合

図-9 中央径間の第3格間右端(支間中央部)における上弦材の断面応力度分布



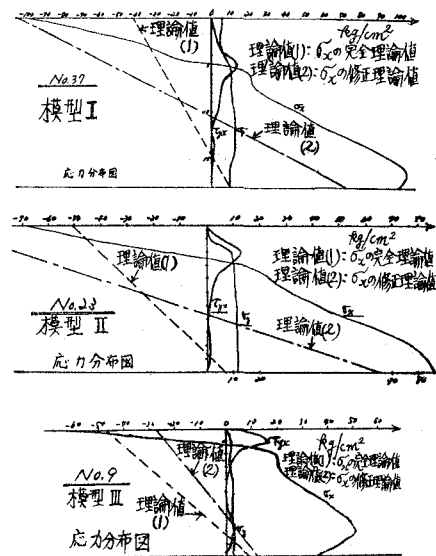
(注) 各模型とも  $P=5.0\text{ kg}$  の場合

図-10 中央径間の第3格間右端(支間中央部)における下弦材の断面応力度分布



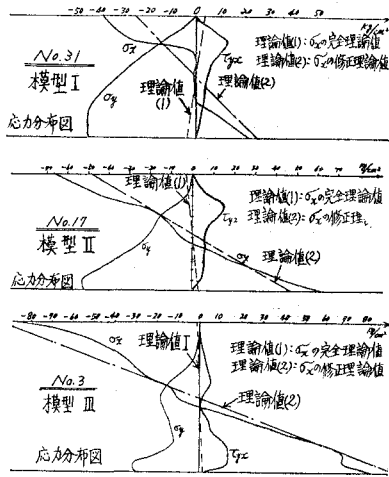
(注) 各模型とも  $P=5.0\text{ kg}$  の場合

図-11 中央径間の第3格間中央点における上弦材の断面応力度分布



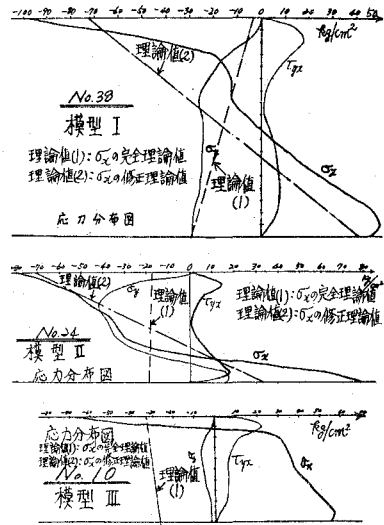
(注) 各模型とも  $P=5.0\text{ kg}$  の場合

図-12 中間径間の第3格間中央点における下弦材の断面応力度分布



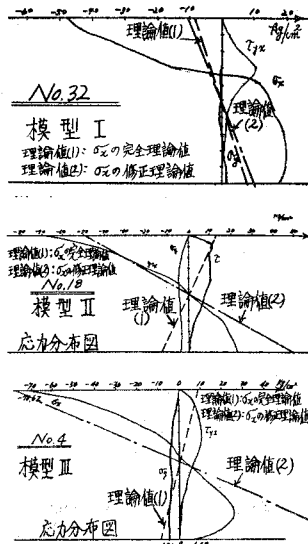
(注) 各模型とも  $P=5.0 \text{ kg}$  の場合

図-13 中央径間の第3格間左端における上弦材の断面応力度分布



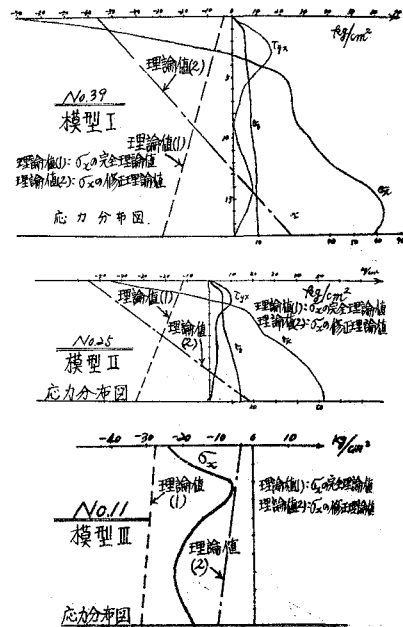
(注) 各模型とも  $P=5.0 \text{ kg}$  の場合

図-14 中央径間の第2格間右端における下弦材の断面応力度分布



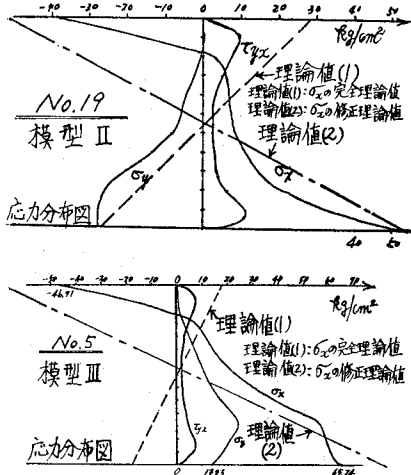
(注) 各模型とも  $P=5.0 \text{ kg}$  の場合

図-15 中央径間の第2格間中央点における上弦材の断面応力度分布



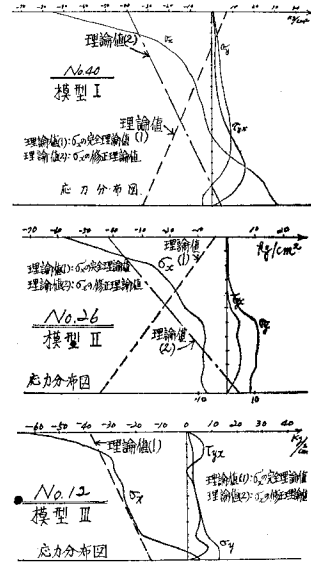
(注) 各模型とも  $P=5.0 \text{ kg}$  の場合

図-16 中央径間の第2格間中央点における下弦材の断面応力度分布



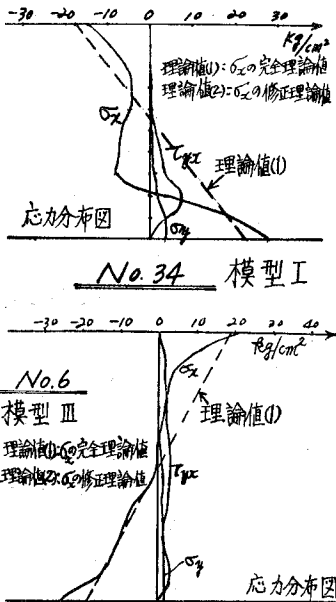
(注) 各模型とも  $P=5.0 \text{ kg}$  の場合 (模型 I は省略)

図—17 中央径間の第2格間左端における上弦材の断面応力度分布



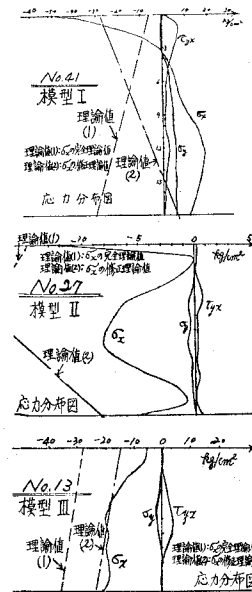
(注) 各模型とも  $P=5.0 \text{ kg}$  の場合

図—18 中央径間の第1格間右端における下弦材の断面応力度分布



(注) 各模型とも  $P=5.0 \text{ kg}$  の場合 (模型 II は省略)

図—19 中央径間の第1格間中央点における上弦材の断面応力度分布



(注) 各模型とも  $P=5.0 \text{ kg}$  の場合

図—20 中央径間の第1格間中央点における下弦材の断面応力度分布

表-3 支間中央点における下弦材中心軸のたわみ (mm)

種 別	理論たわみ (1)		理論たわみ (2)		実験たわみ	
	模型断面	換算断面	模型断面	換算断面	模型断面	換算断面
模 型 I	0.26	0.24	0.36	0.34	0.73	0.65
模 型 II	0.39	0.30	0.55	0.42	0.94	0.72
模 型 III	0.52	0.52	0.73	0.73	0.82	0.82

(注) 模型断面: 模型通りの断面, 換算断面: 上・下弦材の合計断面積を模型 III のそれに等しくなるよう上・下弦材とも同率に修正した断面

なお, 理論たわみ (1), 理論たわみ (2) は, それぞれ, 両中間支点を固定ヒンジと仮定した場合の理論たわみ値と両中間支点の水平移動を許容し, 水平反力を 75% に減じた場合の理論たわみ値を示すものとする。

エポキシ樹脂による光弾性模型では, 連続桁式逆ローゼ橋の中間支承におけるような固定ヒンジ支承構造とすることは非常に困難なので, 軸方向断面応力度  $\sigma_x$  及びたわみ  $\delta$  の計算に修正理論を採用し, 実験値に幾分でも接近する理論値を求めて比較に供した次第である。

## VII. 考 察

### 1. 理論計算値と実験値の比較

断面応力度  $\sigma_x$  の分布をみればわかる通り, 各模型とも実験値の方がかなり大きくなっているようであるが, これは中間支点の構造が理論では固定ヒンジと仮定しているのに模型では可動であるため, 水平反力がかなり減少していると考えられ差を生じたものと判断出来る。このことは, また支間中央点の実験たわみはその理論たわみよりもかなり大きくなっている事実からも確認出来るであろう。

また, 模型の支点構造の実状を考慮に入れた修正理論 (水平反力を 75% に減少したのもの) による計算値は, 断面応力度  $\sigma_x$  及びたわみ  $\delta$  とも実験値にかなり近接する傾向にあったので, 上述の判断・考察の妥当なことが実証出来たものと思う。

その他理論計算値と実験値の間に差異の生ずる原因としては, 模型における上・下弦材と支柱 (端支柱・中間支柱) との連結構造が理論通りヒンジになっていないこと, 実験解析に用いた等傾線にも幾分不明点のあること, エポキシ樹脂板の常温における諸定数にも試験片により多少の差異の生ずることがあることなどを挙げる事が出来ると思う。

### 2. 模型 I, II, III の比較

#### A. 水平反力

模型 I, II, III の水平反力を理論値より比較してみると, 表-4 の通りとなり, 模型 I の場合が最も小さくなっている。

表-4 各模型の水平反力理論値

種 別	水平反力 (kg)
模 型 I	5.626
模 型 II	6.803
模 型 III	6.795

## B. 支点モーメント

支点モーメントの理論値は模型 I, II, III の順に大きくなっている。

## C. た わ み

支間中央点のたわみはすでに表-3 に示した通り、理論値・実験値とも模型 I の場合が最小となっている。

## D. 断面応力度分布

断面応力度における  $\max \sigma_x$  の和を理論値・実験値それぞれについて求めてみたが、何れも模型 I, II, III の順に大きくなっている。

上・下弦材各断面における応力度分布を総合的に判断し、模型 I が最も有利なものと思う。

要するに、3種類の模型の中、断面応力度分布・支点モーメント・たわみなどよりみて、模型 I すなわち上弦材に比べ下弦材（アーチ部材）の大きい型式のものが有利と考えられ、最適弦材分配率はアーチを主体とした逆ローゼ型式にあると推定される。

ただし、この実験では集中線荷重を支間中央部上弦材の上面に載荷しただけのものであるから、等分布荷重など載荷した場合は勿論変化すると思うがその傾向においては近接するのではないかと判断する。

## VIII. 結 言

各模型とも、中間支点の構造を不完全固定ヒンジと仮定し水平反力を 75% に減少して計算すれば、理論と実験による断面応力度分布傾向はかなり近接することを確認出来たし、また支間中央点のたわみにおいても同様の傾向が明らかにされた。

各模型の比較では、理論と実験の何れの場合にも同様に、アーチ部材の断面積の方が上弦材に比べて大きな模型 I のような型式の有利なことが明白になった。このことは、研究報告第 1 報<sup>1)</sup> において発表した結論と同一傾向であり注目に価するものと思う。

最後に、本研究に対しては本学土木工学科の卒業生、浅利和彦・大石智章の両君に在学中ご協力頂いたことを付し、心から謝意を表する次第である。 (昭和 48 年 5 月 19 日受理)

## 文 献

- 1) 中村作太郎：室蘭工業大学研究報告（理工編），第 7 巻 第 3 号，211（1972）。
- 2) 中村作太郎・志村政雄：土木学会第 27 回年次学術講演会講演概要集，I-238，703（1972）。
- 3) 辻 二郎・西田正孝・河田幸三：光弾性実験法，10（1965），日刊。
- 4) 中村作太郎・志村政雄：室蘭工業大学研究報告（理工編），第 6 巻 第 2 号，350（1968）。
- 5) 応用測定技術研究会：応力測定法，549（1955），朝倉。