室蘭工業大学研究報告. 理工編 第8巻第2号 全1冊

室 蘭 工 業 大 学

研 究 報 告

理 工 編

第八巻　第二号

昭和四十九年十月

MEMOIRS

OF

THE MURORAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY

Science and Engineering

VOl. 8,　NO. 2

Oct., 1974

MURORAN HOKKAIDO

JAPAN

Editing Committee

All communications regarding the memoirs should be addressed to the chairman of the committee.

These publications are issued at irregular intervals. They consist of two parts, Science and Engineering and Cultural Science. When they amount to four numbers, they form one volume.

室蘭工業大学研究報告　第八巻 第二号

理　工　編

目　次

軸力のみを受ける部材のサブオプティミゼーションとその応用*

杉 本 博 之

Suboptimizrtion of Axial Member and Its Application

Hiroyuki Sugimoto

Abstract

A lot of reports were presented in the field of optimum design in these past 10 years. Some of them presented the optimum design of steel structures, others presented that of prestressed concrete bridges and so on. Many nonlinear programming methods were also studied.

A few problems were pointed out. One of them is an application of optimum design to real structures which consist of many members and are complex.

It is argued that suboptimization is necessary for optimum design to decrease the design variables.

This paper presents the exact solution of suboptimization of axial member with box or H-section and every kind of steel, and applies the solution to the fully stressed design of axial members.

The details of the structural design referred to are in the Highway Bridge Specification of 1972.

1. まえがき

構造総合あるいは最適設計という分野が最近注目されており，各方面（種々の鋼橋，プレストレストコンクリート橋等）に応用され，線形計画法，非線形計画法，動的計画法等を用いて多くの研究がなされている。

筆者はすでに，全応力設計の結果を利用する最適設計法を，修正全応力最適設計法として提案，発表している。ここで，全応力設計とは，従来の経験的な方法ではなく，部材断面の最適設計（サブオプティミゼーション）の結果を用いるものである。

本論文は，軸力のみを受ける部材（以下軸力部材とする）のサブオプティミゼーションと，その全応力設計への応用に関する数式をまとめたものであり，一般的な非線形計画法による最適設計にも応用できるものである。

細部の規定は，道路橋示方書（以下道示とする）昭和48年に従っている。

---

* 本論文は，北海道大学審査学位論文「アーチ系橋梁の最適設計と構造特性に関する研究」の1部である。

2. 記号の定義

x_1, x_2, x_3, x_f, B； 各断面寸法 (cm)
A； 断　面　積 (cm^2)
r； 断面2次半径 (cm)
l； 部　材　長 (cm)
σ_{ca}； 許容軸方向圧縮応力度 (kg/cm^2)
$k_1 \sim k_7$； 道示に規定されている各定数 (表-1参照)
$a_1, a_2, b_1, b_2, a, b, c$； 最適断面における $r-A$ 関係式の各係数 (付表参照)
F_0； 作用軸力 (kg)

表—1

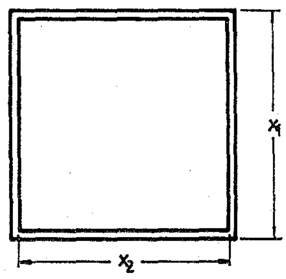
	SS41, SM41 SMA41	SM50	SM53, SM53Y SMA53	SM58 SMA58
k_1	1400	1900	2100	2600
k_2	20	15	14	14
k_3	93	80	76	67
k_4	8.4	13	15	21
k_5	6700	5000	4500	3600
k_6	40	34	32	28
k_7	13	12	11	10

3. サブオプティミゼーション

軸力のみを受ける正方形断面，内幅 B を拘束された箱形断面，H 形断面の最適設計の結果を以下に示す。ただし，軸方向圧縮力を受ける場合である。

(1) 正方形断面

図-1 に示す正方形断面の最適設計の結果は次のようになる。



図—1

① $2.56 \leqq A \leqq 2.56\,(k_6+1)$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= 0.3125\,A+0.8 \\ x_2 &= 0.3125\,A-0.8 \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

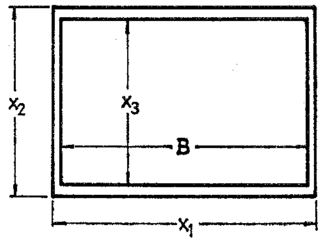
$$r = \sqrt{\frac{(0.3125\,A)^2+0.64}{6}} \quad (2)$$

② $2.56\,(k_6+1) < A$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \frac{k_6+2}{2\sqrt{k_6+1}}\sqrt{A} \\ x_2 &= \frac{k_6}{2\sqrt{k_6+1}}\sqrt{A} \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

$$r=\sqrt{\frac{k_6^2+2k_6+2}{24(k_6+1)}}\sqrt{A} \quad (4)$$

(2) 内幅を拘束された箱形断面



図—2

図-2に示す箱形断面の最適設計の結果は次のようになる。

i) $B \leqq 0.8k_6$

① $1.6(B+1.6) \leqq A \leqq 1.6(2B+1.6)$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= B+1.6 \\ x_2 &= 0.625A-B \\ x_3 &= 0.625A-(B+1.6) \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

$$r=a_1A+b_1 \quad (6)$$

② $1.6(2B+1.6)<A$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= x_2=\sqrt{B^2+A} \\ x_3 &= B \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

$$r=\sqrt{\frac{2B^2+A}{12}} \quad (8)$$

ii) $B>0.8k_6$

① $\frac{2B}{k_6}(B+1.6) \leqq A \leqq \frac{2B}{k_6}(B+1.6)+1.28k_6$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= B+1.6 \\ x_2 &= 0.625A-1.25\frac{B^2}{k_6} \\ x_3 &= 0.625A-\frac{2B(0.625B+1)}{k_6} \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

$$r=a_1A+b_1 \quad (10)$$

② $\frac{2B}{k_6}(B+1.6)+1.28k_6<A \leqq \left(\frac{2B}{k_6}\right)^2(1+k_6)$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= B-\frac{2}{k_6}\left(\frac{B}{k_6}-\sqrt{\left(\frac{B}{k_6}\right)^2-\left(B^2-\frac{k_6A}{2}\right)}\right) \\ x_2 &= \frac{B}{k_6}+\sqrt{\left(\frac{B}{k_6}\right)^2-\left(B^2-\frac{k_6A}{2}\right)} \\ x_3 &= -\frac{B}{k_6}+\sqrt{\left(\frac{B}{k_6}\right)^2-\left(B^2-\frac{k_6A}{2}\right)} \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

$$r=\sqrt{a_2A+b_2} \quad (12)$$

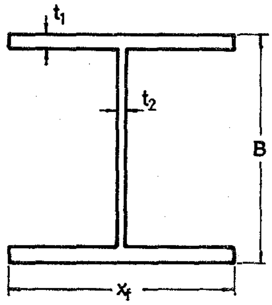
③ $\left(\frac{2B}{k_6}\right)^2(1+k_6)<A$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= x_2=\sqrt{B^2+A} \\ x_3 &= B \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

$$r=\sqrt{\frac{2B^2+A}{12}} \tag{14}$$

ここで，断面2次半径—断面積の関係式において，a_1, a_2, b_1, b_2 等の係数は，それぞれの区間の厳密に導かれた断面寸法の式を用い，区間の両端の値を用いて決定することができる。付表1〜4は，それらを各鋼材ごとにまとめたものである。表中，$A_{\min}$, A_1, A_2 は，$r-A$ 曲線式を形成する曲線群の境界の部材断面積である。

(3) H 形 断 面



図—3

図-3 に示すH形断面の最適設計の結果は次のようになる。

① $B \leqq 0.8k_5+1.6$ かつ $A \leqq 0.8B+2.56k_7$

$$\left.\begin{aligned} t_1 &= t_2 = 0.8 \\ x_f &= \frac{A-0.8B}{1.6}+0.8 \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

② $B>0.8k_6+1.6$ かつ $A \leqq B(B-1.6/k_6+2.56k_7$

$$\left.\begin{aligned} t_1 &= 0.8 \\ t_2 &= \frac{B-1.6}{k_6} \\ x_f &= \frac{1}{1.6}\left\{A-\frac{(B-1.6)^2}{k_6}\right\} \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

③ $B<0.8k_6+1.6$ かつ $A \geqq 0.8B+2.56k_7$ あるいは

$B \geqq 0.8k_6+1.6$ かつ $A \geqq 0.8B+(B-0.8k_6)^2k_7$

$$\left.\begin{aligned} t_1 &= \frac{0.5(x_f-0.8)}{k_7} \\ t_2 &= 0.8 \\ x_f &= 0.8+\sqrt{k_7(A-0.8B)} \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

④ $A>B(B-1.6)/k_6+2.56k_7$ かつ $A<0.8B+(B-0.8k_6)^2k_7$

$$\left.\begin{aligned} t_1 &= \frac{0.5(k_6x_f-B)}{k_6k_7-1} \\ t_2 &= \frac{Bk_7-x_f}{k_6k_7-1} \\ x_f &= \frac{B(3k_6k_7-1)+\sqrt{B^2(3k_6k_7-1)^2-4k_6^2k_7\{B^2k_6k_7^2-(k_6k_7-1)^2A\}}}{2k_6^2k_7} \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

また，$r-A$ 曲線は次のようになる。

$$A \leqq A_{**}\,;\quad r=\sqrt{aA^2+bA+C} \tag{19}$$

$$A > A_{**}\,;\quad r=r_u \tag{20}$$

ここで，r_u は次式で計算することができる。

$$\left.\begin{aligned} r_u &= 0.458\,B-0.25 \quad (\mathrm{SM\,41}) \\ r_u &= 0.455\,B-0.23 \quad (\mathrm{SM\,50}) \\ r_u &= 0.452\,B-0.22 \quad (\mathrm{SM\,53}) \\ r_u &= 0.449\,B-0.21 \quad (\mathrm{SM\,58}) \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

式(19)において，係数 a, b, c は，区間内の任意の断面積に対して厳密に計算された断面2次半径より計算することができる。それらを各鋼種ごとにまとめたのが，付表5～8である。

4. 修正全応力設計法

サブオプティミゼーションの結果を利用して，単一部材に軸方向圧縮力 F_0 が作用した場合の最適断面の計算方法を以下に示す。

それは，次の式を断面積 A について解くことになる。各断面寸法は，断面積 A の関数としてすでに誘導されている。

$$F_0 = A\times\sigma_{ca} \tag{22}$$

許容軸方向圧縮応力度 σ_{ca} は，道示により以下のように定められている。

$$\sigma_{ca} = j_1\times\left[k_1-j_2 k_4\left(\frac{l}{r}-k_2\right)\right]+(1-j_1)\times\frac{1.2\times10^7}{k_5+\left(\dfrac{l}{r}\right)^2} \tag{23}$$

ここで，

$$\begin{aligned} l/r\leqq k_2\,;&\quad j_1=1,\quad j_2=0 \\ k_2<l/r<k_3\,;&\quad j_1=1,\quad j_2=1 \\ k_3\leqq l/r\quad\;;&\quad j_1=0,\quad j_2=1 \end{aligned}$$

式(23)及び式(2), (4), (6), (8), (10), (12), (14), (19), (20)を式(22)に代入することにより求める A を計算することができる。それらを各断面形ごとに以下に示す。

(1) 正方形断面

道示により許容軸方向圧縮応力度は3つの曲線に分かれている。それぞれの曲線の境界の断面積及び許容軸方向圧縮力を A_l, $F_l\,(l/r=120)$, A_m, $F_m\,(l/r=k_3)$, A_u, $F_u\,(l/r=k_2)$, また，最適な断面における $r-A$ 曲線は2つの部分に分かれており，その境界の断面積及び許容軸方向圧縮力を A_1, F_1 とする。

上に述べた定義より，F_l, F_m, F_u は次式で表現できる。

$$\left.\begin{aligned} F_l &= A_l\times\frac{1.2\times10^7}{k_5+14400} \\ F_m &= A_m\times\{k_1-k_4(k_3-k_2)\} \\ F_u &= A_u\times k_1 \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

また，

$$A_1 = 2.56\,(k_6+1)$$

であり，$A \leqq A_1$ において

$$r = \sqrt{\frac{(0.3125\,A)^2+0.64}{6}} \fallingdotseq 0.1276\,A$$

と仮定する。さらに，

$$Z = \sqrt{\frac{k_6^2+2k_6+2}{24\,(k_6+1)}}$$
$$L_1 = 39.192\sqrt{k_6^2+2k_6+2}$$
$$L_2 = 0.3266\,k_3\sqrt{k_6^2+2k_6+2}$$
$$L_3 = 0.3266\,k_2\sqrt{k_6^2+2k_6+2}$$

とすると，A_l, A_m, A_u は，与えられた部材長により以下のように定義される。

$$\text{i)}\quad l \leqq L_3;\quad \left.\begin{array}{ll} A_l = l/15.312, & A_m = l/(0.1276\,k_3) \\ A_u = l/(0.1276\,k_2) & \end{array}\right\} \tag{25}$$

$$\text{ii)}\quad L_3 < l \leqq L_2;\quad \left.\begin{array}{ll} A_l = l/15.312, & A_m = l/(0.1276\,k_3) \\ A_u = \{l/(k_2 Z)\}^2 & \end{array}\right\} \tag{26}$$

$$\text{iii)}\quad L_2 < l \leqq L_1;\quad \left.\begin{array}{ll} A_l = l/15.312, & A_m = \{l/(k_3 Z)\}^2 \\ A_u = \{l/(k_2 Z)\}^2 & \end{array}\right\} \tag{27}$$

$$\text{iv)}\quad L_1 < l;\quad \left.\begin{array}{ll} A_l = \{l/(120\,Z)\}^2, & A_m = \{l/(k_3 Z)\}^2 \\ A_u = \{l/(k_2 Z)\}^2 & \end{array}\right\} \tag{28}$$

以上の諸量を決定しておくことにより，外力 F_0 が与えられると部材断面積は以下のように決定することができる。

① $F_0 \geqq F_u$

$$A = \frac{F_0}{k_1} \tag{29}$$

② $F_u > F_0 \geqq F_m$

a) $l \leqq L_3$

$$A = \frac{k_4\,l/0.1276+F_0}{k_1+k_2\,k_4} \tag{30}$$

b) $L_3 < l \leqq L_2$

$$F_1 = A_1 \times \left\{k_1 - k_4\left(\frac{l}{Z\sqrt{A_1}} - k_2\right)\right\}$$

・ $F_0 < F_1$

$$A = \frac{k_4\,l/0.1276+F_0}{k_1+k_2\,k_4} \tag{31}$$

・$F_0 \geqq F_1$

$$A=\left\{\frac{k_4 l/Z+\sqrt{(k_4 l/Z)^2+4F_0(k_1+k_2 k_4)}}{2(k_1+k_2 k_4)}\right\}^2 \tag{32}$$

c） $L_2<l$

$$A=\left\{\frac{k_4 l/Z+\sqrt{(k_4 l/Z)^2+4F_0(k_1+k_2 k_4}}{2(k_1+k_2 k_4)}\right\} \tag{33}$$

③　$F_m>F_0 \geqq F_l$

a） $l \leqq L_2$

$$1.2\times10^7 A^3-k_5 F_0 A^2-F_0\left(\frac{l}{0.1276}\right)^2=0 \tag{34}$$

この3次方程式の最大実根。

b） $L_2<l \leqq L_1$

$$F_1=A_1\times\frac{1.2\times10^7}{k_5+\left(\frac{l}{Z\sqrt{A}}\right)^2}$$

・$F_0<F_1$

$$1.2\times10^7 A^3-k_5 F_0 A^2-F_0\left(\frac{l}{0.1276}\right)^2=0 \tag{35}$$

この3次方程式の最大実根。

・$F_0 \geqq F_1$

$$A=\frac{k_5 F_0+\sqrt{(k_5 F_0)^2+4.8\times10^7 l^2 F_0/Z^2}}{2.4\times10^7} \tag{36}$$

c） $L_1<l$

$$A=\frac{k_5 F_0+\sqrt{(k_5 F_0)^2+4.8\times10^7 l^2 F/Z^2}}{2.4\times10^7} \tag{37}$$

④　$F_0<F_l$

$$A=A_l \tag{38}$$

(2) 内幅を拘束された箱形断面

正方形断面の場合と考え方は同様である。

まず最初に，A_l, A_m, A_u, F_l, F_m, F_u 及び A_1, F_1, $B>0.8k_6$ の場合は $r-A$ 曲線が3つに分かれるのでさらに A_2, F_2 を求めておく。

①　$B \leqq 0.8k_6$；　$A_1=1.6(2B+1.6)$

$$\left.\begin{array}{ll}\text{a）}\ l \leqq k_2\sqrt{\dfrac{2B^2+A_1}{12}}; & A_l=\dfrac{l/120-b_1}{a_1}\\ A_m=\dfrac{l/k_3-b_1}{a_1}, & A_u=\dfrac{l/k_2-b_1}{a_1}\end{array}\right\} \tag{39}$$

$$F_1 = A_1 k_1 \tag{40}$$

b) $k_2\sqrt{\dfrac{2B^2+A_1}{12}} < l \leqq k_3\sqrt{\dfrac{2B^2+A_1}{12}}$;

$$\left.\begin{aligned} &A_l = \frac{l/120-b_1}{a_1} \\ &A_m = \frac{l/k_3-b_1}{a_1}, \qquad A_u = 12\left(\frac{l}{k_3}\right)^2-2B^2 \end{aligned}\right\} \tag{41}$$

$$F_1 = A_1\times\left\{k_1-k_4\left(\frac{l}{\sqrt{(2B^2+A_1)/12}}-k_2\right)\right\} \tag{42}$$

c) $k_3\sqrt{\dfrac{2B^2+A_1}{12}} < l \leqq 120\sqrt{\dfrac{2B^2+A_1}{12}}$;

$$\left.\begin{aligned} &A_l = \frac{l/120-b_1}{a_1} \\ &A_m = 12\times\left(\frac{l}{k_3}\right)^2-2B^2, \qquad A_u = 12\times\left(\frac{l}{k_2}\right)^2-2B^2 \end{aligned}\right\} \tag{43}$$

$$F_1 = A_1\times\frac{1.2\times10^7}{k_5+(l/\sqrt{2B^2+A_1)/12})^2} \tag{44}$$

d) $120\sqrt{\dfrac{2B^2+A_1}{12}} < l$;

$$\left.\begin{aligned} &A_l = 12\times\left(\frac{l}{120}\right)^2-2B^2 \\ &A_m = 12\times\left(\frac{l}{k_3}\right)^2-2B^2, \qquad A_u = 12\times\left(\frac{l}{k_2}\right)^2-2B^2 \end{aligned}\right\} \tag{45}$$

$$F_1 = A_1\times\frac{1.2\times10^7}{k_5+(l/\sqrt{(2B^2+A_1/12})^2} \tag{46}$$

② $B>0.8\,k_6$

$$A_1 = \frac{2B}{k_6}(B+1.6)+1.28\,k_6, \qquad A_2 = \left(\frac{2B}{k_6}\right)^2(1+k_6)$$

$$R_1 = \frac{l}{a_1 A_1+b_1}, \qquad R_2 = \frac{l}{\sqrt{(2B^2+A_2)/12}}$$

a) $R_1 \leqq k_2$ かつ $R_2 \leqq k_2$;

$$A_l = \frac{l/120-b_1}{a_1}, \qquad A_m = \frac{l/k_3-b_1}{a_1}, \qquad A_u = \frac{l/k_2-b_1}{a_1} \tag{47}$$

$$F_1 = A_1\times{}_1k, \qquad F_2 = A_2\times k_1 \tag{48}$$

b) $k_2 < R_1 \leqq k_3$ かつ $R_2 \leqq k_2$;

$$A_l = \frac{l/120-b_1}{a_1}, \qquad A_m = \frac{l/k_3-b_1}{a_1}, \qquad A_u = \frac{(l/k_2)^2-b_2}{a_2} \tag{49}$$

$$F_1 = A_1\times\{k_1-k_4(R_1-k_2)\}, \qquad F_2 = A_2\times k_1 \tag{50}$$

c) $k_2 < R_1 \leqq k_3$ かつ $k_2 < R_2 \leqq k_3$;

$$A_l = \frac{l/120-b_1}{a_1}, \qquad A_m = \frac{l/k_3-b_1}{a_1}, \qquad A_u = 12\times\left(\frac{l}{k_2}\right)^2-2B^2 \tag{51}$$

$$F_1 = A_1\times\{k_1-k_4(R_1-k_2)\}, \qquad F_2 = A_2\times\{k_1-k_4(R_2-k_2)\} \tag{52}$$

d) $k_3 < R_1 \leqq 120$ かつ $R_2 \leqq k_2$

$$A_l = \frac{l/120 - b_1}{a_1}, \qquad A_m = \frac{(l/k_3)^2 - b_2}{a_2}, \qquad A_u = \frac{(l/k_2)^2 - b_2}{a_2} \tag{53}$$

$$F_1 = A_1 \times \frac{1.2\times 10^7}{k_5 + R_1^2}, \qquad F_2 = A_2 \times k_1 \tag{54}$$

e） $k_3 < R_1 \leqq 120$ かつ $k_2 < R_2 \leqq k_3$

$$A_l = \frac{l/120 - b_1}{a_1}, \qquad A_m = \frac{(l/k_3)^2 - b_2}{a_2}, \qquad A_u = 12\times\left(\frac{l}{k_2}\right)^2 - 2B^2 \tag{55}$$

$$F_1 = A_1 \times \frac{1.2\times 10^7}{k_5 + R_1^2}, \qquad F_2 = A_2 \times \{k_1 - k_4(R_2 - k_2)\} \tag{56}$$

f） $k_3 < R_1 \leqq 120$ かつ $k_3 < R_2 \leqq 120$

$$A_l = \frac{l/120 - b_1}{a_1}, \qquad A_m = 12\times\left(\frac{l}{k_3}\right)^2 - 2B^2, \qquad A_u = 12\times\left(\frac{l}{k_2}\right)^2 - 2B^2 \tag{57}$$

$$F_1 = A_1 \times \frac{1.2\times 10_7}{k_5 + R_1^2}, \qquad F_2 = A_2 \times \frac{1.2\times 10^7}{k_5 + R_2^2} \tag{58}$$

g） $R_1 > 120$ かつ $R_2 \leqq k_2$

$$A_l = \frac{(l/120)^2 - b_2}{a_2}, \qquad A_m = \frac{(l/k_3)^2 - b_2}{a_2}, \qquad A_u = \frac{(l/k_2)^2 - b_2}{a_2} \tag{59}$$

$$F_1 = A_1 \times \frac{1.2\times 10^7}{k_5 + R_1^2}, \qquad F_2 = A_2 \times k_1 \tag{60}$$

h） $R_1 > 120$ かつ $k_2 < R_2 \leqq k_3$

$$A_l = \frac{(l/120)^2 - b_2}{a_2}, \qquad A_m = \frac{(l/k_3)^2 - b_2}{a_2}, \qquad A_u = 12\times\left(\frac{l}{k_2}\right)^2 - 2B^2 \tag{61}$$

$$F_1 = A_1 \times \frac{1.2\times 10^7}{k_5 + R_1^2}, \qquad F_2 = A_2 \times \{k_1 - k_4(R_2 - k_2)\} \tag{62}$$

i） $R_1 > 120$ かつ $k_3 < R_2 \leqq 120$

$$A_l = \frac{(l/120)^2 - b_2}{a_2}, \qquad A_m = 12\times\left(\frac{l}{k_3}\right)^2 - 2B^2, \qquad A_u = 12\times\left(\frac{l}{k_2}\right)^2 - 2B^2 \tag{63}$$

$$F_1 = A_1 \times \frac{1.2\times 10^7}{k_5 + R_1^2}, \qquad F_2 = A_2 \times \frac{1.2\times 10^7}{k_5 + R_2^2} \tag{64}$$

j） $R_1 > 120$ かつ $R_2 > 120$

$$A_l = 12\left(\frac{l}{120}\right)^2 - 2B^2, \quad A_m = 12\left(\frac{l}{k_3}\right)^2 - 2B^?, \quad A_u = 12\left(\frac{l}{k_2}\right)^2 - 2B^2 \tag{65}$$

$$F_1 = A_1 \frac{1.2\times 10^7}{k_5 + R_1^2}, \qquad F_2 = A_2 \times \frac{1.2\times 10^7}{k_5 + R_2^2} \tag{66}$$

以上の式をもちいると，F_l, F_m, F_u は以下のように計算される。

$$\left.\begin{aligned} F_l &= A_l \frac{1.2\times 10^7}{k_5 + 14400} \\ F_m &= A_m \times \{k_1 - k_4(k_3 - k_2)\} \\ F_u &= A_u \times k_1 \end{aligned}\right\} \tag{67}$$

これらの諸量を決定しておくことにより，外力 F_0 が与えられると部材断面積は以下のように計算される。

① $F_0 \geqq F_u$

$$A = \frac{F_0}{k_1} \tag{68}$$

② $F_u > F_0 \geqq F_m$

a) $F_0 \geqq F_1$

・$B \leqq 0.8k_6$ あるいは $B > 0.8k_6$ かつ $F_0 \geqq F_2$

$$(k_1+k_2k_4)^2A^3-\{2F_0(k_1+k_2k_4)+12k_4^2l^2-2B^2(k_1+k_2k_4)^2\}A^2+ \\ +\{F_0^2-4F_0B^2(k_1+k_2k_4)\}A+B^2F_0^2=0 \tag{69}$$

この3次方程式の $A_1 \leqq A < A_u$ あるいは $A_2 \leqq A < A_u$ なる実根。

・$B > 0.8k_6$ かつ $F_0 < F_2$

$$a_2(k_1+k_2k_4)^2A^3-\{2F_0a_2(k_1+k_2k_4)+k_4^2l^2-b_2(k_1+k_2k_4)^2\}A^2+ \\ +\{a_2F_0^2-2F_0b_2(k_1+k_2k_4)\}A+b_2F_0^2=0 \tag{70}$$

この3次方程式の $A_m \leqq A < A_2$ なる実根。

b) $F_0 < F_1$

$$A=\{k_4l+a_1F_0-b_1(k_1+k_2k_4)+\sqrt{\{k_4l+a_1F_0-b_1(k_1+k_2k_4)\}^2+ +4a_1b_1F_0(k_1+k_2k_4)}\}/\{2a_1(k_1+k_2k_4)\} \tag{71}$$

③ $F_m > F_0 \geqq F_l$

a) $F_0 \geqq F_1$

・$B \leqq 0.8k_6$ あるいは $B > 0.8k_6$ かつ $F_0 \geqq F_2$

$$A=\frac{k_5F_0}{2.4\times10^7}-B^2+\sqrt{\left(\frac{k_5F_0}{2.4\times10^7}-B^2\right)^2+\frac{F_0(k_5B^2+6l^2)}{3.6\times10^7}} \tag{72}$$

・$B > 0.8k_6$ かつ $F_0 < F_2$

$$A=\left\{\frac{a_2k_5F_0}{1.2\times10^7}-b_2+\sqrt{\left(\frac{a_2k_5F_0}{1.2\times10^7}-b_2\right)^2+\frac{a_2F_0(b_2k_5+l^2)}{0.3\times10^7}}\right\}\Big/(2a_2) \tag{73}$$

④ $F_0 < F_l$

$$A = A_l \tag{74}$$

(3) H 形 断 面

この場合も，正方形断面の場合と考え方は同じである。

まず最初に，A_l, A_m, A_u, F_l, F_m, F_u, A_1, F_1 を求めておく。

$$A_l=\frac{-b+\sqrt{b^2-4a\{c-(l/120)^2\}}}{2a} \tag{75}$$

① $l \leqq k_2 r_u$

$$A_m = \frac{-b+\sqrt{b^2-4a\{c-(l/k_3)^2\}}}{2a}, \quad A_u = \frac{-b+\sqrt{b^2-4a\{c-(l/k_2)^2\}}}{2a} \tag{76}$$

$$F_1 = k_1 A_{**} \tag{77}$$

② $k_2 r_u < l \leqq k_3 r_u$

$$A_m = \frac{-b+\sqrt{b^2-4a\{c-(l/k_3)^2\}}}{2a}, \qquad A_u = \infty \tag{78}$$

$$F_1 = A_{**} \times \{k_1 - k_4 (l/r_u - k_2)\} \tag{79}$$

③ $k_3 r_u < l \leqq 120 r_u$

$$A_m = A_u = \infty \tag{80}$$

$$F_1 = A_{**} \times \frac{1.2 \times 10^7}{k_5 + (l/r_u)^2} \tag{81}$$

ここで，A_m, A_u が無限大になる場合があるのは，$A > A_{**}$ では $r > r_u$ とはなり得ず，A_m, A_u を求めることができない場合があり，その場合仮りにそれらの断面積を無限大としている。

以上の諸量が求まると，与えられた外力 F_0 に対して部材断面積は次のように求めることができる。

① $F_0 \geqq F_u$

$$A = \frac{F_0}{k_1} \tag{82}$$

② $F_u > F_0 \geqq F_m$

a) $F_0 \geqq F_1$

$$A = \frac{F_0}{k_1 + k_4 (k_2 - l/r_u)} \tag{83}$$

b) $F_0 < F_1$

$$a(k_1+k_2k_4)^2 A^4 + (k_1+k_2k_4)\{b(k_1+k_2k_4) - 2aF_0\} A^3 + \{c(k_1+k_2k_4)^2 - \\ -2bF_0(k_1+k_2k_4) + aF_0^2 - k_4^2 l^2\} A^2 + F_0\{bF_0 - 2c(k_1+k_2k_4)\} A + cF_0^2 = 0 \tag{84}$$

この4次方程式の $A_1 > A \geqq A_m$ なる実根。

③ $F_m > F_0 \geqq F_l$

a) $F_0 \geqq F_1$

$$A = \frac{F_0\{k_5 + (l/r_u)^2\}}{1.2 \times 10^7} \tag{85}$$

b) $F_0 < F_1$

$$aA^3 + \left(b - \frac{a k_5 F_0}{1.2 \times 10^7}\right) A^2 + \left(c - \frac{b k_5 F_0}{1.2 \times 10^7}\right) A - \frac{F_0 (c k_5 + l^2)}{1.2 \times 10^7} = 0 \tag{86}$$

この3次方程式の $A_1 > A \geqq A_l$ なる実根。

④ $F_0 < F_l$

$$A = A_l \tag{87}$$

なお，以上の(1), (2), (3)において，圧縮部材の細長比の制限 $l/r \leqq 120$ は考慮されている。

5. あとがき

軸力のみを受ける部材のサブオプティミゼーション，および，その結果を利用する全応力設計（修正全応力設計）について説明した。

最適設計法を，実際に存在する橋梁のように大型で複雑な構造物に適用するには，設計変数を減少させるために，サブオプティミゼーションの存在が不可欠の条件となる。その意味で，本論文で示したサブオプティミゼーション，および，外力 F_0 に対して断面積を決定する式は，一般的な非線形計画法を用いる最適設計にも応用できるものである。

本論文の結果を利用して，トラス橋，ランガー桁橋の最適設計を行なった例が，文献(1), (2)にあるので参照されたい。

最後に，本研究は北海道大学工学部橋梁学研究室において，工博渡辺昇教授，工博稼農知徳助教授（当時）の御指導のもとで行なわれたものの一部であることを付記し，感謝の意を表したい。

（昭和49年5月20日受理）

参考文献

1) 杉本博之：土木学会論文報告集，第208号，23頁，1972年.
2) 渡辺　昇・杉本博之：土木学会第28回年次学術講演会講演概要集，208頁，1973年.

付表

付表—1　SM 41

B	a_1	b_1	a_2	b_2	$A_{\min}$	A_1	A_2
10	0.2475	− 4.13	—	—	18.56	34.56	—
20	0.2511	− 8.22	—	—	34.56	66.56	—
30	0.2524	−12.30	—	—	50.56	98.56	—
40	0.2657	−21.53	2.677	−158.7	83.20	134.40	164.00
50	0.2770	−35.02	2.838	−289.2	129.00	180.20	256.25
60	0.2846	−51.73	2.950	−457.9	184.80	236.00	369.00
70	0.2898	−71.61	3.030	−663.3	250.60	301.80	502.25
80	0.2934	−94.61	3.088	−904.3	326.40	377.60	656.00
90	0.2960	−120.7	3.131	−1180	412.20	463.40	830.25

付表—2　SM 50

B	a_1	b_1	a_2	b_2	A_{min}	A_1	A_2
10	0.2475	− 4.13	—	—	18.56	34.56	—
20	0.2511	− 8.22	—	—	34.56	66.56	—
30	0.2580	−13.88	2.192	− 79.8	55.76	99.28	109.00
40	0.2736	−26.10	2.376	−177.5	97.88	141.40	193.77
50	0.2832	−42.13	2.496	−313.9	151.76	195.28	302.77
60	0.2893	−61.89	2.577	−487.1	217.41	260.93	435.99
70	0.2933	−85.29	2.632	−695.8	294.82	338.34	593.43
80	0.2960	−112.3	2.671	−939.2	384.00	427.52	775.09
90	0.2979	−142.9	2.700	−1217	484.94	528.46	980.97

付表—3　SM 53

B	a_1	b_1	a_2	b_2	A_{min}	A_1	A_2
10	0.2475	− 4.13	—	—	18.56	34.56	—
20	0.2511	− 8.22	—	—	34.56	66.56	—
30	0.2613	−14.94	2.101	− 84.1	59.25	100.21	116.02
40	0.2762	−28.00	2.268	−184.0	104.00	144.96	206.25
50	0.2852	−45.08	2.376	−322.1	161.25	202.21	322.27
60	0.2907	−66.08	2.446	−496.5	231.00	271.96	464.06
70	0.2943	−90.93	2.494	−706.0	313.25	354.21	631.64
80	0.2967	−119.6	2.528	−950.0	408.00	448.96	825.00
90	0.2983	−152.1	2.552	−1228	515.25	556.21	1044.14

付表—4　SM 58

B	a_1	b_1	a_2	b_2	A_{min}	A_1	A_2
10	0.2475	− 4.13	—	—	18.56	34.56	—
20	0.2511	− 8.22	—	—	34.56	66.56	—
30	0.2681	−17.54	1.908	− 93.0	67.71	103.55	133.16
40	0.2812	−32.60	2.042	−197.0	118.86	154.70	236.73
50	0.2887	−52.17	2.123	−338.0	184.29	220.13	369.90
60	0.2932	−76.16	2.175	−514.4	264.00	299.84	532.65
70	0.2959	−104.5	2.210	−725.3	358.00	393.84	725.00
80	0.2976	−137.1	2.234	−970.2	466.29	502.13	946.94
90	0.2987	−174.1	2.252	−1249	588.86	624.70	1198.47

付表—5 SM 41

B	$a(\times10^{-4})$	$b(\times10^{-2})$	c	A_{**} (cm²)	r_u (cm)
10	−520.17	410.32	−62.02	45	4.33
20	5.660	99.80	−23.28	110	8.91
30	3.159	99.02	−34.28	210	13.56
40	4.374	91.83	−48.87	360	18.19
50	7.485	73.12	−59.92	570	22.74
60	10.210	51.15	−64.46	810	27.28
70	12.243	29.85	−61.14	1110	31.83
80	13.552	4.56	−49.16	1440	36.38
90	14.240	−17.80	−28.09	1830	40.92

付表—6 SM 50

B	$a(\times10^{-4})$	$b(\times10^{-2})$	c	A_{**} (cm²)	r_u (cm)
10	−1136.3	831.06	−132.87	45	4.32
20	4.809	92.75	− 21.53	115	8.89
30	1.652	95.44	− 34.50	220	13.52
40	5.158	79.71	− 48.65	390	18.06
50	8.286	59.22	− 57.35	610	22.57
60	10.774	36.15	− 58.33	880	27.08
70	12.436	12.46	− 50.28	1190	31.60
80	13.348	−10.61	− 32.45	1560	36.11
90	13.677	−32.38	− 4.43	1970	40.63

付表—7 SM 53

B	$a(\times10^{-4})$	$b(\times10^{-2})$	c	A_{**} (cm²)	r_u (cm)
10	−600.97	466.60	−71.78	40	4.30
20	4.505	84.96	−19.57	110	8.86
30	2.569	85.39	−32.14	235	13.48
40	5.328	70.63	−45.18	420	17.97
50	8.310	50.47	−52.23	660	22.46
60	10.569	28.20	−51.54	940	26.95
70	11.992	5.66	−41.88	1280	31.44
80	12.699	−16.08	−22.55	1670	35.94
90	12.875	−36.44	− 6.85	2110	40.43

付表—8　SM 58

B	$a(\times 10^{-4})$	$b(\times 10^{-2})$	c	A_{**} (cm²)	r_u (cm)
10	185.32	8.97	−5.79	40	4.28
20	3.814	77.69	−17.76	120	8.83
30	2.724	76.05	−31.70	255	13.37
40	5.804	59.72	−43.02	460	17.83
50	8.602	39.04	−47.71	710	22.28
60	10.529	16.91	−43.88	1020	26.74
70	11.598	−4.99	−30.35	1390	31.20
80	12.000	−25.73	−6.41	1810	35.66
90	11.945	−44.93	28.33	2290	40.11

堤体内浸透流に関する実験及び数値解析

藤　間　　聡

Experimental Research and Numerical Analyses of Seepage Flow in the Levee

Satoshi Toma

Abstract

The seepage problems have been done by the approximate methods, such as the flow nets, A. Casagrande's and Dupuit's methods. But these methods are unsatisfactory for the present design purposes.

For the numerical solution of seepage problems by means of a computer the finite element method is developed in recent years.

In this paper, the author presented the results of the experimental resarches of seepage through the homogeneous rectangular form aud homogeneous trapezoidal shaped levees in order to determine discharge and free top flow surface.

On the other hand, he calculated the position of the free top flow surface and discharge through above levees, using numerical method…finite element method and finite defferences method.

Experimental and numerical results correlate very well, so that two numerical methoes to solve the seepage problems are found to be useful.

I. 緒　　言

河川構造物のなかで，アースダム及び堤防等は建造地点に産出する岩石や土砂を用いるため，コンクリート構造物とは異なり，堤体内には多数の空隙が存在する。

空隙内の浸透流は堤体の安全に大きな影響を与え，浸透流により崩壊されないためには，浸透自由水面が堤体下流面と交わることがなく，必ず堤体内になければならない。

この空隙物質内の浸透流の水理的特性を知るためには，従来主として実験により研究されてきた[1)]。また水理的特性のなかで，自由水面及び浸透流量を求めるには，一般に近似解法として，A. Casagrande の図式解法，Dupuit の式が使用されているが，前者は基本放物線が上流水面を切る点と，裏法面に接するように自由水面を修正する際に不正確な要素が入る。後者は等ポテンシャル線が垂直状になる，いわゆる準一様流のみしか厳密には適用できない。

一方浸透流の場を数学的手段を用いて解析するホドグラフ法[2),3)]があるが，計算過程が煩雑でしかも特定の形状堤体しか解析することができない。

浸透流問題は堤体及び地下構造物の安全管理において，最も注目しなければならない重要な問題にも拘らず，既存の解析法は不備なものが多い。

今日電子計算機の発達により，大容量の計算が比較的容易に行うことができるようになり，また浸透流の解析法として有限要素法を始めとして2，3の方法[4),5),6)]が開発され，今まで事実上不可能であった不透過ゾーンを含む実際の堤体内の浸透流の解析が行えるようになった。

本文は，空隙物質内の二次元定流の浸透流に関して，砂模型を用いて実験を行う一方有限要素法及び有限差分法の二方法を用いて，自由水面の位置形状，浸透流量，堤体内部水頭値を求め，実験値と比較検討し浸透流の解析法としての有効性を確めるとともに，二解析法の取扱いの難易による利用可能の範囲を調べたものである。

II. 浸 透 実 験

1. 実 験 装 置

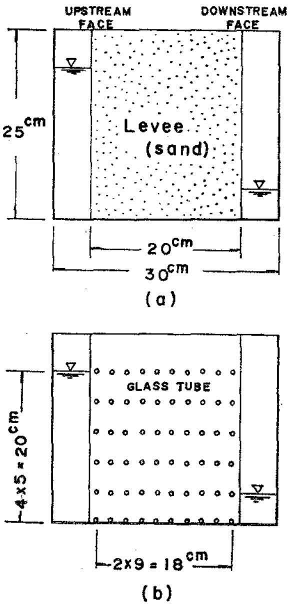
実験は砂模型を用いて，自由水面，浸透流量，内部水頭値を求めた。

砂模型は上，下流面が垂直面である矩形堤体と実際の堤体と同様上，下流面ともに一定の法勾配を有する台形堤体の二種である。

(i) 矩形砂模型

この模型に関する実験は図-1に示すような長さ30 cm，高さ25 cm，奥行20 cmのエポキシ樹脂製の小型実験水槽で行われた。

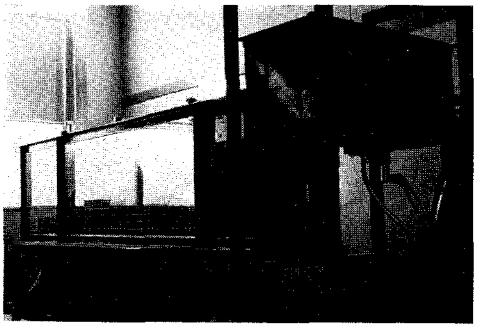
この水槽の一面には内径ϕ5 mmのガラス管を横方向2 cm，縦方向4 cm間隔に総計60本配置し，これからビニール管によりマノメータに接続し堤体内部の水頭を測定するようになっている。動水勾配を変化させるため，上流側の壁には底面から10 cm及び20 cmの2カ所に排水孔を設け，下流壁には底面から2 cm間隔に18 cmまで9カ所の排水孔を設けビニール管を通じて水を流出させる。矩形堤体の上，下流面を垂直に保持するため，1 mmの金網を張り，これに非常に目の細かい防虫網を4枚重ね合し，また砂の重量により金網が外側に膨れ出るのを防止するためϕ6 mmの丸鋼により型枠を組み金網に取り付けた。



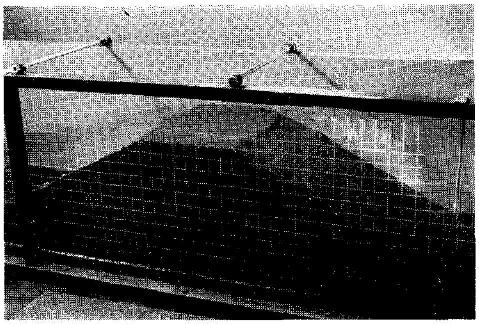
図—1　矩形堤体用小型浸透水槽

(ii) 台形砂模型

台形砂模型の実験は写真-1に示す幅0.6 m，高さ0.8 m，長さ3.5 mの片面ガラス張りの鋼製浸透水槽で行なわれた。この水槽の片面は小型水槽と同様に，内部水頭値を測定するために



写真—1　浸透実験水槽



写真—2　台形堤体

縦横方向ともに10 cm間隔に内径ϕ5 mmのL字型ガラス管を5段に計75本配置してある。またこの浸透水槽には上下可動の越流ゼキ付きの定水頭水槽が付設されており，堤体上流側の水位を任意の一定水位に保つことができる。台形堤体は，写真-2に示すように，天端幅0.4 m，堤体高0.55 m，堤体敷2.60 mの寸法を有し表，裏法勾配はともに標準の1:2とした。

2. 実験方法

矩形砂模型では上流側の水深を20 cmに固定し，下流側を2 cmから2 cm刻みで18 cmまでの9通りを与えて実験を行い，一方台形砂模型では下流側水深を0 mに保ち，上流側水深を20 cmから5 cm刻みで50 cmまでの7通りの実験を行って自由水面形状，内部水頭値及び浸透水量を求めた。

各実験に際しては次の事項に留意した。

(1)　堤体内部に気泡が存在しないこと。

(2)　測定時における堤体内部の流れは定常流であること。

(3)　流れは層流であること。

(1)については堤体内に気泡が存在すると砂の透水性に非常に大きな影響を与えるため，堤体を作る場合空気の連行を極力避けなければならない。矩形堤体を作るには，あらかじめ水槽内に20 cmの深さまで水を入れ，砂を少量ずつ沈殿させ十分に気泡を取除いた。このような方法で高さ20 cmまで砂を積み重ねて形成した。その後に動水勾配が最も緩い実験条件を採り，下流側水深を徐々に下降させて一定水位になったならば，ある所定時間放置して締固めを行う。このように実験は動水勾配の緩いものから急なものへと順次行うことにより，砂粒子間に空気が連行されないため含水比の変化量が非常に小さく，このため砂の透水性が一定に保つことができる。

定常流か否かの定義は各動水勾配において下流側末端における浸透流をメスシリンダーで測り，一定流量になった時に定常流とした。この状態になる時間は約30分である。

以後マノメータにより堤体内部の水頭値を測定し，流線を求めるため螢光顔料のフローレ

ツセンナトリウムを注射針により一定圧力のもとで堤体内に注入し，顔料の軌跡により測定を行った。

3. 実 験 砂

実験に用いた砂は2種類で特性は表-1に示してある。

A砂は均等係数が2.22であるので，同一粒径が大部分で均等であるといえる。B砂において粒径範囲が0.3〜0.6 mmのため粒度分布を求めることができなかったが，ほぼ均等と考えることができる。なお透水係数は定水位透水試験器により求めた値である。

表—1　実験砂の特性

種　類	平均粒径 (mm)	均等係数	比　重	空隙率 (%)	透水係数 (cm/s)
A	0.35	2.22	2.86	41.7	5.95×10^{-2}
B	0.45	—	2.73	42.6	8.36×10^{-2}

III. 浸 透 理 論

前章において実験により求めた自由水面形状，内部水頭分布及び浸透流量を理論的に求めるには，空隙物質内の浸透流の場の支配方程式及び境界条件を誘導しなければならない。ここでは有限差分法及び有限要素法で用いる支配方程式，境界条件を求める。

1. 支配方程式

一般にNavier-Sotkesの運動方程式は次式で表わすことができる。

$$\frac{D\boldsymbol{V}}{Dt}=\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t}+(\boldsymbol{V}\cdot\mathrm{grad})\,\boldsymbol{V}=\boldsymbol{F}-\frac{1}{\rho}\,\mathrm{grad}\,p+\nu\nabla^2\boldsymbol{V} \tag{1}$$

上式中$\boldsymbol{F}$は質量力で，外力のポテンシャルψを導入すると(2)式となる。

$$\boldsymbol{F}=-\,\mathrm{grad}\,\psi \tag{2}$$

浸透流はきわめて緩やかな運動であるから慣性項が無視できる。

$$\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t}=-\,\mathrm{grad}\,\psi-\frac{1}{\rho}\,\mathrm{grad}\,p+\nu\nabla^2\boldsymbol{V} \tag{3}$$

今取扱う流れは定常流であるから，時間tに関する微分項は消える。

$$\nu\nabla^2\boldsymbol{V}=\mathrm{grad}\left(\psi+\frac{p}{\rho}\right) \tag{4}$$

堤体内の任意点における全水頭をHとすると，

$$\mathrm{grad}\,H=\mathrm{grad}\left(\frac{\psi}{g}+\frac{p}{w}\right)=\frac{\nu}{g}\,\nabla^2\boldsymbol{V}=-\,\frac{\nu}{g}\,\mathrm{rot}\,(\mathrm{rot}\,\boldsymbol{V}) \tag{5}$$

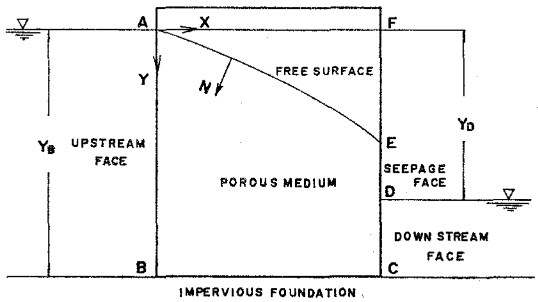
(5)式のdiv.をとると

$$\mathrm{div}(\mathrm{grad}\,H) = \nabla^2 H = 0 \tag{6}$$

(6) 式から支配方程式は，全水頭 H に関するラプラスの方程式となる。

2. 境 界 条 件

境界条件が最も基礎的な矩形堤体について考える。図-2 において，



図—2 矩形堤体内の浸透

(1) 上流面 **AB**: この境界は一定水頭であるので上流水深を与える。

$$H = y_B \tag{7-1}$$

(2) 下流面 **CD**: 上流面と同じ考えにより下流水深を与える。

$$H = y_B - y_D \tag{7-2}$$

(3) 不浸透面 **BC**: この境界を通って流量の収支がない。従って境界面に垂直方向の流速は存在しない。

$$\frac{\partial H}{\partial y} = 0 \tag{7-3}$$

(4) 浸出面 **DE**: この境界面は大気と接触している。大気圧 $p_0=0$ とすると位置水頭のみ考えるとよい。

$$H = y_B - y \tag{7-4}$$

(5) 自由水面 **AE**: (4) と同様に大気に接しているので，位置水頭を考慮し，降雨及び蒸発散がなければ，自由水面を通って水の収支がない。

$$\left.\begin{aligned} H &= y_B - y \\ \frac{\partial H}{\partial n} &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{7-4}$$

但し n は自由水面の法線方向を示す。

以上の誘導により支配方程式及び境界条件が求められ，(7-1) から (7-4) 式を用いて (6) 式を解くことにより，自由水面，内部水頭値が算出できることになる。

IV. 解 析 法

浸透問題を解析する場合，場の支配方程式は与えられるが，自由水面が存在すると，この境界は最初未知であるため，自由水面が存在しない場合と比較すると，未知境界を決めることも解法の一部として要求されるので，手法は一般に複雑となる。

1. 有限差分法

有限差分法は支配方程式を差分化し，境界条件により解法し未知の物理量を求める方法である。この方法を用いて楕円形微分方程式を解くものとして古くから緩和法が知られており，後述の有限要素法に比較すると数学的に確立されている。

この緩和法を用いて1941年に Shaw と Southwell[7] が，手計算ではあるが種々の浸透問題について厳密に解析を行っている。これが浸透問題における数値解析の第一歩である。

本研究では電子計算機による有限差分法を使用するが，この操作手順と Shaw と Southwell とが行った手順とを比較するため，2人の行った方法をここで述べる。

Shaw と Southwell の方法：

(1) 浸透領域に自由水面の初期形状を与える。

(2) この自由水面の境界を用いて，境界条件 (7) 式を満足する支配方程式 (6) の解を求める。但し全水頭 H の代りに圧力 p を用いる。

(3) 求まった圧力 p により，自由水面上で x 及び y 軸に関する微係数 $\partial p/\partial x$, $\partial p/\partial y$ を求める。

(4) (3) で求めた圧力勾配が次式を満足するか否かを判別する。

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= -\sin\theta\cdot\cos\theta \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= -\sin^2\theta \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

但し，上式中 θ は自由水面上に立てた法線と水平軸間の交角を表わす。

(5) (8) 式が満足されると解が求まったことになり自由水面の位置形状が得られ同時に，浸透領域内の圧力分布が得られる。(8) 式が成立しなければ，再び新しい位置に自由水面を仮定し同様の操作を繰返し (8) 式が成立するまで行う。

以上が Shaw と Southwell が行った方法であるが，電子計算機を用いて自動的に解析するためには繁雑すぎる所がある。

1 は (3) 段階において自由水面が任意であるため圧力勾配を求める際 Taylor 展開をしなければならないこと。2 は自由水面上で法線と水平軸間の交角を見い出さなければならないことである。

差分法は浸透領域を，四角網，三角網及び六角網等を用いて分割して解析を行うが，本解析では図-3 (a) に示すように四角網を用いて堤体を分割した。Shaw と Southwell の手法を，電子計算機で解析を行うのに便利よくするため次のように改める。

本解析方法：

(1) 自由水面を仮定する。但し自由水面は格子点上に存在する。

(2) この自由水面と (7) 式の境界条件により (6) 式を解く

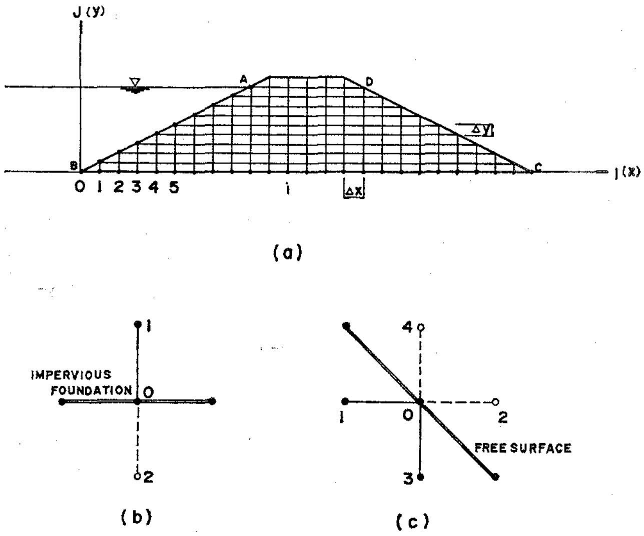
(3) 求まった自由水面上の水頭 H_s が次式を満足するか否かを判別する。

$$|H_s - y_s| \leqq \varepsilon \qquad (9)$$

但し，ε は許容誤差値であり，y_s は基準面から自由水面上の注目する点まで垂直距離である。

(4) (9) 式が満足しなければ新しい自由水面形状を仮定して同様の計算をさせ，満足するまで繰返す。

以上の操作を計算機で自動的に行う。



図—3　有限差分法による堤体の分割法及び境界条件

(1) 段階で自由水面を格子点上に与えることによる誤差は四角網を細かくすることにより解消される。

支配方程式の差分化

本研究では (6) 式を中央差分化し，収束時間が他の解析法より早いと言われる逐次加速緩和法 (**SOR**) を用いる。

x, y 軸方向の透水係数をそれぞれ k_x, k_y とし (6) 式を差分化すると次式が成立する。

$$k_x\left(\frac{H_{i+1,j}+H_{i-1,j}-2H_{i,j}}{\Delta x^2}\right)+k_y\left(\frac{H_{i,j+1}+H_{i,j-1}-2H_{i,j}}{\Delta y^2}\right)=0 \qquad (10)$$

Δx, Δy は x, y 方向の分割間隔であり，$H_{i,j}$ は格子点 (i, j) の水頭値である。

逐次加速緩和法を用いると次式が得られる。w は加速係数である。

$$\mathbf{NORM}=\frac{w}{2(k_x/\Delta x^2+k_y/\Delta y^2)}\left\{k_x\left(\frac{H_{i+1,j}+H_{i-1,j}}{\Delta x^2}\right)+k_y\left(\frac{H_{i,j+1}+H_{i,j-1}}{\Delta y^2}\right)\right\}-wH_{i,j} \qquad (11)$$

各水頭は　$H_{i,j}^{(k+1)}=H_{i,j}^{(k)}+\mathbf{NORM}$　(但し (k) は繰返し回数)　(12)

で求める。　$\sum \mathbf{NORM} \leqq \varepsilon$　(13)

境　界　条　件

(1) 上流面 **AB**: 上流水深を格子点に与える。

(2) 下流面 **CD**: 水がある場合には，その水深を与え，ない場合には基準面よりの高さを格子点に与える。

(3) 不浸透面 **BC**: この境界面に対して垂直方向の速度が存在しないので，図-3 (b) において点1の水頭値と仮想点2の水頭値を等しいと考える。

(4) 自由水面 **AD**: 降雨及び蒸発散を考慮しなければ，自由水面を通して流量の収支がないので (3) と同様に考える。一般に自由水面は勾配を有しているので，図-3 (c) に示してあるように1点と仮想点2との水頭値を等しくし点3と仮想点4との水頭値を等しく置いて近似する。

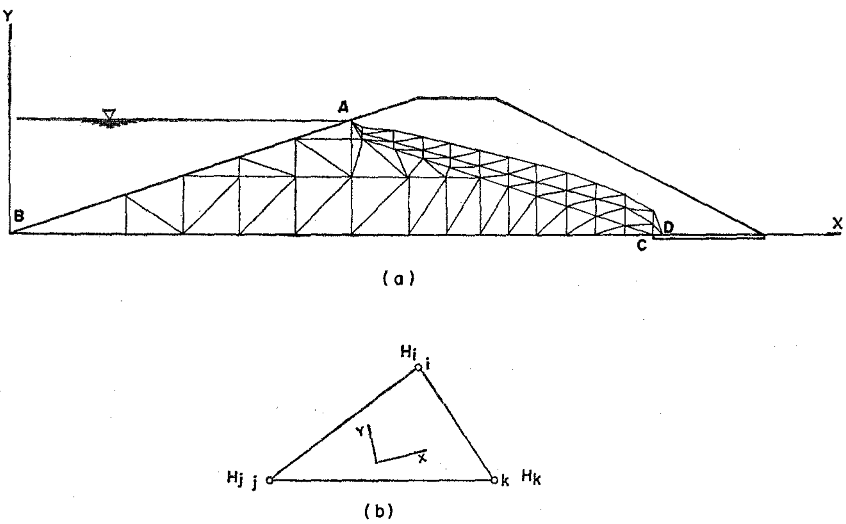
実際の計算に際しては，最初に自由水面を **AD** に採り水頭値が既知の境界 **AB, CD** から堤体内部格子点すべてに初期値を割り当たる。次に (11), (12) 式を用いて計算し，あらかじめ与えてある許容誤差値 ($\varepsilon=0.01$) と全格子点における **NORM** の総和を (13) 式により比較し，満足されるまで計算を行う。次に (9) 式で自由水面の位置を検討し満足されなければ，(12) 式により得られた水頭値に最も近い格子点に自由水面を移動し再び計算を繰返し自由水面を収束させる。以上が有限差分法の計算手法である。

2. 有限要素法

有限要素法は電子計算機の大型化が進むなかで開発された汎用数値解析法で，特に構造物の応力解析の分野で広範囲に用いられている。

浸透問題については，有限要素法のポテンシャルエネルギーの最小化原理を利用して，1966 年に Zienkiewicz[4] 等が異方性地盤内の浸透流解析を行って以来，各種の解析が行われている。

以下有限要素法において用いられる式を誘導する。
堤体内部の水頭が座標 x, y に関する一次式で表わすことができると仮定する。



図—4 有限要素法による堤体の分割法及び三角形要素

$$H_i = \alpha_1+\alpha_2 x_i+\alpha_3 y_i \tag{14}$$

堤体内の解析領域を 図-4(a) に示すように三角形の要素により分割を行う。今この要素群の中から 図-4(b) のような要素を取りだす。この三角形要素の三頂点を夫々 i, j, k で表わすことにする。

この頂点における水頭 H_i, H_j, H_k は各頂点の座標と係数との一次式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} H_i \\ H_j \\ H_k \end{Bmatrix} = \{H\}^e = \begin{Bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{Bmatrix} = [A]\{\alpha\} \tag{15}$$

$$\{\alpha\} = [A]^{-1}\{H\}_e \tag{16}$$

上式で逆マトリックス $[A]^{-1}$ は

$$[A]^{-1} = \frac{1}{2\varDelta}\begin{Bmatrix} a_i & a_j & a_k \\ b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{Bmatrix} \tag{17}$$

$\varDelta$: 三角形要素の面積

$a_i = x_j y_k - x_k y_j$ 　　$a_{j,k}$ は回転順列

$b_i = y_j - y_k$ 　　$b_{j,k}$ は 〃

$c_i = x_k - x_j$ 　　$c_{j,k}$ は 〃

(16), (17) 式から (14) 式は次の形となる。

$$H = [N_i N_j N_k]\{H\}^e \tag{18}$$

$$N_i = (a_i+b_i x+c_i y)/2\varDelta$$

$$N_j = (a_j+b_j x+c_j y)/2\varDelta$$

$$N_k = (a_k+b_k x+c_k y)/2\varDelta$$

今堤体の境界条件を考えると，有限差分法の章で述べたように，

(1) 上下流面では水深に等しい水頭を指定する。

$$H = H(S) \tag{19}$$

(2) 不浸透面及び自由水面では，境界面に垂直方向の流速成分が存在しない。

$$k_x \frac{\partial H}{\partial x}\cos(n, x)+k_y \frac{\partial H}{\partial y}\cos(n, y) = 0 \tag{20}$$

n は境界面の法線方向を表わす。

変分原理を用いると， 支配方程式 (6) を (19) 及び (20) 式の境界条件で解法することは，(19) 式の境界条件で次の式を極小にすることと等価となる[4)]。

$$E = \frac{1}{2}\iint_R \left[k_x\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2+k_y\left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)^2\right]dxdy \tag{21}$$

(21) 式の第一変分を考えて，Gauss の定理により面積分を線積分に置きかえると

$$\iint_R \left(k_x \frac{\partial H}{\partial x}\,\delta H_x + k_y \frac{\partial H}{\partial y}\,\delta H_y\right) dxdy = \int_s \left(k_x \frac{\partial H}{\partial x}\cos(n, x) + k_y \frac{\partial H}{\partial y}\cos(n, y)\right)$$
$$\times\, \delta H ds - \iint_R \left(\frac{\partial}{\partial x}\left(k_x \frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k_y \frac{\partial H}{\partial y}\right)\right)\delta H dxdy \tag{22}$$

ここで δH は任意であるので (22) 式が恒等的に 0 になるには

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k_x \frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k_y \frac{\partial H}{\partial y}\right) = 0 \tag{23}$$

$$k_x \frac{\partial H}{\partial x}\cos(n, x) + k_y \frac{\partial H}{\partial y}\cos(n, y) = 0 \tag{24}$$

(23) 及び (24) 式から自由水面，不浸透面の境界条件及び支配方程式は自然に満足されることになる。このため考慮すべき境界条件は上，下流面のみとなる。

次に (21) 式の E を最小にするため各要素において，水頭に関する微係数を求めて，全要素について微係数の総和を 0 にするとよいことになる。

$$\left\{\frac{\partial E}{\partial H}\right\}^e = [h]\,\{H\}^e \tag{25}$$

上式中 $[h]$ は 3 行 3 列の正方マトリックスで，一般に浸透性行列と呼ばれており，各成分は次の式で表わされる。

$$h_{i,j} = \{k_x(y_k - y_i)(y_j - y_k) + k_y(x_i - x_k)(x_k - x_j)\}/4\Delta \tag{26}$$

全要素を考えると，解析する式は次式となる。

$$\Sigma \frac{\partial E^e}{\partial H^i} = [h]\,\{H\} = 0 \tag{27}$$

解析領域を三角形要素で分割する場合，自由水面の位置が収束するまで各計算毎に移動するため次の様な方法をとる。

図-4 (a) において，$\overline{\mathbf{AC}}$ を予想される自由水面より低めに与えて置き，この直線より下に位置する三角形要素群の頂点の座標を固定する。一方直線 $\overline{\mathbf{AC}}$ と自由水面 $\overline{\mathbf{AD}}$ 間の三角形要素群は可動にし，計算機内で自動分割を行って自由水面の位置形状を算出する。

計算は式 (27) の多元連立方程式を解法することにあるが，三角形の要素の分割数により元数が支配され，一般に 100 元を越える大次元行列解析となる。本解析では最大元 118 であったが SOR 法を用いて計算を行った。

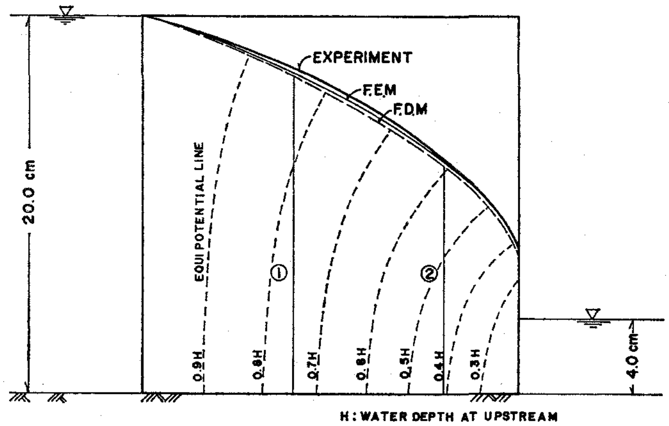
V.　実験結果及び解析結果の考察

1.　矩 形 砂 模 型

(1)　自 由 水 面

図-5は矩形模型堤体における上流水深20 cm，下流水深4 cmの場合の実験及び二解析方法により得られた自由水面形状である。

実験で自由水面の形状を求めるには，前述の如く，顔料を注射針により一定圧力のもとに堤体内に注入して求めたものである。



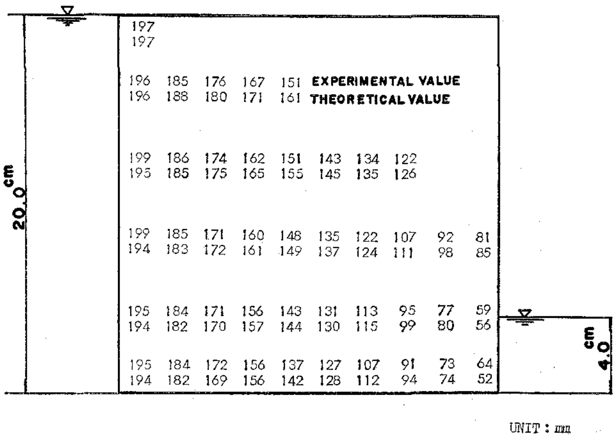
図—5　矩形堤体における浸透流の自由水面形状

この図から実験値と有限要素法による自由水面の形状はほぼ一致していると言うことができる。一方有限差分法は堤体中央部で約5 mmの誤差があるが，浸出点を含めて妥当な形状が得られる。なお同図中の等ポテンシャル線は有限差分法(F. D. M)により求めたものである。

(2)　堤体内部水頭値

水頭値は図-6に示す。この測定点は横方向に上流面より1 cmを始点として2 cm刻みに，縦方向には底面から4 cm刻みに配置してある。

この図-6において上段の数値は実験値を，下段の数値は有限差分法による水頭を示す。この結果，両者の値は2, 3の点を除いて良い一致を示しており，解析法が非常に有効性を持つと考えることができる。



図—6　矩形堤体における内部水頭値

(3)　浸透流量

浸透流量は堤体下流末端において1000 ccメスシリンダーで30秒間採取した。いま単位幅当たりの流量qと透水係数kとの比q/kで示すと次のようになる。

実験値	$q/k = 10.2$ cm
有限差分法	$= 9.7$ cm
有限要素法	$= 9.7$ cm
Dupuit 式	$= 9.6$ cm

但し実験値の詳細な値は，$q=0.85$ cm^3/sec/cm, $k=0.0836$ cm/sec 水温9.0°Cであった。

一方有限差分法 (F. D. M) は堤体中央部，有限要素法 (F. E. M) は図-5の①及び②断面における流量の平均値である。実験値と解析値との誤差は約5% である。

矩形堤体であるので，Dupuit の式が適用できると仮定して算出すると 9.6 cm となり，解析値に非常に近い値を示すことがわかる。これによると等方性矩形堤体では Dupuit の式を用いても信頼性があると思われる。

上流水深を 20 cm に固定し，下流水深に各種水深をとった場合の q/k の値を表-2 に示す。

表—2　単位幅流量の実験値及び解析値

下流水深 (cm)	実験値 (cm)	有限差分値 (cm)	Dupuit (cm)
4.0	10.20	9.70	9.60
6.0	9.10	9.22	9.10
8.8	8.35	8.48	8.40
10,0	7.26	7.49	7.50

2. 台形砂模型

次に台形砂模型についての自由水面形状，内部水頭値及び流量の実験値と解析値との比較を行う。

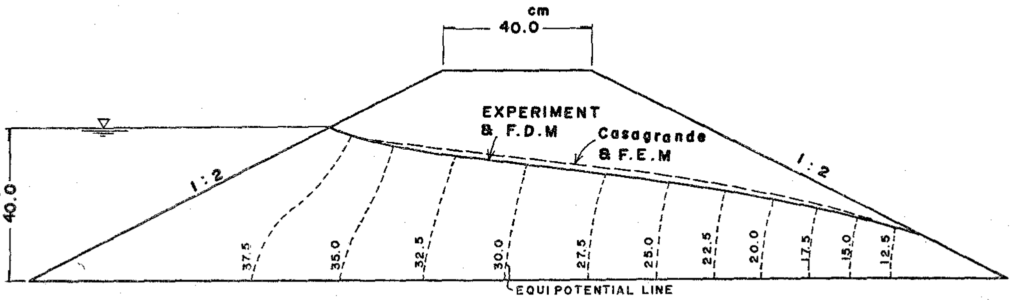
上流側水深 40 cm 下流側水深 0 cm の水理条件の場合について述べる。

(1) 自由水面

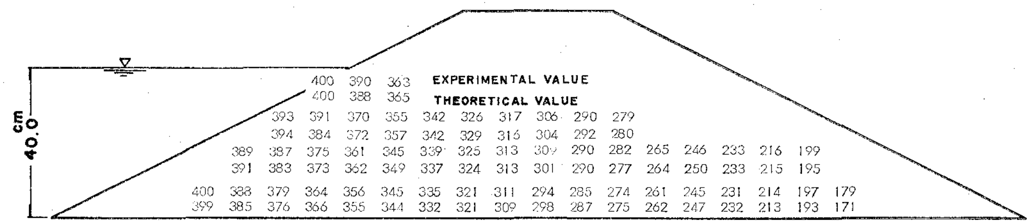
自由水面にについては実験値，有限差分法，有限要素法及び実際の設計によく用いられている Casagrande の方法により得られた形状を図-7に示してある。この図から実験値は有限差分法により求められた形状と一致し，Casagrande は有限要素法により得られた形状と一致する。後者は実験値より幾分高めに自由水面が得られるが，設計に用いる場合には安全側となり，Casagrade の図式解法は自由水面の形状の近似解法として使用できることになる。

(2) 堤体内部水頭値

実験及び有限差分法により得られた内部水頭値を図-8に示す。この図中，矩形堤体の場



図—7　台形堤体における浸透流の自由水面形状



図—8　台形堤体における内部水頭値

合と同様，上段の数値は実験値，下段の数値は有限差分法により得られた水頭値を示す。この内部水頭値より等ポテンシャル線を求め，それを図-7に示してある。

実験値と解析による水頭値は1～3 mmの幅の誤差が存在するが，解析値は非常に高い精度で内部水頭値を表現できることを示している。

(3)　浸透流量

浸透流量は2000 ccメスシリンダーを用いて，2000 cc貯留するのに要する時間を計り求めた。矩形堤体と同様な形式を用いる。

実　験　値	$q/k = 3.90$ cm
有限差分法	$q/k = 3.76$ cm
有限要素法	$q/k = 4.21$ cm
Casagrande	$q/k = 4.04$ cm

但し実験流量は $q = 0.232$ cm³/sec/cm，透水係数 $k = 0.0595$ cm/sec である。

これら得られた結果からみると，自由水面の位置により，実験値と差分法及びCasagrandeと要素法と二グループに分けられる。また差分法による流量とCasagrandeによる流量は，ほぼ実験値を中心にして偏差が同じであり，誤差は実験値の±4%である。

以上矩形及び台形堤体における実験値と二解析結果とを比較して来たが，解析値は自由水面，内部水頭値及び浸透流量について高い精度で求めることが出来，その有効性が確められた。これらの水理量が実験と解析法とで一致したことは，実験において堤体内部の浸透流がDarcy則の成立する層流状態であったことにあると思われる。

いま矩形堤体における浸透流のReynolds数を求めてみる。

上流側水深20 cmに対して

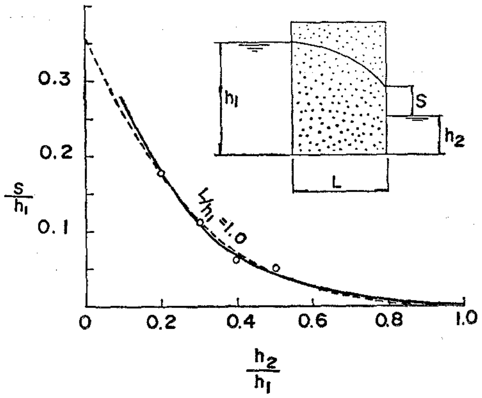
下流側水深 4 cm	$R_e = 0.39$
6 cm	$R_e = 0.33$
8 cm	$R_e = 0.25$
10 cm	$R_e = 0.20$

となる。

一方空隙物質内の浸透流が層流から乱流に移行する限界 Reynolds 数は Muskat[2] によると,

同一粒径散弾	$R_e \leqq 4$
同一粒径ガラス球	$R_e \lessapprox 12$
異種の混合物を含む圧縮された土	$R_e \leqq 1$

で表わされるとしている。本実験ではいずれの限界値よりも小さいので，浸透流は層流状態であったことが証明される。台形堤体は矩形堤体の動水勾配より一層小さいので十分に層流状態であることが予想される。



図—9 自由水面の浸出点

次に堤体の安定に大きな影響を与える浸出点の位置と動水勾配との関係について述べる。図-9 において実線は有限差分法により得た関係で，白丸が実験値である。又同図の中で破線は Polubarinova-Kochina[3] が求めた関係であり，両者は非常に良い一致を示している。この図から上流水深及び下流水深が与えられたならば，浸出点の位置の予想が出来ることになる。(但し本研究では $h_1=L$ の場合のみ，浸出点が予想できる。)

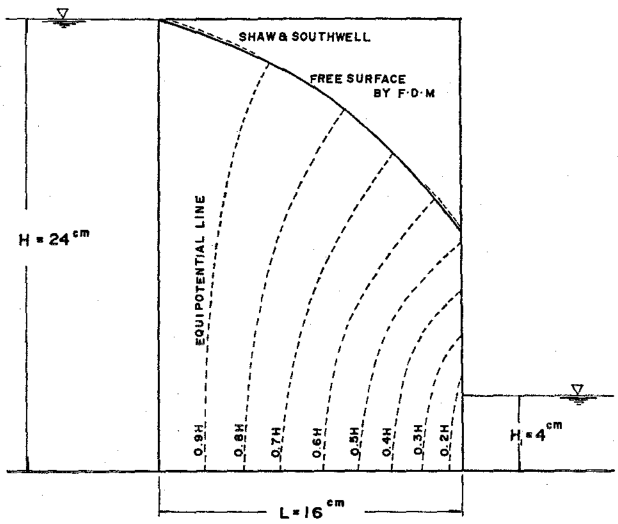
この浸出面が裏法面に存在すると，パイピング現象により堤体の第一次破壊が生じる可能性が強くなり，なんらかの方法により自由水面を降下させて浸出面を消去しなければならない。このため drainage blanket, rock toe filter の排水工事が必要となる。

この排水工に対する解析は次の章で述べる。

VI. 応 用 例

有限差分法は過去において手計算を含めて多数の浸透問題が解析されている。ここで過去におてい行なわれた一例として Shaw と Southwell の結果と，彼等の行った水理条件と同じものを本解析により計算した結果を図-10 に示す。この図から両者の自由水面は一致し，本解析の妥当性を示している。

一方 図-7 の台形堤体と相似の



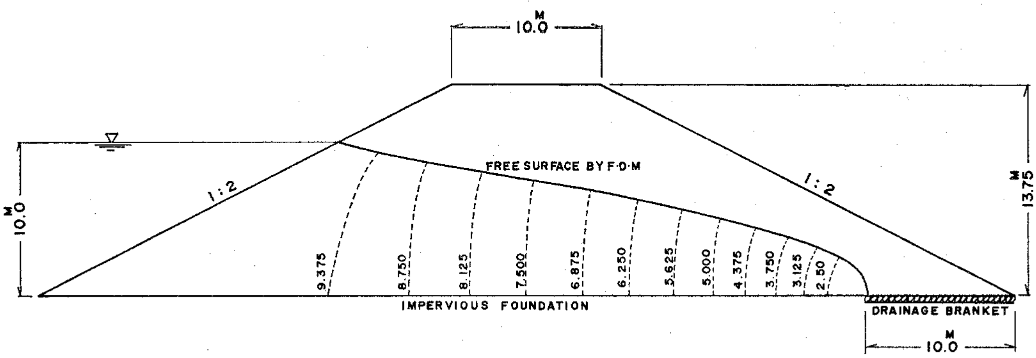
図—10 有限差分法と Shaw & Southwell 法との自由水面の比較

堤体に drainage blanket を付設した場合も，有限差分法により容易に計算することが出来る。

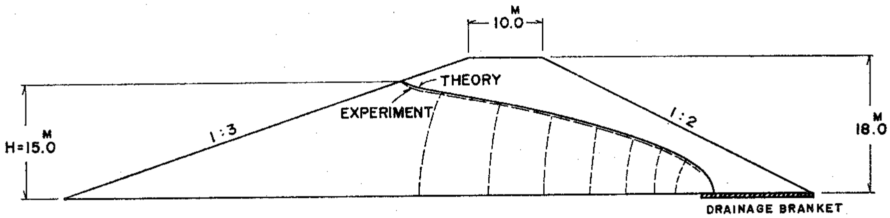
図-11は上流水深10 m表，裏法勾配1:2，blanketの長さ10 mの場合の自由水面形状及び等ポテンシャル線を求めたものである。図-7の自由水面の形状と比較するとblanketの効果が良くわかり自由水面が急激に落込み，裏法面の安全が保証される。

次に有限要素法を用いて，表法と裏法との勾配が異なる drainage blanket 付設の台形堤体について解法した結果が図-12である。この図中，実験値はUginchus[8]が行ったものであり自由水面は両者が同じ形状をなしている。(但し blanket の長さ15 m)

両者の誤差は3% 程度である。



図—11　有限差分法による drainage blanket 付堤体の浸透流の自由水面形状



図—12　有限要素法による drainage blanket 付堤体の浸透流の自由水面形状

浸透流量については，

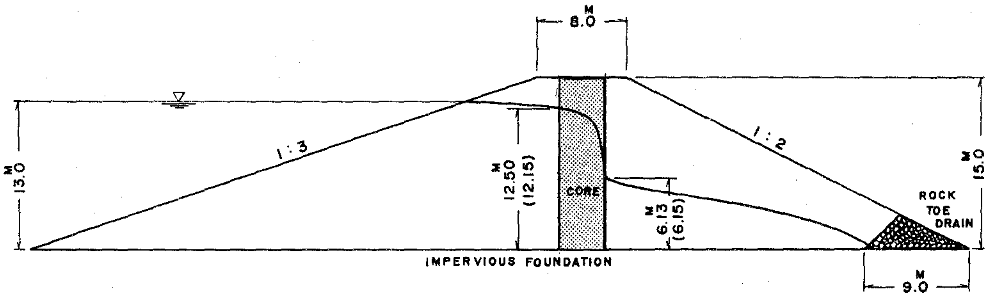
Uginchus　$q/k = 2.280$ m

有限要素法　$q/k = 2.325$ m

であり誤差は約2% である。

次に一般のアースダムの築造の際よく用いられる不透過ゾーン(core)を有しかつ裏法先に rock toe filter を付設した場合の堤体を有限要素法により解析した結果を図-13に示す。

なお解析の際不透過ゾーン部分の透水係数は k_c=0.05 cm/sec，その他のフィル部分の透水係数 k=1.0 cm/sec として計算を行った。同図の中で，カッコの中の数値は上記 Uginchus の実験式より求められたものである。但し Uginchus の式は不透過ゾーンの上流面及び下流面に



図—13　有限要素法による core 付堤体の浸透流の自由水面形状

おける水深だけが計算でき，自由水面全体の形状を求めることができない。

この場合の流量を求めると，

Uginchus　　$q/k = 0.820\,\mathrm{m}$

有限要素法　　$q/k = 0.825\,\mathrm{m}$

が得られる。流量に関しては殆んど誤差がないと言える。

この図から自由水面に対して，不透過ゾーンがいかに有益な働きをなすか明確に理解することができる。この不透過ゾーンにより下流側部分の自由水面の降下が著しいために，下流側の透水ゾーン内の自由水面が低く堤体裏法面に自由水面が表われることがない。

またこのことは堤体本体の単位体積当たりの重量を増加させることになり，堤体の安定を図ることになる。

VIII. 結　　び

矩形堤体及び台形堤体について，自由水面，内部水頭値及び浸透流量に関して実験と解析による結果を比較検討し，有限差分法及び有限差分法は非常によい精度で実験値と一致し現象を十分説明できうるので，浸透問題の解析には有効であることが判明した。

本研究における実験が均等性堤体を注目したため範囲が非常に狭いが，応用例で述べたように，実際の堤体に近いものにおいても十分に信頼がおける解析値が得られることから今まで有力な解析法がなかった複雑な断面及び形状を有する堤体の浸透流解析について，ここで示した解析法が有意義であり，特に有限要素法は等方性，異方性に拘らず解析でき実用的であると思われる。二つの解析法について，計算時間及び操作を考えて最も適合する解析領域を次に示す。表-3は本研究で行った各解析の計算時間，入力データ数等を示す。この表から有限差分法は矩形及び表法と裏法勾配が等しい堤体において，計算時間，入力データ数から有限要素法に比較して有利である。また電子計算機が中容量のものでも（例えばFACOM-231）容易に解析が行なうことができる。一方表法と裏法勾配が異なる堤体また不透過ゾーンを有する場合には実際上解析できるのは有限要素法のみである。

表—3 各解析に要した計算時間及び入力データ数等

解析法 / 堤体形状	有限差分法		有限要素法			備考
	CPU (sec)	入力データ数 (個)	CPU (sec)	入力データ数 (個)	分割数 (個)	
矩形堤体	17	3	93	676	159	図—5
台形堤体	10	3	230	720	168	図—7
台形堤体	21	4	—	—	—	図—11
台形堤体	—	—	30	564	129	図—12
コア付台形堤体	—	—	108	658	152	図—13

CPU: 実演算時間

以下要約すると次のようになる。

規則正しい形状を有する堤体の浸透解析　　有限差分法

不透過ゾーン等を有する複雑な堤体の浸透解析　　有限要素法

なお本解析には北大大型計算センターの FACOM 230-60 を使用した。

終わりに，本研究に対して終始ご支援下さった本学土木工学科近藤俶郎助教授に感謝の意を表し，また研究の一部には本学土木工学科卒業生谷村秀樹君の協力を得たことを記して感謝いたします。

(昭和49年5月20日受理)

参考文献

1) 福田秀夫：傾斜心壁形フィルタイプダムの浸潤線・透水量に関する研究 (鹿島出版，昭和35年).
2) Muskat, M.: The flow of homogeneous fluids through porous media (McGraw-Hill, 1937).
3) Harr, M. E.: Groundwater and Seepage (McGraw-Hill, 1962).
4) Zienkiewicy, O., P. Mayer and Y. K. Cheung: Solution of anisotropic seepage by finite elements, Proc. A. S. C. E., No EM 1 (1966).
5) Jeppson, R. W.: Seepage from ditches-Sobution by finite differences, Proc. A. S. C. E., No HY 1 (1968).
6) 岡　太郎：アースダム浸透流の三次元解析，土木学会第25回年次学術講演会講演集 (昭45•11).
7) Shaw, F. S. and R. V. Southwell: Problems relating to the percolatton of fluids through porous material, Proc. Roy. Soc. (A), 178, 1, 1941.
8) Uginchus, A. A.: Seepage through earth dams (Israel Program for Scientfic Translation, 1966).

相対的危険指標による交通事故発生の危険性評価

石井憲一・斎藤和夫

A Study on the Risk Evaluation of Traffic Accident Occurrence by the Relative Risk Index

Ken-ichi Ishii and Kazuo Saito

Abstract

The objects of this study are: (1) to define the relative risk index (RRI) for evaluating the risk of traffic accident occurrence, (2) to evaluate the relationship between accident occurrence and some highway environmental factors by using RRI, and (3) to analyze the accident patterns of the highway sections which are grouped by RRI.

Some important results are obtained through this study and they suggest that the proposed index should be useful for evaluating the risk of traffic accidant occurrence in the simplest manner.

I. はじめに

道路交通工学の目的は，人および貨物がその出発点 (*origin*) から目的地 (*destinaton*) まで安全に，快適に，しかも迅速に移動しうる交通システムを確立することにある。今日のように交通安全の問題が重大な社会問題として認識され，その解決を強く要求されている現状において，安全な交通システムを確立することは道路・交通技術者にとって重要な役目となっている。一般的に交通安全の問題に関連する要因として人・車・道路環境があげられそして，安全対策として3E—教育 (*education*)，工学 (*engineering*)，規制 (*enforcement*)—があげられている。このなかにおいて，交通安全の問題解決に重要な役目をもつものとして道路環境に対する工学的なアプローチがあげられる。

道路環境は交通の移動の場である道路施設と移動する交通そのものからなる環境—内的環境—と道路をとりまく周辺の地理的要素や自然条件などからなる環境—外的環境—からなっている。この内的環境のうち道路施設の設計および管理の基本的な要素としては交通量 (*traffic volume*) と速度 (*vehicular speed*) があげられる。今後安全で快適な道路環境を創出し，ひいては安全な交通システムを確立するためには，この基本的な要素である交通量や速度と交通事故発生に関する量的なあるいは質的な関係を十分に把握しておかなければならない。

本研究は，これらの観点から道路環境要因の基本要素である交通量を中心にして，速度および道路幅員と交通事故発生の関係を相対的危険指標 (*Relative Risk Index*) **RRI** を通して評

価し，さらにRRIによって分類されたグループの事故発生パターンを質的に把握するためのマクロ的な分析結果である。

すなわち，本研究の目的は(1)道路システムの事故発生の危険性を示す方法として相対的危険指標(RRI)を定義し，(2)このRRIを用いて交通量，速度，道路幅員と交通事故発生の関係を考察し，さらに(3)RRIで分類された道路区間の事故発生パターンの特徴を分析するものである。

II. 危険性評価の方法と分析データ

II-1. 危険性評価の方法

交通事故発生の危険性を評価する方法として多くのものが提案されている。それらを大きく2つに分けることができる[1]。その1つは道路システムそれ自体の危険性を評価するものであり，他の1つは道路システムを含む地域の危険性を評価するものである。本研究の対象は道路環境であり，前者の場合に属する。

それらの方法としては，

(1) 事故数(死者数，傷者数，死傷者数などを用いることもある，以下同じ)などの絶対数によるもの。

(2) 事故率によるもの。これには次の3種類がある。

　(i) 道路の単位長さ当たりの事故数

　(ii) 単位走行台キロ当たりの事故数

　(iii) 危険尺度(*measure of hazard*)[2]

(3) 各種要因との相関にもとづくもの[3]

(4) 統計的品質管理手法にもとづくもの[4,5]

などがあげられる。

これらのうち，現在一般的に用いられているのは事故率によるものであり，とくに単位走行台キロにもとづく事故率が世界的にも共通して利用されており，その算出方法は次式によっている。

$$r_i = \frac{\mathbf{A}_i}{365 \cdot \mathbf{L}_i \cdot (\mathbf{ADT}_i)} \times 10^6 \qquad (1)$$

ここで，

r_i：対象とする道路システムの事故率(件/100万走行台キロ(MVM))

$\mathbf{L}_i$：対象とする道路システムの長さ(km)

$\mathbf{ADT}_i$：対象とする道路システムの平均日交通量(台/日)

$\mathbf{A}_i$：対象とする道路システムの事故件数(通常1年間における数)

この事故率は事故発生の偶然変動を考慮していないことから，(4) の方法は統計的考慮を加えてより信頼性を高めた方法である。

II-2. 相対的危険指標 (*Relative Risk Index*) RRI の定義

走行台キロにもとづく事故率を用いて危険性を評価することの背景には，交通事故は走行量（走行台キロで表現される）に比例して発生するという基本的な仮定がある。そのために，この方法による事故率によってあらゆる種類の事故発生の危険性を絶対的に比較しうる利点がある。反面，この方法にはいくつかの欠点がある。その１つは前述の偶然変動を十分に考慮していないことであり，もう１つはこの数値を用いて分類などを行なう場合に判断の絶対的な基準がないことでありさらに，異なる事故種類を１つの判断基準にもとづいて評価できないことである。

本研究においては，この各種の事故に対する共通した判断基準が重要な役目を果すことから，事故率の基本的な仮定を損なわず簡単に共通した判断基準を得る方法として次式で表わされる相対的危険指標 RRI を定義した[6),7)]。

$$\mathrm{RRI}=\frac{\text{対象とする道路システムの事故数の全システムの事故数に対する割合 (\%)}}{\text{対象とする道路システムの走行量の全システムの走行量に対する割合 (\%)}} \tag{2}$$

両者がそれぞれ等しい割合，すなわち全体に対する対象グループの事故数と走行量の割合が等しい場合に，RRI は 1.0 となる。したがって，RRI が 1.0 を越えるグループは走行量に対して事故の発生頻度が高くなり危険性が増大すると判断する。

上式中，全体に対する割合の代りに，それぞれ事故数と走行台キロを用いると対象グループの平均事故率となる。

II-3. 分析データ

本研究の対象としたデータは，北海道の幹線道路システムを構成する国道26路線，総延長 4,125 km（昭和43年現在）上で昭和43年度中に発生した人身事故 10,383 件（踏切事故を除く）である。これは同年全道で発生した人身事故の約 50% を占めている。

この幹線ネットワークを昭和43年に行なわれた全国交通情勢調査の調査区間を基礎にして 319 区間に分け，交通事故を各区間に分類して基礎データとした。交通事故の種類は発生型態別から歩行者事故，車両相互事故と車両単独事故，さらにそれらを合計した全事故の４つに分類した。また，事故発生の場所別から交差点事故，非交差点事故および都市部事故と地方部事故に分類している。

道路環境要因としては，基本的な要素である交通量（各区間で観測した12時間交通量）と速度（区間平均速度）の他に道路幅員（区間平均幅員）の３つを採用し，それぞれの要因を 14 グループ，11 グループ，11 グループに分けて 319 区間を集約化している。交通量グループに対

表―1 交通量グループ別道路延長と走行量

交通量グループ		道路延長		走行量	
記号	(台/12 hr)	(km)	%	100万台粁	%
V_1	0～ 499	418.9	10.16	52.6	1.31
V_2	500～ 999	786.0	19.06	203.0	5.05
V_3	1,000～ 1,499	868.8	21.06	389.8	9.69
V_4	1,500～ 2,999	1,199.8	29.09	935.9	23.26
V_5	3,000～ 4,499	300.1	7.28	403.7	10.03
V_6	4,500～ 5,999	115.5	2.80	227.9	5.66
V_7	6,000～ 7,999	133.5	3.24	322.8	8.02
V_8	8,000～ 9,996	71.1	1.72	229.9	5.71
V_9	10,000～11,999	85.8	2.08	345.1	8.58
V_{10}	12,000～13,999	48.1	1.17	228.6	5.68
V_{11}	14,000～17,999	50.7	1.23	283.1	7.04
V_{12}	18,000～21,999	20.4	0.49	146.7	3.65
V^{13}	22,000～25,999	16.4	0.40	142.7	3.55
V_{14}	26,000以上	9.7	0.24	111.3	2.77
合計		4,124.8	100.0	4,023.1	100.0

表―2 交通量グループ別類型別事故件数

ADT	歩行者事故		車両相互事故		車両単独事故		全事故	
(台/12 hr)	件	%	件	%	件	%	件	%
V_1	25	0.99	34	0.48	11	1.47	70	0.68
V_2	69	2.74	127	1.79	53	7.07	249	2.40
V_3	157	6.23	301	4.23	113	15.06	571	5.50
V_4	387	15.36	934	13.13	141	32.13	1,562	15.04
V_5	204	8.10	688	9.67	85	11.33	977	9.41
V_6	191	7.58	392	5.51	36	4.80	619	5.96
V_7	214	8.50	541	7.60	46	6.13	801	7.72
V_8	155	6.15	589	8.28	33	4.40	777	7.48
V_9	222	8.81	576	8.10	44	5.87	842	8.11
V_{10}	142	5.64	539	7.57	21	2.80	702	6.76
V_{11}	213	8.46	529	7.44	21	2.80	763	7.35
V_{12}	193	7.66	685	9.63	14	1.87	892	8.59
V_{13}	174	6.91	646	9.08	14	1.87	834	8.03
V_{14}	173	6.87	533	7.49	18	2.40	724	6.97
計	2,519	100.0	7,114	100.0	750	100.0	10,383	100.0

表—3　幅員グループ別類型別事故件数

幅員	歩行者事故		車両相互事故		車両単独事故		全事故	
(m)	件	%	件	%	件	%	件	%
～ 5	43	1.71	62	0.87	19	2.53	124	1.19
5～ 6	192	7.62	338	4.75	115	15.33	645	6.21
6～ 7	552	21.91	1,689	23.74	357	47.60	2,598	25.02
7～ 8	273	10.84	795	11.18	92	12.27	1,160	11.17
8～ 9	170	6.75	444	6.24	28	3.73	642	6.18
9～10	133	5.28	327	4.60	25	3.33	485	4.67
10～12	424	16.83	1,118	15.72	53	7.07	1,595	15.36
12～14	263	10.44	665	9.35	19	2.53	947	9.12
14～16	53	2.10	213	2.99	6	0.80	272	2.62
16～18	307	12.19	1,122	15.77	19	2.53	1,448	13.95
18～	109	4.33	341	4.79	17	2.27	467	4.50
計	2,519	100.0	7,114	100.0	750	100.0	10,383	100.0

表—4　速度グループ別類型別事故件数

速度	歩行者事故		車両相互事故		車両単独事故		全事故	
(km/hr)	件	%	件	%	件	%	件	%
10～15	13	0.52	34	0.48	2	0.27	49	0.47
15～20	69	2.74	183	2.57	12	1.60	264	2.54
20～25	183	7.26	430	6.04	11	1.47	624	6.01
25～30	218	8.65	756	10.63	8	1.07	982	9.46
30～35	462	18.34	1,466	20.61	49	6.53	1,977	19.04
35～40	222	8.81	568	7.98	54	7.20	844	8.13
40～45	349	13.85	759	10.67	79	10.53	1,187	11.43
45～50	382	15.16	990	13.92	161	21.47	1,533	14.76
50～55	449	17.82	1,383	19.44	220	29.33	2,052	19.76
55～60	163	6.47	521	7.32	146	19.47	830	7.99
60～65	9	0.36	24	0.34	8	1.07	41	0.39
計	2,519	100.0	7,114	100.0	750	100.0	10,383	100.0

する道路延長と走行量およびそれぞれの全体に対する割合を表-1に示す。また各要因グループに対する発生型態別事故数とその割合を表-2～表-4に示す。

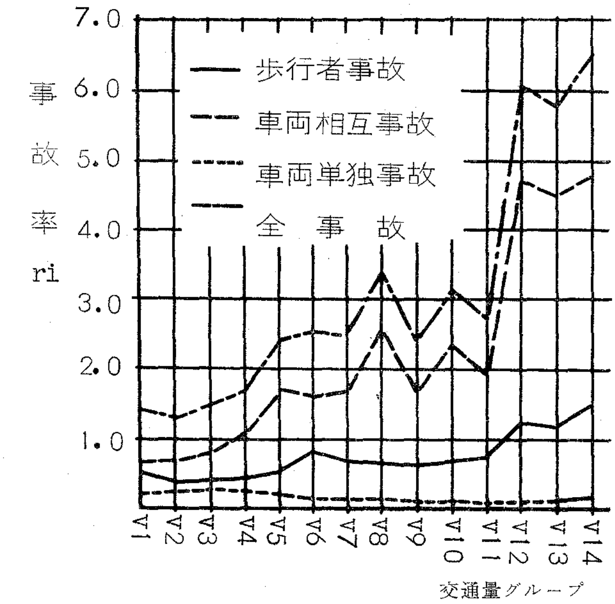
III. 分析結果

III-1. 3つの環境要因に対する危険性評価

1. 交通量

i) 事故率（式(1)による算出）

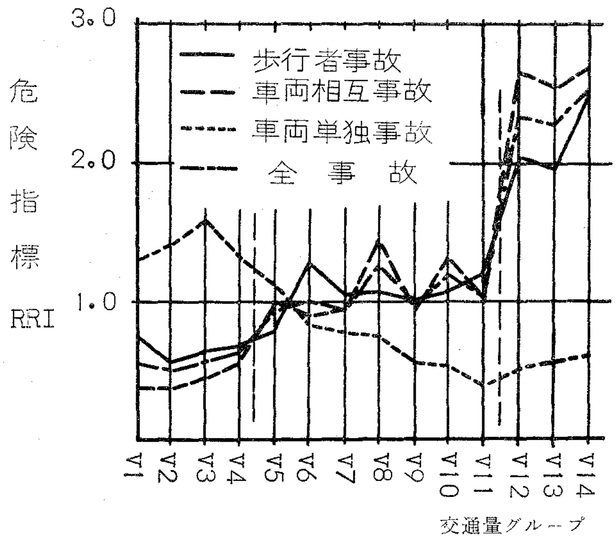
車両単独事故を除く型態において交通量の増加により増加する傾向を示し，特に車両相互



図—1 交通量グループと事故率

表—5 交通量範囲と危険性

V.I：12 時間交通量 3,000 台未満	RRI＜1.0	走行量に比して事故発生頻度が低い
V.II：3,000 台以上 18,000 台未満	RRI≒1.0	走行量と事故発生頻度がほぼ等しい
V.III：12 時間交通量 18,000 台以上	RRI＞1.0	走行量に比して事故発生頻度が高い



図—2 交通量グループと危険指標

事故についてその傾向が顕著である。車両単独事故は事故率自体低い値であるが交通量の増加につれて減少する傾向にある（図-1)。

ii)　危険指標 (RRI，式(2)による)

車両単独事故が他の型態と異なるパターンであるが歩行者事故，車両相互事故と全事故のパターンが近似的に一致する。このことから，事故率の高さは異なるが走行量からみた事故発生の危険性はこの3者ほぼ等しくなる。RRI の変動パターンから交通量の範囲によって交通事故発生の危険性を大きく3つに分けて評価できる[8]。それを表-5に示す。車両単独事故についてはこれと異なるパターンとなる（図-2)。

2.　幅　　員

i)　事 故 率

歩行者事故，車両相互事故と全事故は幅員が増加すると増加する傾向にある。車両単独事故はその傾向が異なり，幅員の増加により減少している。

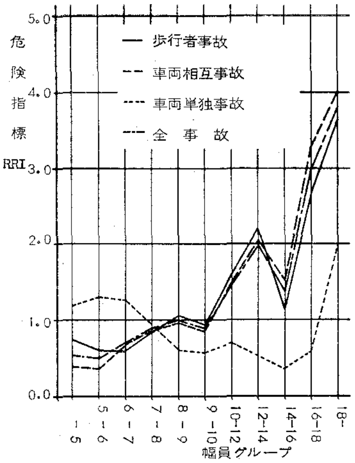
ii)　危険指標 (RRI)

交通量に対すると同じく歩行者事故，車両相互事故と全事故はほぼ同じパターンを示しており，幅員が増加するにつれてほぼ直線的に増加する傾向を示している。RRI の値は幅員 10 m 以上になると 1.0 を越え危険性の大なることを示している。車両単独事故はやはり異なるパターンである（図-3)。

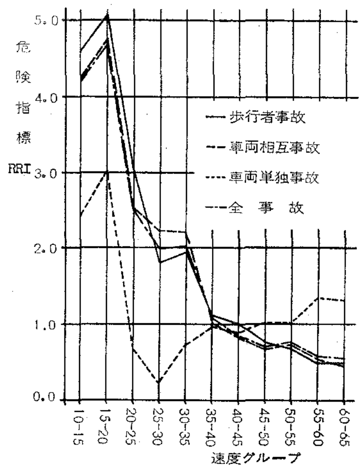
3.　速　　度

i)　事 故 率

歩行者事故，車両相互事故と全事故は速度の増加と共に減少している。また速度の低いグループは大きな事故率である。車両単独事故はやはり傾向が異なっている。



図—3　幅員グループと危険指標



図—4　速度グループと危険指標

ii) 危険指標 (RRI)

交通量，幅員とは逆の傾向パターンである。すなわち，車両単独事故を除く型態で速度が増加するにつれてほぼ直線的に減少する傾向を示している。RRI は速度 40 km/hr 未満のグループが 1.0 以上の値を示し，速度の減少にしたがい急激に大きくなっている。車両単独事故はここでも異なるパターンを示している (図-4)。

III-2. 環境要因の組合わせによる危険性評価

1. 要因の組合わせ

3 つの環境要因について RRI の評価から次に述べる結果を得た。

i) 交通量は，表-5 のように 12 時間交通量 3,000 台～18,000 台で RRI が 1.0 の値であるが事故型態別の傾向パターンから 12 時間交通量 4,500 台～6,000 台のグループにより危険性の評価を分けることが出来る。

表—6　危険指標にもとづく環境要因の組合せ

	RRI≦1.0	RRI＞1.0	組合せた要因	
幅員グループ	10m未満 **(A)**	10m以上 **(B)**	交通量 V_1～V_{14} グループ	
速度グループ	40km/hr以上 **(C)**	40km/hr未満 **(D)**	交通量 V_1～V_{14} グループ	
交通量グループ	12時間交通量 4,500台未満 **(E)**	12時間交通量 4,500台以上 **(F)**	幅員グループ	速度グループ
			7m未満 (RRI＜1) $\mathbf{W_1}$	10～35km/hr (RRI＞1) $\mathbf{S_1}$
			7～10m (RRI≒1) $\mathbf{W_2}$	35～45km/hr (RRI≒1) $\mathbf{S_2}$
			10m以上 (RRI＞1) $\mathbf{W_3}$	45～65km/hr (RRI＜1) $\mathbf{S_3}$

* 以下の分析は A, W_1, S_1 等の記号を用いる。

表—7　危険指標にもとづく要因グループ別事故件数

型態別	地域別	A 件数	A %	B 件数	B %	C 件数	C %	D 件数	D %	E 件数	E %	F 件数	F %
歩行者事故	都市部	768	41.45	1,085	58.55	1,103	59.53	750	40.47	422	22.77	1,431	77.23
	地方部	595	89.34	71	10.66	64	9.61	602	90.39	420	63.06	246	36.94
	計	1,363	54.11	1,156	45.89	1,167	46.33	1,352	53.67	842	33.43	1,677	66.57
車両相互事故	都市部	1,223	29.18	3,211	70.82	3,181	70.16	1,353	29.84	646	14.25	3,888	35.75
	地方部	2,132	90.39	248	9.61	256	9.92	2,324	90.08	1,438	55.74	1,142	44.26
	計	3,655	51.38	3,459	48.62	3,437	48.31	3,677	51.69	2,084	29.29	5,030	70 71
車両単独事故	都市部	108	53.73	93	46.27	85	42.29	116	57.71	72	35.82	129	64.18
	地方部	528	96.17	21	3.83	51	9.29	498	90.71	431	78.51	118	21.42
	計	636	84.80	114	15.20	136	18.13	614	81.87	503	67.07	247	32.93
全事故	都市部	2,199	33.38	4,389	66.62	4,369	66.32	2,219	33.68	1,140	17.30	5,448	82.70
	地方部	3,455	91.04	340	8.96	371	9.78	3,424	90.22	2,289	60.32	1,506	39.68
	計	5,654	54.45	4,729	45.55	4,740	45.65	5,643	54.35	3,429	30.03	6,954	69.97

ii) 幅員は，10～12 m のグループにより危険性の評価が分かれる。

iii) 速度は，40～45 km/hr のグループにより危険性の評価が分かれる。

上記の判断から危険指標 (RRI) により表-6 のように組合せる。

表-7 に危険指標にもとづく要因グループ別の事故件数を事故型態別，都市部・地方部別に示す。表中，割合 (%) はそれぞれの合計に対するパーセントである。

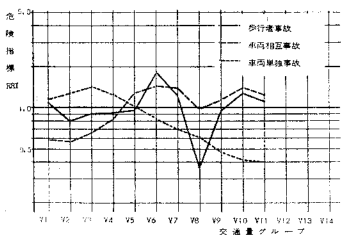
2. 幅員と交通量

i) **A** グループ (RRI≦1.0)

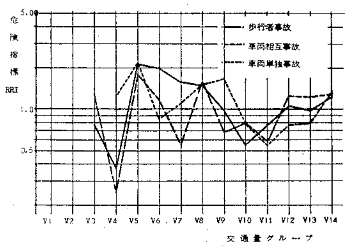
このグループには 12 時間交通量 18,000 台以上の区間は含まれていない。 歩行者事故と車両相互事故は傾向が同じであるが RRI にかなりの違いがある。すなわち，RRI が 1.0 以上であるのは歩行者事故では 4,500 台～8,000 台と 12,000 台～18,000 台であるが車両相互事故は 3,000 台以上の全てにおいて RRI が 1.0 以上である。 どちらの型態も交通量の増加に対して増加するパターンであるが，車両単独事故は全く異なる傾向を示している (図-5)。

ii) **B** グループ (RRI＞1.0)

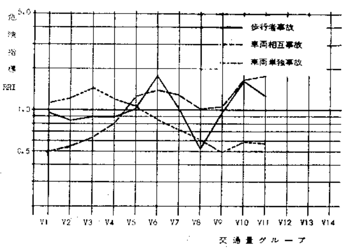
このグループには 12 時間交通量 1,000 台未満の区間は含まれていない。歩行者事故，車両相互事故と車両単独事故は RRI の変動が大きく交通量による傾向は明らかではない。 歩行者事故は 3,000 台～10,000 台，車両相互事故は 18,000 台以上においてそれぞれ 1.0 以上の RRI を示している。 3,000 台～4,500 台 (V 5) のグループでは 3 つの型態が大きな RRI，2.0 を示している (図-6)。



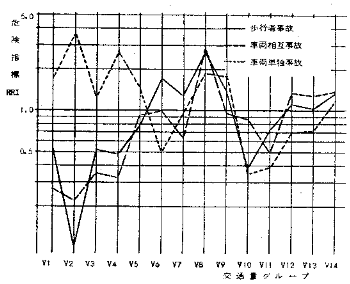
図—5 交通量と危険指標：幅員グループ (A)



図—6 交通量と危険指標：幅員グループ (B)



図—7 交通量と危険指標：速度グループ (C)



図—8 交通量と危険指標：速度グループ (D)

3. 速度と交通量

i) **C** グループ (RRI≦1.0)

このグループの傾向パターンは **A** グループと同じでありRRIもほぼ等しい (図-7)。

ii) **D** グループ (RRI＞1.0)

歩行者事故と車両相互事故の傾向は同じパターンである。それらは12時間交通量10,000台までは直線的な増加，次に18,000台までは減少しさらに18,000台以上になると再び増加する傾向であり前述のごとき3つのパターンに分けることができる。8,000台～10,000台で3.0と大きなRRIを示す。車両単独事故は異なるパターンである (図-8)。

4. 交通量と幅員と速度

3つの要因組合せグループの危険指標 (RRI) と事故率の値を表-8に示す。

表-8　3要因組合せグループの危険指標と事故率

交通量グループ		E グループ			F グループ			グループ平均事故率
事故型態	速度 / 幅員	S_1	S_2	S_3	S_1	S_2	S_3	
歩行者事故	W_1	1.07 (0.45)	0.97 (0.41)	0.84 (0.36)	—	0.85 (0.70)	0.48 (0.40)	(**E**) 0.422
	W_2	5.27 (2.22)	2.10 (0.89)	1.49 (0.63)	1.03 (0.85)	1.03 (0.85)	0.50 (0.41)	(**F**) 0.827
	W_3	4.12 (1.74)	8.62 (3.64)	1.16 (0.49)	1.75 (1.45)	1.18 (0.97)	0.56 (0.46)	
車両相互事故	W_1	0.63 (0.66)	0.97 (1.01)	0.90 (0.94)	—	0.44 (1.09)	0.56 (1.38)	(**E**) 1.044
	W_2	3.55 (3.70)	1.55 (1.62)	1.31 (1.37)	0.87 (2.17)	0.71 (1.76)	0.58 (1.44)	(**F**) 2.481
	W_3	3.09 (3.23)	10.05 (10.49)	1.08 (1.12)	1.84 (4.57)	0.99 (2.45)	0.58 (1.45)	
車両単独事故	W_1	0.33 (0.08)	1.00 (0.25)	1.04 (0.26)	—	0.0 (0.0)	0.90 (0.11)	(**E**) 0.252
	W_2	0.33 (0.08)	1.06 (0.27)	0.70 (0.18)	0.62 (0.08)	1.31 (0.16)	1.10 (0.13)	(**F**) 0.122
	W_3	0.0 (0.0)	2.22 (0.56)	0.58 (0.15)	1.05 (0.13)	0.78 (0.09)	1.15 (0.14)	
全事故	W_1	0.69 (1.19)	0.97 (1.67)	0.90 (1.55)	—	0.52 (1.79)	0.55 (1.88)	(**E**) 1.718
	W_2	3.50 (6.01)	1.61 (2.77)	1.27 (2.17)	0.90 (3.09)	0.81 (2.78)	0.58 (1.98)	(**F**) 3.430
	W_3	2.89 (4.97)	8.55 (14.68)	1.02 (1.76)	1.79 (6.14)	1.02 (3.51)	0.60 (2.05)	

* カッコの中が事故率である。

i) **E** グループ (RRI≦1.0)

(a) 事故率

歩行者事故，車両相互事故は幅員大速度中 (W_3S_2) で大きい事故率を示している。車両単独事故は全て1.0以下の小さい値である。全事故の事故率は1.72であるが幅員大速度中 (W_3S_2) で14.68と大きい値である。

(b) 危険指標 (RRI)

歩行者事故，車両相互事故は幅員中 (W_2)，幅員大 (W_3) で同じ傾向パターンである。すな

わち，幅員中 (W_2) は速度の増加により減少するパターンであり幅員大 (W_3) では速度中 (S_2) で大きな RRI を示している。幅員小 (W_1) はどちらも RRI は小さい。車両単独事故の傾向は異なる (図-9)。

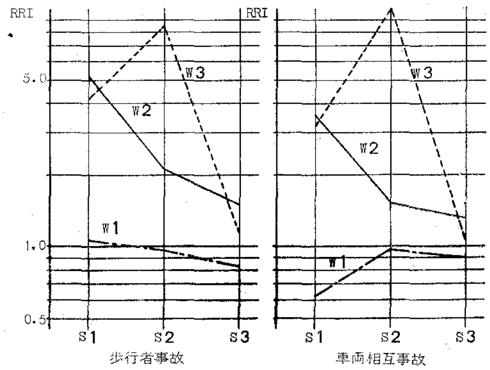
ii) **F** グループ (RRI>1.0)

(a) 事故率

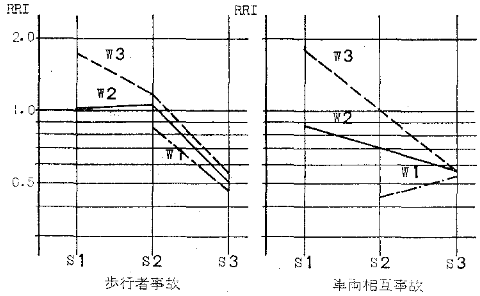
歩行者事故は幅員大速度小 (W_3S_1) で事故率 1.45 である他は小さな値である。車両相互事故は歩行者事故に対して大きな事故率であり特に幅員大速度小 (W_3S_1) で大きい。車両単独事故は小さいが全事故では，3.43 と大きな事故率である。

(b) 危険指標 (RRI)

歩行者事故，車両相互事故ともに各幅員グループで速度による傾向がみられる。すなわち，幅員中・大 (W_2, W_3) のグループは両型態とも速度の増加により，減少する傾向パターンである。幅員小 (W_1) は歩行者事故が減少，車両相互事故が増加のパターンを示している (図-10)。



図—9 幅員・速度と危険指標：交通量グループ (E)



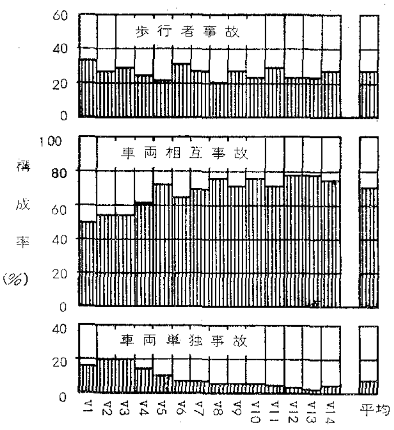
図—10 幅員・速度と危険指標：交通量グループ (F)

III-3. 交通量と事故発生型態の特徴について

1. 交通量 14 グループについて

i) 事故類型と構成率変化

各クラス内の事故類型構成率を図-11 に示す。歩行者事故は交通量の増加に対してほぼ一定を保ち25%程度である。車両相互事故は V.I (III の表-5, 以下同じ) で低く V.II, VIII の範囲でほぼ一定となる。車両単独事故は V.I の範囲で約 20% を示し，車両相互事故の率を低下せしめている。しかし，車両単独事故の率は交通量の増加につれて低下する。いずれのクラスにおいても車両相互事故が多い。



図—11 交通量と事故類型構成率変化

ii) 事故発生地点の地理的環境変化

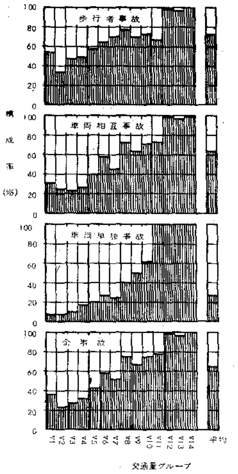
事故発生地点の道路の沿道開発状況を都市部 (*urban*) と地方部 (*rural*) に分け，各クラス内の事故をこの両者に分類した構成率を図-12 に示す。これにより，交通量の増加につれて道

路環境が都市化する状態——都市部事故の構成率の増加——が明らかになる。また表-5 (III) の3つの交通量範囲の地理的性格が明らかになる。すなわち，V.I は地方部的，V.III は都市部的性格であり，V.II はこの両者が混在し交通量の増加につれて都市部的性格が優位になり，V.III に移行する。V.I において歩行者事故の都市部的発生割合が高いのは人の行動が市街地中心に行なわれる結果を反映している。

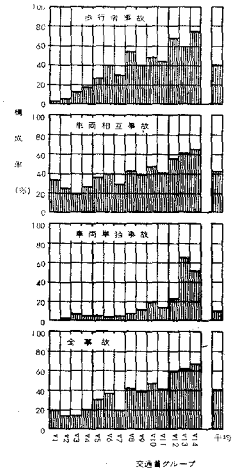
iii) 交差点事故の構成率変化

各クラスの事故を交差点事故と非交差点事故に分け，その構成率を図-13 に示す。交通量の増加につれて交差点事故の割合が増加する傾向にある。とくに歩行者事故においてその傾向が著しい。これは道路環境の都市化——交差点密度の増加と歩行者密度の増加——に関係すると考えられる。図-14 は交差密度と交差点事故率を示している。全事故についてみると，交差点事故の構成率は V.I で 20%，V.II で 40% そして V.III で 60% 程度である。

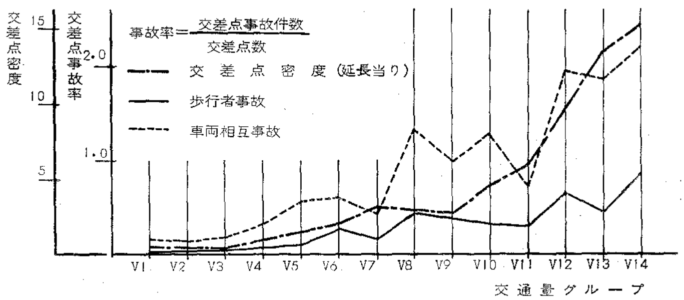
iv) 事故形態と構成率変化



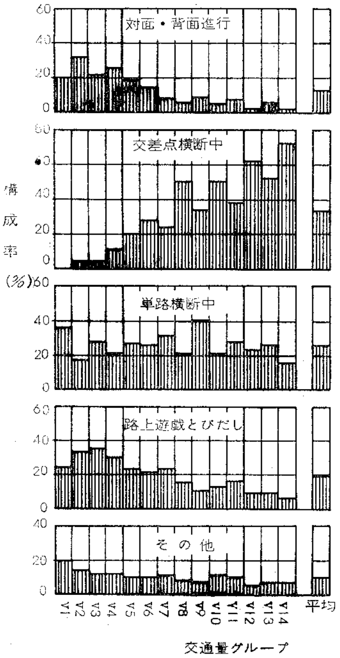
図—12 交通量と都市部事故構成率変化



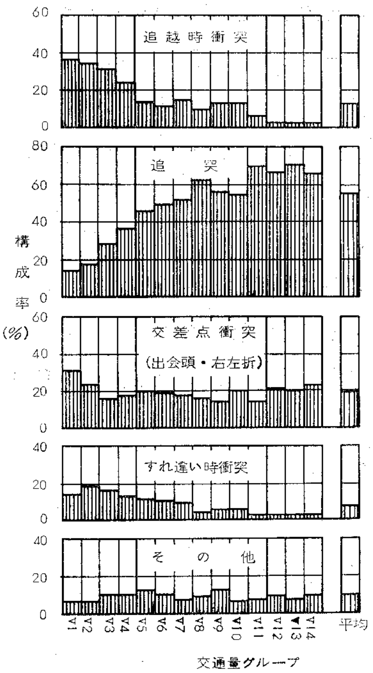
図—13 交通量と交差点事故構成率変化



図—14 交差点密度と交差点事故率



図―15　交通量と歩行者事故の事故形態構成率変化



図―16　交通量と車両相互事故の事故形態構成率変化

歩行者事故と車両相互事故の事故発生形態をそれぞれ5種類にまとめた各クラス内の構成率を図-15, 図-16に示す。

歩行者事故のうち交通量の増加にともなって増加する形態は交差点横断中のものである。このパターンは歩行者事故の交差点事故の変化にほぼ一致する(図-13)。単路横断中の率は交通量の変化にかかわらずほぼ一定になる。また交通量の増加につれて減少する形態は対面背面進行中と路上遊戯・とび出し形態であり，ともに地方部的性格の交通量範囲において高くなっている。

車両相互事故のうち，大きな特徴は追突事故の構成率が交通量の増加とともに非常に高くなりV.III範囲で70%にも達することである。これは交差点密度の増加(図-14)が理由の一部であるがまた，交通量増加にともなう混雑度の増加の影響が大きいと思われる。交差点における衝突(出会頭・右左折)がほぼ一定であることからも後者の理由が裏づけられる。追越時の事故はV.Iの範囲で非常に多く交通量の増加とともに減少する。これは交通量の少ない場所の道路交通状態と設計条件に関係するものであろう。この両者は交通量の増加にともない追突形態へ移行する傾向にある。

2.　E と F グループについて

i)　歩行者事故の構成率

歩行者事故の事故発生形態を5種類にまとめた各グループの構成率を図-17に示す。

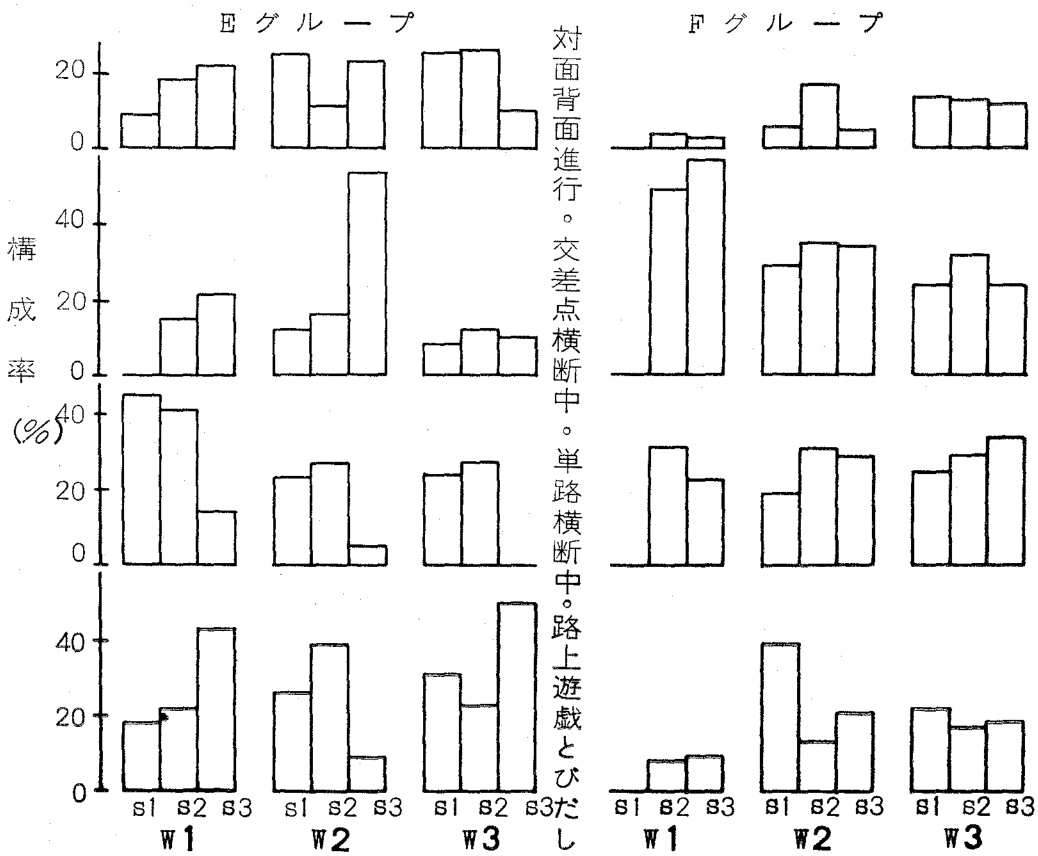
E グループの特徴は路上遊戯・とび出しが大きな構成率を示していることである。また，単路横断中の形態は幅員小 (W_1) で速度の増加により減少する傾向を示している。交差点横断中は構成率が小さいが幅員中速度大 (W_2S_3) のグループで50% 以上の構成率を示している。

F グループの特徴は交差点横断中が大きな構成率を示していることである。また，単路横断中の形態は幅員大 (W_3) で速度の増加とともに増加する傾向を示している。対面背面進行中はきわめて小さな構成率である。

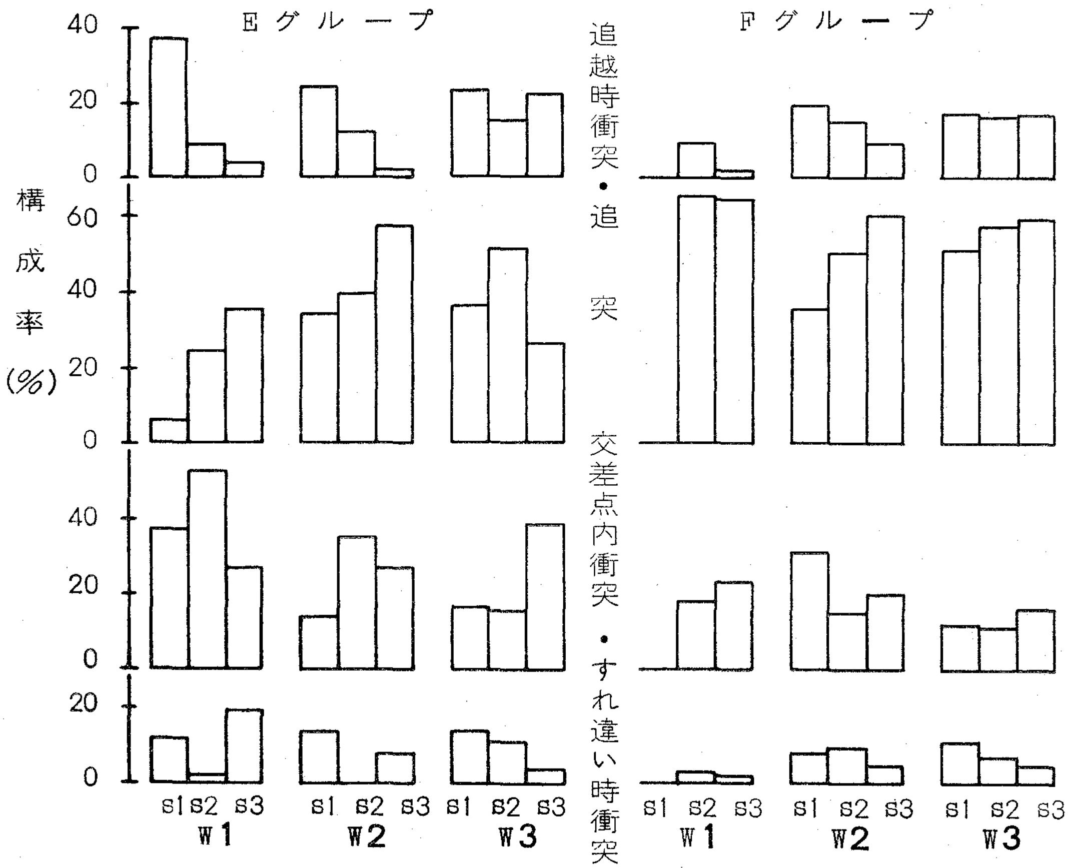
ii) 車両相互事故の構成率

車両相互事故の事故発生形態を5種類にまとめた各グループの構成率を図-18に示す。

E グループの特徴は追突事故形態が大きい構成率を示すことである。また，追突と追越時の形態において幅員小・中 (W_1, W_2) のグループで速度の変化による傾向がきわめて大きな変化を示している。交差点内衝突（出会頭・右左折）は幅員小 (W_1) のグループが大きな構成率を示している。



図—17 要因組合せによる歩行者事故の事故形度構成率変化



図—18　要因組合せによる車両相互事故の事故形態構成率変化

F グループの特徴は追突事故形態が 60% 以上の構成率であり，幅員・速度にかかわらず大きいことである。またこの形態は幅員中・大 (W_2, W_3) で速度の増加により増加する傾向を示している。 他の形態は構成率が小さいが，幅員中速度小 (W_2S_1) のグループで交差点内衝突の形態が 30% 以上の構成率である。

IV.　分析結果のまとめ

1)　事故率は交通量の増加とともに高くなる傾向がある。

2)　(2) 式で定義した相対的危険指標 (*Relative Risk Index* : RRI) は交通事故発生の危険性を質的に評価する有効な尺度であり，歩行者事故と車両相互事故の発生に対する危険性はほぼ等しい。

3)　危険指標にもとづいて交通量範囲を大きく 3 つに分けることができる。その範囲は 12 時間交通量が 3,000 台未満，3,000 台～18,000 台と 18,000 台以上である。

4) 幅員が増加すると危険指標は直線的に大きくなっている。幅員 10 m 以上で危険指標は 1.0 以上となり危険性が高くなる。

5) 速度の小さなグループが大きな危険指標を示し，速度が増加すると減少する。速度 40 km/hr 未満のグループが 1.0 以上の危険指標を示している。

6) 交通環境要因としての交通量，幅員，速度を危険指標1.0にもとづいてそれぞれグループ化したところ事故型態別，地域特性別の危険性にはっきりとした違いがみられる。

7) 都市部における事故発生割合は交通量の増加とともに高くなり，道路の地理的環境が都市化する過程を反映する。この結果から，3 つの交通量範囲の地理的性格が把握される。すなわち，地方部型，地方部から都市部への推移型そして都市部型となる。

8) 交差点事故の割合は交通量の増加とともに高くなる。とくに歩行者事故においてこの傾向は著しい。これは道路環境の都市化にともなう交差点密度と歩行者密度の増加に関連するものと考えられる。

9) 交通量を危険指標により 2 つのグループに集約したところこの両グループ間において事故類型の構成率パターンに違いがあるのが示された。特に，歩行者事故は低交通量において路上遊戯・とび出しが高い構成率であり，交通量大では交差点横断中の事故が高い構成率である。

V. おわりに

以上の分析を通して，主要な交通環境要因――交通量，速度，幅員――から交通事故発生の危険性を相対的危険指標 RRI を通して評価し，従来の事故分析では得られなかったいくつかの結果を得た。RRI による危険性評価の方法は交通事故分析の 1 つの方法として利用できるものと思われる。そして，分析結果は安全性を中心とした道路の設計や交通管理のためにいくつかの基礎的情報を示した。

現在，ここでとりあげた要因の他の環境要因を含めて要因分析的な手法を用いて，事故発生の予測に関する方法論を体系化することを進めている。これら一連の研究を通して，交通安全問題を科学的な側面からアプローチし，安全で快適な交通システムの確立をはかろうとするものである。

最後に，本研究のために資料を提供された北海道開発局ならびに北海道警察本部に感謝の意を表する。なお，データ処理は北海道大学大型計算センター FACOM 230-60 で行った。

(昭和 49 年 5 月 21 日受理)

文献

1) 板倉忠三・加来照俊・斎藤和夫： 交通事故に対する危険度評価の方法について，交通工学 Vol. 3, No. 2, 1968.

2) Earl, C. and Williams, Jr.: *Evaluating Safety*, Trffic Engineering, 1965 (*March*).

3) 森　尚雄・植松俊夫： 交通環境から見た事故の統計的分析，科学警察研究所報告（交通編），8巻1号，1967.
4) 斎藤和夫： 路線における交通事故の解析とその対策，第10回日本道路会議特定課題論文集，昭和46年.
5) K. Saito: *Application of Statistical Concept to Identify Hazardous Locations of Highway as a Basis for Planning of Highway Safety Improvements*, 地域と交通，技報堂，1973.
6) 斎藤和夫・石井憲一： 交通事故発生の危険性評価に関する研究 (I)，土木学会第27回全国学術講演会概要集，昭和47年.
7) 石井憲一・斎藤和夫： 交通事故発生の危険性評価に関する研究 (II)，土木学会第28回全国学術講演会概要集，昭和48年.
8) 斎藤和夫： 交通量と交通事故発生の関係に関する分析的研究，土木学会北海道支部研究発表論文集，昭和47年.

On Three-dimensional Stress Distribution due to Displacement of a Cylindrical Inclusion

Kenichi G. MATSUOKA and Sumio G. NOMACHI*

Abstract

An interaction between the finite elastic body and the cylindrical inclusion is handled by solving a three-dimensional stress problem written in the cylindrical coordinate system.

The problem is analyzed by means of finite Fourier-Hankel transforms, on the assumption that the elastic body is very thick cylinder and the solid core as the inclusion keeps its sectional area unchanged duping the interaction.

The numerical calculations were carried on for the cases with the various ratio between outer and inner radii, as well as the different ratio between elastic moduli of the outer body and the inclusion

1. General expression of displacement

Three-dimensional stress problems were solve by means of finite Fourier-Hankel transforms[1),2)], and as an application of it, the correct solution concerning the bending of the thick hollow cylinder, has been obtained by the outhors with the expressions of the displacements[3)], and replacements of sine for cosine and cosine for sine, into these expressions yield another set of displacements.

Thus obtained displacements will be taken for the problem now considered. The origin of coordinate is placed as shown in Fig. 1, in which a and b denote the inner and outer radii, and c denotes the height of the cylinder. Let u, v and w be the displacement components in the r, θ and z directions. The boundary conditions satisfying that the shearing stress vanishes and w is zero for $z=0$ and c, give the displacement vector as follows:

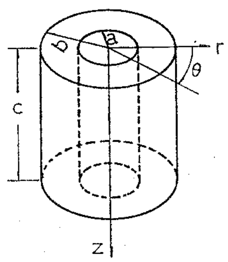


Fig. 1.

$$u = \frac{1}{\pi}\sum_{\nu=0}^{\infty} c_\nu (A_{\nu z r} + B_{\nu z r}) \cos \nu\theta \tag{1}$$

$$v = \frac{1}{\pi}\sum_{\nu=1}^{\infty} (A_{\nu z r} - B_{\nu z r}) \sin \nu\theta \tag{2}$$

$$w = \sum_{k=1}^{2}\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{2}{\pi c} \sum_{n=1}^{\infty} c_\nu \left[G_\nu^{(k)}(Nr)\, D_{\nu n k} + \frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda} F_\nu^{(k)}(Nr) \left\{ \frac{1}{2\mu}\beta_{\nu n k} + A_{\nu n k} - B_{\nu n k} + D_{\nu n k} \right\} \right] \frac{1}{N} \sin Nz \cos \nu\theta \tag{3}$$

---

* Department of Civl Engineering, Hokkaido University.

$$A_{\nu zr}=\sum_{k=1}^{2}\left[\frac{a^{2\nu}b^{2\nu}}{b^{2\nu}-a^{2\nu}}\cdot\frac{r^{-(\nu+1)}}{3\mu+\lambda}\cdot\frac{1}{c}(-1)^{k-1}a_k^{2-\nu}\left\{\frac{1}{2}\alpha_{\nu 0k}+\frac{1}{2}\beta_{\nu 0k}\right.\right.$$
$$\left.+\frac{2\nu\mu-(\mu+\lambda)}{\nu+1}A_{\nu 0k}-\frac{\mu+\lambda}{\nu-1}B_{\nu 0k}\right\}+f_{\nu p}^{(k)}(r)\left\{\frac{1}{2\mu}\alpha_{\nu 0k}\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2(2\mu+\lambda)}\beta_{\nu 0k}+\frac{3\mu+\lambda}{2\mu+\lambda}A_{\nu 0k}+\frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda}B_{\nu 0k}\right\}\frac{1}{c}$$
$$+\frac{2}{c}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{N}\left(\frac{1}{2\mu}\chi_{\nu p}^{(k)}(Nr)\{\alpha_{\nu nk}+\beta_{\nu nk}+4\mu A_{\nu nk}+\mu D_{\nu nk}\}\right.$$
$$\left.\left.-\frac{\mu+\lambda}{2(2\mu+\lambda)}\omega_{\nu p}^{(k)}(Nr)\left\{\frac{1}{2\mu}\beta_{\nu nk}+A_{\nu nk}-B_{\nu nk}+D_{\nu nk}\right\}\right)\cos Nz\right] \qquad (4)$$

$$B_{\nu zr}=\sum_{k=1}^{2}\left[\frac{1}{b^{2\nu}-a^{2\nu}}\cdot\frac{r^{\nu-1}}{3\mu+\lambda}\frac{1}{c}(-1)^{k-1}a_k^{\nu+2}\left\{\frac{1}{2}\alpha_{\nu 0k}-\frac{1}{2}\beta_{\nu 0k}+\frac{\mu+\lambda}{\nu+1}A_{\nu 0k}\right.\right.$$
$$\left.+\frac{2\nu\mu+(\mu+\lambda)}{\nu-1}B_{\nu 0k}\right\}-f_{\nu s}^{(k)}(r)\cdot\frac{1}{c}\left\{\frac{1}{2\mu}\alpha_{\nu 0k}-\frac{1}{2(2\mu+\lambda)}\beta_{\nu 0k}\right.$$
$$\left.+\frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda}A_{\nu 0k}+\frac{3\mu+\lambda}{2\mu+\lambda}B_{\nu 0k}\right\}$$
$$+\frac{2}{c}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{N}\left(-\frac{1}{2\mu}\chi_{\nu s}^{(k)}(Nr)\{\alpha_{\nu nk}-\beta_{\nu nk}+4\mu B_{\nu nk}-\mu D_{\nu nk}\}\right.$$
$$\left.\left.-\frac{\mu+\lambda}{2(2\mu+\lambda)}\omega_{\nu s}^{(k)}(Nr)\left\{\frac{1}{2\mu}\beta_{\nu nk}+A_{\nu nk}-B_{\nu nk}+D_{\nu nk}\right\}\right)\cos Nz\right] \qquad (5)$$

where

$$N=\frac{n\pi}{c},\quad (n=1,2,\cdots);\ \nu=0,1,2,\cdots,\quad a_1=b,\quad a_2=a,\quad a_0=a,$$

$\mu,\lambda=$Lamé's constants, $c_i=\frac{1}{2}$ for $i=0$ and $c_i=1$, for $i\neq 0$,

$$\alpha_{\nu nk}=\boldsymbol{S}_\nu\boldsymbol{C}_n[\tau_{r\theta}]_{r=a_k},\quad \beta_{\nu nk}=\boldsymbol{C}_\nu\boldsymbol{C}_n[\sigma_r]_{r=a_k}$$

$$A_{\nu nk}=\frac{1}{2}(\nu+1)\boldsymbol{C}_n\Big[\boldsymbol{C}_\nu[u]+\boldsymbol{S}_\nu[v]\Big]_{r=a_k},\quad B_{\nu nk}=\frac{1}{2}(\nu-1)\boldsymbol{C}_n\Big[\boldsymbol{C}_\nu[u]-\boldsymbol{S}_\nu[v]\Big]_{r=a_k}$$

$$D_{\nu nk}=N\boldsymbol{C}_\nu\boldsymbol{S}_n[w]_{r=a_k},\quad k=1,2$$

$$\boldsymbol{C}_n[f]=\int_0^c f(x)\cos\frac{n\pi}{c}x\mathrm{d}x,\quad \boldsymbol{S}_n[f]=\int_0^c f(x)\sin\frac{n\pi}{c}x\mathrm{d}x$$

and the functions:

$$G_\nu^{(k)}(Nr)=\frac{R_{\nu\cdot\nu}^{(k)}(Nr)}{R_{\nu\cdot\nu}^{(k)}(Na_k)},\quad \chi_{\nu p}^{(k)}(Nr)=\frac{R_{\nu+1\cdot\nu}^{(k)}(Nr)}{R_{\nu\cdot\nu}^{(k)}(Na_k)},\quad \chi_{\nu s}^{(k)}(Nr)=\frac{R_{\nu-1\cdot\nu}^{(k)}(Nr)}{R_{\nu\cdot\nu}^{(k)}(Na_k)},$$

$$F_\nu^{(k)}(Nr)=\frac{N}{\{R_{\nu\cdot\nu}^{(k)}(Na_k)\}^2}\left[R_{\nu\cdot\nu}^{(k)}(Na_k)\left\{rR_{\nu-1\cdot\nu}^{(k)}(Nr)-a_{k-1}R_{\nu\cdot\nu+1}^{(k)}(Nr)\right\}\right.$$
$$\left.-R_{\nu\cdot\nu}^{(k)}(Nr)\left\{a_kR_{\nu-1.\nu-1}^{(k)}(Na_k)-a_{k-1}R_{\nu\cdot\nu+1}^{(k)}(Na_k)\right\}\right],$$

$$\omega_{\nu p}^{(k)}(Mr)=\frac{N}{\{R_{\nu\cdot\nu}(Na_k)\}^2}\Big[R_{\nu\cdot\nu}^{(k)}(Na_k)\Big\{rR_{\nu\cdot\nu}^{(k)}(Nr)-a_{k-1}R_{\nu+1.\nu+1}^{(k)}(Nr)\Big\}$$
$$-R_{\nu+1\cdot\nu+1}^{(k)}(Nr)\Big\{a_k R_{\nu-1\cdot\nu-1}^{(k)}(Na_k)-a_{k-1}R_{\nu\cdot\nu+1}^{(k)}(Na_k)\Big\}\Big],$$

$$\omega_{\nu s}^{(k)}(Nr)=\frac{N}{\{R_{\nu\cdot\nu}^{(k)}(Na_k)\}^2}\Big[R_{\nu\cdot\nu}^{(k)}(Na_k)\Big\{rR_{\nu\cdot\nu}^{(k)}(Nr)-a_{k-1}R_{\nu-1\cdot\nu-1}^{(k)}(Nr)\Big\}$$
$$-R_{\nu-1\cdot\nu}^{(k)}(Nr)\Big\{a_k R_{\nu+1\cdot\nu}^{(k)}(Na_k)-a_{k-1}R_{\nu\cdot\nu-1}^{(k)}(Na_k)\Big\}\Big],$$

$$g_\nu^{(k)}(r)=\frac{a^\nu b^\nu}{b^{2\nu}-a^{2\nu}}\left\{\left(\frac{r}{a_{k-1}}\right)^\nu-\left(\frac{a_{k-1}}{r}\right)^\nu\right\},$$

$$f_{\nu p}^{(k)}(r)=\frac{a^\nu b^\nu}{b^{2\nu}-a^{2\nu}}\left\{\frac{a_{k-1}}{2(\nu+1)}\left(\frac{r}{a_{k-1}}\right)^{\nu+1}-\frac{a_{k-1}}{2}\left(\frac{a_{k-1}}{r}\right)^{\nu-1}\right\}$$
$$+\frac{1}{r^{\nu+1}}\cdot\frac{2\nu a^{2\nu}b^{3\nu}}{(b^{2\nu}-a^{2\nu})^2}\left\{\frac{a^2-b^2}{4(\nu+1)}a_{k-1}^{-\nu}+\frac{a_{k-1}^\nu}{4(\nu-1)}(a^{-2(\nu-1)}-b^{-2(\nu-1)})\right\},$$

$$f_{\nu s}^{(k)}(r)=\frac{a^\nu b^\nu}{b^{2\nu}-a^{2\nu}}\left\{\frac{1}{2}a_{k-1}\left(\frac{r}{a_{k-1}}\right)^{\nu+1}+\frac{a_{k-1}}{2(\nu-1)}\left(\frac{a_{k-1}}{r}\right)^{\nu-1}\right\}$$
$$+r^{\nu-1}\frac{2\nu a^\nu b^\nu}{(b^{2\nu}-a^{2\nu})^2}\left\{\frac{a_{k-1}^{-\nu}}{4(\nu+1)}(a^{2(\nu+1)}-b^{2(\nu+1)})+\frac{a_{k-1}^\nu}{4(\nu-1)}(a^2-b^2)\right\},$$
$$R_{ij}^{(k)}(Nr)=I_i(Nr)\,K_j(Na_{k-1})-(-1)^{i+j}I_j(Na_{k-1})\,K_i(Nr).$$

which may correspond to the bending behaviour of the beam on the elastic subgrade as well that of the pile struck into the earth.

2. The formulas of stress components

The stress components are related to the displacement components by the well-known Hooke's law:

$$\sigma_r=2\mu\frac{\partial u}{\partial r}+\lambda\cdot e \tag{6}$$

$$\sigma_\theta=2\mu\left(\frac{u}{r}+\frac{\partial v}{r\partial\theta}\right)+\lambda\cdot e \tag{7}$$

$$\sigma_z=2\mu\frac{\partial w}{\partial z}+\lambda\cdot e \tag{8}$$

$$e=\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{u}{r}+\frac{\partial v}{r\partial\theta}+\frac{\partial w}{\partial z} \tag{9}$$

$$\tau_{r\theta}=\mu\left(\frac{\partial u}{r\partial\theta}+\frac{\partial v}{\partial r}-\frac{v}{r}\right) \tag{10}$$

$$\tau_{\theta z}=\mu\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{r\partial\theta}\right) \tag{11}$$

$$\tau_{zr}=\mu\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial r}\right) \tag{12}$$

where σ_r : the normal stress in the r direction
σ_θ : the normal stress in the θ direction
σ_z : the normal stress in the z direction
$\tau_{r\theta}$: the shearing stress around the z axis
$\tau_{\theta z}$: the shearing stress around the r axis
τ_{zr} : the shearing stress around the θ axis

The eqs. (1)~(5), through the eqs. (6)~(11), lead to the stress components as followes :

$$\sigma_r=\frac{2\mu}{\pi}\sum_{\nu=0}^{\infty}c_\nu\left(\frac{\partial A_{\nu zr}}{\partial r}+\frac{\partial B_{\nu zr}}{\partial r}\right)\cos\nu\theta+\lambda\cdot e \tag{13}$$

$$\sigma_\theta=\frac{2\mu}{\pi}\sum_{\nu=0}^{\infty}c_\nu\left(\frac{\nu+1}{r}A_{\nu zr}-\frac{\nu-1}{r}B_{\nu zr}\right)\cos\nu\theta+\lambda\cdot e \tag{14}$$

$$\begin{aligned}\sigma_z=\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{2}\sum_{\nu=0}^{\infty}c_\nu\Bigg[&\left\{\frac{\lambda}{2(2\mu+\lambda)}\beta_{\nu0k}+\frac{\mu\lambda}{2\mu+\lambda}(A_{\nu0k}-B_{\nu0k})\right\}g_\nu^{(k)}(r)\cos\nu\theta\\&+\sum_{n=1}^{\infty}\left(G_\nu^{(k)}(Nr)\cdot\frac{2\mu\lambda}{2\mu+\lambda}\left\{\frac{1}{2\mu}\beta_{\nu nk}+A_{\nu nk}-B_{\nu nk}+\frac{2(\mu+\lambda)}{\lambda}D_{\nu nk}\right\}\right.\\&\left.+\frac{2\mu(\mu+\lambda)}{2\mu+\lambda}F_\nu^{(k)}(Nr)\left\{\frac{1}{2\mu}\beta_{\nu nk}+A_{\nu nk}-B_{\nu nk}+D_{\nu nk}\right\}\right)\cos Nz\Bigg]\end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}e=\frac{2}{\pi c}\sum_{k=1}^{2}\sum_{\nu=0}^{\infty}c_\nu\Bigg[&\left\{\frac{1}{2(2\mu+\lambda)}\beta_{\nu0k}+\frac{\mu}{2\mu+\lambda}(A_{\nu0k}-B_{\nu0k})\right\}g_\nu^{(k)}(r)\\&+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2\mu+\lambda}\left\{\beta_{\nu nk}+2\mu(A_{\nu nk}-B_{\nu nk}+D_{\nu nk})\right\}G_\nu^{(k)}(Nr)\cos Nz\Bigg]\cos\nu\theta\end{aligned} \tag{16}$$

$$\tau_{r\theta}=\frac{\mu}{\pi}\sum_{\nu=1}^{\infty}\left\{\frac{\partial A_{\nu zr}}{\partial r}-\frac{\partial B_{\nu zr}}{\partial r}-\frac{\nu+1}{r}A_{\nu zr}-\frac{\nu-1}{r}B_{\nu zr}\right\}\sin\nu\theta \tag{17}$$

$$\begin{aligned}\tau_{\theta z}=\frac{2}{\pi c}\sum_{k=1}^{2}\sum_{\nu=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\Bigg[&\left\{\chi_{\nu p}^{(k)}(Nr)-\frac{\nu}{Nr}G_\nu^{(k)}(Nr)\right\}\alpha_{\nu nk}-\frac{\nu}{Nr}G_\nu^{(k)}(Nr)\left\{\beta_{\nu nk}-2\mu D_{\nu nk}\right\}\\&+2\mu\left\{\chi_{\nu p}^{(k)}(Nr)A_{\nu nk}+\chi_{\nu s}^{(k)}(Nr)B_{\nu nk}\right\}-\frac{2\nu}{Nr}F_\nu^{(k)}(Nr)\cdot\frac{\mu(\mu+\lambda)}{2\mu+\lambda}\\&\times\left\{\frac{1}{2\mu}\beta_{\nu nk}+A_{\nu nk}-B_{\nu nk}+D_{\nu nk}\right\}\Bigg]\sin Nz\sin\nu\theta\end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}\tau_{zr}=\frac{2}{\pi c}\sum_{k=1}^{2}\sum_{\nu=0}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}c_\nu\Bigg[&-\frac{\nu}{Nr}G_\nu^{(k)}(Nr)\left\{\alpha_{\nu nk}+\beta_{\nu nk}-4\mu B_{\nu nk}\right\}\\&-\chi_{\nu p}^{(k)}(Nr)\left\{\beta_{\nu nk}-2\mu(A_{\nu nk}+B_{\nu nk})\right\}+\frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda}\left\{\omega_{\nu p}^{(k)}(Nr)+\frac{\nu}{Nr}F_\nu^{(k)}(Nr)\right\}\\&\times\left\{\beta_{\nu nk}-2\mu(A_{\nu nk}+B_{\nu nk}+D_{\nu nk})\right\}\Bigg]\cos\nu\theta\sin Nz\end{aligned} \tag{19}$$

3. Boundary conditions

As previously discribed, the periodic boundary condition is taken for $z=0$ and $z=c$, so what we need now is to find the condition on the interface between the elastic body and the inclusion, and the condition on the surface of the outer radius $r=b$.

To simplify the further discussion, the condition is assumed that u and w are zero as well as $\tau_{r\theta}$ vanishes on the outer surface:

$$u=0 \text{ for } r=b, \qquad \therefore \quad A_{\nu n1}=-B_{\nu n1} \tag{20}$$

$$w=\tau_{r\theta}=0 \text{ for } r=b, \qquad \therefore \quad C_{\nu n1}=0 \text{ and } \alpha_{\nu n1}=0 \tag{21}$$

On the interface $r=a$, the shearing stress vanishes, the radial displacement is continuous, and the radial stress occurs to hold an equilibrium state with the beam action by the inclusion, so that the boundary conditions are written as follows:

$$\tau_{r\theta}=0 \text{ for } r=a, \qquad \therefore \quad \alpha_{\nu n2}=0 \tag{22}$$

$$\tau_{zr}=0 \text{ for } r=a, \tag{23}$$

$$E_i I\frac{d^4u_0}{dz^4}=\int_0^{2\pi}\sigma_r a\cos\theta d\theta, \tag{24}$$

which is transformed into

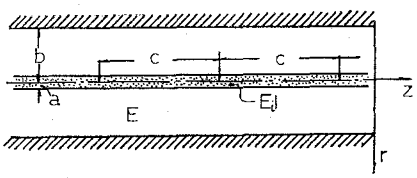


Fig. 2.

$$E_iI\Big\{N^4\boldsymbol{C}_n[u_0]+N^2\Big(\Big[\frac{du_0}{dz}\Big]_{z=0}-(-1)^n\Big[\frac{du_0}{dz}\Big]_{z=c}\Big)$$
$$+\Big((-1)^n\Big[\frac{d^3u_0}{dz^3}\Big]_{z=c}-\Big[\frac{d^3u_0}{dz^3}\Big]_{z=0}\Big)\Big\}$$
$$=a\int_0^{2\pi}\boldsymbol{C}_n[\sigma_r]\cos\theta d\theta$$

where u_0: the displacement of the center of the inclusion,
E_i: the elastic modulus of the inclusion, I: the moment of inartia.

Because the inclusion keeps its initial section during strained, the surface of the inclusion displaces by

$$u_a=u_0\cos\theta, \qquad v_a=-u_0\sin\theta, \tag{25}$$

which are identical with the radial displacement on the inner surface of the elastic body.

So that

$$u)_{r=a}=\frac{2}{\pi c}\sum_{\nu=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}c_{\nu}c_{n}(A_{\nu n2}+B_{\nu n2})\cos Nz\cos\nu\theta \tag{26}$$

and the cosine transformation of u is found as

$$u_a=\frac{2}{c}\sum_{n=0}^{\infty}c_n\boldsymbol{C}_n[u_0]\cos Nz\cos\theta\,. \tag{27}$$

Equating the eqs. (26) and (27), we have

$$\boldsymbol{C}_n[u_0]=A_{\nu n2}+B_{\nu n2} \tag{28}$$

and $\nu=1$.

This means that the displacements and stresses on this case, correspond to the eqs. (1)～(5) and (13)～(19) with $\nu=1$.

Hence, the right side of eq. (24) becomes

$$a\int_0^{2\pi}\boldsymbol{C}_n[\sigma_r]\cos\theta\,d\theta=a\beta_{\nu n2} \tag{29}$$

in which $\nu=1$.

The inclusion also takes the periodic boundary condition in the z direction as the outer body does. The shearing stress appears for $z=0$ and $z=c$.

Denoting the resultant of the prescribed shearing stress by P, we finally get

$$E_iIN^4\left\{A_{1n2}+B_{1n2}\right\}-a\beta_{1n2}=\left\{1+(-1)^n\right\}P \tag{30}$$

The mathematical definition requires the following equations:

$$A_{\nu zr})_{r=b}=\frac{2}{c}\sum_{n=0}^{\infty}c_{\nu}A_{\nu n1}\cos Nz \tag{31}$$

$$A_{\nu zr})_{r=a}=\frac{2}{c}\sum_{n=0}^{\infty}c_{\nu}A_{\nu n2}\cos Nz \tag{32}$$

$$B_{\nu zr})_{r=b}=\frac{2}{c}\sum_{n=0}^{\infty}c_{\nu}B_{\nu n1}\cos Nz \tag{33}$$

$$B_{\nu zr})_{r=a}=\frac{2}{c}\sum_{n=0}^{\infty}c_{\nu}B_{\nu n2}\cos Nz \tag{34}$$

in which $B_{\nu nk}$ comes with $(\nu-1)$ and the eqs. (33) and (34) vanish in case of $\nu-1$.

As a result, the unknown constants $\beta_{\nu n1}$, $\beta_{\nu n2}$, $A_{\nu n1}$, $A_{\nu n2}$ and $C_{\nu n2}$ are to be determined and this can be done by the boundary conditions (20), (23), (30), (31) and (32).

4. Numerical examples

The numerical calculation was carried on for many cases varying the ratio b/a, the ratio c/a, and the different ratio between the elastic moduli of the outer

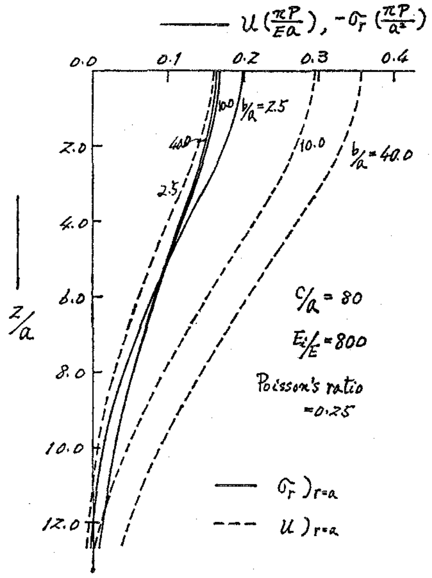


Fig. 3.

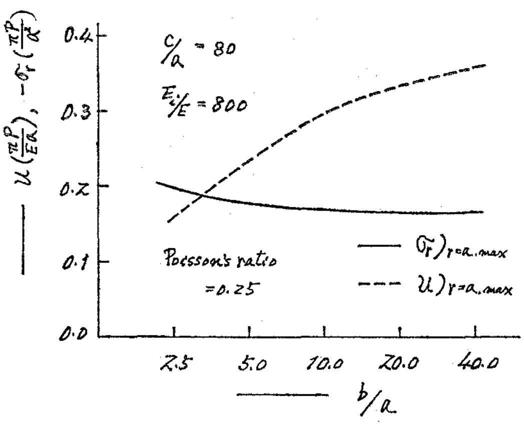


Fig. 4.

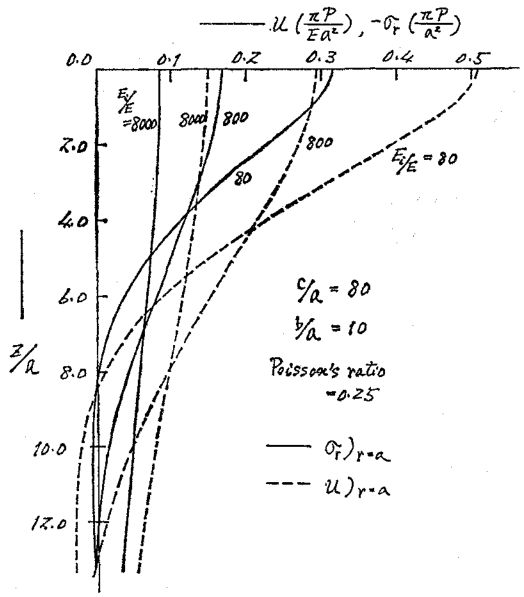


Fig. 5.

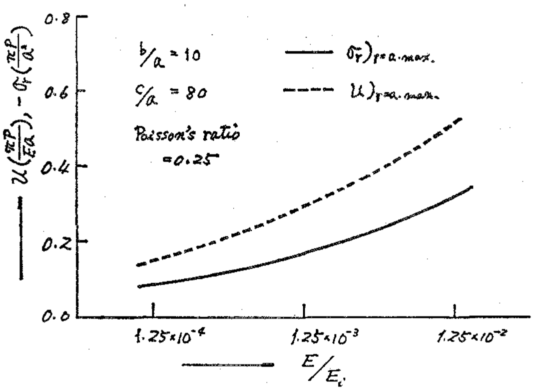


Fig. 6.

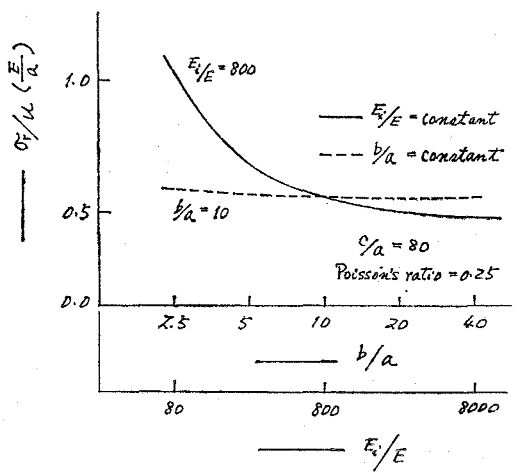


Fig. 7.

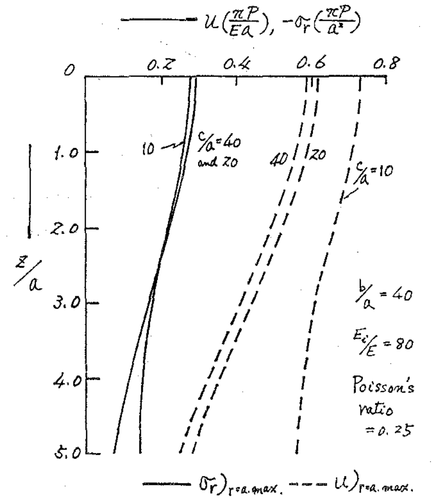


Fig. 8.

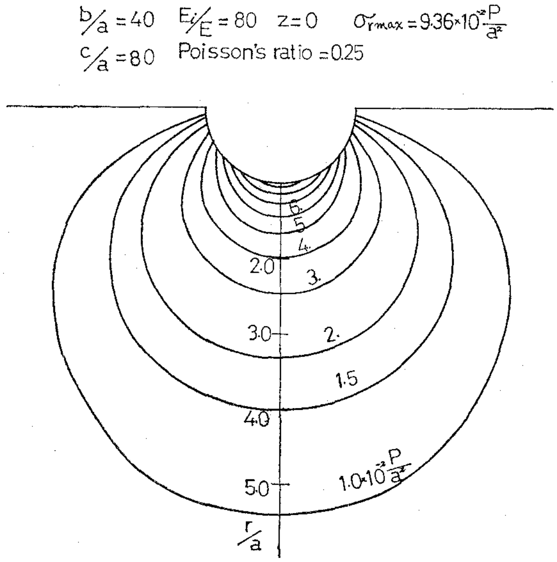


Fig. 9.

body and the inclusion. Poisson's ratio of the elastic body is taken as 0.25.

The distributions of the radial displacement u and the radial stress σ_r in the z direction for $\theta=0$, with various value of b/a are shown in Fig. 3 from which we fined that the shapes of the displacement curve are quite similar, while the magnitudes are quite different one another. The ratio σ_r and u takes approximately a constant value for each ratio b/a.

The connection of the maximum value of u and σ_r with the ratio b/a is illustrated as in Fig. 4, which shows that σ_r decreases down to a constant value as b/a increases, while the value of u increases with the increment of b/a. The ratio σ/u_r, therefore, tends to zero for $b/a \to \infty$.

The subgrade coefficient which is conventionally used in the theory of the beam on elastic subgrade, is effected not only by the elastic property of the subgrade, but also the size ratio between the subgrade and the beam.

The distributions of u and σ_r with the variation of the ratio between the elastic body and the inclusion, are drawn in Fig. 5, which shows that the inclusion has the smaller elastic modulus, the distribution has the more prompt variation in the z direction. So that the value of σ_r/u widely changes.

Letting the elastic modulus of the inclusion be constant and varying the modulus of the outer body, we can find the maximum values of u and σ_r as shown in Fig. 6.

Fig. 7 show the relation of σ_r/u with the variation of b/a and E_i/E respectively. We see that σ_r/u takes almost the constant value with the variation of E_i/E, while it gradually decreases as b/a increases. Though σ_r/u tends to zero for $b \to \infty$, the rate of decrement is very small.

Fig. 8 shows the distribution of u and σ_r in the z direction, with the variation of c/a. Fig. 9 shows the isochromatic line concerning σ_r, which promply decreases when r/a increases.

6. Closing remarks

The effect of the displacement of the cylindrical inclusion on the stress distribution in the elastic body is studied by treating the chick elastic cylinder with the co-centered cylindrical inclusion which behaves as a beam. In this manner, we write the problem in the cylindrical co-ordinate system, which can be conveniently handled by means of finite Fourier-Hankel transforms.

Carring on the various numerical calculation, we come to the conclusion:

a) the interaction between the elastic body and the inclusion, depends not only on the both elastic properties but also on the size ratio between them,

b) σ_r/u, which coincides with the subgrade coefficient, approximately takes a constant value for a larger b/a and $z/a<3.0$ in spite of any value of E_i/E.

The numerical results can not lead us to a theoretical judgement, on whether the coeventional theory of beam on elastic subgrade stands for the elastic theory or not. We however, can say the beam on elastic subgrade can practically go for the engineering use.

The calculation was carried on by FACOM 230-60 of the computer center on the campus of Hokkaido University.

(Received May. 27, 1974)

References

1) S. G. Nomachi: On One Method of Solving Stress Problems in Cylindrical Co-ordinates by Means of Fourier Hankel Transforms (Part I), the Memoirs of the Muroran Institute of Tecenology, Vol. 3, No. 3 (1960).

2) S. G. Nomachi: On One Method of Stress Problems in Cylindrical Co-ordinrte by Means of Fourier Hakel Transforms (Part II), the Memoirs of the Muroran Institute of Teohnology, Vol. 3, No. 4 (1961).

3) S. G. Nomachi and K. G. Matsuoka: On a Three Dimensional Stress Analysis of an Annular Cylindrical Body Subjected by Non-axisymmetrical Loading, the Memoirs of the Muroran Institute of Technology, Vol. 8, No. 1 (1973).

繰り返し荷重を受ける合成I桁および鋼I桁の曲げ疲労に関する基礎的研究

中村作太郎・志 村 政 雄

Basic Investigations on the Flexural Fatigue of Composite I-Beams and Steel I-Beams under Repeated Loadings

Sakutaro Nakamura and Masao Shimura

Abstract

Recently many studies on the flexural fatigue in composite I-beams and steel I-beams have been done in Japan and in other countries.

Novertheless, a lot of difficult problems on this subject have remained unknown and undeveloped.

The present writers supposed that every one of the road vehicle load, the railway vehicle load, the wind load, the sesmic load and etc. would act dynamically as the separate repeated load with different cycle number, and using Electrohydraulic Fatigue Testing Machine for Structures, they made a trial of experimental investigations on the flexural fatigue phenomena of composite I-beams and steel I-beams under single and double repeated loadings.

Then they discovered some interesting basic phenomena relating to the flexural fatigue fracture in the careful comparison with the results of static loading tests.

I. 緒　　言

合成I桁および鋼I桁の曲げ疲労に関する研究は，世界各国において種々行なわれるようになり，我国においても漸く実施されるようになって来た。しかし，それらの研究[1)~18)]には，特定の目的による断片的なものが多く，片振れ，両振れによる現象を基本的に論究した一般的な研究は少なく，まだまだ，未知・未開発の研究問題が沢山残っている。

著者等は自動車荷重・鉄道車輛荷重のほか，風荷重・地震荷重などの単位サイクル数の異なる動的荷重が載荷された場合をも想定し，片振れおよび両振れの繰り返し荷重を受ける合成I桁と鋼I桁の模型について，曲げ疲労試験を試み，各種の興味ある基本的特性を見出すことが出来た。

すなわち，図-1に示すような3本の合成I桁模型では，鉄筋コンクリート床版の亀裂・破壊だけに止まらず，鋼I桁の亀裂・崩壊に至るまでの過程と現象を全面的に追求し，また，図-2に示すような5本の鋼I桁模型では，静荷重試験結果と動荷重試験結果の比較吟味より，弾性

限度以内より破壊に至るまでの過程とそれに及ぼす繰り返し荷重による疲労の影響などについて追求した結果，未知・未開発の研究問題を解明するのに必要な貴重な基礎的現象を見出した。

II. 模　　型

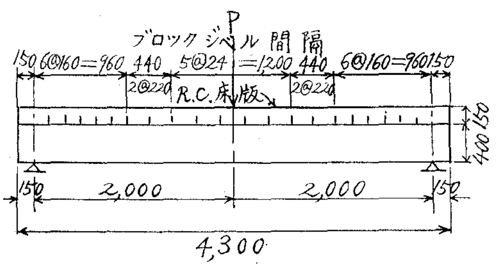
1. 合成I桁模型

合成I桁の模型製作に当たっては，出来るだけ鉄筋コンクリート床版の強度を高め，床版の破壊のみならず，鋼I桁の亀裂・崩壊に至るまでの現象と過程の全貌を試験出来るように工夫した。すなわち，鉄筋コンクリート床版の厚さは実物に近く15 cmとし，その強度の指定は材齢28日で400 kg/cm^{2}以上とした。また，合成I桁の機能を完全に発揮出来るように，支保工を工夫して死・活荷重合成I桁として製作した。

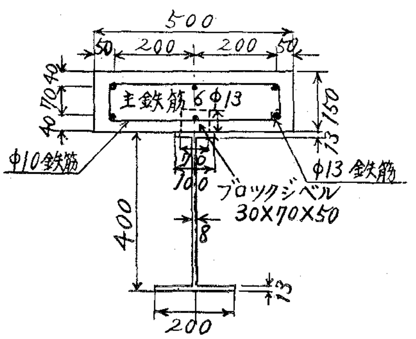
合成I桁を構成する鋼I桁にはSS 41を使用したが，材料試験の結果，引張強度の平均値4,786 kg/cm^{2}を示し，また，コンクリートの28日強度の平均値430 kg/cm^{2}となり，予期以上の高強度コンクリートのR.C床版を有する合成I桁模型が得られた。

また，模型については，同一断面・寸法（図-1参照）のもの3本（No. 1, No. 2, No. 3）を全く同一仕様の基で製作し，その1本1本に対しそれぞれ異なった目的の試験に使用するよう配慮した。

なお，ストレーンゲージの貼付位置および断面応力照査位置を示せば，図-3の通りである。

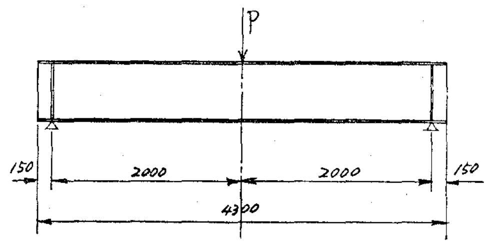


(a) 側 面 図（単位：mm）

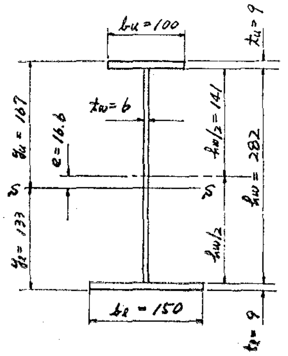


(b) 断 面 図（単位：mm）

図—1 合成I桁の模型寸法



(a) 側 面 図（単位：mm）



(b) 横断面図（単位：mm）

図—2 鋼I桁の模型寸法

2. 鋼I桁模型

鋼I桁の模型は，I形の同一断面・寸法(図-2参照)のもの5本(No. 1, No. 2, No. 3, No. 4, No. 5)とし，その1本1本に対しそれぞれ異なった目的の試験に使用するよう配慮した。

また，鋼材の種類は，橋梁に最も普通用いられるSS 41とし，模型におけるストレーンゲージの貼付位置は，図-4の通りとする。

III. 試験装置・測定機器および記録装置

実験に用いた試験装置・測定機器および記録装置を列記すれば次の通りである。

島津製作所製サーボパルサー EHF 30型の構造物疲労試験機(両振れ型，動荷重最大能力30 t，静荷重最大能力40 t)，SM-6 K型抵抗線静的歪測定器，DPM-E型抵抗線動的歪測定器，ダイヤルゲージ(精度：1/100 mm)，ビジグラフ FR-301型，ラピコーダー RMV-33型電磁オッシログラフ。

IV. 実験方法

1. 合成I桁模型の実験[19)~21)]

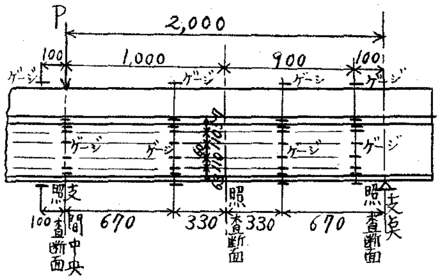
上述の島津製作所製の構造物疲労試験機を使用し，合成I桁の模型No. 1, No. 2, No. 3とも1本ずつ，支間4.0 mに設定した曲げ試験支持台の上に載せ，図-3に示す位置にストレーンゲージを貼付完了後，すでに列記した測定機器・記録装置を酷使し，中央1点集中線荷重載荷により，次に示すような各種の実験を行なった。

A. 模型No. 1の実験

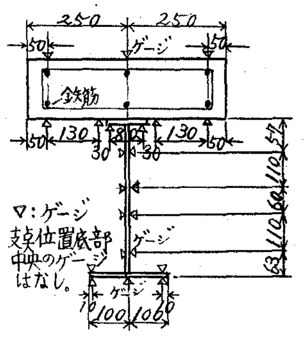
模型No. 1については，最初両端固定ヒンジ挾持(上下より取付枠で締め付ける固定方法の支持)の状態で，静荷重の最大能力40 tまで静荷重試験を行ない，次に同一の支持状態のまま，表-1の通り片振れおよび両振れ繰り返し荷重試験を行なった。

表-1 合成I桁模型No. 1の片振れおよび両振れ繰返し荷重試験

荷重種別	載荷順	Repeated Load (t)		Hz	Number of Cycle	Total N. of Cycle
		Max.	Min.	(N/sec)	(N)	(Σ N)
片振れ	①	10	4	5	10×10^4	10×10^4
	②	15	5	4	17×10^4	27×10^4
	③	20	6	3	30×10^4	57×10^4
	④	25	6	2	30×10^4	87×10^4
	⑤	30	6.5	1.5	30×10^4	117×10^4
両振れ	⑥	20	−20	0.5	3×10^4	120×10^4
	⑦	30	−30	0.5	0.12×10^4	120.12×10^4

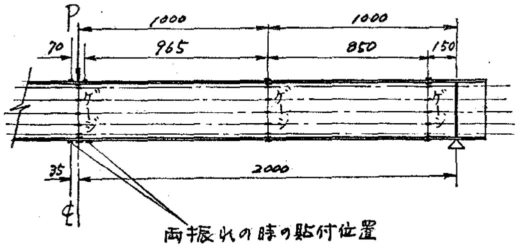


(a) 側 面 図 (単位: mm)

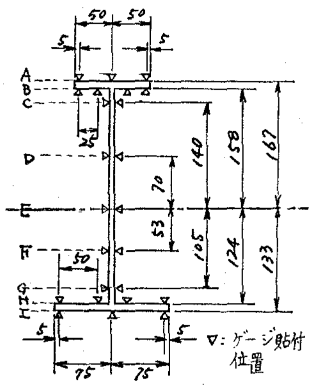


(b) 断 面 図 (単位: mm)

図—3 合成I桁模型のストレーンゲージ貼付位置



(a) 側 面 図 (単位: mm)



(b) 横 断 面 図 (単位: mm)

図—4 鋼I桁模型のストレーンゲージ貼付位置

B. 模型 No. 2 の実験

模型 No. 2 については，両端固定ヒンジ挾持の状態で，始めから終りまで両振れ繰り返し荷重試験のみ行なった。

すなわち，載荷せる荷重 P=±20 t の一定とし，繰り返し単位サイクル数にも，1 Hz (1 Cy./Sec) の一定値を用い，繰り返し回数 10 万回程度 (模型の崩壊回数) まで試験を続行した。

C. 模型 No. 3 の実験

模型 No. 3 については，最初両端単純支持および両端固定ヒンジ挾持の状態で，弾性限度以内における静荷重試験を行なって，支持条件の違いによる差異を追求し，更に両端固定ヒンジ挾持の状態で，表-2 に示す通りの荷重・単位サイクル数および総サイクル数を用いて両振れ繰り返し荷重試験を行なった。

表—2 合成I桁模型 No. 3 の両振れ繰り返し荷重試験

荷重種別	載荷順	Repeated Load (t)		Hz (N/sec)	Number of Cycle (N)	Total N. of Cycle (Σ N)
		Max.	Min.			
両振れ	①	10	−10	3	22×10^4	22×10^4
	②	10	−10	1	10.7×10^4	32.7×10^4
	③	10	−10	0.5	5×10^4	37.7×10^4
	④	15	−15	1	7.5×10^4	45.2×10^4

2. 鋼Ⅰ桁模型の実験[22),23)]

すでに述べた島津製作所製の構造物疲労試験機を使用し，鋼Ⅰ桁模型 No. 1, No. 2, No. 3, No. 4, No. 5 とも1本ずつ，支間 4.0 m に設定した曲げ試験支持台の上に載せ，図-4 に示す位置にストレーンゲージを貼付完了後，すでに列記した測定機器・記録装置を酷使し，中央1点集中線荷重載荷により，次に示すような各種の実験を行なった。

A. 模型 No. 1 の実験

他の4本の模型による繰り返し荷重試験の結果と比較吟味する目的で，両端単純支持，中央1点集中線荷重載荷による静荷重試験を行なった。すなわち，荷重は模型桁が破壊するまで 2 t ずつ増加し，その都度歪測定器・ダイヤルゲージの測定可能な限り，ひずみ・たわみを測定し，更にそれ以後の荷重増加に対しても変形過程・破壊現象について観測・追求を持続した (破壊荷重： 14 t)

B. 模型 No. 2 の実験

両端固定ヒンジ挟持（上下より取付枠で締め付ける固定方法の支持）の状態で，中央1点集中線荷重載荷により，表-3 の通り上限荷重およびサイクル数を種々変えて片振り繰り返し荷重試験を行なった (10 t–0.8 Hz, 84,000 回にて亀裂進行のため中止)。なお，荷重・周期を変える度に 6 t までの静荷重載荷試験を行ない，疲労の影響について吟味を加えた。

表—3　鋼Ⅰ桁模型 No. 2 の片振れ繰り返し荷重試験

荷重種別	載荷順	Repeated Load (t)		Hz	Number of Cycle	Total N. of Cycle
		Max.	Min.	(N/sec)	(N)	(Σ N)
片振れ	①	1	0.5	4	7×10^4	7×10^4
	②	4	0.5	2	25×10^4	32×10^4
	③	6	0.5	1.5	25×10^4	57×10^4
	④	8	0.5	1	25×10^4	82×10^4
	⑤	10	0.5	0.8	8.4×10^4	90.4×10^4

C. 模型 No. 3 の実験

両端固定ヒンジ挟持の状態で，中央1点集中線荷重載荷により，1 Hz－±6 t (一定) にて両振れ繰り返し荷重試験を行なった (破壊回数：163,000 回)。

D. 模型 No. 4 の実験

両端固定ヒンジ挟持の状態で，中央1点集中線荷重載荷により，1 Hz－±4 t (一定) にて両振れ繰り返し荷重試験を行なったが，200 万回の繰り返しによっても破壊しなかったので，模型 No. 1 と比較し疲労の影響を吟味するため，両端単純支持・中央1点集中線荷重載荷による静荷重試験をも行なった (静的破壊荷重：13 t)。

E. 模型 No. 5 の実験

両端固定ヒンジ挾持の状態で，中央1点集中線荷重載荷により，1 Hz−8 t にて片振れ繰り返し荷重試験を行なったが，110万回の繰り返しによっても破壊しなかったので，模型 No. 1 と比較し疲労の影響を吟味するため，両端単純支持・中央1点集中線荷重載荷による静荷重試験をも行なった (静的破壊荷重：14 t)。

また，模型 No. 3, No. 4, No. 5 についても，模型 No. 2 で行なったと同様に，繰り返し荷重試験の途中における動的ひずみを測定したほか，繰り返し荷重試験の途中において，時々，載荷6 t までの静荷重試験を試み，疲労の影響についても吟味追求した。

V. 桁の曲げと疲労に関する基本的概念

1. 桁の弾性曲げ解式

桁の弾性曲げ解析法における Bernoulli-Navier の仮設，Hooke の法則に関する仮定のほか，従来用いられている諸仮定をそのまま用い，次式を採用する。

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\varepsilon}{y}=\frac{1}{\rho}=\phi, \qquad M=\int_A \sigma y dA = EI\phi, \qquad \sigma = E\varepsilon = Ey\phi \\ &M_y = EI\phi_y = \sigma_y S, \qquad 0<\phi<\phi_y\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

ここに，ρ：曲率半径，ε：ひずみ，y：中立軸からの垂直距離，E：弾性係数，A：断面積，I：断面2次モーメント，M：弾性限度以内における曲げモーメント，M_y：降伏モーメント，σ：弾性限度以内における曲げ応力度，σ_y：降伏曲げ応力度，S：断面係数，ϕ：弾性限度以内における曲率，ϕ_y：降伏モーメント時の曲率。

2. 桁の塑性曲げ解式[23)~25)]

荷重が段々増加し，弾性領域を超過すると最大縁維応力が降伏応力 (σ_y) に到達するようになり，その後は他の外縁においても降伏応力となる。その後は，荷重の増大につれて降伏部分が次第に部材内部へ広がって行き，最後に全断面降伏状態となる。

すなわち，断面はこれ以上の曲げモーメントの増加には抵抗出来なくなり，変形のみが進行する。この状態を塑性ヒンジの状態といい，その時の曲げモーメントを全塑性モーメント (M_p) という。

この場合，M_p は断面形状により一定値を示し，全塑性モーメント M_p は次の形で表わされる。

$$M_p=\sigma_y Z, \qquad f=\frac{M_p}{M_y}=\frac{Z}{S_1}, \qquad fS_1=Z \tag{2}$$

ここに，Z：塑性断面係数，S_1：普通の弾性断面係数$=I/y$，f：形状係数 (断面形状により一定値)，M_y：降伏モーメント，σ_y：降伏曲げ応力度。

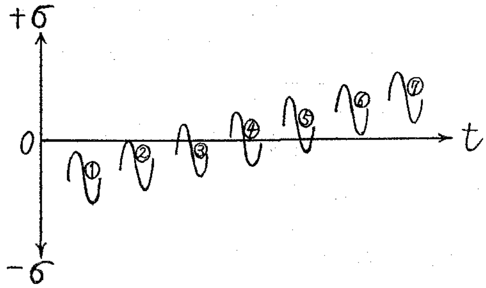
3. 疲労の基本的概念[27)~29)]

構造物は時間的に大きさの変化する応力を受けることが多い。このような繰り返し応力を受ける場合，静荷重試験による静的極限強さよりも低い応力でも，繰り返し回数を増加すると遂に破壊するに至る。

このように，大きさの変化する繰り返し応力を受けて抵抗力の低下する現象を疲労といっているが，大きさの変化する応力として最も基本的なものは，大きさが時間とともに正弦波的に変化する場合である。

この種の応力変化を表わすには，最大応力度($\sigma_{\max}$)，最小応力度($\sigma_{\min}$)を用いるか，あるいは平均応力度(σ_m)，応力振幅(σ_a)を用いればよいことになっている。すなわち，次のような表示方法がある。

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \sigma_m+\sigma_a, \\ \sigma_{\min} &= \sigma_m-\sigma_a \\ \sigma_m &= \frac{(\sigma_{\max}+\sigma_{\min})}{2}, \\ \sigma_a &= \frac{(\sigma_{\max}-\sigma_{\min})}{2} \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$



図—5　繰り返し応力の種類

繰り返し応力の範囲には，図-5 に示す通りの７種類のものがあり，狭義では，②，⑥を片振り応力($\sigma_{\min}=0$)，④を両振り応力($\sigma_m=0$)というが，広義では，①，②，⑥，⑦を片振り応力，③～⑤を両振り応力ということが出来る。

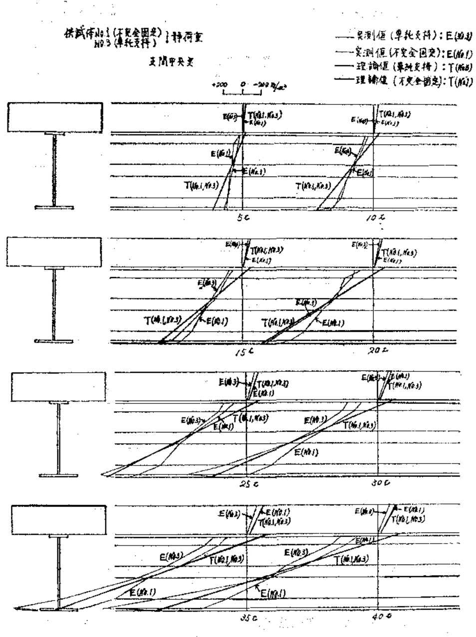
②，⑥に示す片振り応力は基本強さとも称され，④の両振り応力とともに疲れ強さの基本となるものである。

VI. 研 究 成 果

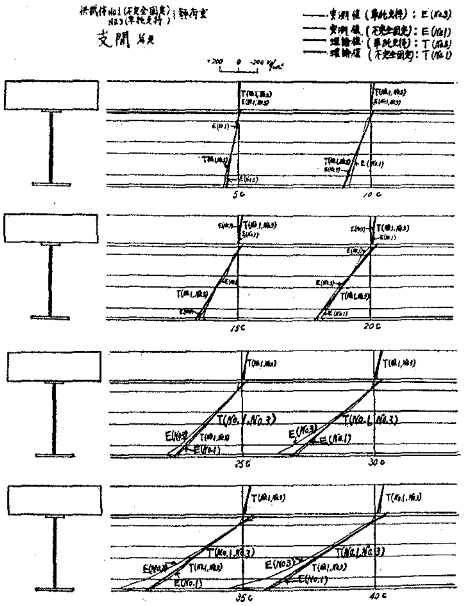
1. 合成Ｉ桁模型の実験[19)~21)]

A. 断面応力度分布

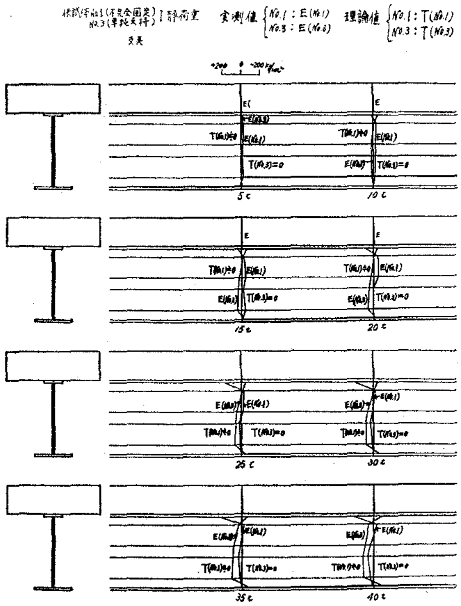
模型 No. 1 (両端固定ヒンジ挾持) および模型 No. 3 (両端単純支持) の静荷重載荷時の支間中央点，支間 1/4 点，支点部における断面応力度分布比較を示せば，図-6, 7, 8 の通りとなり，模型 No. 2 (両端固定ヒンジ挾持)



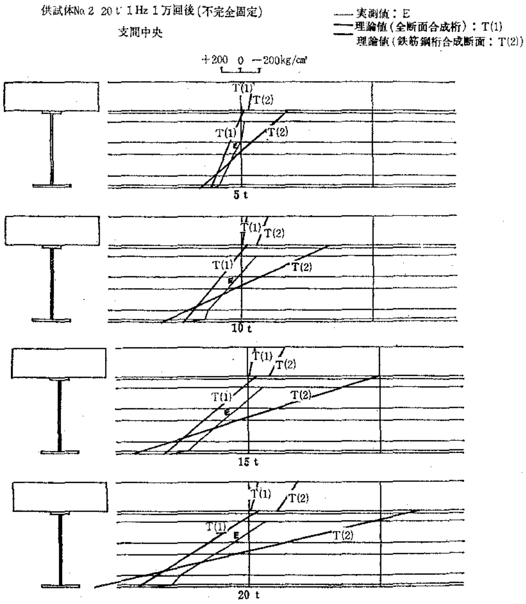
図—6　合成Ｉ桁模型 No. 1, No. 3 の静荷重載荷時の支間中央点における断面応力度分布



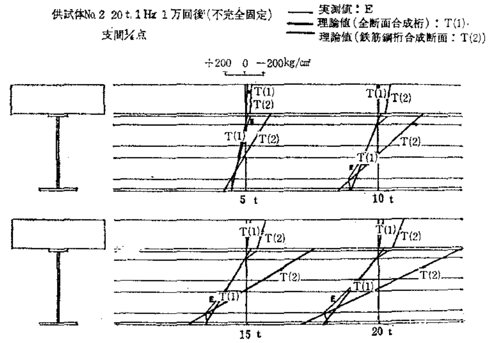
図—7 合成Ｉ桁模型 No. 1, No. 3 の静荷重載荷時の支間 1/4 点における断面積応力度分布



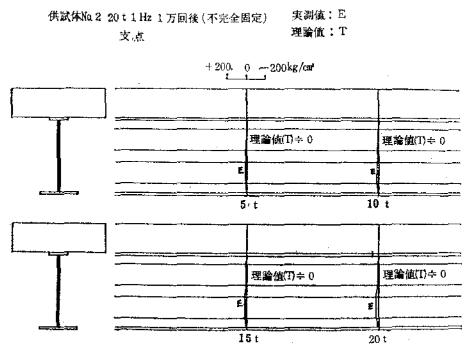
図—8 合成Ｉ桁模型 No. 1, No. 3 の静荷重載荷時の支点における断面応力度分布



(a) 支間中央点の σ_x

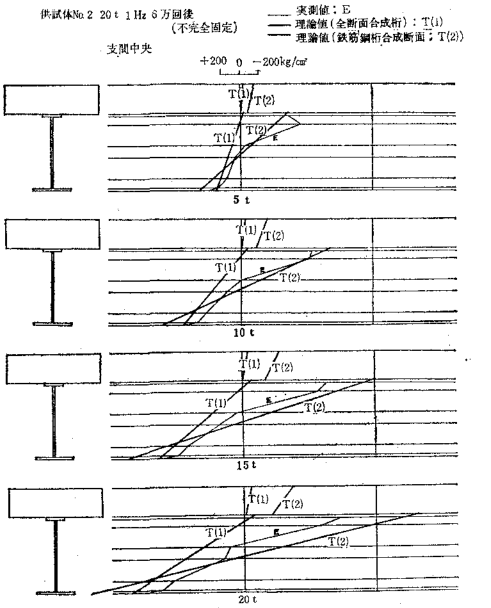


(b) 支間¼点の σ_x

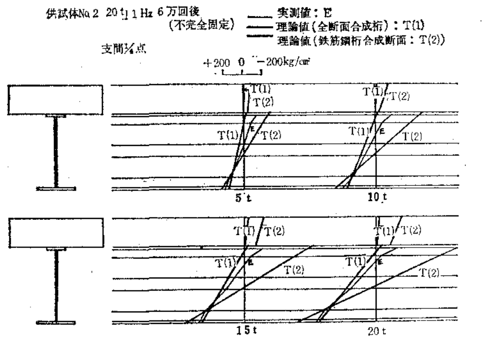


(c) 支点部の σ_x

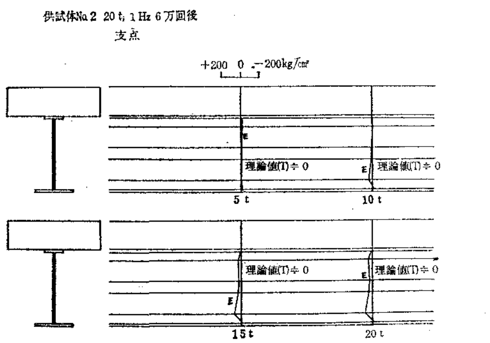
図—9 合成Ｉ桁模型 No. 2 (両端固定ヒンジ挟持) の両振れ ±20 t・1 Hz の繰り返し荷重載荷 1 万回後の静荷重載荷時における断面応力度分布



(a) 支間中央点の σ_x

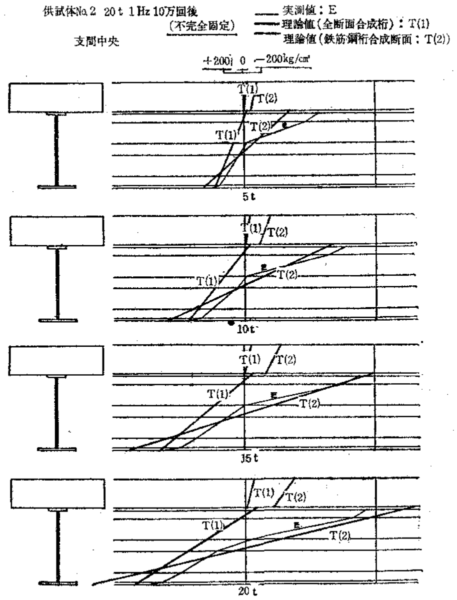


(b) 支間¼点の σ_x

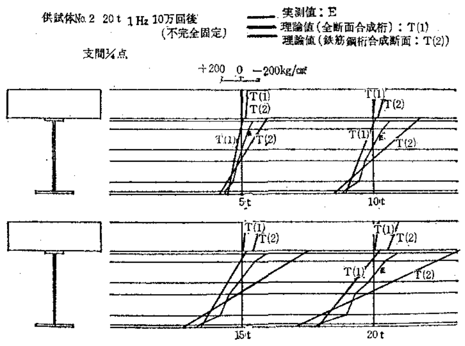


(c) 支点部の σ_x

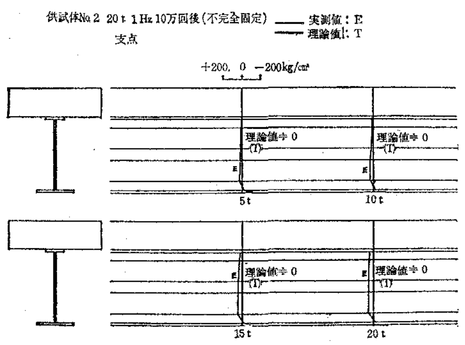
図—10 合成I桁模型 No. 2 (両端固足ヒンジ挟持) の両振れ ±20t・1Hz の繰り返し荷重載荷6万回後の静荷重載荷時における断面応力度分布



(a) 支間中央点の σ_x



(b) 支間¼点の σ_x



(c) 支点部の σ_x

図—11 合成I桁模型 No. 2 (両端固定ヒンジ挟持) の両振れ ±20t・1Hz の繰り返し荷重載荷10万回後の静荷重載荷時における断面応力度分布

の両振れ ±20 t・1 Hz の繰り返し荷重載荷1万回後，6万回後，10万回後の静荷重載荷時における支間中央点，支間 1/4 点，支点部の断面応力度分布比較を示せば，図–9, 10, 11 の通りとなる。

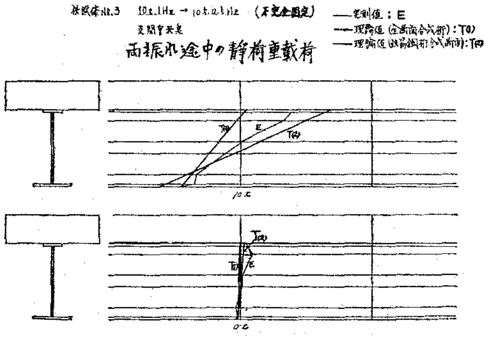
また，模型 No. 3 (両端固定ヒンジ挟持) の両振れ途中 (10 t・1 Hz→10 t・0.5 Hz および 10 t・0.5 Hz→15 t・1 Hz) の静荷重載荷時における支間中央点の断面応力度分布は，図–12 に示す通りとなる。

B. 荷重—たわみ曲線

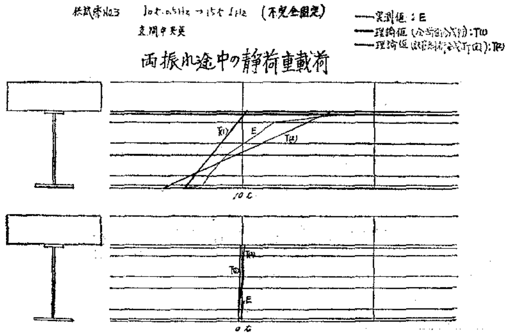
模型 No. 1 (両端固定ヒンジ挟持) および模型 No. 3 (両端単純支持) の静荷重載荷による支間中央点の荷重—たわみ曲線比較を示せば，図–13 の通りとなり，模型 No. 2 (両端固定ヒンジ挟持) の両振れ繰り返し載荷途中の静荷重試験による支間中央点の荷重—たわみ曲線を示せば，図–14 の通りとなる。

C. サイクル数—ひずみ曲線および荷重—ひずみ曲線

模型 No. 1 (両端固定ヒンジ挟持) の片振

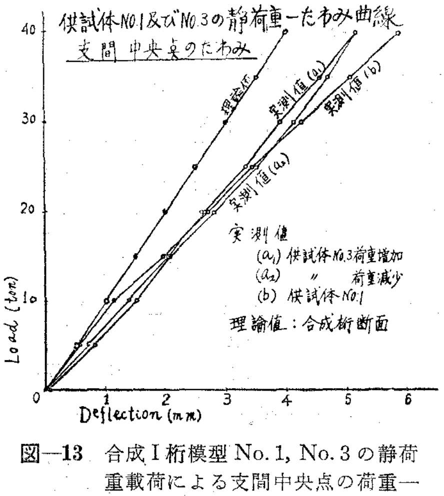


(a) 10t・1 Hz → 10t・0.5Hzの場合

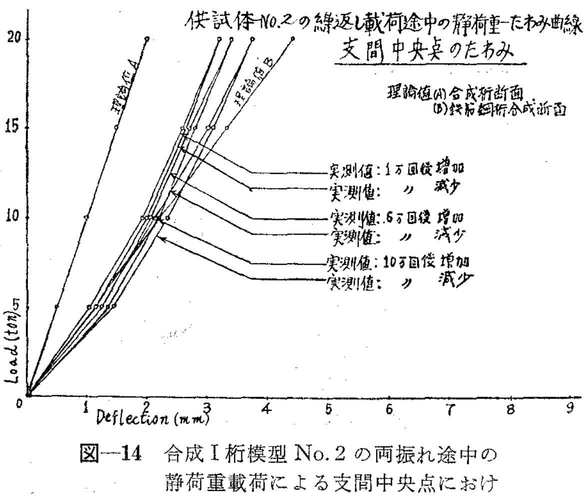


(b) 10t・0.5Hz→15t・1 Hzの場合

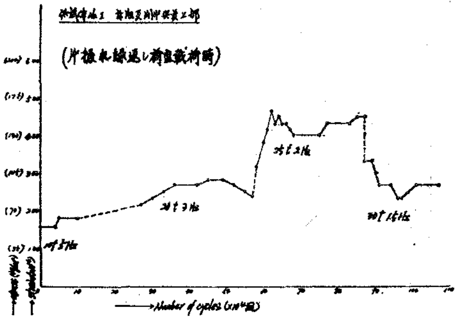
図—12　合成 I 桁模型 No. 3(両端固定ヒンジ挟持) の両振れ途中の静荷重載荷時における支間中央点の断面応力度分布



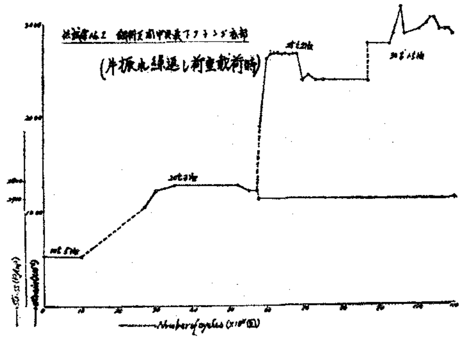
図—13　合成 I 桁模型 No. 1, No. 3 の静荷重載荷による支間中央点の荷重—たわみ曲線



図—14　合成 I 桁模型 No. 2 の両振れ途中の静荷重載荷による支間中央点における荷重—たわみ曲線

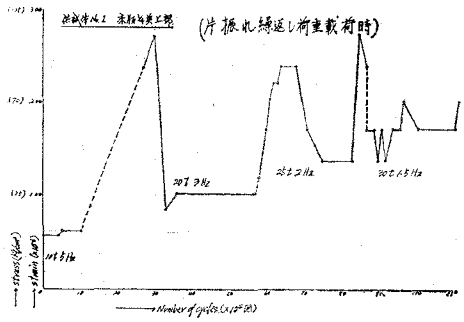


(a) 床版上部の値

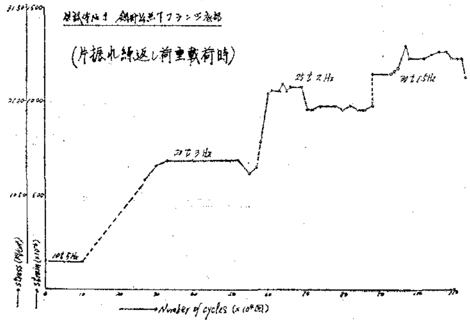


(b) 鋼I桁下フランジ底部の値

図—15　合成I桁模型 No. 1 の片振れ繰り返し荷重載荷時の支間中央点におけるサイクル数—ひずみ（応力度）曲線



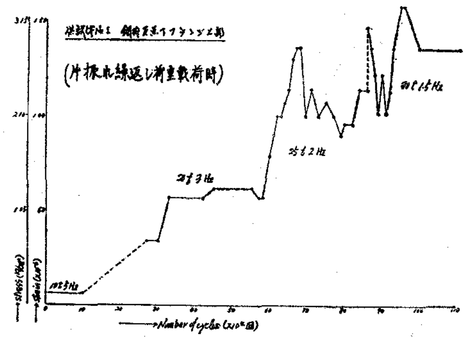
(a) 床版上部の値



(b) 鋼I桁下フランジ底部の値

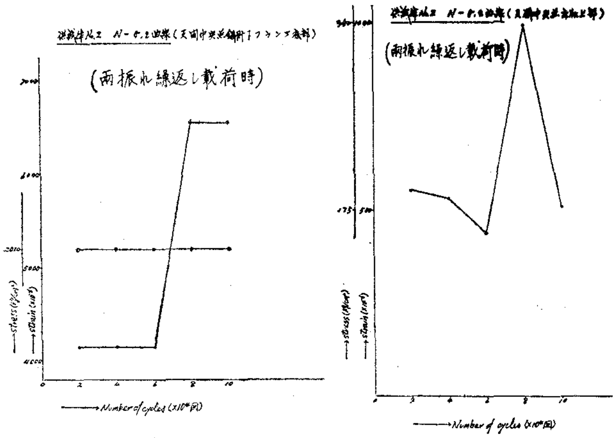
図—16　合成I桁模型 No. 1 の片振れ繰り返し荷重載荷時の支間 1/4 点におけるサイクル数—ひずみ（応力度）曲線

れ繰り返し載荷時の支間中央点，支間 1/4 点における鉄筋コンクリート床版上部，鋼I桁下フランジ底部のサイクル数—ひずみ（応力度）曲線を示せば，図–15, 16 の通りとなり，同じく支点部の鋼I桁下フランジ底部におけるサイクル数—ひずみ（応力度）曲線は，図–17 に示す通りとなる。



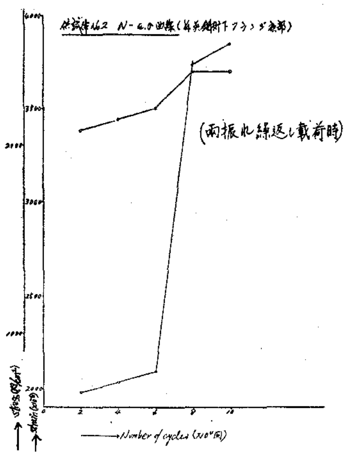
図—17　合成I桁模型 No. 1 の片振れ繰り返し荷重載荷時の支点部における鋼I桁下フランジ上部のサイクル数—ひずみ（応力度）曲線

また，模型 No. 2（両端固定ヒンジ挾持）の両振れ繰り返し載荷時の支間中央点，支間 1/4 点，支点部におけるそれぞれ，鋼I桁下フランジ底部および鉄筋コンクリート床版上部，鋼I桁フランジ底部，鉄筋コンクリート床版上部のサイクル数—ひずみ（応力度）曲線を示せば，図–18, 19, 20 の通りとなり，同じく模型 No. 2（両端固定ヒンジ挾持）の両振れ繰り返し載荷後における支間中央点の鋼I桁上・下縁部の荷重—ひずみ曲線を示せば，図–21 の通りとなる。

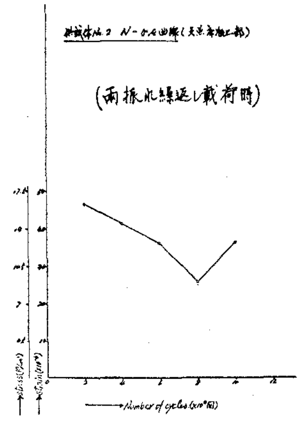


(a) 鋼I桁下フランジ底部の値　　(b) 床版上部の値

図—18　合成 I 桁模型 No. 2 の両振れ繰り返し荷重載荷時の支間中央点におけるサイクル数—ひずみ (応力度) 曲線



図—19　合成 I 桁模型 No. 2 の両振れ繰り返し荷重載荷時の支間 1/4 点における鋼 I 桁下フランジ底部のサイクル数—ひずみ (応力度) 曲線

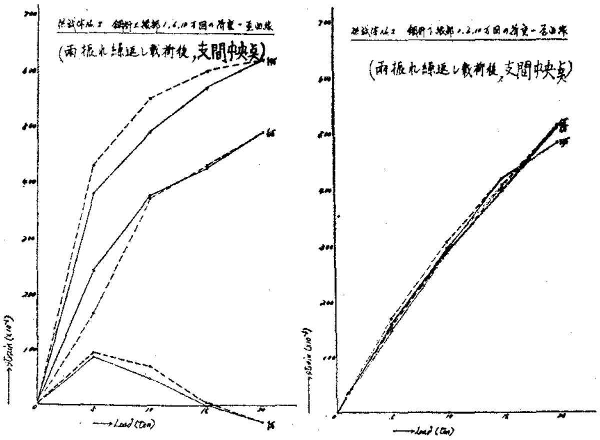


図—20　合成 I 桁模型 No. 2 の両振れ繰り返し荷重載荷時の支点部における床版上部のサイクル数—ひずみ (応力度) 曲線

次に，模型 No. 3 (両端固定ヒンジ挟持) の両振れ繰り返し載荷時の支間中央点，支間 1/4 点，支点部におけるそれぞれ，鋼 I 桁下縁底部および鉄筋コンクリート床版上部，鉄筋コンクリート床版上部，同じく床版上部のサイクル数—ひずみ (応力度) 曲線を示せば，図 22, 23, 24 の通りとなる。

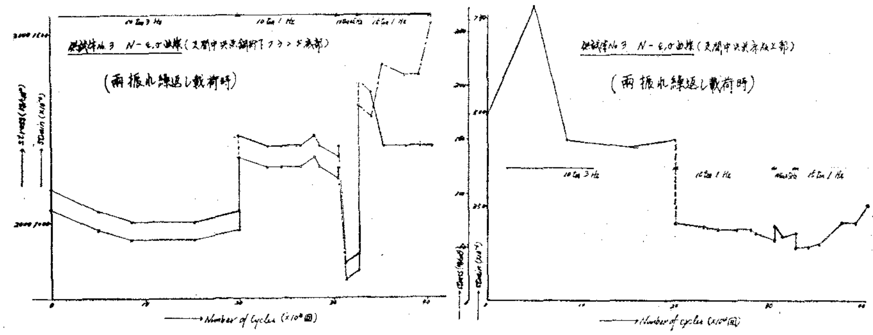
D. 鉄筋コンクリート床版の破壊・亀裂模様

模型 No. 1, No. 2 および No. 3 の鉄筋コンクリート床版における破壊模様および亀裂模様を示せば，それぞれ図-25, 26, 27 および図-28, 29, 30 の通りとなる。



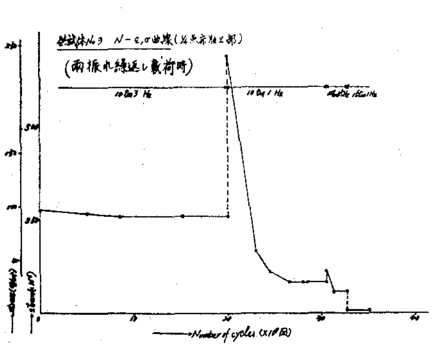
(a) 上縁部のP-ε曲線 (b) 下縁部のP-ε曲線

図—21 合成I桁模型 No. 2 の両振れ返し荷重載荷後の支間中央点における鋼I桁上・下縁部の荷重—ひずみ曲線

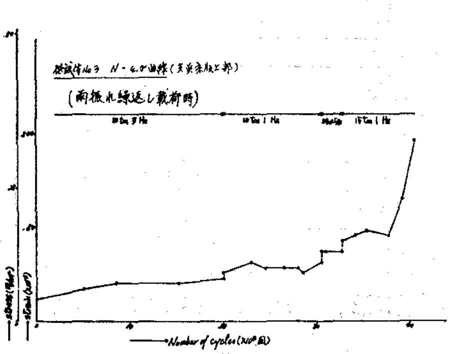


(a) 鋼I桁下フランジ底部の値 (b) 床版上部の値

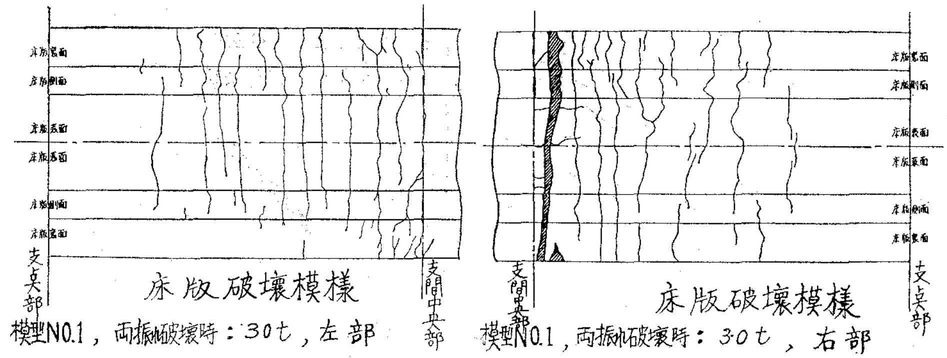
図—22 合成I桁模型 No. 3 の両振れ繰り返し荷重載荷時の支間中央点におけるサイクル数—ひずみ (応力度) 曲線



図—23 合成I桁模型 No. 3 の両振れ繰り返し荷重載荷時の支間 1/4 点における床版上部のサイクル数—ひずみ (応力度) 曲線

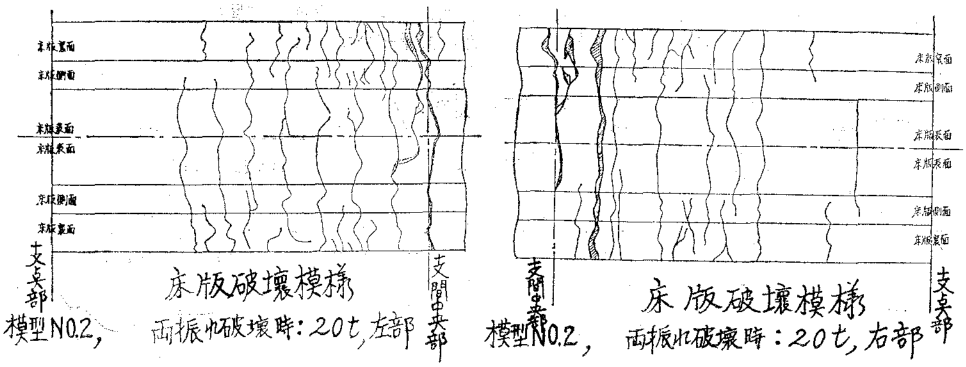


図—24 合成I桁模型 No. 3 の両振れ繰り返し荷重載荷時の支点部における床版上部のサイクル数—ひずみ (応力度) 曲線



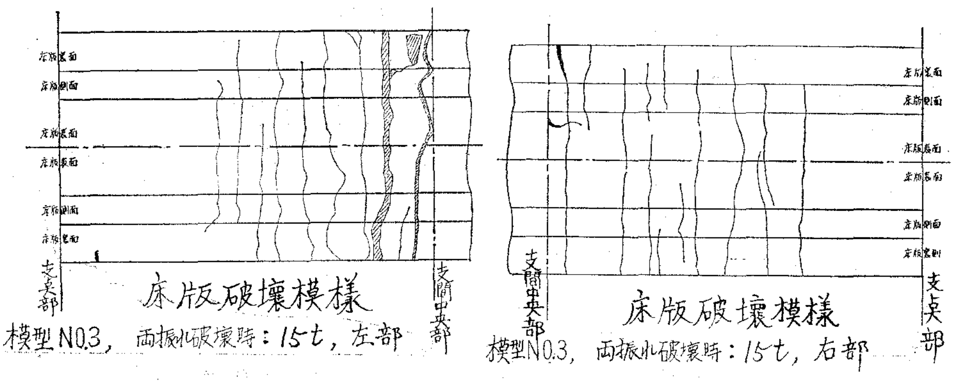
(a) 床版の左部　　(b) 床版の右部

図—25　合成 I 桁模型 No. 1 の両振れ繰り返し荷重載荷 (120.12 万回) による鉄筋コンクリート床版の破壊模様



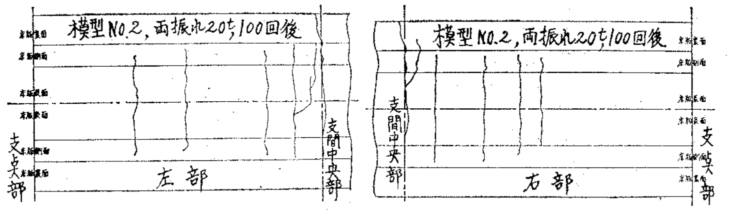
(a) 床 版 の 左 部　　(b) 床 版 の 右 部

図—26　合成 I 桁模型 No. 2 の両振れ繰り返し荷重載荷 (10 万回) による鉄筋コンクリート床版の破壊模様

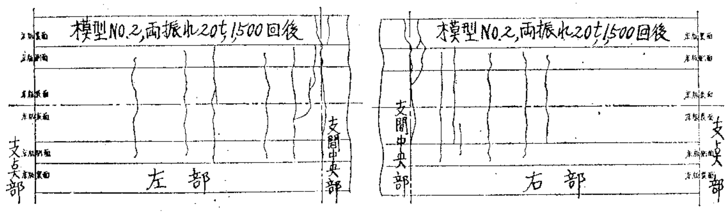


(a) 床 版 の 左 部　　(b) 床 版 の 右 部

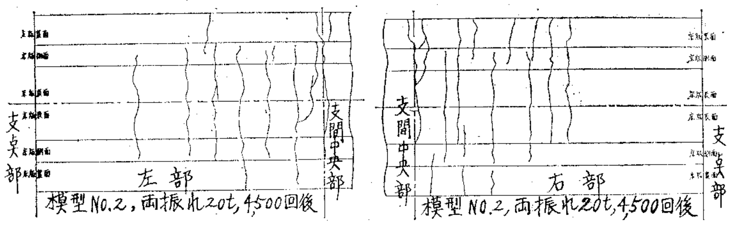
図—27　合成 I 桁模型 No. 3 の両振れ繰り返し荷重載荷 (45.2 万回) による鉄筋コンクリート床版の破壊模様



(a)　繰り返し回数100回後の亀裂模様

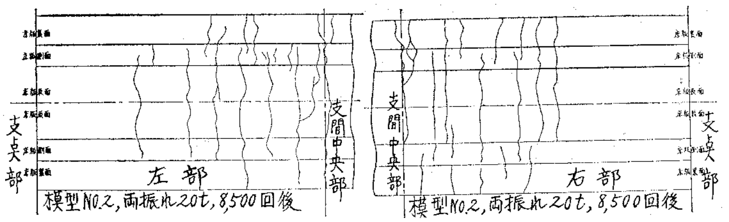


(b)　繰り返し回数1,500回後の亀裂模様

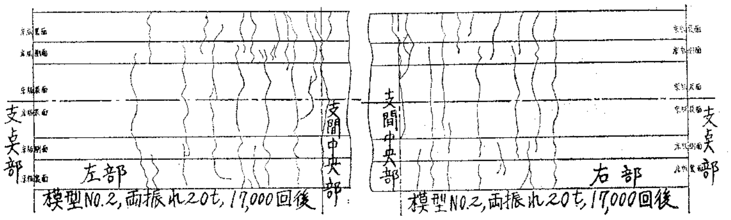


(c)　繰り返し回数4,500回後の亀裂模様

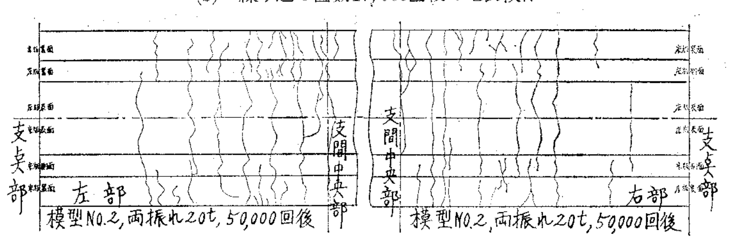
図―28　合成I桁模型 No. 2 の両振れ ±20 t･1 Hz の繰り返し荷重載荷 100 回後，1,500 回後，4,500 回後における鉄筋コンクリート床版の亀裂模様



(a)　繰り返し回数8,500回後の亀裂模様

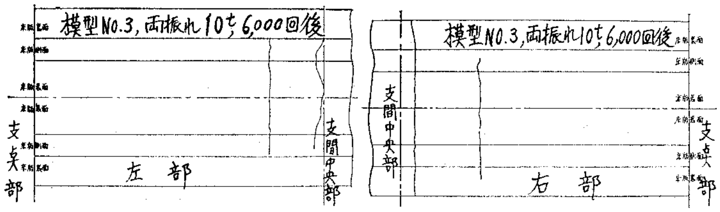


(b)　繰り返し回数17,000回後の亀裂模様

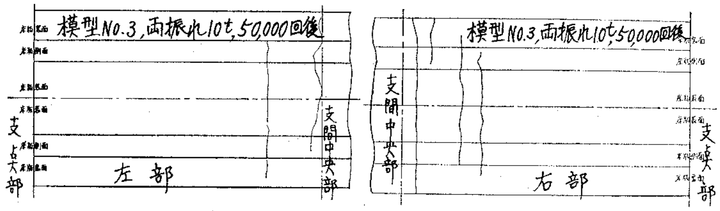


(c)　繰り返し回数50,000回後の亀裂模様

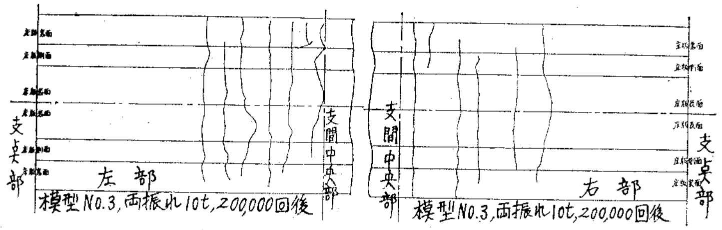
図―29　合成I桁模型 No. 2 の両振れ ±20 t・1 Hz の繰り返し荷重載荷 8,500 回後，17,000 回後，50,000 回後における鉄筋コンクリート床版の亀裂模様



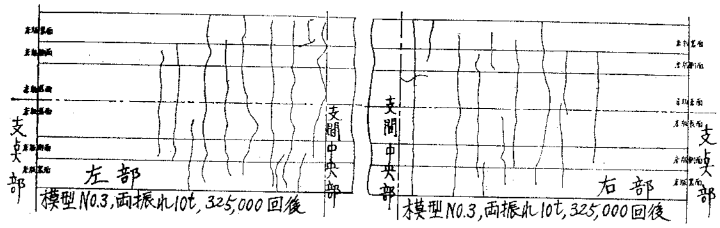
(a) 繰り返し回数 6,000 回後の亀裂模様



(b) 繰り返し回数50,000回後の亀裂模様



(c) 繰り返し回数 200,000 回後の亀裂模様



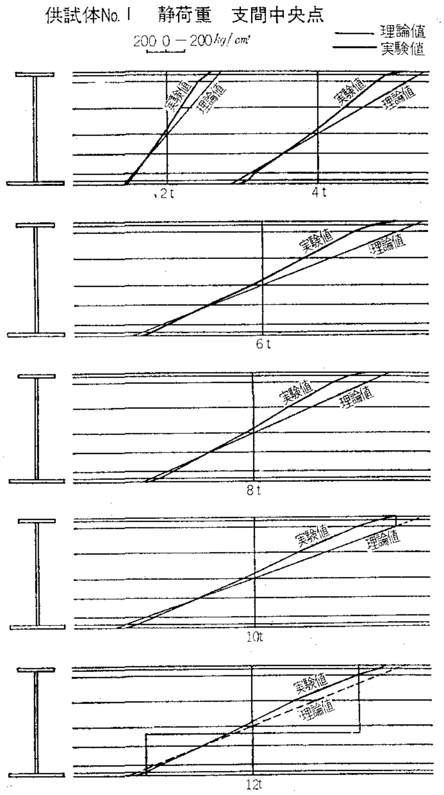
(d) 繰り返し回数 325,000 回後の亀裂模様

図—30 合成 I 桁模型 No. 3 の両振れ ±10 t・3 Hz→±10 t・1 Hz の繰り返し荷重載荷 6,000 回後，50,000 回後，200,000 回後，325,000 回後における鉄筋コンクリート床版の亀裂模様

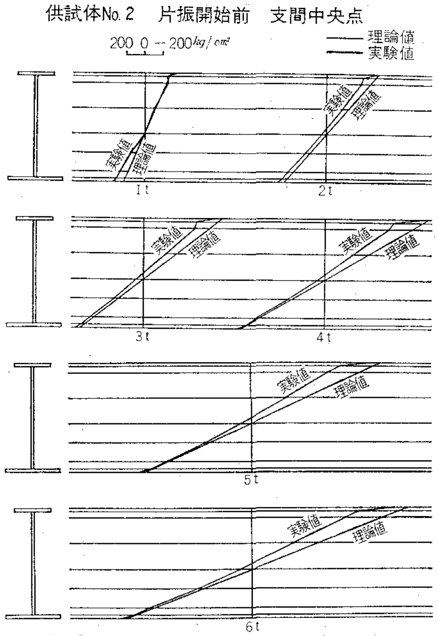
2. 鋼 I 桁模型の実験[22),23)]

A. 断面応力度分布

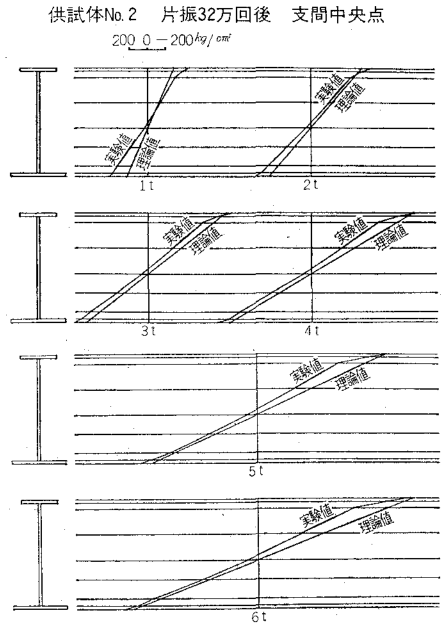
模型 No. 1 (両端単純支持) の静荷重載荷試験による支間中央点の断面応力度分布を示せば，図-31 の通りとなり，模型 No. 2 (両端固定ヒンジ挟持) の片振れ繰り返し載荷前，載荷 32 万回後，57 万回後，82 万回後における支間中央点の断面応力度分布を示せば，それぞれ図-32, 33, 34, 35 の通りとなる。



図—31　鋼I桁模型 No. 1 の静荷重載荷による支間中央点の断面応力度分布



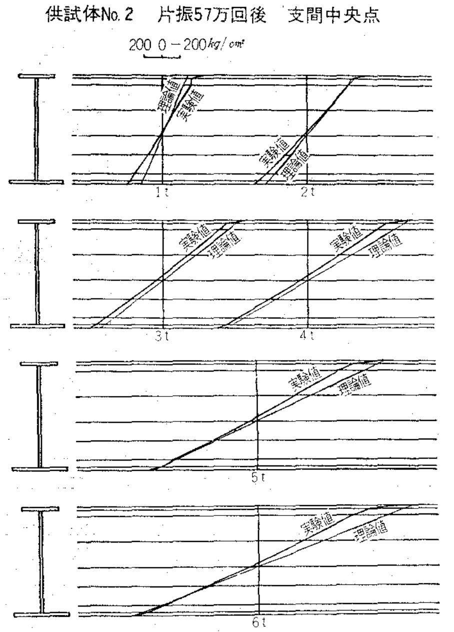
図—32　鋼I桁模型 No. 2 の片振れ繰り返し載荷前の静荷重載荷による支間中央点における断面応力度分布



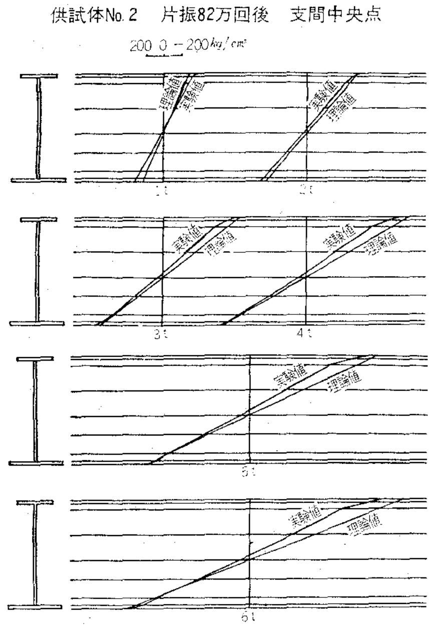
図—33　鋼I桁模型 No. 2 の片振れ 1・t・4 Hz→4 t・2 Hz の繰り返し荷重載荷 32 万回後における支間中央点の断面応力度分布

また，模型 No. 3（両端固定ヒンジ挾持）の両振れ繰り返し載荷前の静荷重載荷による支間中央点における断面応力度分布を示せば，図-36の通りとなり，模型 No. 4（両端固定ヒンジ挾持）の両振れ繰り返し載荷前，載荷 20 万回後，95 万回後，200 万回後における静荷重載荷による支間中央点の断面応力度分布を示せば，それぞれ図-37, 38 および 39, 40, 41 および 42 の通りとなる。

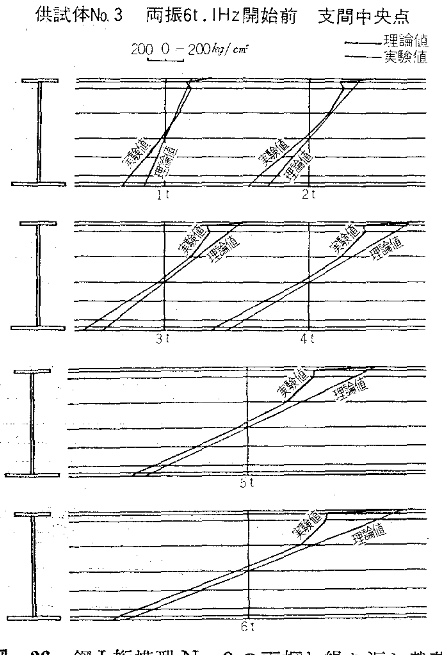
次に，模型 No. 5（両端固定ヒンジ挾持）の片振れ繰り返し載荷前および載荷 50 万回後，110 万回後における静荷重載荷による支間中央点の断面応力度分布を示せば，図-43 の通りと



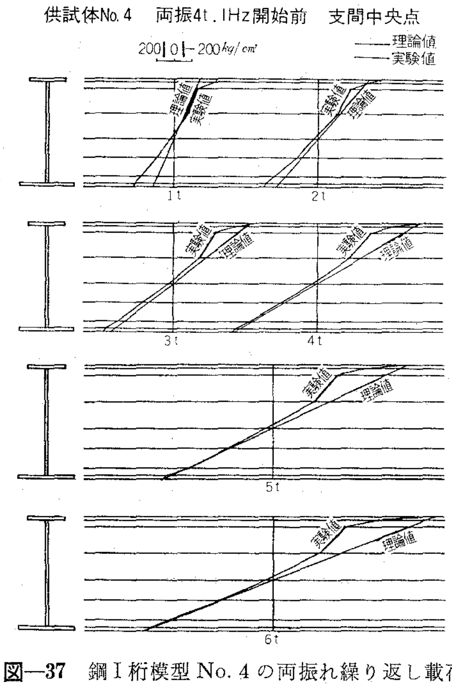
図—34　鋼Ｉ桁模型 No. 2 の片振れ 1 t•4 Hz→4 t•2 Hz→6 t•1.5 Hz の繰り返し荷重載荷 57 万回後における支間中央点の断面応力度分布



図—35　鋼Ｉ桁模型 No. 2 の片振れ 1 t•4 Hz→4 t•2 Hz→6 t•1.5 Hz→8 t•1 Hz の繰り返し荷重載荷 82 万回後における支間中央点の断面応力度分布

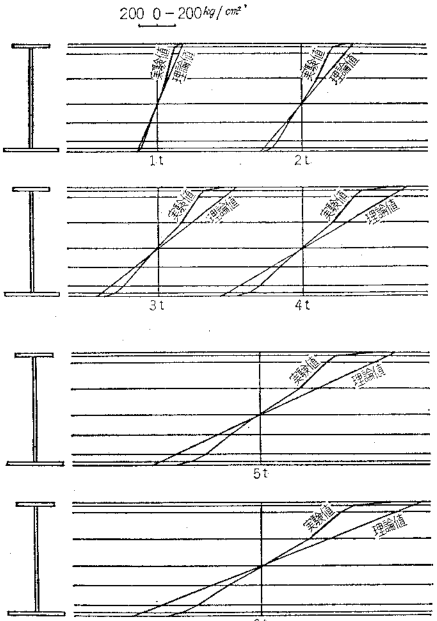


図—36　鋼Ｉ桁模型 No. 3 の両振れ繰り返し載荷前の静荷重載荷による支間中央点における断面応力度分布



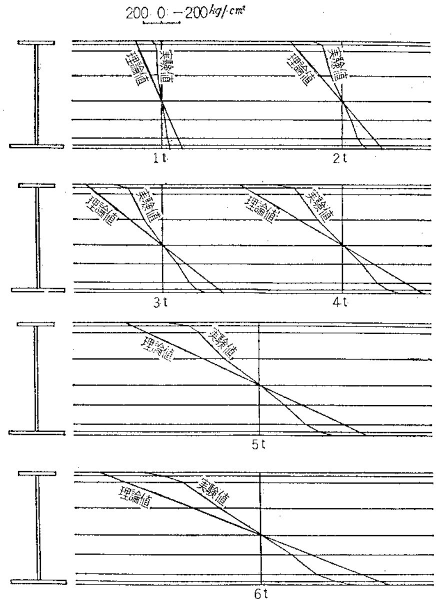
図—37　鋼Ｉ桁模型 No. 4 の両振れ繰り返し載荷前の静荷重載荷による支間中央点における断面応力度分布

供試体No.4　両振4t．1Hz20万回後 圧縮 支間中央点



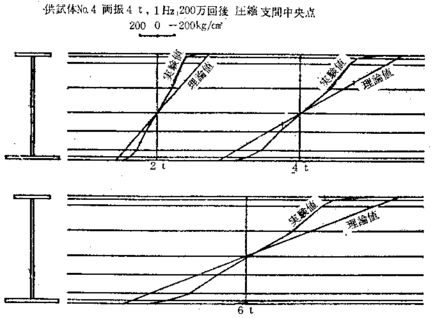
図—38　鋼Ｉ桁模型 No. 4 の両振れ ±4 t·1 Hz の繰り返し荷重載荷 20 万回後における静荷重載荷 (圧縮) による支間中央点の断面応力度分布

供試体No.4　両振4t．1Hz20万回後 引張 支間中央点



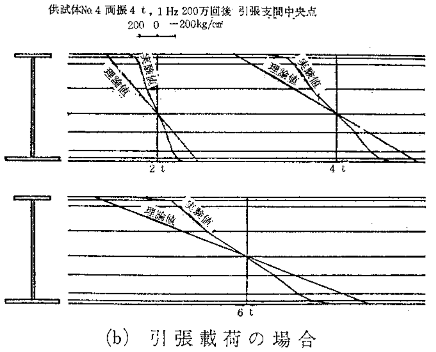
図—39　鋼Ｉ桁模型 No. 4 の両振れ ±4 t·1 Hz の繰り返し荷重載荷 20 万回後における静荷重載荷 (引張) による支間中央点の断面応力度分布

供試体No.4 両振4 t，1 Hz 200万回後 圧縮支間中央点



(a)　圧縮載荷の場合

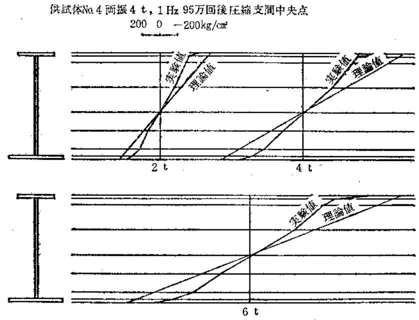
供試体No.4 両振4 t，1 Hz 200万回後 引張支間中央点



(b)　引張載荷の場合

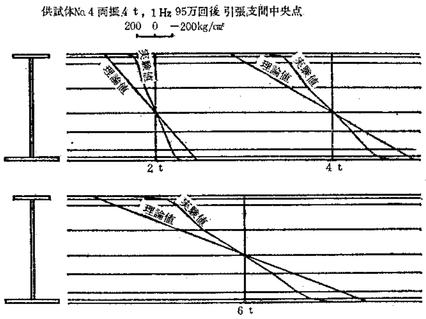
図—40　鋼Ｉ桁模型 No. 4 の両振れ ±4 t·1 Hz の繰り返し荷重載荷 95 万回後における静荷重載荷による支間中央点の断面応力度分布

供試体No.4 両振4 t，1 Hz 95万回後圧縮支間中央点



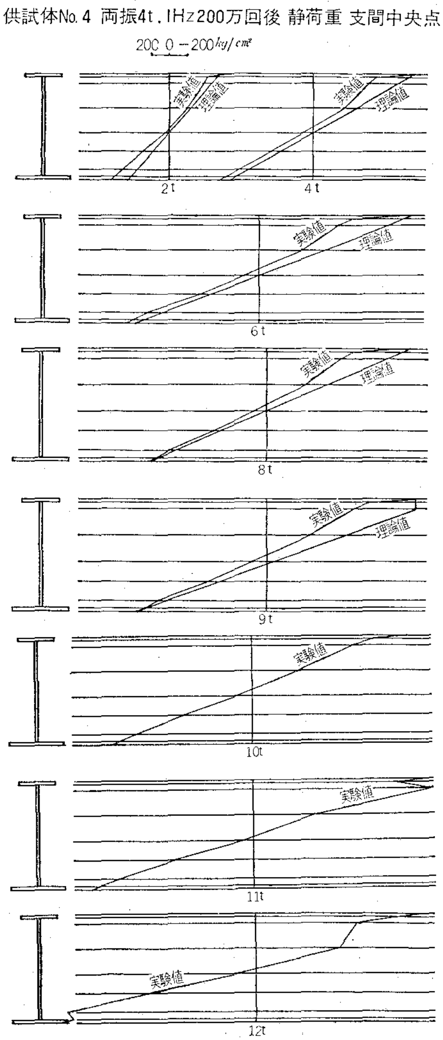
(a)　圧縮載荷の場合

供試体No.4 両振4 t，1 Hz 95万回後 引張支間中央点

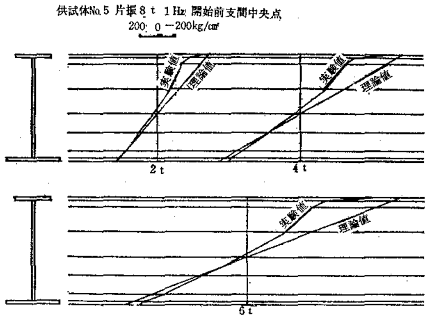


(b)　引張載荷の場合

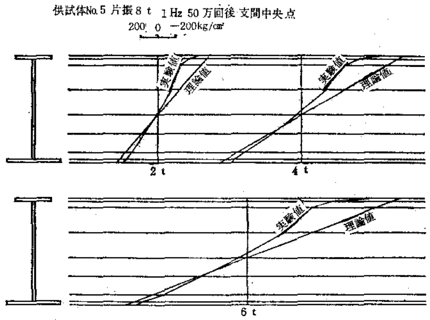
図—41　鋼Ｉ桁模型 No. 4 の両振れ ±4 t·1 Hz の繰り返し荷重載荷 200 万回後における静荷重載荷 (圧縮 2 t～6 t) による支間中央点の断面応力度分布



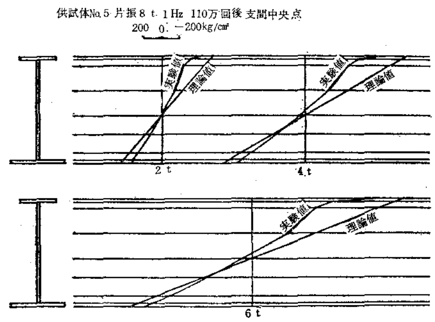
図—42 鋼I桁模型 No. 4 の両振れ ±4 t・1 Hz の繰り返し荷重載荷 200 万回後における静荷重試験（圧縮 2 t～12 t）による支間中央点の断面応力度分布



(a) 片振れ載荷前の静荷重試験結果



(b) 片振れ載荷50万回後の静荷重試験結果



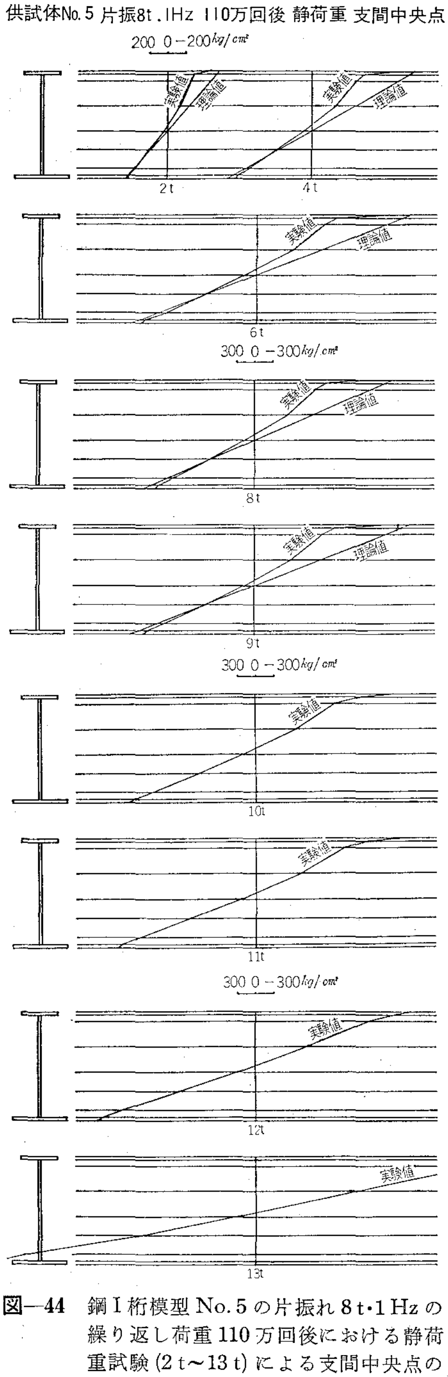
(c) 片振れ載荷110万回後の静荷重試験結果

図—43 鋼I桁模型 No. 5 の片振れ繰り返し荷重（8 t・1 Hz）の載荷前，後における静荷重載荷による支間中央点の断面応力度分布比較

なり，同じく模型 No 5. の載荷 110 万回後における静荷重載荷（2 t～13 t）のみによる支間中央点の断面応力度分布を示せば，図-44 の通りとなる。

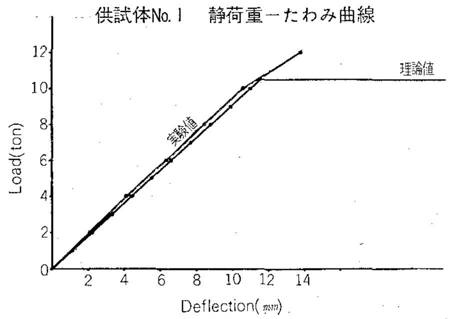
B. 荷重—たわみ曲線

模型 No. 1（両端単純支持）の静荷重載荷による支間中央点の荷重—たわみ曲線，模型 No. 2（両端固定ヒンジ挾持）の片振れ繰り返し載荷前，載荷後における静荷重載荷による支間中央点の荷重—たわみ曲線，模型 No. 3（両端固定ヒンジ挾持）の静荷重載荷による支間中央点の荷重

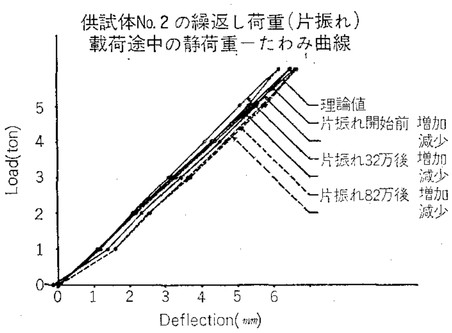


図—44　鋼I桁模型No.5の片振れ8t・1Hzの繰り返し荷重110万回後における静荷重試験(2t〜13t)による支間中央点の断面応力度分布

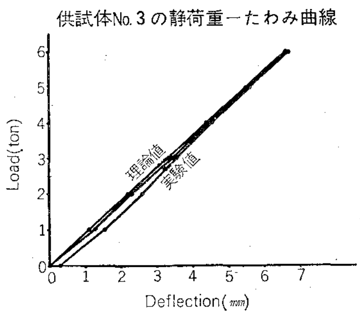
—たわみ曲線，模型No.4(両端固定ヒンジ挟持)の両振れ繰り返し載荷前，載荷後における静荷重載荷による支間中央点の荷重—たわみ曲線，模型No.5(両端固定ヒンジ挟持)の片振れ繰り返し載荷前，載荷後における静



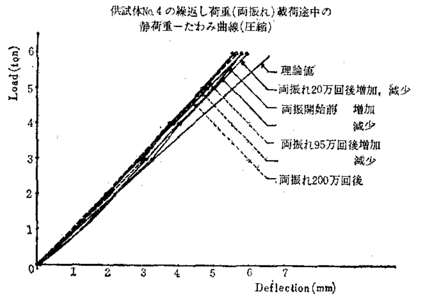
図—45　鋼I桁模型No.1の静荷重載荷による支間中央点の荷重—たわみ曲線



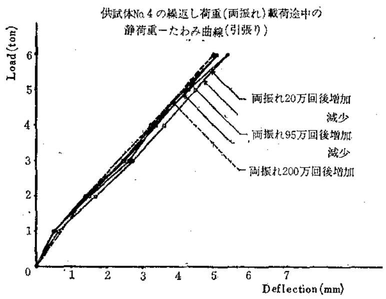
図—46　鋼I桁模型No.2の片振れ繰り返し載荷前，後における静荷重載荷による支間中央点の荷重—たわみ曲線



図—47　鋼I桁模型No.3の静荷重載荷による支間中央点の荷重—たわみ曲線

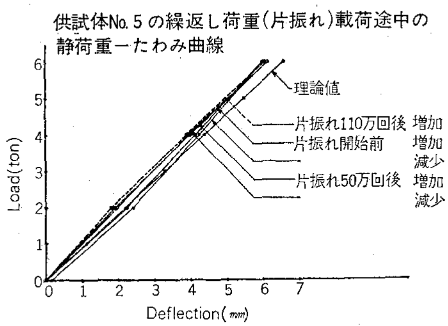


(a) 圧縮載荷の場合

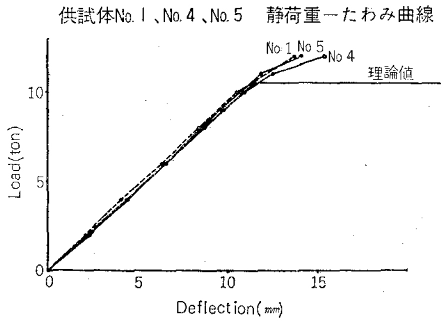


(b) 引張載荷の場合

図—48 鋼I桁模型 No. 4 の両振れ繰り返し載荷前，後における静荷重載荷による支間中央点の荷重—たわみ曲線



図—49 鋼I桁模型 No. 5 の片振れ繰り返し載荷前，後における静荷重載荷による支間中央点の荷重—たわみ曲線



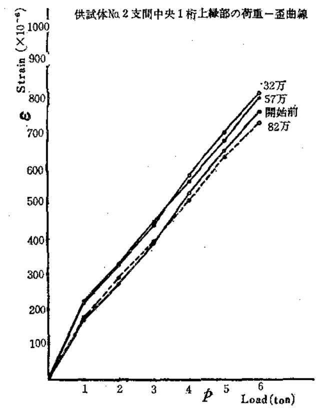
図—50 鋼I桁模型 No. 1, No. 4, No. 5 の静荷重載荷による支間中央点の荷重—たわみ曲線比較

荷重載荷による支間中央点の荷重—たわみ曲線を示せば，図-45, 46, 47, 48, 49 の通りとなる。

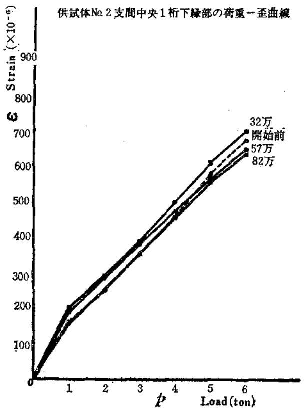
また，模型 No. 1, No. 4, No. 5 の静荷重載荷による支間中央点の荷重—たわみ曲線の比較を示せば，図-50 の通りとなる。

C. 荷重—ひずみ曲線およびサイクル数—ひずみ (応力度) 曲線

模型 No. 2 (両端固定ヒンジ挾持) の片振れ繰り返し荷重載荷前，載荷後における支間中央点の上・下縁部の荷重—ひずみ曲線，模型 No. 4 (両端固定ヒンジ挾持) の両振れ繰り返し荷重載荷後における支間中央部



(a) 上縁部の P-ε 曲線

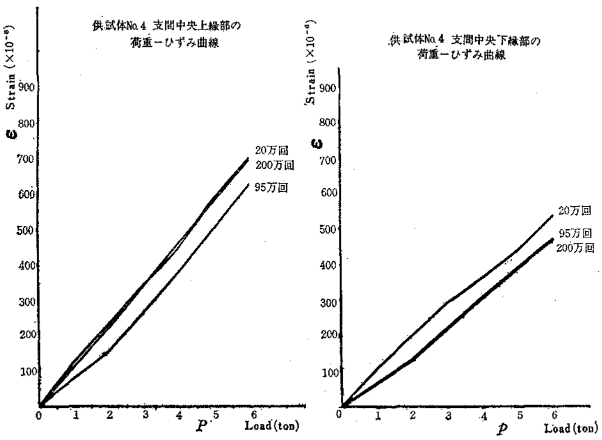


(b) 下縁部の P-ε 曲線

図—51 鋼I桁模型 No. 2 の片振れ繰り返し荷重載荷前，後における支間中央点上・下縁部の荷重—ひずみ曲線

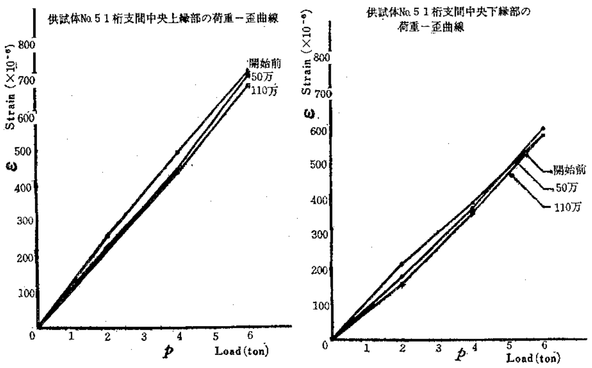
の上・下縁部の荷重—ひずみ曲線，模型 No. 5 (両端固定ヒンジ挾持) の片振れ繰り返し荷重載荷前，載荷後における支間中央点の上・下縁部の荷重—ひずみ曲線，模型 No. 1, No. 4, No. 5 の静荷重載荷による支間中央点の上・下縁部の荷重—ひずみ曲線の比較を示せば，それぞれ図-51, 52, 53, 54 の通りとなる。

また，模型 No. 4 (両端固定ヒンジ挾持) の両振れ繰り返し載荷途中における支間中央点の上・下縁部のサイクル数—ひずみ (応力度) 曲線，模型 No. 5 (両端固定ヒンジ挾持) の片振れ繰り返し載荷途中における支間中央点の上・下縁部のサイクル数—ひずみ (応力度) 曲線を示せば，それぞれ図-55, 56 の通りとなる。



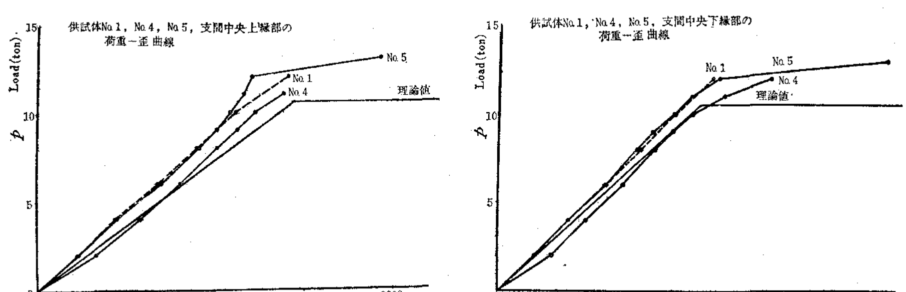
(a)　上縁部のP-ε曲線　　(b)　下縁部のP-ε曲線

図—52　鋼I桁模型 No. 4 の両振れ繰り返し荷重載荷後における支間中央点上・下縁部の荷重—ひずみ曲線



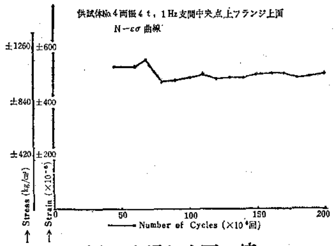
(a)　上縁部のP-ε曲線　　(b)　下縁部のP-ε曲線

図—53　鋼I桁模型 No. 5 の片振れ繰り返し荷重載荷前，後における支間中央点上・下縁部の荷重—ひずみ曲線

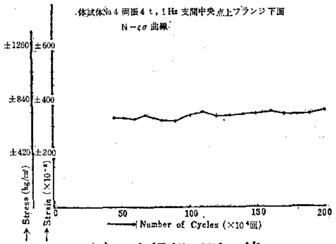


(a)　上縁部のP-ε曲線　　(b)　下縁部のP-ε曲線

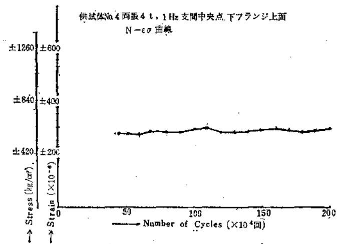
図—54　鋼I桁模型 No. 1, No. 4, No. 5 の静荷重載荷による支間中央点上・下縁部の荷重—ひずみ曲線比較



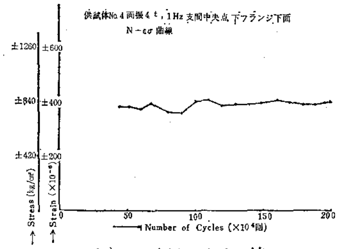
(a) 上縁部上面の値



(b) 上縁部下面の値

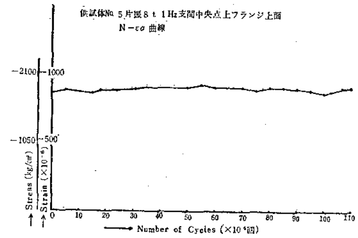


(c) 下縁部上面の値

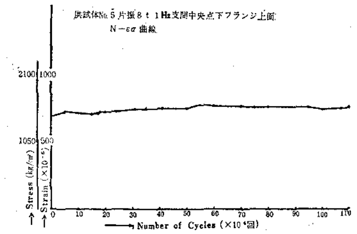


(d) 下縁部下面の値

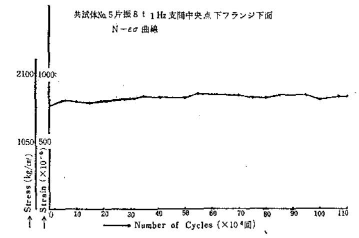
図—55 鋼I桁模型 No. 4 の両振れ ±4 t・1 Hz の繰り返し載荷途中における支間中央点上・下縁部のサイクル数—ひずみ (応力度) 曲線



(a) 上縁部上面の値



(b) 下縁部上面の値



(c) 下縁部下面の値

図—56 鋼I桁模型 No. 5 の片振れ 8 t・1 Hz の繰り返し載荷途中における支間中央点上・下縁部のサイクル数—ひずみ (応力度) 曲線

VII. 総　　括

1. 考　　察

A. 合成I桁模型実験

図-6, 7, 8 から考察すると，模型 No. 1, No. 3 の断面応力度分布とも，支間 1/4 点の値に

おいて，最もよく理論と実験の一致を示しており，これは載荷点・支点における集中荷重による局部応力度の影響が支間1/4点までは殆んど波及しないことを実証しているものと思う。支間中央点においては，荷重の増加につれて，理論値と実験値の間の差異が増加して行く傾向にあるが，これは当然のことであろう。支点部に僅かながら二次的の応力分布が見られたが，これは局部応力の影響であり，追求するほどの問題ではない。

また，模型 No. 1 (両端単純支持) と模型 No. 3 (両端固定ヒンジ挾持) の理論値の間には殆んど差異が認められないが，実験値の間にはかなりの差異が生じ，理論値がその中間の値を示す傾向のあるのは興味のある問題と思う。模型 No. 3 の断面引張応力度が大きくなっているのは，固定ヒンジ挾持の支承構造から生じた影響であろうと判断出来る。

図-9, 10, 11 は，模型 No. 2 の両振れ繰り返し載荷1万回後，6万回後，10万回後の静荷重載荷時における断面応力度分布であり，支間1/4点においては，従来の全断面合成桁理論による計算値と実験値の間に余り大きな差異が認められなかったが，支間中央点においては，繰り返し回数の増加に従い，実験値はむしろ鉄筋鋼桁合成断面理論による計算値に接近する傾向が見られた。これは，両振れ繰り返し荷重の影響で鉄筋コンクリート床版に亀裂が増加したため，コンクリート断面としての抵抗力が著しく減殺されたためと判断出来るものと思う。また，図-12 は模型 No. 3 の両振れ繰り返し載荷途中の静荷重試験による支間中央点の断面応力度分布であり，やはり鉄筋コンクリート床版に入った亀裂のため，コンクリート断面の抵抗力の低下に大きく影響されたと思われ，実験値は鉄筋鋼桁合成断面理論による計算値に接近する傾向を示した。

次に，図-13, 14 から考察すると，従来の理論によたわみは実験値とかなり懸離れるが，鉄筋鋼桁合成断面理論によるたわみと実験値の間の差異は非常に少なくなっている。これは両振れ繰り返し荷重を受ける合成I桁の疲労破壊現象に関する理論追求に役立つ資料となろう。

図-15, 16, 17 および 図-18, 19, 20 は，模型 No. 1 の片振れ繰り返し載荷時および模型 No. 2 の両振れ繰り返し載荷時の支間中央点，支間1/4点，支点部における主要点のサイクル数―ひずみ (応力度) 曲線であり，それぞれ片振れ，両振れの特徴を示しているものと思う。また，図-21 は両振れ繰り返し載荷後の支間中央点における鋼I桁上・下縁部の荷重―ひずみ曲線であるが，上縁部の圧縮ひずみにおいて，1万回の繰り返し載荷時での曲線が下降しているのは解釈に苦しむところであり，鉄筋コンクリート床版の亀裂発生が原因となっているのではないかと判断される。

図-22, 23, 24 は模型 No. 3 の両振れ繰り返し載荷時のサイクル数―ひずみ (応力度) 曲線であり，図-18, 19, 20 と同様の現象傾向が推察されるところである。

図-25, 26, 27 および 図-28, 29, 30 は，模型 No. 1, No. 2, No .3 の両振れ破壊時の亀裂模様の比較および模型 No. 2, No. 3 の両振れ繰り返し回数の増加と亀裂増加の対比を示したも

ので，大変興味ある資料を得たと思っている。

B. 鋼 I 桁模型実験

図-31 は模型 No. 1 の単純支持における断面応力度分布であり，両端固定ヒンジ挾持の状態で試験を行なった模型 No. 2, No. 3, No. 4, No. 5 の静荷重試験による断面応力度分布に比べ，引張応力度が幾分小さい傾向を示したことが 図-32, 36, 37, 42, 44 より実証せられ，またこれらの静荷重試験結果より，両振れ繰り返し載荷後の値の方が片振れ繰り返し載荷後の値よりも，最大断面応力度において幾分大きくなる傾向のあることを確認出来た。

しかし，繰り返し回数の増加にともなう断面応力度の増加傾向は余り見られなかったし，図-45, 46, 47, 48, 49, 50 の荷重—たわみ曲線からも，特に繰り返し回数の増加によるたわみ増加の顕著な傾向は見られなかった。

次に，支間中央点における上・下縁部の荷重—ひずみ曲線においては，繰り返し回数の影響が僅かながら出ていることが，図-51, 52, 53 より確認出来た。なお，これらの荷重—ひずみ曲線では，模型 No. 4 の場合が最も理論線に接近していることが 図-54 より明白となった。しかし，支間中央点の上・下縁部のサイクル数—ひずみ (応力度) 曲線においては，図-55, 56 の示す通り，殆んど大きな変化は見られなかった。

2. 結　　言

A. 合成 I 桁模型実験

上述の研究成果より，総合的に判断し次の纒めを得た。

i. 両端単純支持と両端固定ヒンジ挾持の静荷重試験結果を比較して見ると，支間に比べ断面積のかなり大きい本研究用の合成 I 桁模型では，理論計算上は殆んど差異が見られなかったが，その実験値相互の間には断面位置によりかなりの差異が見られた。

ii. 自動車荷重を想定しての片振れ繰り返し疲労試験の結果からすれば，床版コンクリートの強度を大きくすることとその厚さを大きくすることは，合成 I 桁全体の強度・耐久性を増す上に著しい効果があり，鉄筋コンクリート床版の一部に僅かの亀裂が生じても全体の破壊は仲々起らず，片振れ疲労破壊には著しい繰り返し回数を要することがわかった。

iii. 風・地震荷重を想定しての両振れ繰り返し疲労試験の結果から見ると，荷重は割合小さくとも鉄筋コンクリート床版に負の曲げモーメントが作用するから，コンクリートに引張が働き，床版に亀裂が入り易く，またその亀裂は直ぐ大きく広がる傾向にあった。

iv. 両振れ繰り返し載荷後の静荷重載荷試験による支間中央点の断面応力度分布では，鉄筋鋼桁合成断面理論による計算値の方が，従来の全断面合成桁理論による計算値よりもはるかに実験値に接近することが確認出来た。

v. 両振れ繰り返し疲労試験において，鉄筋コンクリート床版の亀裂が大きくなると，鋼 I 桁に影響を及ぼすようになる。すなわち，鋼 I 桁の亀裂は上縁部載荷点付近特にブロックジ

ベルの辺りより生じ，腹鈑中央部に波及して行き，鋼I桁全体の崩壊に進行して行った。この場合，載荷点付近以外の個所における鋼I桁の疲労状態は余り見られなかったから，応力集中の影響は予想外に大きいものと考える。

vi. 片振れ繰り返し荷重を100万回程度も受けている合成I桁に，僅かの回数の両振れ繰り返し載荷を与えても，急速に破壊に進行する可能性が充分にあることが確認出来た。

vii. 今後の研究課題としては，片振れ繰り返し荷重の回数をもっとはるかに増加し，長期間に渡る観測を行なうことによる，頻度の高くなりつつある自動車荷重の想定を基とした研究と，風・地震荷重を想定してのもっと小さな両振れ繰り返し荷重を長期間に渡って載荷し，繰り返しのサイクル数と疲労破壊との関係を，荷重の大きさを徐々に増加しながら観測・追求して行く研究などにあるものと思う。

B. 鋼I桁模型実験

すでに述べた研究成果よりの考察を総合し，次の要約を得た。

i. 静荷重破壊試験の耐荷力は塑性理論による最終荷重よりも幾分大きくなる傾向にあった。

ii. 弾性限度以下での静荷重試験では，断面応力度分布・たわみとも理論値との間にそれほど大きい差異を示さなかったが，載荷点付近の断面応力度分布においては，応力集中の影響・両端単純支持と両端固定ヒンジ挟持の差異による影響が僅かながら見られた。

iii. 片振れおよび両振れの繰り返し載荷後における静荷重試験の結果より，弾性限度超過後のたわみ増加，降伏強度低下などを見たが，弾性限度以内での変化は殆んど見られなかった。

iv. 片振れおよび両振れの繰り返し載荷試験による変形・破壊の現象は，静荷重試験の場合よりも，捩れや横倒れに対し不安定であった。しかし，捩れ座屈や横倒れ座屈よりも圧縮突縁および腹鈑の局部座屈が先行し，破壊は常に上縁部より起こることが明白となった。

v. 両振れ繰り返し載荷試験では，片振れの場合に比べ，はるかに小さな荷重によって破壊し，その亀裂進行速度もかなり速いことが確認出来た。

なお，本研究には，室蘭工業大学土木工学科の教職員および学生諸君のご協力を得たこと，北海道開発局土木試験所・日鉄セメントK.Kのご援助を得たこと，北海道科学研究費補助金を受けたことを付記し，心から厚く感謝の意を表する次第である。

(昭和49年5月27日受理)

文　　献

1) 日本材料学会：材料の疲労に関する研究の趨勢，97 (1962), 107 (1963), 131 (1964), 140 (1965), 164 (1966), 140 (1967).

2) Charles Culver d Robert Coston: Proceedings of the American Society of Civil Engineers, **ST 2**, 1 (1961).

3) A. Anthony Toprac & Murugesam Natarajan: Proceedings of the American Society of Civil Engineers, **ST 4**, 1203 (1971).
4) 赤尾親助・三宮和彦: 土木学会第20回年次学術講演会講演概要, **I**-78, 78 (1965).
5) 阿部英彦・中野昭郎: 土木学会第20回年次学術講演会講演概要, **I**-79, 79 (1965).
6) 前田幸雄・梶川靖治: 土木学会第23回年次学術講演会講演概要, **I**-169, 467 (1968).
7) 前田幸雄: 土木学会第24回年次学術講演会講演集, **I**-60, 163 (1969).
8) 村田勝弘・他2名: 土木学会第25回年次学術講演会講演集, **I**-129, 383 (1970).
9) 安田敏雄・他2名: 土木学会第25回年次学術講演会講演集, **I**-130, 387 (1970).
10) 伊藤文人・他2名: 土木学会第26回年次学術講演会講演集, **I**-20, 59 (1971).
11) 行友 浩・他3名: 土木学会第26回年次学術講演会講演集, **I**-21, 63 (1971).
12) 山田健太郎・他2名: 土木学会第26回年次学術講演会講演集, **I**-22, 67 (1971).
13) 添田弘基・他2名: 土木学会第27回年次学術講演会講演集, **I**-108, 297 (1972).
14) 大島 久・佐々木秀男: 土木学会第27回年次学術講演会講演概要集, **I**-110, 303 (1972).
15) 北海道開発局土木試験所構造研究室: 石狩河口橋側径間連続合成桁疲労試験報告書, 1 (1971).
16) 川井 豊・他2名: 土木学会第28回年次学術講演会講演概要集, **I**-139, 300 (1973).
17) 前田幸雄・梶川靖治: 土木学会第28回年次学術講演会講演概要集, **I**-141, 302 (1973).
18) 佐原俊樹・他2名: 土木学会第28回年次学術講演会講演概要集, **I**-142, 304 (1973).
19) 中村作太郎・志村政雄: 土木学会第27回年次学術講演会講演概要集, **I**-109, 299 (1972).
20) 中村作太郎: 日本建築学会昭和47年度大会学術講演梗概集, **構造系**—2471, 1291 (1972).
21) 中村作太郎・志村政雄: 土木学会北海道支部研究発表論文集 **29**, 221 (1973).
22) 中村作太郎・志村政雄: 土木学会第28回年次学術講演会講演概要集, **I**-140, 300 (1973).
23) 中村作太郎・志村政雄: 土木学会北海道支部論文報告集 **30**, 161 (1974).
24) 中村作太郎・志村政雄: 第16回橋梁・構造工学研究発表会論文集, 31 (1969).
25) Sakutaro Nakamura: 室蘭工業大学研究報告, 理工編, **7**-1 (欧文), 193 (1970).
26) 中村作太郎・志村政雄: 土木学会北海道支部研究発表論文集 **26**, 117 (1970).
27) 小西一郎・他3名: 構造力学 (第1巻), 46 (1971), 丸善.
28) 平井 敦: 鋼橋 (I), 66 (1950), 壮文社.
29) 横堀武夫: 材料強度学, 149 (1969), 技報堂.

最適室内音響環境に関する研究 (II)

規則的断続音のやかましさに関する
パイロットスタディ

泉　　清　　人

A Study on the Optimum Acoustical Environment (II)

A Pilot Study on the Perceived Noisiness
of Periodically Interrupted Sounds

Kiyoto Izumi

Abstract

The noisiness evaluation of periodically interrupted sounds as frequently experienced in industrial and construction fields has been considered as an urgent target of research. I. Pollack and R. M. Garrett have proposed the evaluation methods on energy basis. After describing three series of psycho-acoustical experiments, the author discusses the perceived noisiness of periodically interrupted sounds to be evaluated with careful considerations for the Starttle Effect. The author proposes Noisiness Models 73-C, 73-A, and 73-PN, which are constructed as a certain function of 1) total energy of sound, 2) repetition rate, 3) rise-time, and 4) interval between bursts. The validity of the models is psycho-acoustically tested and is proved to be considerablly better than other generally accepted methods.

1. 序　　章

1·1 研究の背景と目的

騒音による環境破壊の進行を背景として，騒音の心理的不快感―やかましさ―の評価がはじめて研究課題とされて以来既に30年となる。この間，音圧レベルが一定で周波数特性も単純な定常音のラウドネス及びノイジネスに関しては E. Zwicker, S. S. Stevens, K. D. Kryter の評価法が確立しているし，又，なだらかなレベル変動をする騒音や純音成分を含む特殊な周波数特性をもつ騒音の評価法に関しても J. W. Little, K. S. Pearsons はじめ多くの研究者の成果があることは，既に第I編で見た通りである[1]。しかし，現実の環境騒音の大部分を占める激しいレベル変動をする騒音（変動音）や衝撃性断続性の騒音（断続音）の評価法は未だ確立していない。これらの非定常音については，やかましさ反応にかかわる各種の要因（後述）の個々の効果についての先駆的研究があるのみである。

断続音のラウドネスについては，I. Pollack[2] の周期的に断続をする白色雑音の評価法が

あり，更にこれを発展させた R. M. Garrett[3] の方法があるが，共にラウドネスをエネルギー加算で把え，これに実験による補正を加えたものであり，エネルギー以外の要因について考慮を払っていない。

この研究は，これら先人の研究に示唆を受けつつ，断続音によるやかましさ反応の複雑なメカニズムをより明らかにするための実験を行い，これにもとづいてやかましさ反応の構造モデルを作成し，断続音の心理的不快感の評価法を得んとするものである。

1·2　環境騒音実験室について

1·2·1　実験室設置の目的

騒音のやかましさに関する一連の実験的研究のために室蘭工業大学建築工学科環境騒音実験室を設置した。設置の目的を以下に述べる。

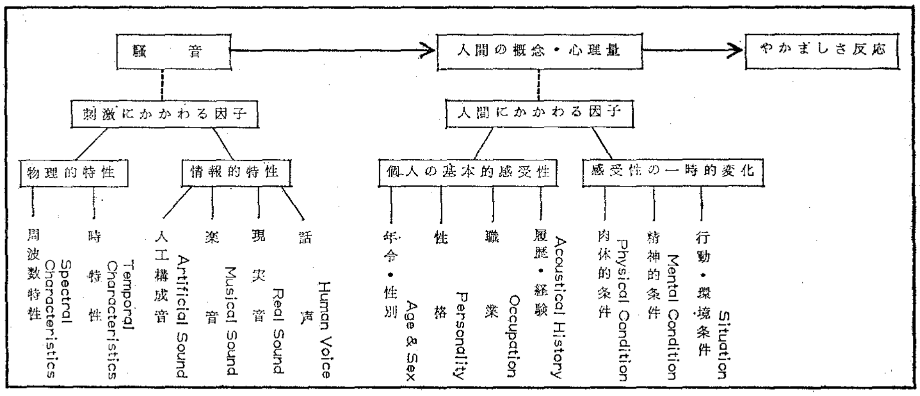
一般の生理心理的現象と同様に人間のやかましさ反応は，騒音が刺激 (S) として聴覚器官に物理的に入力された場合，観測不可能な生理心理的過程をへた後に反応 (R) として外部に現われるもので，この反応 (R) は独立変数である刺激 (S) の従属変数であるから，

$$R=f(S)$$

と表示することが出来る。しかしこの式は，騒音の物理的情報的特性，発生し感知される時と所，及び感知する人間の性別，年齢，性格等のために非常に複雑な函数形を示すことになるであろう。この函数を形成する因子も未だ完全に解明されてはいないが，現時点でこれを整理すれば，以下のやかましさ反応の構造模型が出来る (図–1)。

人間のやかましさ反応の構造をこのようにモデル化し，各因子を自由に統制することにより，人間のやかましさ反応を支配する法則を明確に把握しようとするのがこの一連の実験的研究の目的である。

しかるに，上記の反応構造模型の因子のうち，刺激にかかわる因子は物理的特性も情報的特性も物理的に統制・再現が可能であり，人間にかかわる因子も，行動・環境条件を除いて，



図—1　やかましさ反応の構造模型

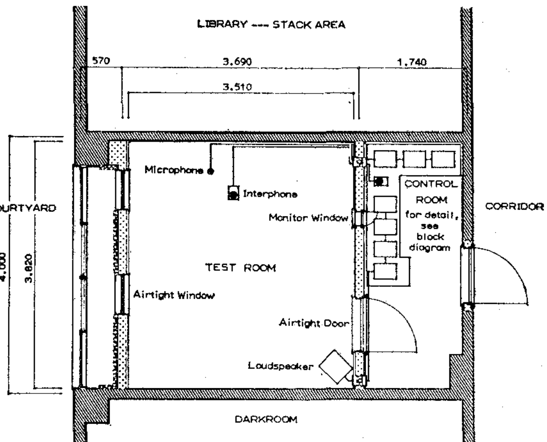
被験者を選択することにより統制が可能である。したがって，残る唯一の条件である行動・環境条件を統制し，且つその他の上記因子を自由に設定・再現することがこの環境騒音実験室設置の目的である。

1·2·2 実験室の計画

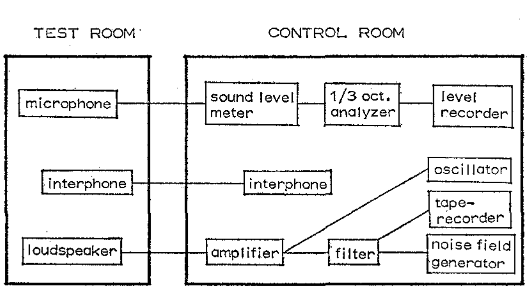
この一連の研究においては，主として日常生活における人間のやかましさ反応を把握しようとしているために，実験室は音響条件以外の条件を出来得る限り日常的状態に保持し，特殊な環境条件にもとづく反応の誤差を除去することを目標とした。したがってこの実験室は一般的な事務室・居室を再現することに努力を払い，音響条件のみを自由に統制することが出来るようにした。

大学が閑静な郊外地に立地していることは幸運であったが，更に校舎の中でも一番伝達される騒音の少ない位置を考慮して，最上階 (3階) の建築工学科図書室書庫と暗室との間に実験室を配置した。屋上の歩行者は皆無である。

図-2 は実験室の平面図である。既設のコンクリート壁体の間に外部開口部に近接して木造軸組プラスターボード下地モルタルゾラコートの間仕切壁を新設し，外壁との間隙には吸音処理を施した。気密アルミサッシのすべり出し窓2面を設け，窓廻り，壁体接合部はコーキング処理をした。廊下側には同様の間仕切壁によりコントロールルームを新設し，ハーフミラーガラスを使用した防音のぞき窓とピンチブロックを廻した扉を設けた。又，実験室内部との電気的連絡のために，吸音材を充塡したコネクションボックスを2個設置してある。機器の一般的なレイアウトは図-3 の通りである。



図―2 環境騒音実験室平面図



図―3 実験室主要機器ブロックダイヤグラム

1·2·3 実験室の音響特性

a) 残響特性 表-1 は実験室の実測残響時間である。図-4 のキイプラン表示の位置において床上 1.2 m にマイクロフォンを固定し，コントロールルームからの操作によりノイズフィールドゼネレータ (RION SF-04) でピンクノイズの断

続音を発生させ，実験室内のスピーカから流して測定した。全音域にわたり0.5秒前後の比較的均一な残響時間が得られており，一般的な事務室・居室空間を再現しようとする目標を達成している。

b) 拡散特性 表-2は実験室の定常状態における平均音圧分布の実測値である。測定は残響実測と同様にノイズフィールドゼネレータによるピンクノイズを音源として実施した。測定点及びスピーカは実験の状態を想定してキイプラン図示の位置とした。全音域及び中高周波数帯域における分布が比較的に一様であるのに対して，低周波数帯域における分布の偏りを明らかに示している。実験にあたっては被験者をスピーカから遠い位置にスピーカ軸に対称して配置することになるが，この状態において中高周波数帯域の分布は均等に近いが，低周波数帯域にあっては偏りがあり，同一出力においても被験者の位置により若干の感知レベルの相違が予想される。したがって実験の種類によっては，被験者の位置による感知音圧レベルの補正が必要となろう。

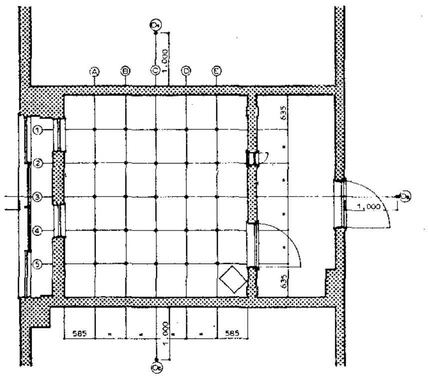
c) 固有振動特性 図-6はこの実験室の日中及び夜間における暗騒音レベルの分析結果を示すものである。50 Hz，100 Hz，250 Hzに目立った音圧が記録されているが，これはこの室の固有振動によるものである。固有振動数計算値と1/3オクターブ分析切断周波数の関係は図-5の如くなり，必ずしも分布は偏っているわけではないが，室の南北壁のみが音響的に露出して対面しているために，この壁面間に卓越した固有振動が生じている。実験の性質によってはこの点に留意して適当な処置が必要となるであろう。

表—1 実験室内残響時間実測平均値 (秒)

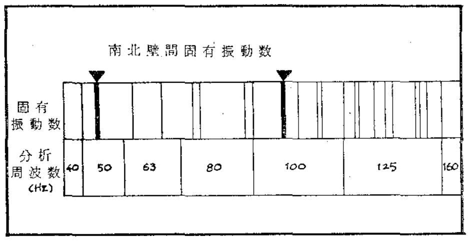
測定位置	1/3オクターブ中心周波数 (Hz)								125～4000 平均
	63	125	250	500	1000	2000	4000	8000	
C-1	0.54	0.45	0.48	0.47	0.42	0.47	0.50	0.49	0.47

表—2 実験室内音圧分布実測値 (dB)

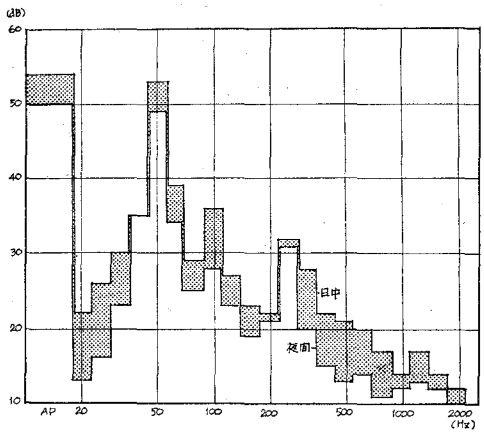
1オクターブバンド中心周波数 (Hz)	測定位置						
	A-4	A-3	A-2	A-1	B-1	C-1	D-1
全音域	68.0	69.5	69.5	70.0	69.5	68.0	68.0
63	60.0	60.0	67.0	70.0	66.0	58.0	67.0
125	73.0	71.0	66.0	70.0	72.0	74.5	72.0
250	71.0	70.5	69.0	70.0	69.0	70.0	72.0
500	68.0	69.5	71.5	70.0	70.5	66.5	64.5
1000	68.5	69.0	67.5	70.0	68.0	70.0	70.0
2000	67.5	69.0	68.5	70.0	68.0	68.0	68.0
4000	68.5	68.5	69.0	70.0	69.5	69.5	69.5
8000	68.0	69.0	69.0	70.0	69.5	69.5	68.5



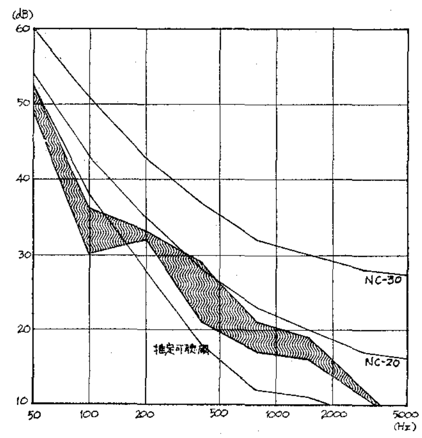
図―4　実験室音響測定キイプラン



図―5　実験室の固有振動数と分析周波数



図―6　実験室内暗騒音レベル



図―7　実験室暗騒音と NC-曲線

d) 暗騒音レベル　やかましさの実験に最も肝要な音響条件は，実験音場を自由に統制することであり，したがって暗騒音が十分に低くおさえられていることが必要となる。図-6 に見る如く暗騒音レベルの分析結果は良好であるが，これは閑静な立地条件に負う所が大きい。図-7 は日中及び夜間の暗騒音レベルを ASA 規格レベルに換算し，NC-曲線と対比させたものである。日中における暗騒音レベルは NC-20 をおおむね下廻っており，又，夜間における暗騒音レベルは NC-20 を十分に下廻るばかりでなく，低周波数帯域においては可聴閾をも下廻っている。

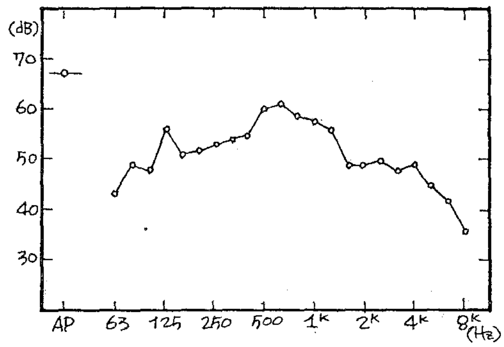
以上 4 点にわたりこの実験室の音響特性を検討した。低周波数帯域に関する音響性状に若干の問題点を残しているが，その他は概して良好な結果を得ている。実験の性質によって低音域に対する適切な配慮をすることにより，この実験室は騒音のやかましさの実験に十分有効に使用出来ると結論することが出来よう。

2.　予備実験――被験者の層別による反応の偏差の検討

2·1　実験の目的

環境心理実験において如何なる被験者を選定するかは重要な問題である。特に調整法等の精度の良い実験にはかなりの時間を必要とするから，いきおい多数の被験者を使用することは不可能となる。したがって，選定した少数の被験者が母集団である人間一般を正しく代表する標本であるか否かの判断が是非とも必要となる。

このパイロットスタディの本実験においては，音響の基礎知識と実験方法についての完全な理解をもつ数名の学生を被験者として，長期間にわたる実験を予定している。そこでこの予備実験においては同年代の多数学生を被験者として，「性別」「感受性」「音経験」の三つのカテゴリーに関する層別化を行い，これら各層の断続者のやかましさ反応に有意の差が存在するか否かを検討したい。即ち，この予備実験の目的は断続者のやかましさ反応に関する被験者の層別偏差を検証することであり，断続音のやかましさの性状そのものは後に予定するより精度の高い本実験の結果にまつこととする。



図―8　予備実験の実験音スペクトル

2·2　実験の方法

図-8は実験音のスペクトルである。ノイズフィールドゼネレータによって作成されたピンクノイズをほぼ完全に平坦レベルに録音したテープにもとづくものであるが，実験室と実験装置の音響特性により低・高音域のレベルが低下している。実験室内のソファーに坐した被験者にこれを聞かせ，図-9の教示にしたがって一対比較法によるやかましさ判断を求めた。基準音を10秒連続の定常音に定め，比較音はすべて断続比 (on-time/on＋off-time) を0.50とし，on, off それぞれ0.125, 0.25, 0.50, 1.00秒の4つのタイムパターンに設定した。基準音の全音域音圧レベルは67 dBに一定し，比較音のレベルはこれに対して3 dBきざみで5段階とした。更に，基準音と比較音の恒常時間誤差を消去するために呈示順序を前後2系列設けたので，比較対の数は4パターン×5レベル×2系列＝40対となった。これを乱数表により無作為配列し被験者に呈示した。

2·3　被験者とその層別化

予備実験の被験者には男子学生27名，女子学生25名の2グループを選定した。選定の理由は，1. 聴覚の最も鋭敏な18～25歳の成人であること，2. 実験の教示に対する理解度が良好且つ一様であること，3. 性別による反応の差異を検証出来ること，である。表-3は各因子条件の一覧表である。

やかましさに関するテスト（3） 7203＿＿＿ ＿＿＿

氏 名＿＿＿＿＿＿＿＿

番号のアナウンスのあとに続き一対の連続音と断続音が聞こえてきます。初めの音が１０秒間流れ，それから２秒間休止があつて，あとの音が１.０秒間流れます。この２つの音のどちらがやかましいかを判断して下さい。そして下の表にやかましいと思つた方に○印をつけて下さい。断続音の方はその断続の１つ１つではなく全体として評価して下さい。２つの音が同じ程度にやかましいと思つても必ずどちらかを選んで下さい。２つの音が両方ともやかましいと思つたり，又両方ともやかましくないと思つたりするかも知れませんが，両方をくらべてどちらがやかましいかを決めて下さい。このテストは全部で４２対あり約２５分位かかります。

例	前．後	１４	前．後	２９	前．後
		１５	前．後	３０	前．後
１	前．後	１６	前．後	３１	前．後
２	前．後	１７	前．後	３２	前．後
３	前．後	１８	前．後	３３	前．後

図—9 予備実験 (一対比較法) の教示

表—3 予備実験の因子条件一覧表

因	子	条件
刺激因子	周波数特性	ピンクノイズ
	時特性	基準音：10 秒定常音 比較音：1/8, 1/4, 1/2, 1 秒の断続音を断続比 50% で 10 秒
	情報的特性	人工構成音
被験者因子	年齢・性別	男 20～24 歳，女 18～22 歳
	性格	“感受性テスト” で層別化
	職業	大学生
	履歴・経験	アンケートで層別化
	肉体的条件	健全
	精神的条件	健全
	行動・環境条件	実験室でソファにくつろいで坐す

一般にやかましさの判断実験にあたっては，被験者の「性格」，なかんづく音に対する鋭敏さの差異が反応に影響を与えることが予想される。そこで，音に対する感受性によって被験者を層別化するために感受性テストを作成した。これは，H. Cason の Annoyance に関する古典的研究にもとづいて，J. M. Bowsher, D. R. Johnson and D. W. Robinson[4] が航空機騒音のやかましさの判断実験で作成，使用した感受性テスト Susceptibility Test を参考にして作成

したものである。まず予備テストとしてBowsherらの質問群を和訳したものを男子6名，女子4名の成人群に回答せしめた。この結果，設問が日本の現状に即していないと判断されたもの(2問)を同様の趣旨をもち，且つ日本の現状に適合している質問に置換して，図–10の40問を得た。Bowsherらの例にならい，40問中10問は一般的なAnnoyanceに関する質問で構成してある。

このような手続きで作成した感受性テストを全被験者に回答せしめた結果にもとづき，「感受性」に関して被験者を敏感層(+)と鈍感層(−)の2層に層別化した。又，やかましさ判断に影響を及ぼす可能性のあるもう一つの条件である被験者の「履歴・経験」については，現在及び出身地の住居周辺の騒音環境をランクオーダーさせて，閑静地居住層(+)と喧騒地居住層(−)の2層に層別化した。

「肉体的条件」・「精神的条件」については特にテストを用意せず観察によってのみ判断したが，外見上は全員健全であり層別化は行なわなかった。又，「行動・環境条件」については，すべての被験者を同様の条件で実験室内のソファにくつろいで坐せしめて統制を試みた。

2·4　実験結果とその考察

一対比較法により比較判断を求めた結果，比較音が基準音よりやかましいという判断のなされ

表—4　予備実験の結果一覧表

等やかましさの断続音レベル—連続音レベル (dB)

被験者			実験音のタイムパターン (秒)			
層別		人数	0.125	0.25	0.50	1.00
男女学生計		52	−4.8	−3.2	0.0	+0.1
性別	男子学生	27	−4.4	−2.8	−0.2	−0.3
	女子学生	25	−5.6	−4.0	+0.4	+0.3
感受性	敏感層	25	−5.0	−3.7	+0.6	+0.2
	鈍感層	27	−4.7	−3.0	−0.3	−0.6
音経験	閑静地居住層	23	−4.7	−3.4	+0.3	−0.1
	喧騒地居住層	25	−4.9	−2.9	−0.2	+0.2

(註)　音経験の層別化にあたっては中間層4名を除外した。

例	車を運転しているとき，運転の仕方をとやかく言われること
1	女性が酔つぱらつているのを見たとき
2	蛇口から水のぽたぽた落ちる音が聞こえること
3	筋の通らない演説を聞かされること
4	あざけり笑われること
5	汚れた服の人を見たとき
6	隣りのテレビやステレオの音が大きいとき
7	しつこいセールスマン
8	話をひとりじめにする人
9	黒板でチョークがキーと音をたてること
10	口に物をいつぱい含んだまましやべる人
11	口臭の強い人
12	自分の病気のことをくどくどといつまでも話す人
13	間に合いそうなバスに乗り遅れること
14	家のそばをひつきりなしに通る自動車の音
15	歩道一杯にかたまつて歩いてくる人達のために車道に降りなければならないこと
16	風通しの悪い部屋にいること
17	寝つこうとするときの犬やねこの鳴き声
18	きたない洗面器
19	顔の回りをとびまわるはえ
20	自分が選んで着ている服装の趣味をとやかく言われること
21	約束の時間になつても来ない人を待つこと
22	頭上を低く飛んでいくジェット機の音
23	鼻をたらしている子供を見たとき
24	他人のいびきを聞くこと
25	並んで順番を待つているのに割り込む人
26	ぼさぼさ髪やぶしようひげの人
27	店であいそ悪くされること
28	誰か他人の赤ん坊が泣き止まないこと
29	汚ない部屋を見たとき
30	コーヒーをスプーンですすつている大人
31	まちの人混みの中で押されること
32	家の外から建設工事の騒音がきこえるとき
33	いい年の人が子供をてあらにしているのを見たとき
34	新聞や雑誌を読んでいるとき，肩ごしにのぞく人
35	食べているものにちよつとゴミがついていたとき
36	話の途中で電話を切られるとき
37	電話がいつまでも鳴つているとき
38	自分の持物をいつも借りようとする人
39	話をしているとき，横やりを入れられること
40	テレビやラジオが電波妨害のためよく入らないとき

図—10　感受性テスト (評定尺度法) の設問

た対には＋，基準音が比較音よりやかましいという判断のなされた対には－を与え，＋判断が50% になるレベルを等ノイジネスレベルとした。恒常時間誤差によりこの等ノイジネスレベルには，各タイムパターンにつき S-C (基準音が先で比較音が後) と C-S の 2 系列が出来るので，最後にこれを平均してそのタイムパターンによる等ノイジネスレベルを決定した。表-4 はこの結果を各層別に整理した一覧表である。

この平均値の一様性の検定のために一元配置法による分散分析を行った。各タイムパターンについて被験者毎の等ノイジネスレベルを求め，全体の平均値からの分散を算出し，これにもとづいて F 検定を行ったわけである。表-5 はこの分散分析表である。

表—5 予備実験結果の被験者層別偏差に関する分散分析表

SV			S_b	df_b	MS_b	S_w	df_w	MS_w	F	Prob.
性別	S-C	0.125	4.74	1	4.74	46.03	50	0.92	5.15	*
		0.25	4.60	1	4.60	53.63	50	1.07	4.29	*
		0.50	0.29	1	0.29	31.63	50	0.63	0.47	—
		1.00	0.01	1	0.01	21.23	50	0.43	0.01	—
	C-S	0.125	1.53	1	1.53	55.39	50	1.11	1.38	—
		0.25	3.12	1	3.12	44.94	50	0.90	3.47	—
		0.50	1.43	1	1.43	61.65	50	1.23	1.16	—
		1.00	4.72	1	4.72	50.72	50	1.02	4.65	*
感受性	S-C	0.125	1.14	1	1.14	49.63	50	0.99	1.15	—
		0.25	4.01	1	4.01	56.67	50	1.13	3.54	—
		0.50	0.71	1	0.71	31.21	50	0.62	1.14	—
		1.00	0.01	1	0.01	20.23	50	0.41	0.15	—
	C-S	0.125	0.47	1	0.47	56.45	50	1.13	0.36	—
		0.25	4.18	1	4.18	43.88	50	0.88	4.76	*
		0.50	0.13	1	0.13	62.95	50	1.26	0.11	—
		1.00	2.62	1	2.62	52.83	50	1.06	2.47	—
音経験	S-C	0.125	0.10	1	0.10	47.21	46	0.10	0.10	—
		0.25	0.01	1	0.01	52.70	46	0.01	0.01	—
		0.50	0.17	1	0.17	30.64	46	0.17	0.26	—
		1.00	0.43	1	0.43	18.05	46	0.43	1.10	—
	C-S	0.125	1.35	1	1.35	48.63	46	1.35	1.28	—
		0.25	0.03	1	0.03	44.79	46	0.03	0.03	—
		0.50	4.36	1	4.36	71.12	46	4.34	2.82	—
		1.00	0.23	1	0.23	69.44	46	0.23	0.15	—

(凡例) ** 1% 水準で有意差あり　* 5% 水準で有意差あり
— 5% 水準で有意差なし

この分散分析の結果，1% 水準で有意差を示した要因は皆無である。又，5% 水準で有意差を示した要因は24項目中4項目に過ぎない。しかも，同じタイムパターンの実験音のS-C, C-S 両系列共に有意差を示したものはない。「性別」について見ると，女性が男性より若干，断続音のやかましさに鋭敏である傾向を示しているが，全般にわたって有意差を生ずるにはいたっていない。又，「感受性」「音経験」について見れば，層間に有意差はないと結論出来よう。

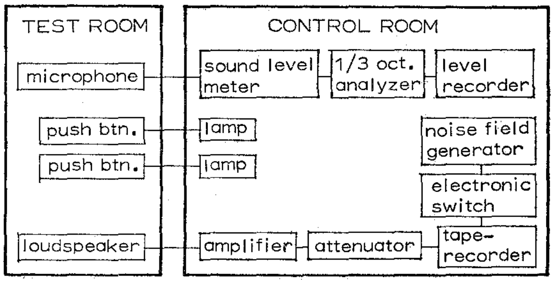
以上の結果，学生層を被験者とした場合，断続音のやかましさに対する反応には「性別」「感受性」「音経験」について明らかな層別有意差はないことが判る。わずかに性別による反応の差が予見されるのみであり，本実験の被験者の選定にあたってはこの点に留意する必要があろう。なお，この予備実験に使用した被験者は学生という一つの世代に限られているし，その出身地も東北・北海道に限られているので，以上の結論を人間一般に適用出来ないことは言うをまたない。

3. 本　実　験

3·1　実験の方法

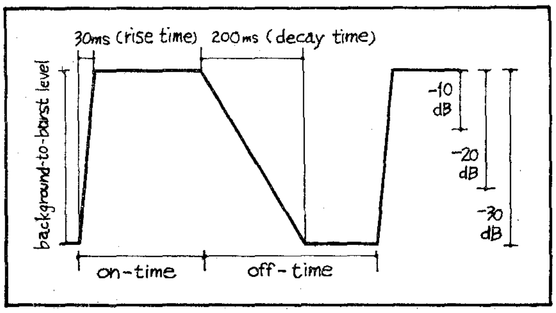
本実験は評価法の既に確立している定常音を基準音とし，研究対象の規則的断続音を比較音とする調整法による matching test である。実験音にはピンクノイズのみを採用したが，これは，既往の研究により異なる周波数間 (cross-spectral) のやかましさの比較が可能であるならば，この実験の結果をあらゆる周波数特性の騒音に適用出来るという前提にもとづいている。

図-11 はこの実験のブロックダイヤグラムである。実験音は基準音 (20 秒)—休止 (2 秒)—比較音 (20 秒)—休止 (3 秒) のタイムパターンであらかじめ録音したテープによっている。基準音は雑音発生器から発生させたピンクノイズをそのまま録音し，比較音はこれを電子スイッチを用いて規則的に断続させて録音した。断続音は on-time ; 125, 250, 500, 1000, off-time ; 125, 250, 500, 1000 (msec) の on, off すべての組合わせ 16 種であり，



sound level meter　: JEIC SLP-21
1/3 Oct. analyzer　: RION SA-56B
level recorder　: RION LR-01E
noise field generator : RION SF-04
electronic switch　: IWASAKI ES-02
tape-recorder　: NAGRA IV-D

図—11　本実験機器ブロックダイヤグラム



図—12　実験音の時特性

表—6 被験者・基準音レベル別実験結果一覧表

〔等やかましさの断続音レベル－連続音レベル〕の平均値 dB (A)

実験音					被験者 A			被験者 B			被験者 C			被験者 D			被験者 E			全員の平均		
on-time	off-time	断続比	$\frac{IPNL}{IPNL_0}$	反復回数	60	70	80	60	70	80	60	70	80	60	70	80	60	70	80	60	70	80
125	125	0.50	0.68	4.00	−1.3	−1.0	−1.5	−5.5	−5.5	−4.5	−2.3	−4.0	−3.0	−2.8	−2.0	−3.0	−3.0	−3.5	−4.5	−3.0	−3.2	−3.3
	250	0.33	0.46	2.67	−1.0	−3.0	−2.0	−5.5	−4.0	−4.0	−2.5	−3.5	−3.5	−3.5	−2.5	−2.0	−4.5	−3.0	−4.5	−3.4	−3.2	−3.2
	500	0.20	0.27	1.60	1.5	1.0	0.5	−3.0	−1.5	−2.0	−2.3	−2.5	−2.5	−1.5	1.0	−1.0	−1.5	0.0	−2.0	−1.4	−0.4	−1.4
	1000	0.11	0.15	0.89	2.0	2.3	2.5	−2.0	0.5	0.5	1.3	4.0	1.0	−0.3	2.5	1.5	2.3	2.0	1.0	0.7	2.3	1.5
250	125	0.67	0.79	2.67	−3.0	−3.0	−3.0	−6.0	−3.5	−4.5	−2.8	−3.0	−3.0	−5.5	−4.0	−5.0	−4.5	−4.0	−5.0	−4.4	−3.5	−4.1
	250	0.50	0.59	2.00	−3.5	−3.0	−4.0	−5.0	−4.0	−4.5	−4.0	−3.5	−4.5	−4.0	−3.0	−2.5	−2.3	−3.5	−5.0	−3.8	−3.4	−4.1
	500	0.33	0.39	1.33	−1.3	−2.0	−2.0	−5.0	−3.5	−3.5	−1.0	−2.5	−5.5	−3.5	−1.5	−1.5	−3.0	−2.5	−2.5	−2.8	−2.4	−3.0
	1000	0.20	0.24	0.80	0.0	−1.5	−1.5	−2.5	−2.5	−3.0	0.8	−1.0	−3.5	−2.0	−1.5	−0.5	−1.0	−1.5	−2.5	−0.9	−1.6	−2.2
500	125	0.80	0.87	1.60	−3.3	−3.5	−3.5	−7.5	−4.5	−4.0	−1.5	−2.5	−2.0	−3.5	−4.0	−3.0	−3.5	−4.0	−3.5	−3.9	−3.7	−3.2
	250	0.67	0.73	1.33	−3.0	−3.5	−4.0	−6.0	−4.5	−5.0	−2.5	−3.0	−3.5	−4.0	−3.5	−4.0	−4.5	−4.0	−5.0	−4.0	−3.7	−4.3
	500	0.50	0.55	1.00	−1.5	−2.5	−3.0	−4.5	−3.5	−3.5	−2.0	−2.0	−4.5	−4.0	−3.0	−4.0	−4.0	−4.0	−4.0	−3.2	−3.0	−3.8
	1000	0.33	0.36	0.67	−1.3	−2.0	−2.0	−2.0	−2.5	−3.0	−2.5	−0.5	−1.5	−2.5	−2.5	−3.0	−1.5	−1.5	−2.5	−2.0	−1.8	−2.4
1000	125	0.89	0.93	0.89	−5.3	−3.0	−3.0	−6.0	−4.0	−3.5	−2.5	−0.5	−1.3	−3.5	−3.0	−4.5	−3.0	−3.0	−2.5	−4.1	−2.7	−3.0
	250	0.80	0.84	0.80	−2.8	−2.8	−3.5	−5.3	−3.5	−3.5	−2.0	−1.5	−3.0	−3.5	−3.5	−3.5	−3.5	−3.5	−4.0	−3.4	−3.0	−3.5
	500	0.67	0.70	0.67	−2.8	−2.5	−4.0	−5.5	−3.5	−3.5	−1.8	−3.5	−3.5	−3.5	−4.0	−2.0	−3.5	−3.0	−4.5	−3.4	−3.3	−3.5
	1000	0.50	0.52	0.50	−2.5	−2.0	−2.5	−4.5	−3.5	−3.0	−0.5	−1.5	−3.0	−3.5	−1.5	−3.5	−2.5	−3.0	−4.0	−2.7	−2.3	−3.2

(註) $IPNL/IPNL_0$ はピーク値−20 dB (A) 以上における連続音と断続音の IPNL の比を表わす。

rise-decay time はすべて 10 (msec) とした。しかし，音場の残響特性とスピーカの過渡特性のため被験者に供された断続音は図–12 の通りになった。基準音・比較音とも同一レベルで録音してあるが，コントロールルームのアッテネータにより実験音のレベル操作が可能である。被験者には時間を限らず基準音・比較音のやかましさを比較させ，比較音レベルの上下を手許のプッシュボタンにより実験者に指示せしめ，完全な matching にいたるまで試験を続けさせた。被験者のすぐ頭上にマイクロフォンを吊り下げ，コントロールルームで実験音の音響特性と被験者の反応をレベルレコーダ用紙上に記録した。

被験者は 20～30 歳台の男女計 5 名で，実験に精通しており，且つ，JIS 基準のオージオメータにより健全な聴力を確認している。

3·2　実験結果とその検証

一連の予備テストの後に，前述の 16 種の時特性をもつ断続音のすべてにつき，基準音のレベルを 60, 70, 80 dB (A) の 3 段階にとり各 2 回合計 96 回の matching を 5 人の被験者全員に行なわしめた。被験者の体調や気分による誤差を極力除去するために，試聴時間の配分や時間帯の設定に留意し，予備実験を含めて約 2 カ月の期間で実験を完了した。

表–6 はその結果の一覧表である。数値は matching の完了した時点での〔比較音 (断続音) のレベル—基準音 (連続音) のレベル〕を表わしたものである。したがって，負数のものは同一レベルの場合断続音がよりやかましいことを意味している。以下にこの実験値の検証を 3 段階にわけて記述する。

a)　個人における反応の再現性

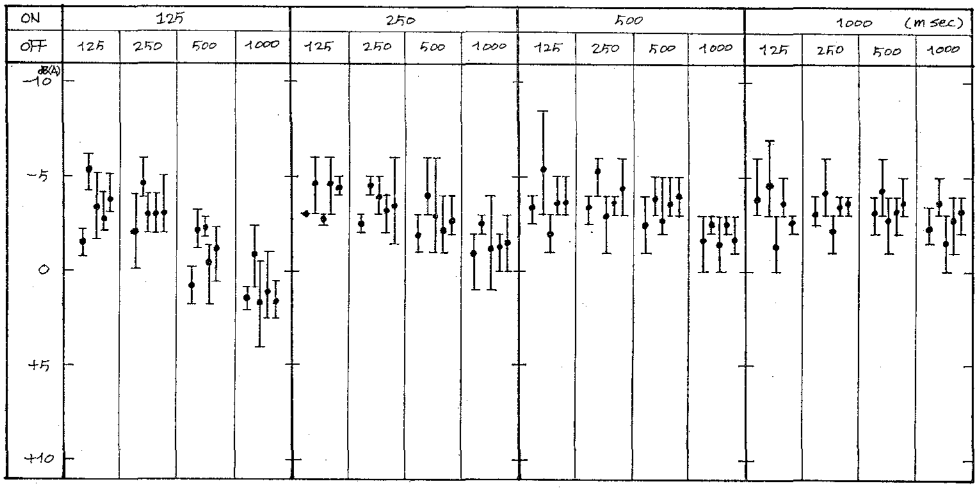
被験者各人の同一音についてのやかましさ反応の再現性は大変良好であった。同一時特性同一レベルの実験音について各人 2 回の反復試聴を行ったが，その結果二者の誤差は各被験者とも 2.0 dB (A) をこえるものはなく，平均 0.4 dB (A) にすぎなかった。更に，後述する如く，基準音のレベル 60, 70, 80 dB (A) の相違により反応に有意差が認められなかったために，同一時特性の計 6 個の実験値を一括してその標準偏差を算出した結果が表–7 である。標準偏差は概ね 1.0 前後であり，各被験者毎の平均値はすべて 0.7～1.0 dB (A) の範囲に入り，総平均は 0.84 dB (A) にすぎない。又，図–13 は被験者毎に実験値のレンジと平均値を図示したものである。以上の分析結果から見て，この実験の範囲において断続音に対するやかましさ反応は個人において良好な再現性を示すと言えよう。

b)　基準音のレベルによる偏差

同一時特性の断続者もそのレベルの大小で断続によるやかましさ効果が変化する可能性がある。連続音と断続音のラウドネス比較に関して，北村・飯田[5] は 60～80 dB (A) の範囲においてレベル差にもとづく若干の変化を認めているが，Vigran ら[6] は 70～100 dB (C) の範囲において組織的な変化を認めていない。ラウドネスでなくノイジネスに関する研究でこの点に着

表—7 実験値の被験者別標準偏差一覧表 dB (A)

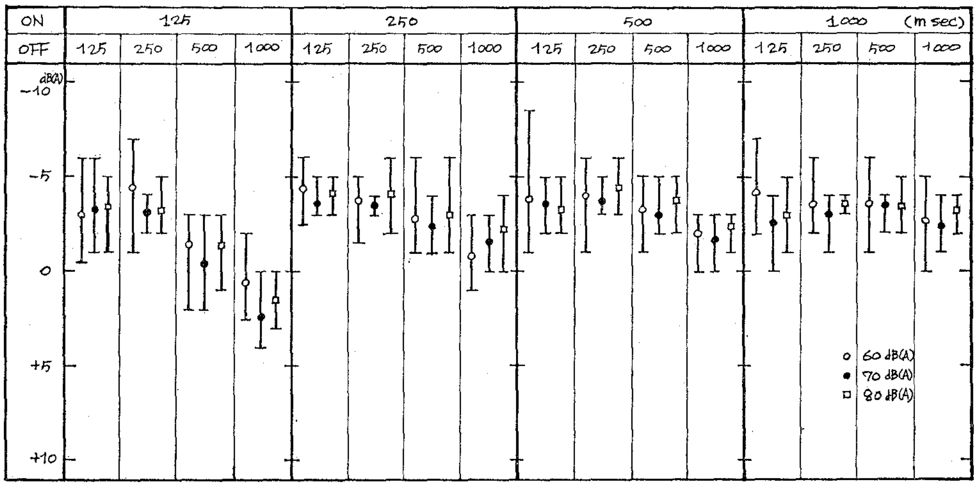
実験音		被験者				
on	off	A	B	C	D	E
125	125	0.56	0.69	1.02	0.73	0.75
	250	1.15	0.76	0.69	0.75	1.00
	500	0.58	0.90	0.45	1.26	1.07
	1000	0.56	1.25	1.54	1.22	0.81
250	125	0.00	1.11	0.19	0.90	0.50
	250	0.50	0.50	0.58	0.64	1.37
	500	0.69	1.00	1.91	1.07	0.75
	1000	1.00	0.47	1.87	0.75	0.94
500	125	0.61	1.77	0.58	0.76	0.75
	250	0.58	0.69	1.00	0.37	0.96
	500	0.94	0.69	1.21	0.75	0.58
	1000	1.15	0.50	0.96	0.47	0.69
1000	125	1.15	1.26	0.93	0.75	0.37
	250	0.50	0.91	0.69	0.50	0.47
	500	0.73	0.95	1.02	0.90	0.75
	1000	0.69	0.75	1.11	1.07	0.90
被験者別平均		0.71	0.89	0.98	0.81	0.79
総平均		0.84				



図—13 実験値の被験者別レンジと平均値

表—8 実験値の基準音レベル間分散分析表

on-time	off-time	S_b	df_b	MS_b	S_w	df_w	MS_w	F	Prob.
125	125	0.64	2	0.32	66.42	27	2.46	0.13	—
	250	0.26	2	0.13	47.60	27	1.76	0.07	—
	500	6.34	2	3.17	63.82	27	2.36	1.34	—
	1000	12.95	2	6.47	51.24	27	1.89	3.41	*
250	125	3.81	2	1.90	31.42	27	1.16	1.63	—
	250	2.44	2	1.22	22.92	27	0.84	1.44	—
	500	1.81	2	0.90	57.02	27	2.11	0.43	—
	1000	7.81	2	3.90	39.22	27	1.45	2.69	—
500	125	2.31	2	1.15	61.22	27	2.26	0.51	—
	250	1.79	2	0.89	32.70	27	1.21	0.74	—
	500	3.46	2	1.73	31.20	27	1.15	1.50	—
	1000	1.96	2	0.97	23.20	27	0.86	1.13	—
1000	125	10.34	2	5.15	49.55	27	1.83	2.81	—
	250	1.71	2	0.85	24.62	27	0.91	0.94	—
	500	0.19	2	0.09	30.50	27	1.12	0.08	—
	1000	4.06	2	2.03	35.30	27	1.30	1.55	—



図—14 実験値の基準音レベル別レンジと平均値

目したものは見当らない。筆者は各時特性について 60, 70, 80 dB(A) の3段階の基準音を用いたが，このレベル毎に5人の被験者各2回計10回の実験結果をまとめて，反応のレンジと平均値を表わしたのが図-14 である。レベル差により組織的変化のないことが明らかであるが，これを分散分析法により検定した結果，16時特性中15まで5% 水準でレベル差による有意差のないことを確認した。表-8 がこの分散分析表である。有意差の出た断続音は断続比が最小で被験者間で最大の反応の偏差を出したものである。これらの点から見て，この実験の範囲で

は，連続音と断続音のやかましさ効果にレベルの大小による偏差はないと結論することが出来よう。勿論，60～80 dB (A) の範囲を外れた場合については別途の検討が必要となる。

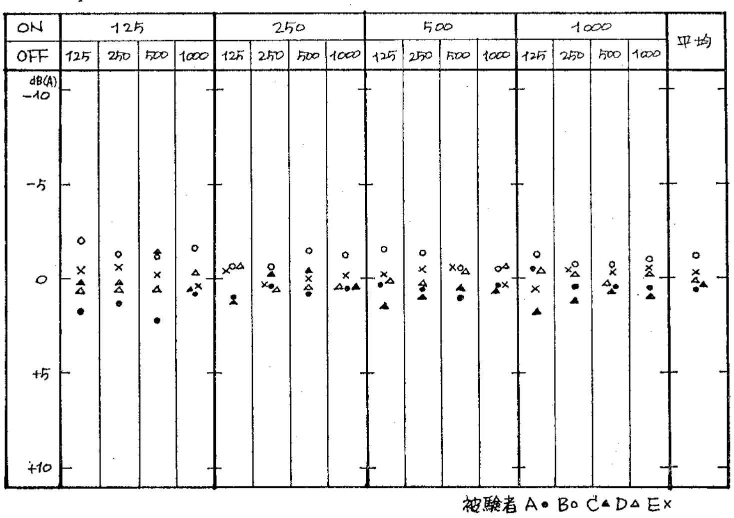
c) 個人間の偏差

今までの筆者らの実験を含めて，既往の騒音のラウドネス及びノイジネスに関する多くの実験において，個人間の反応の偏差が大きいことが繰り返し報告されている。今回の実験についてもこの点に着目して結果の検討を行なった。基準音のレベル毎に各被験者のすべての反応をまとめて，群として分散分析を行なったが，その結果は 60, 70, 80 dB (A) 3 段階についてすべて 1% 水準における個人間の有意差が認められた。表-9 はこの分散分析表である。

有意差の出た最大の原因は，前述の如く，被験者個人の反応の再現性が極めて良好であったことにある。予備実験でたしかめた通り，被験者の「性別」「感受性」「音経験」による反応に有意の偏差は存在しないと判断出来るから，この個人間の偏差は一般に考えられる上記カテゴリー等と異なり，より属人的 personal な反応の偏差であろう。このことは，この種の実験においては被験者の人数が多くなければならないことを示唆しており，これは後述する如く今後の実験の重要な課題と考えている。

表—9 実験値の被験者個人間分散分析表

基準音レベル	S_b	df_b	MS_b	S_w	df_w	MS_w	F	Prob.
60 dB (A)	192.00	4	48.00	146.83	155	0.94	50.67	**
70	42.65	4	10.66	123.64	155	0.79	13.36	**
80	32.58	4	8.14	130.56	155	0.84	9.67	**



図—15 実験値の被験者別平均偏差

—— 個人の平均値—全体の平均値 ——

表—10 実験結果一覧表

実験音		尺度			実験音		尺度		
on-time	off-time	dB (C)	dB (A)	PNdB	on-time	off-time	dB (C)	dB (A)	PNdB
125	125	−2.8	−3.2	−3.1	500	125	−3.1	−3.6	−3.5
	250	−2.8	−3.3	−3.2		250	−3.4	−4.0	−3.9
	500	−0.9	−1.1	−1.1		500	−3.0	−3.3	−3.3
	1000	+1.4	+1.4	+1.8		1000	−1.8	−2.1	−2.1
250	125	−3.4	−4.0	−3.9	1000	125	−2.7	−3.3	−3.3
	250	−3.3	−3.8	−3.7		250	−2.9	−3.3	−3.3
	500	−2.4	−2.7	−2.7		500	−3.0	−3.4	−3.4
	1000	−1.5	−1.6	−1.6		1000	−2.4	−2.7	−2.7

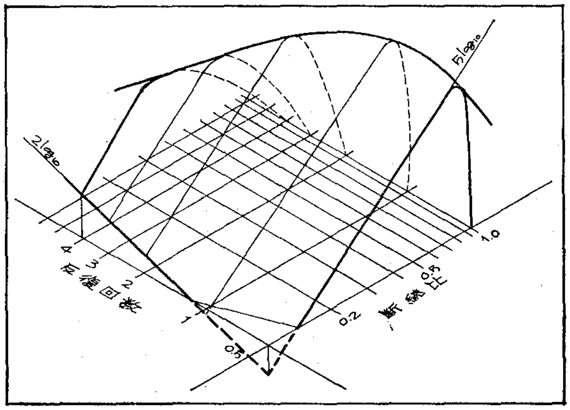
しかしながら，図-15に見る如く，この実験における全被験者の反応の偏差は比較的小さく，16時特性それぞれについての5人の被験者各人の平均偏差は，最小0.1，最大1.1 dB (A) にすぎない。既往の多くの研究者の実験結果と比しむしろ良好であると判断出来る。

以上3段階にわたって実験値の検討を行なった。即ち，個人における反応の再現性の良好なことにより実験結果の信頼性が確かめられ，基準音のレベル差によって反応に有意差がなく，且つ，個人間の反応に有意差があるものの，その平均偏差が小さいことから，このパイロットスタディの段階においては，これを一括して考慮出来ることが確かめられた。したがって，今回はすべての実験結果を表-10の型に集計要約し，次章以下の断続音のやかましさのモデル化への基礎数表とする。

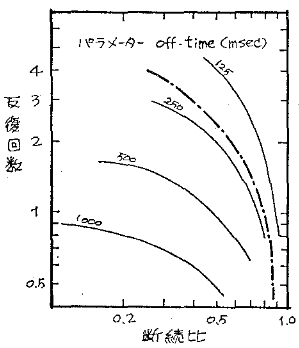
4. 規則的断続音のやかましさモデル

4·1 やかましさモデル 73-C, 73-A, 73-PN

筆者は規則的断続音のやかましさを決定する物理的要因は，1. 騒音のエネルギーの総量，及び，2. 断続による驚がく効果 startle



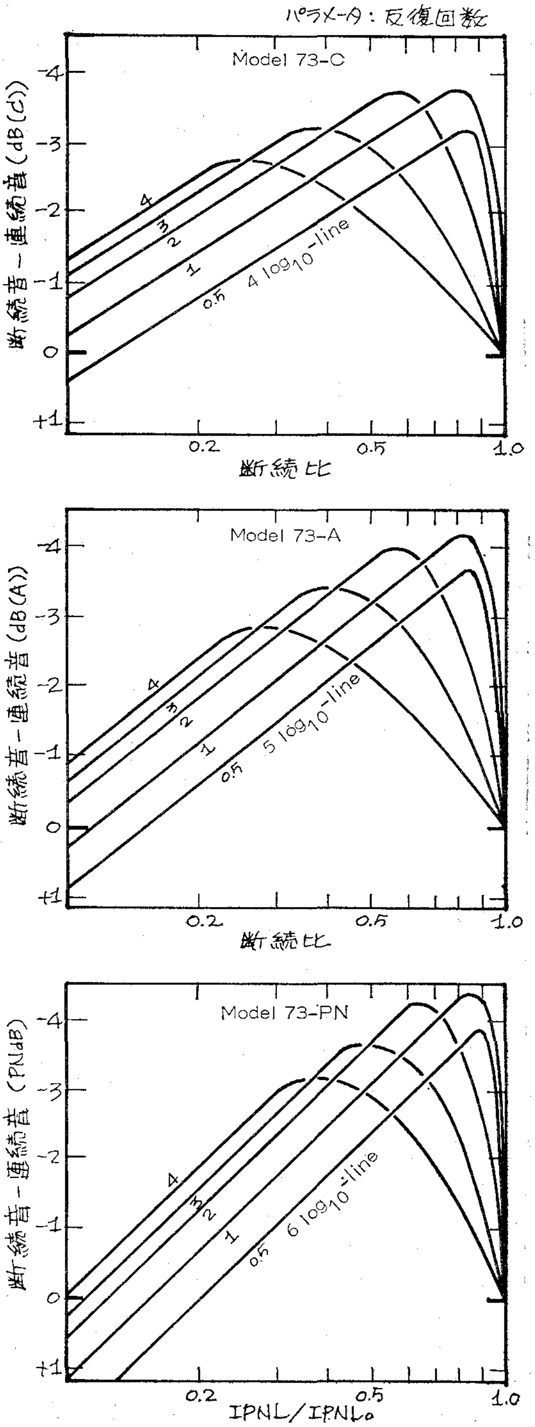
図—16 実験結果の立体モデル



図—17 ピーク値の投影

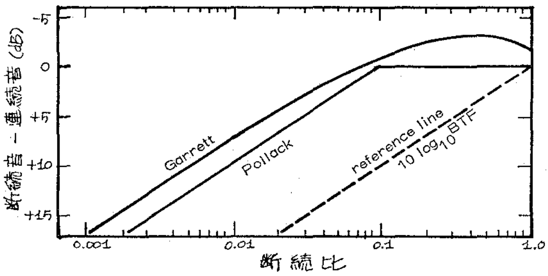
effect であると考える。更に驚がく効果は a. 反復回数 repetition rate, b. 立ち上り時間 rise-time, c. 立ち上りレベル background-to-burst level, d. ピークレベル peak lvel, level of standard signal, e. 休止時間 off-time, interval betweenbursts の何らかの函数であると考える。これらの要因と実験値との関係を解析した結果，今回の実験の範囲で明白な函数関係の求められたものは，1. エネルギー量，即ち，断続音の場合は断続比 (on-time/on＋off-time, なお PNL については IPNL 比)，2. 反復回数，及び，3. 休止時間の 3 者であった。前述の通り，調整法による matching の完了した時点における〔断続音のレベル―連続音のレベル〕を断続音のやかましさの指標とした場合，これら 3 者とやかましさの関係は図-16 の通りとなった。即ち，断続比及び反復回数はある範囲においてやかましさと対数関係をなし，休止時間はこの対数関係の成立する範囲の上限を定めている (図-17)。これらの相互関係を dB (C), dB (A), PNdB の三つの尺度により表現したのが図-18 でありこれを規則的断続音のやかましさモデル 73-C, 73-A, 73-PN と呼ぶこととした。

提案のモデルを一つの尺度に定めず三つの尺度にした理由は，断続音のやかましさと断続音の spectral summation の関係が明らかでないからである。もし断続音における spectral summation が定常音と同じであるならば，第 I 編で詳説した通り，dB (C) より dB (A) が優り，dB (A) より PN dB が優ることが明らかである。しかし現



図—18 規則的断続音のやかましさモデル

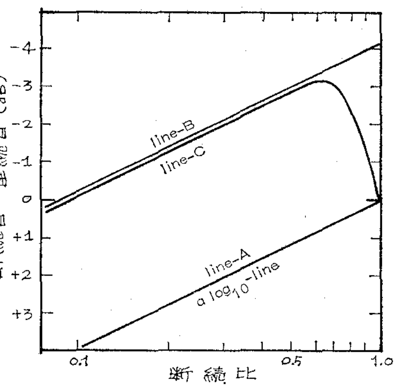
在の段階ではこの類推は尚早であり，断続音のやかましさの spectral summation に関する実験をへて最終的に提案をまとめたい。なお，複雑な現実音には PNL 尺度がもっとも良く対応することが予想されるが，現場での評価の便から見れば dB(A) 尺度がより有効となることが考えられる。



図—19　ラウドネスと断続比

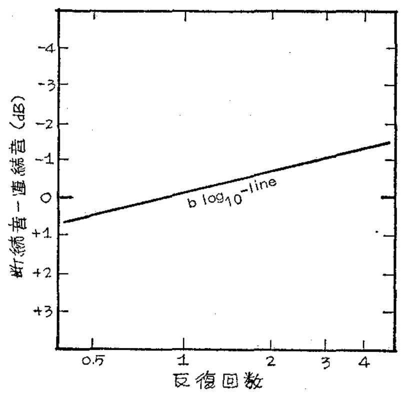
4·2　討　　論

前述の通り規則的断続音の評価モデルは I. Pollack[2] と R. M. Garrett[3] のラウドネスに関するものがある。図–19 はこれらの要点を示すものであるが，共にラウドネスをエネルギーの単純な加算 (10 $\log_{10}$-basis) で説明している。しかし，ラウドネスがエネルギーの加算できまるならば，明らかにその函数関係は図中の参考線の如くなるべきであり，これとの組織的なへだたりについての説明はない。更に，断続比が 0.1～1.0 の範囲における函数関係の変化についても，実験値との照合によるのみで，有効な説明が与えられていない。



図—20　モデルの概念—やかましさと断続比

筆者のモデルについての考え方は以下の通りである。断続音のやかましさは基本的には音響エネルギーの総和によるので，やかましさの函数は断続比 1.0 (即ち，連続音) で 0 となる a $\log_{10}$-line に基礎付けられる (図–20 の line-A)。これに断続することの驚がく効果が加算され line-B となる。このへだたりは，1. 立ち上り時間，2. 立ち上りレベル，によって決定される。更に，驚がく効果は休止時間があまり短かいと，前刺激の残留効果によって減殺され，休止時間が 0 に近づく (連続音に近づく) につれて急激に減少し，結局，総合された函数関係は line-C となる。一方，同一の断続比，立ち上り時間，立ち上りレベルの断続音の反復回数のみを変化させれば驚がく効果は当然変化し，図–21 の通り b $\log_{10}$-line が決定される。



図—21　モデルの概念—やかましさと反復回数

さて，エネルギーが完全に linear に加算されてやかましさが惹起されるとすれば，上述の a $\log_{10}$-line，b $\log_{10}$-line における定数 a, b は共に 10 となるべきである。Pollack と Garrett

は断続比の小さな場合にラウドネスでこれを検証している。しかし，すべての範囲で linear summation が成立しないことは，Kryter, Pearsons, Bennett, Little, Mabry らの騒音の継続時間の効果に関する実験でも明らかである[1]。筆者らはこの実験で a=4, b=2 dB (C) を得ている。

立ち上り時間，立ち上りレベルの効果について見れば，今回の実験では実験音の種類の関係で明らかに出来ていない。しかし，これらの効果は I. Pollack[2], E. Vigran[6] 及び，安田ら[7]の研究から見て，この実験の範囲においてはほとんど一定と考えられる。即ち，Pollack によれば，立ち上りレベルが 0～30 dB の範囲において，断続音のラウドネスは立ち上りレベルの増加につれてほぼ直線的に増加するが，30 dB にいたるとおおむね一定値に収束する。この実験においては立ち上りレベルはおおむね 30 dB をこえており，したがって立ち上りレベルの効果はほとんど一定と考えられる。又，Vigran ら及び安田らは立ち上り時間とラウドネスの関係をある程度明らかにしたが，これを総括すれば，立ち上り時間が 1.0 秒程度になるまでは驚がく効果が存在し，且つ，その大きさは立ち上り時間によって一義的に決定されると言える。この実験においては立ち上り時間は常に 30 msec の一定値としているので，立ち上り時間による驚がく効果は常に一定の大きさで存在すると考えることが出来る。

以上の二点を考慮して，今回のやかましさモデルの作成にあたっては，立ち上りレベル，立ち上り時間の効果を一定値と考えた。したがって，立ち上りレベルの非常に小さい断続音や立ち上り時間の非常に長い断続音にはこのモデルを適用することは出来ないが，現実の断続音，例えば杭打音，リベット音，打撃性機械騒音等は一般に本実験に近い時特性をもっており，現実音への適用には問題が少ないと考えられる。しかし，やかましさモデルの完成のためには，適用可能な立ち上りレベル，立ち上り時間の範囲，或いはこれら二者の変化にともなうモデルの補正法を明らかにしなければならないと考える。

5. 検証実験――やかましさモデルの検証

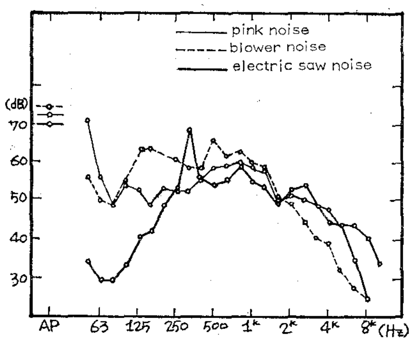
5·1 実験の方法と結果

規則的断続音のやかましさモデル 73-C, 73-A, 73-PN を検証するために，一対比較法と調整法による実験を行なった。表-11 はこの実験に使用した実験音のリストである。ピンクノイズ (No. 1, No. 2) は同じ実験音を本実験において調整法で実験しているので，ここでは一対比較法を適用した。更に，現実音としてブロワー騒音 (No. 3, No. 4) 及び電動のこぎり騒音 (No. 5, No. 6) をもとに電子スイッチで作成した断続音を使用し，これらには調整法を適用した。各実験音の周波数特性は図-22 の通りである。

一対比較法においては，比較音を 2 dB (A) ステップ 10 レベルとし，本実験の結果を参考にして基準音を中心にレベル配置を行なった。実験音はあらかじめ，番号アナウンス―休止

表—11　検証実験の実験音

No.	比較音 種類	周波数特性	on-time	off-time	断続比	$\frac{IPNL}{IPNL_0}$	反復回数	基準音	実験方法
1	ピンクノイズ	平坦	500	250	0.67	0.73	1.33	ピンクノイズ	一対比較法
2	ピンクノイズ	平坦	250	500	0.33	0.39	1.33	ピンクノイズ	一対比較法
3	ブロワー音	低周波	125	250	0.33	0.46	2.67	ブロワー音	調整法
4	ブロワー音	低周波	500	1000	0.33	0.36	0.67	ブロワー音	調整法
5	電動のこぎり音	純音成分	250	125	0.67	0.79	2.67	電動のこぎり音	調整法
6	電動のこぎり音	純音成分	1000	500	0.67	0.70	0.67	電動のこぎり音	調整法



図—22　検証実験の実験音スペクトル

表—12　検証実験の結果一覧表
等やかましさの断続音レベル—連続音レベル dB (A)

No.	実験音 種類	on	off	実験値の総平均
1	ピンクノイズ	500	250	−4.8
2	ピンクノイズ	250	500	−2.8
3	ブロワー音	125	250	−2.5
4	ブロワー音	500	1000	−2.6
5	電動のこぎり音	250	125	−5.4
6	電動のこぎり音	1000	500	−4.4

(1秒間)—第1音 (15秒間)—休止 (2秒間)—第2音 (15秒間)—休止 (4秒間) の時間配列で録音したテープを使用し，各対の後で被験者にどちらがやかましかったかを回答用紙上に記入せしめた。本実験と同じ5人の被験者各人に，S–C，C–S 両系列各3回計6回の試聴を行なわしめた結果を集計し，累積度数グラフの50% 値をもって等やかましさレベルとした。

調整法についてはすべて本実験と同様の方法により5人の被験者各人に同一実験音を2回づつ時間を限らず matching せしめ，全員の実験値の平均値をもって等やかましさレベルとした。なお基準音のレベルはすべて 80 dB (A) としている。表-12 は以上の実験結果の一覧表である。

5·2　モデルの検証

前節に記した実験結果を用いて断続音のやかましさモデル 73–C, 73–A, 73–PN の検証を行ない，同時に既往の騒音評価法にもこの実験結果を適用して上記モデルとの有効性の比較を行なう。前節の実験において一対比較法及び調整法にもとづく連続音と断続音の等やかましさレベルが算出されたので，各種の評価法にもとづきこの連続音と断続音のおのおののやかましさ評価値を計算し，この両者の誤差を算出することにより評価法の有効性を検証しようとするものである。

対象とする評価法は，a) 断続音のピーク値をそのまま使用するもの (Peak C, Peak A, Peak PNL)，b) 衝撃性補正を行なった NR 数 (NRNi)，c) 断続音のラウドネス評価法 (Pollack, Garrett)，及び，d) やかましさモデル 73-C, 73-A, 73-PN である。表-13 はこれら評価法による計算値の一覧表であり，図-23 は誤差の分布と平均値を図示したものである。誤差のレンジが小さく，且つ，平均値が 0 に近いものが評価法としてすぐれているものであり，この点から見て以下の事項が明らかになる。

1. ピーク値をそのまま使用する Peak C, Peak A, Peak PN は誤差が大きく，騒音の過小評価につながるおそれが大きい。

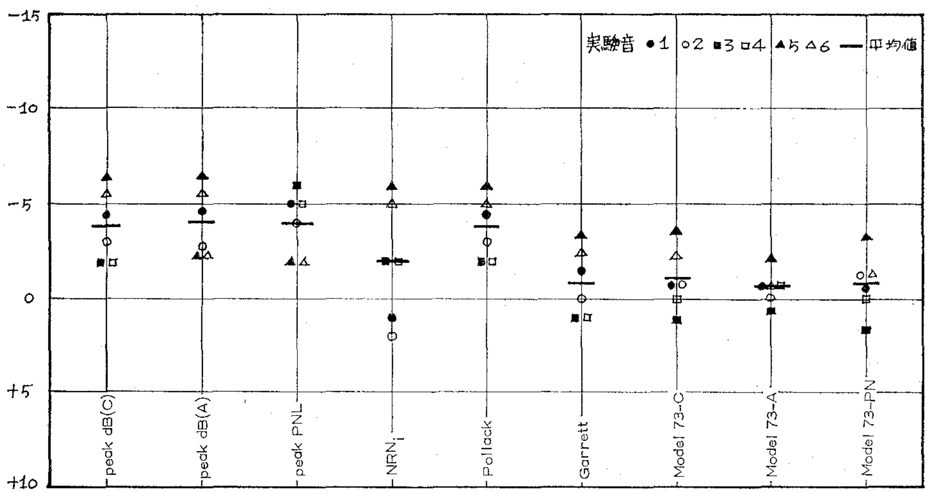
2. NR 数の衝撃性補正は断続音の物理的特性にかかわらず一率であり，補正の結果は

表—13　各種評価法の比較表

等やかましさの断続音と連続音の評価計算値の誤差

実験音 No.	種類	on	off	ピーク dB (C)	ピーク dB (A)	ピーク PNdB	NRNi	Pol-lack	Gar-rett	モデル 73-C	モデル 73-A	モデル 73-PN
1	ピンクノイズ	500	250	−4.5	−4.8	−5.0	1.0	−4.5	−1.5	−0.7	−0.6	−0.6
2	ピンクノイズ	250	500	−3.0	−2.8	−4.0	2.0	−3.0	0.0	−0.5	−0.2	−1.3
3	ブロワー音	125	250	−2.0	−2.5	−2.0	−2.0	−2.0	1.0	1.1	0.7	1.6
4	ブロワー音	500	1000	−2.0	−2.6	−2.0	−2.0	−2.0	1.0	−0.1	−0.6	−0.1
5	電動のこぎり音	250	125	−6.5	−5.4	−6.0*	−6.0	−6.5	−3.5	−3.7	−2.2	−3.4
6	電動のこぎり音	1000	500	−5.5	−4.4	−6.0*	−5.0	−5.5	−2.5	−2.4	−0.9	−1.4
誤差の平均				−3.91	−3.75	−4.0	−2.0	−3.91	−0.92	−1.05	−0.63	−0.87

* 純音成分が含まれているので純音補正を行ない，PNdBt をとっている。



図—23　各種評価法の検証

——等やかましさの断続音計算値—連続音計算値——

ピーク値によるものよりすぐれているとはいうものの，誤差の分布が大きい。

3. 断続音のラウドネス評価法をやかましさに準用した場合，Pollack の方法より，Garrett の方法がすぐれている。

4. やかましさモデル 73-C, 73-A, 73-PN は既往の方法より一般にすぐれている。特に 73-A は極めて良好な結果を示している。

以上，モデル 73-C, 73-A, 73-PN の有効性を他の評価法との比較において明らかにした。この有効性は，勿論，検証実験に使用した実験音の範囲に限ってのものであることは言うをまたない。

おわりに

騒音の評価をエネルギーベースのみで考えることが一般となっている中で，特に断続音については驚がく効果に注目しなければならないという視点からやかましさモデルを提案した。モデルの数値的部分についてはより精度の高い実験を繰り返して再検討をし，モデルの完成を期したい。又，モデルの適用範囲を拡大するためには，断続比，反復回数の幅をひろげることが必要である。更にこの実験では基準音・比較音とも 20 秒の断続時間としたが，双方の継続時間が長くなった場合，energy summation も startle effect も，fatigue と habituation の相違によりかなりの変容をする可能性があり，この点についての研究が必要と考える。

この一連の実験にあたっては，京都大学教授堀江悟郎先生のご指導とご激励をいただいた。又，実験と結果の分析にあたっては，梅沢昭吾，近藤清隆，矢萩正輝，木村典明，佐藤哲身，柳沼宏宗，黒島敏枝の諸氏にご協力をいただいた。ここに記して深く感謝の意を表します。

(昭和 49 年 5 月 17 日受理)

参考文献

1) 泉　清人： 最適室内音響環境に関する研究 (I)—単位騒音のやかましさの評価法に関する研究動向の考察と評価法の適用についての試案，室工大研報，**7** (3), 871 (1972).

2) Irwin Pollack: Loudness of Periodically Interrupted White Noite, Journal of Acoustical Society of America, **30** (3), 871 (1958).

3) R. M. Garrett: Determination of the Loudness of Repeated Pulses of Noise, Journal of Sound and Vibration, **2** (1), 42 (1965).

4) J. M. Bowsher, D. R. Johnson and D. W. Robinson: A Further Experiment on Judging the Noisiness of Aircraft in Flight, Acustica, **17** (5), 245 (1966).

5) 北村音一・飯田茂隆： 断続音のラウドネスについて，日本音響学会講演論文集，183 (昭和 36 年 10 月).

6) Erik Vigran, Kjell Gjaevenes and Gunnar Arnesen: Two Experiments concerning Rise Time and Loudness, Journal of Acoustical Society of America, **36** (8), 1468 (1964).

7) 安田園子・難波精一郎・加藤　徹： 音の立ち上り時間ときこえの大きさの関係，日本心理学会講演論文集，656 (昭和 48 年 10 月).

8) 泉　清人： 騒音のやかましさに関する研究 (1)—単位騒音のやかましさに関する研究動向の展望，日本建築学会北海道支部第 39 回研究発表会論文集，101 (昭和 48 年 3 月).

9) 泉 清人： 騒音のやかましさに関する研究(2)—単位騒音のやかましさの評価法の比較と適用についての試案，日本建築学会北海道支部第39回研究発表論文集，105 (昭和48年3月).

10) 泉 清人： 騒音のやかましさに関する研究(3)—室蘭工業大学環境騒音実験室の計画と音響性状について，同上，109 (昭和48年3月).

11) 泉 清人・近藤清隆： 騒音のやかましさに関する研究 (4)—騒音閾に関する実験(1)—極限法—，同上，113 (昭和48年3月).

12) 泉 清人・梅沢昭吾： 騒音のやかましさに関する研究 (5)—騒音閾に関する研究 (2)——対比較法—，同上，117 (昭和48年3月).

13) 泉 清人・矢萩正輝： 騒音のやかましさに関する研究 (6)—騒音の断続特性のやかましさ効果に関する実験——対比較法—，同上，121 (昭和48年3月).

14) 泉 清人： 規則的断続音のやかましさモデル試案—騒音のやかましさに関する研究(7)，日本建築学会北海道支部第41回研究発表会論文集，125 (昭和49年3月).

15) 境 久雄・井上恒夫： 連続断続音の大きさについて，日本音響学会講演論文集，189 (昭和38年10月).

16) 北村音一： 衝撃音の大きさとうるささについて，日本心理学会講演論文集，658 (昭和48年10月).

17) 難波精一郎・桑野園子・加藤 徹： 音の立ち上がり時間と大きさについて—エネルギー値との関係—，日本音響学会誌，**30** (4)，144 (1974).

18) 印東太郎： 心理物理実験における被験者の応答，日本音響学会誌，**30** (4)，181 (1974).

自動車に関する人間工学的研究

(模擬運転装置による正常時と飲酒時の特性比較)

内藤正鄰・浜田恒平
中川　隆*・老川正昭**

Human Engineering Study on the Automobile

—On characteristics of driving when drivers are drunk and when they are not drunk by Driving Simulator—

Masachika Naito, Kouhei Hamada, Takashi Nakagawa and Masaaki Oikawa

Abstract

In this paper, the simulator of the automobile was used to examine characteristics of driving and the degree of fatigue. Experiments were carried out when drivers were drunk and when they were not drunk. To estimate the degree of fatigue the Flicker value was measured. Moreover, response, the power of attention, the circulatory function (pulse rate) and respiratory function (respiratory frequency) were investigated.

1. 緒　言

機械文明の発展は人間社会に多大の影響をおよぼし，この進展は際限なく，あるいは巨大化し，また微少化している。それは人間社会に多くの利益を与えているが，これと並行して公害などの産物を残し人間社会と衝突するようになって来た。人間工学に関心が高まって来たのは，このような機械文明の発展がついに人間を埋没させてしまうのではないかという不安から来たものといえよう。人間工学のうちで著者らは人間一機械系 (man machine system) として自動車の問題を取り上げた。

近年交通事故による死傷者の増加はいちじるしいものがあるが，その原因のひとつに飲酒運転がある。本研究では正常時と飲酒時の運転における疲労度，反応度，注意力，循環器機能，呼吸器機能などの比較を行うものである。なお飲酒運転については法規上の点と危険性を考慮して模擬運転装置を使用した。

* 日立製作所
** 積水ハウス

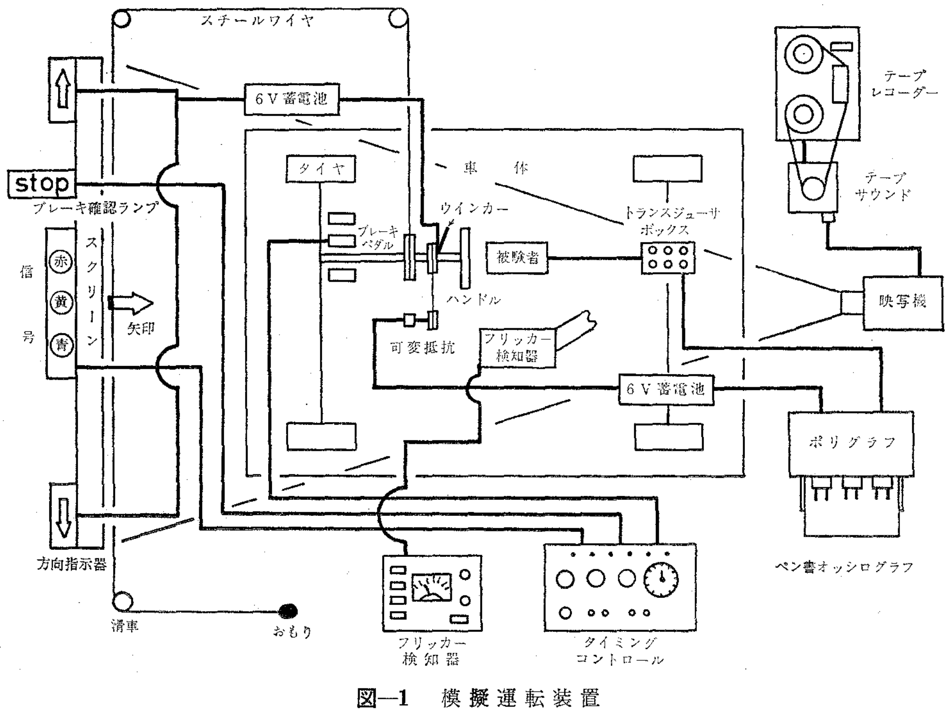
2.　実験装置および方法

2.1　撮影用実験車

使用した車は日産セドリックワゴンで，運転席後部に8ミリ撮影機を固定し，フロントウィンドウを通して前方風景を撮影した。フイルムはカラーで難易適当に取り混ぜ約 30 m を1組として7組に編集した。映写時間は1組が約7分で，1組終了後ただちにフリッカー検査を行ったので被験者1人について実験時間は約1時間ほどであった。風景内容は市街，山野，海岸，トンネルなど通常車で走行する場所はほとんど入れてある。撮影は日中（一部雨天もある）で，季節は夏から晩秋までである。フロントウィンドウ上部にはハンドル操作で左右に動く矢印が設置されている。これが風景とともに撮影され，後述の追従実験に使用される。

2.2　模擬運転装置

大崎[1]らの方法を参照して図-1に示すようなホンダのN360運転席を利用した模擬運転装置を製作した。運転操作はスクリーン画面を見ながら，ハンドル，ブレーキ，ギヤチェンジ，ウィンカーなど普通の運転と同様に行う。追従装置としてはハンドルの回転に応じワイヤと滑車によって左右に動く矢印がスクリーン上部に設けられている。被験者はこの矢印が前記映像内の矢印と重なるように追従しながらハンドル操作を行う。またハンドルの動きはプーリー，可変抵抗器，ポリグラフを経てペン書オッシログラフにハンドル操作量として記録される。



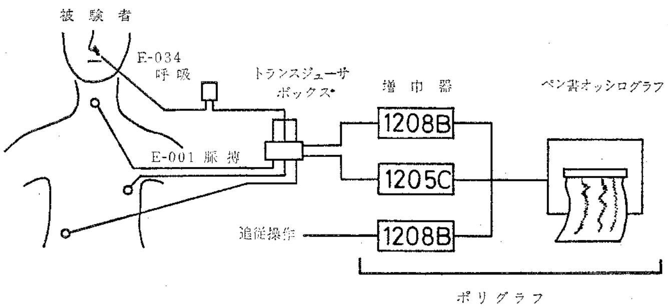
図—1　模擬運転装置

ブレーキ操作については次のような二種類について調べた。(i) 映像を見て減速や急に人が飛び出したように危険を感じてブレーキ操作した総回数，(ii) ブレーキに連結されたタイミングコントロールからの信号命令（赤ランプが付く）によりブレーキ操作に要した時間（以下ブレーキ反応時間という)。信号命令の出し方は (A) 前方に通行人，車などが見えて事前に危険を感じた状態を考えて，予告として青，黄ランプが点火の後，赤ランプの付く場合，(B) 急ブレーキに相当する予告無しに赤ランプの付く場合に分けられ，フイルム全体で (A), (B) おのおの8カ所設定し測定を行った。

ウィンカーは車に装備されたものを用いた。操作は映像を見ながら通常の車の運転時と同様に行う。右折，左折などの場合は事前にテープレコーダにより指示される。テープレコーダは被験者にその他各種の指示を与えるため用いたもので映写機の回転に同期させてある。ウィンカー操作の評価は，当然ウィンカー操作すべき所で操作しなかったり，また誤った操作をした回数の合計（以下ウィンカーミス総回数という）により行った。

2.3　疲労および機能検査

本実験は飲酒時と平常時との運転特性，機能などの比較であるが，時間経過にともなう疲労の程度もあわせて測定した。疲労度の測定には生化学的判定，生理現象によるもの，精神機能の測定など種々の方法があるが，本実験ではフリッカー検査を採用した。一組の映写が終わるごとにフリッカー検査を行う。フリッカー値の測定は5回行い，次の組のフイルム映写に移る。実験中の被験者の呼吸数，脈搏数はトランスジューサにより前記ハンドル操作量とともにペン書オッシログラフに記録される。これらのブロックダイヤグラムを 図-2 に示す。



図―2　測定系ブロックダイヤグラム

2.4　実験方法

以上の実験装置，器具を用い，被験者として室蘭工大自動車部の男子学生で19歳～24歳までの運転技術同程度の者21名を選び実験を行った。正常時での実験終了後，約1カ月後，同様の飲酒時での実験を行った。飲酒時の実験では，酒酔いの程度と飲酒量をどのように定めるかは個人差もあり非

表―1

呼気アルコール濃度	人　数
0.25 mg/ℓ 以下	4人
0.25 mg/ℓ 以上	9人
0.50 mg/ℓ 以上	6人
1.00 mg/ℓ 以上	2人

常に困難な問題である。本実験では約30分間でほろ酔程度になるよう各被験者の適量により，清酒1~5合の範囲で飲酒し，その後30分間経してから実験を始めた。実験に先立って北川式検知器を用いて各被験者の呼気アルコール濃度を測定した。この結果を表-1に示す。

3.　実験結果と考察

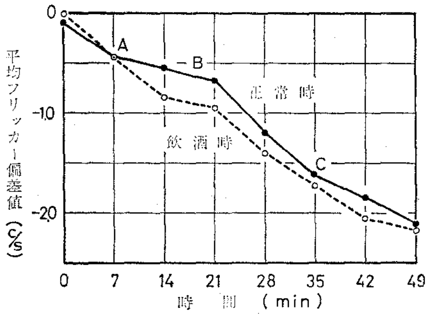
3.1　フリッカー偏差値

実験開始直前に測定したフリッカー値を実験前値とする。フリッカー値は個人によって実験前値が異なるので次のようにフリッカー偏差値を定義すると個人差が少なくなり被験者を集団として取り扱うことが出来，平均値が求まる。

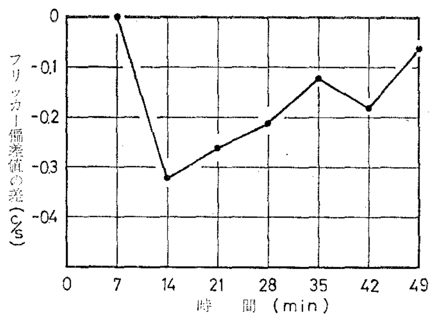
(フリッカー偏差値)＝(測定フリッカー値)－(実験前値)

後述の呼吸数，脈搏数なども同様に扱った。

図-3にフリッカー偏差値（集団平均）の時間的変化を示す。正常時，飲酒時ともに時間経過にともない低下し，疲労の様子を表わしている。フリッカー値は眼機能を媒介にして大脳の機能状態を推定するためのものであり，自動車運転のように身体的エネルギーをあまり消費せず，心理的緊張を要する作業ではその機能低下が著明である。橋本[2]によれば「フリッカー値による大脳機能の推移の高低をみた場合，高速道路のような単調運転は大脳機能の低下をきたし，それは時間の経過とともにその落差が著明である。これに対し予測をともない常に判断を媒介とするような運転の場合，その機能はそれ程低下しない」。図中A, Bは札幌市内の交通繁雑地帯であり，その他は比較的単調な道路を含むフイルムで，上記のような傾向があらわれている。



図—3　フリッカー偏差値の時間的変化

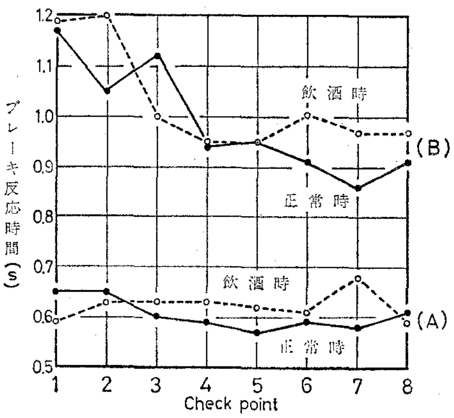


図—4　正常時と飲酒時におけるフリッカー偏差値の差

図-4に正常時と飲酒時でフリッカー値の差が時間とともにどのように推移するかを示す。実験開始後，約7分位から差が出始め，約14分ころ（飲酒後約45分）その差は最大となり，それから除々に差は少なくなって行く。エマーソンによれば「飲酒後約30分~1時間で呼気アルコール濃度は最大となり，大脳中枢神経の活動がにぶり，フリッカー値が低下する」。ここでもそのような傾向が表われたものと考えられる。

3.2　ブレーキ，ウィンカー操作

図-5 にブレーキ反応時間を示す。(B) は予告無しなので (A) にくらべて当然反応時間が長くなるが，いずれも飲酒時でも正常時とあまり大きな差は見とめられない。



図—5　ブレーキ反応時間

3.3　ブレーキ総回数，ウィンカーミス総回数

ブレーキ総回数とウィンカーミス総回数を表-2 に示す。ブレーキ総回数については 21 人中 17 人までが飲酒時の方が少なく，そのうち 11 人までが 10 回以上少ない。これは正常時であればブレーキを操作すべきところを操作しなかったことを示しており，明らかに飲酒により判断力，思考力が低下したと考えられる。

同様にウィンカーミス総回数については 21 人中 15 人が飲酒時の方がミスが多くなってい

表—2　ブレーキ総回数とウィンカーミス総回数 (正常時/飲酒時)

被験者番号	ブレーキ総回数									ウィンカーミス総回数								
	フィルム組番号							合計	飲酒時−正常時	フィイルム組番号							合計	飲酒時−正常時
	1	2	3	4	5	6	7			1	2	3	4	5	6	7		
1	11/11	12/14	23/19	14/11	12/13	14/12	22/16	108/96	−12	0/0	0/0	0/0	0/0	0/0	0/2	0/0	0/2	+2
2	8/7	5/7	13/17	10/9	5/3	11/11	15/16	67/70	+3	0/0	1/0	0/0	0/0	1/0	2/1	0/0	4/1	−3
3	10/6	8/6	17/15	6/6	11/4	12/10	16/13	80/60	−20	2/1	1/0	1/0	4/0	4/0	2/2	0/0	14/3	−11
4	7/7	8/7	20/15	7/6	3/2	10/11	15/14	70/62	−8	0/0	1/1	0/0	2/0	0/0	0/2	0/0	3/3	0
5	8/7	9/10	22/23	6/6	3/3	13/14	16/16	77/79	+2	1/0	0/1	0/0	0/0	0/1	0/0	0/0	1/2	+1
6	10/10	13/12	22/20	14/8	14/7	12/13	19/16	104/86	−18	0/1	1/0	0/0	0/1	0/0	0/1	0/0	1/3	+2
7	20/15	19/17	23/19	14/11	20/11	18/13	22/17	136/103	−33	0/1	0/0	0/1	0/0	0/0	2/2	0/0	2/4	+2
8	16/6	20/10	29/21	17/12	19/6	14/14	18/16	133/85	−48	0/1	1/0	1/0	0/0	0/0	3/3	0/0	5/4	−1
9	23/8	13/11	25/20	12/9	21/9	14/12	20/17	128/86	−42	1/0	2/0	0/0	0/1	0/0	2/2	0/1	5/4	−1
10	14/7	15/8	20/14	11/8	11/3	12/11	16/15	99/66	−33	0/0	0/0	0/0	0/0	0/0	2/2	0/0	2/2	0
11	9/7	7/7	19/21	12/7	4/6	15/13	13/15	79/76	−3	0/0	0/2	0/0	1/0	0/0	1/0	0/1	2/3	+1
12	7/16	12/18	22/27	11/14	12/18	15/18	18/16	97/127	+30	1/2	0/0	1/2	0/0	0/4	2/2	0/2	4/12	+8
13	12/8	14/9	25/21	11/7	12/15	11/12	15/16	100/88	−12	3/0	0/2	1/2	3/4	1/2	2/2	0/0	10/12	+2
14	8/6	8/7	17/19	7/6	7/4	12/10	15/15	74/67	−7	0/0	0/0	0/0	0/1	0/3	1/2	0/0	1/6	+5
15	7/6	8/7	11/13	13/7	7/5	17/15	14/15	77/68	−9	0/1	1/1	1/2	1/0	0/0	2/2	0/0	5/6	+1
16	16/12	19/13	24/15	14/11	16/11	13/8	18/14	120/84	−36	0/0	0/0	0/0	0/0	0/1	1/2	0/0	1/3	+2
17	12/7	15/6	13/13	11/7	14/6	10/10	13/13	88/62	−26	1/2	0/0	0/0	1/1	0/1	3/2	0/1	5/7	+2
18	10/10	11/9	19/22	7/9	12/9	13/13	16/15	88/87	−1	1/1	0/0	0/1	0/1	0/1	2/2	0/0	3/6	+3
19	10/9	12/10	27/26	12/9	9/10	15/14	18/19	103/97	−6	0/0	0/2	0/1	0/0	0/0	1/2	0/0	1/5	+4
20	10/8	15/11	25/19	12/16	19/14	13/13	17/14	111/95	−16	0/0	0/0	0/1	0/2	1/0	2/3	0/0	3/6	+3
21	12/18	16/17	26/20	17/13	14/17	14/15	22/21	121/121	0	1/1	0/0	0/0	0/1	0/0	0/1	0/0	1/3	+2
合計	$\frac{240}{191}$	$\frac{259}{216}$	$\frac{442}{399}$	$\frac{238}{192}$	$\frac{245}{176}$	$\frac{278}{262}$	$\frac{358}{329}$	$\frac{2060}{1765}$	−295	$\frac{11}{11}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{12}{12}$	$\frac{7}{13}$	$\frac{30}{37}$	$\frac{0}{5}$	$\frac{73}{97}$	+24

る。しかしブレーキ総回数にくらべてその差は，はるかに少ない。これはウィンカー操作のように習慣的な行為とか，前記赤ランプによる信号で操作するブレーキのように，特に判断力，思考力を必要としない場合は，飲酒時でも正常時とあまり変わらぬ動作が出来るものといえよう。

3.4 ブレーキ確認安全率

ブレーキを操作すべき場所，場合に正しくブレーキを操作したか，否かを判断するために，ブレーキ確認安全率を次のように定義した。

i) ブレーキ確認の方法を次の3段階に分ける。

① ブレーキを正常に操作した場合 …… X

② ブレーキ操作が遅れたと判断された場合 …… Y

③ ブレーキ操作を行わなかった場合 …… Z

ii) 危険段階を次の3段階に分ける。

① 前車が急ブレーキを掛けたり，人や車などが急に飛び出した場合，あるいは赤信号の場合 …… A

② 下り坂の急なカーブや，右折，左折の場合 …… B

③ その他ゆるやかなカーブ，スピードの遅い右折，左折の場合 …… C

このようにすると，AX, BX, …, BY, …, CZ, の9種類のチェック記号が得られる。そこで危険の可能性，程度などを考慮して各記号に次の点数を定める。

$$X=0,\quad Y=1,\quad Z=2,\quad A=15,$$
$$B=7,\quad C=2$$

9種類のチェック記号に対する点数を危険率の高い順に並べると表-3の得点(i)のようになる。得点(ii)は30から得点(i)を引いた値で，この場合は得点が高い程安全ということになる。チェックポイントは，フイルム組で総計96カ所ある。各チェックポイントで表-3の得点(ii)による点数 p を求めて置けば，被験者 i のブレーキ確認安全率 η_i は

表—3

種　類		得点(i)	得点(ii)
AZ	危険大	30	0
AY	↑	15	15
BZ		14	16
BY		7	23
CZ		4	26
CY		2	28
AX		0	30
BX	↓	0	30
CX	安　全	0	30

$$\eta_i=\frac{1}{2880}\sum_{j=1}^{7}\left(\sum_{k=1}^{n}p_{ijk}\right)\qquad\begin{cases}i=1,\,2,\,\cdots,\,21\\ j=1,\,2,\,\cdots,\,7\\ k=1,\,2,\,\cdots,\,n(\min=11\quad\max=19)\end{cases}$$

各フイルム組に対し求めた集団平均値を図-6に示す。各フイルム組によって難易度差やチェックポイントの数も異なるので組により値は上下するが，飲酒時での安全率の低下は著し

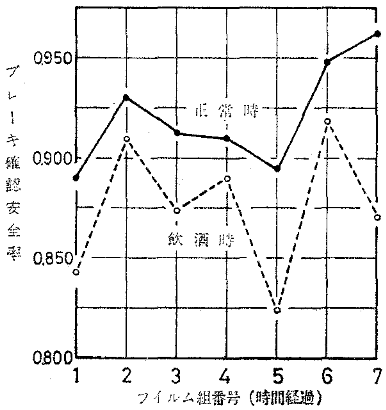
い。ここでも判断力，思考力などが遅鈍となるため，精密な判断や，危険認知が遅れがちになることが認められる。

3.5 追従操作

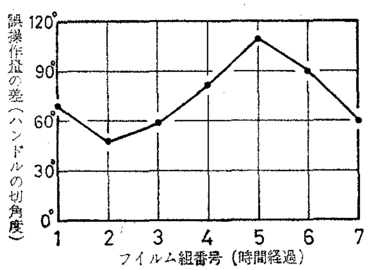
2.1で説明したフイルム中の矢印を正確に追従してペン書オッシログラフに描かせた曲線を基本パターンとする。これと被験者の曲線と比較する。フイルム7組中に適当のチェックポイント52個所を設定し，基本パターンからのずれを誤操作量とする。これをハンドル切り角度に換算し，誤操作量（＝正常時－飲酒時）の時間的変化を図-7に示す。フイルム1は飲酒後約30分であるがすでにかなりの差が出ている。その後10分くらいは慣れのためか若干減少し，再び差が大きくなりフイルム5（飲酒後約1時間）でピークに達する。この追従操作においても，やはり30分～1時間で飲酒の影響が強くあらわれている。

3.6 呼吸数，脈総数

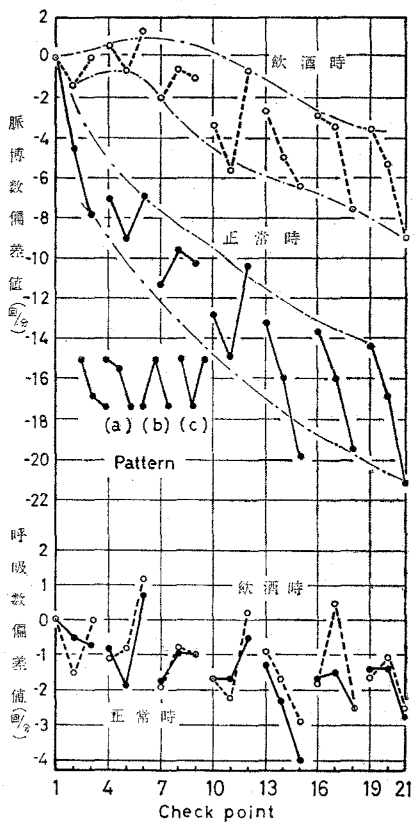
大島[3]，松永[4]らの諸説を参照し次のように処理した。1組のフイルムにつき最初，中間，最後の3カ所をチェックポイントにする。チェックポイントの総数は21カ所である。呼吸数，



図―6　ブレーキ確認安全率の集団平均



図―7　正常時と飲酒時における ハンドルの誤操作量の差



図―8　正常時と飲酒時における脈搏数偏差値と呼吸数偏差値

脈搏数ともチェックポイントで30秒間計測し，これを2倍して1分間の数値とした。これらを図-8に示す。呼吸数は正常時と飲酒時，また時間的にもあまり大きな変動はみられなかった。脈搏については飲酒時の方が時間の経過とともに減少する割合は少なく，またその程度も正常時ほど著しくない。しかしながらこれらが疲労とどのような関係にあるかについては明確に出来なかった。

4. 結　　言

模擬運転装置により正常時と飲酒時の運転における諸特性を比較し次の結果を得た。

(1)　フリッカー値は正常時，飲酒時とも時間とともに低下する。特に飲酒後30分～1時間ではその低下が著しい。

(2)　習慣性となってるウィンカー操作とか，簡単な命令，合図に応ずるような比較的判断力，思考力を要しない操作では飲酒による影響は少ない。

(3)　高度の判断力，思考力を要するような場合では，飲酒時には操作能力がかなり低下する。また誤操作も多くなり，特に飲酒後30分～1時間でそれが最も著しくあらわれる。

本研究を行うに当たり種々有益な御助言を頂いた元本学講師大橋英寿氏，本学助教授小成英寿氏，資料の提供その他で御便宜を頂いた元室蘭警察署杉山警部補，実験に協力された本学自動車部の諸君に厚く感謝する。　(昭和49年5月20日受理)

文　　献

1)　大崎ほか：　機論，35-146 (昭和46-2) 391.
2)　宇 留 野：　交通心理学，技術書院.
3)　大　　崎：　マーゴノミック，朝倉書店.
4)　松永ほか：　交通調査用機器，技術書院.

錐状体まわりの超音速流
(第1報　Inverse Method による数値解)

杉　山　　弘

Supersonic Flow past Conical Bodies
(Part 1. Numerical Solutions Using the Inverse Method)

Hiromu Sugiyama

Abstract

Numerical solutions are presented for supersonic flow past conical bodies which support elliptic conical shock waves. The adopted numerical method is the inverse method developed by Stocker and Mauger.

1. まえがき

一般に，超音速あるいは極超音速流中におかれた無限長の錐状体まわりに（有限長の錐状体の場合には錐状体先端付近に），錐状体頂点から引かれた半直線上で速度，圧力，密度，エントロピー等の諸物理量が一定となるような流れ，いわゆる錐状流 (conical flow) が現われる。ここで問題とするのは，迎え角をもたない楕円錐体や迎え角をもつ円錐体まわりの非軸対称錐状流である。この場合流れ場は回転流れとなり，物体表面近くには，未だ十分解明されていない vortical layer が現われる。

衝撃波形状を予め仮定し，その背後の流れの諸量と物体形状を求める，いわゆる inverse method で非軸対称錐状流を解析する場合，多くの数値計算は vortical layer に近づくと停止するようである[1]。Stocker and Mauger[2] は vortical layer 内でも計算が進行するような数値解析法を展開した。しかし，この方法は円錐の迎え角が大きくなると，求められる物体上に "hump" が現われるという謎を残している。

本報告は楕円錐衝撃波 (elliptic conical shock wave) を生じさせるような錐状体まわりの超音速流を Stocker and Mauger の方法を用いて数値的に解いたものである。しかし，数値計算の細部は Stocker and Mauger のものとかなり異なっている。

2. 基礎方程式

Stocker and Mauger[2] によって誘導され，そしてここで改善された錐状流の支配方程式は

次のようになる。

$$\frac{\partial u}{\partial \eta}=\frac{v^2+w^2}{2u} \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial \eta}+\frac{1}{\rho v}\left(1-\frac{\rho w}{\sigma}\frac{\partial \theta}{\partial \psi}\right)\frac{\partial p}{\partial \eta}=\frac{w^2\cot\theta}{2u}-\frac{v}{2}-\frac{w}{2u\sigma}\frac{\partial p}{\partial \psi} \tag{2.2}$$

$$\frac{\partial w}{\partial \eta}+\frac{1}{\sigma}\frac{\partial \theta}{\partial \psi}\frac{\partial p}{\partial \eta}=-\frac{vw\cot\theta}{2u}-\frac{w}{2}+\frac{v}{2u\sigma}\frac{\partial p}{\partial \psi} \tag{2.3}$$

$$\frac{1}{\rho a^2}\frac{\partial p}{\partial \eta}+\frac{\rho}{\sigma}\frac{\partial \theta}{\partial \psi}\frac{\partial w}{\partial \eta}+\frac{1}{v}\left(1-\frac{\rho w}{\sigma}\frac{\partial \theta}{\partial \psi}\right)\frac{\partial v}{\partial \eta}$$
$$=\frac{\rho v}{2u\sigma}\frac{\partial w}{\partial \psi}-\frac{\rho w}{2u\sigma}\frac{\partial v}{\partial \psi}-1-\frac{v\cot\theta}{2u} \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \eta}=\frac{1}{a^2}\frac{\partial p}{\partial \eta} \tag{2.5}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \eta}=\frac{w}{2u\sin\theta} \tag{2.6}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \eta}=\frac{v}{2u} \tag{2.7}$$

ここに，u, v, w は球面座標 (r, θ, ϕ) における r, θ, ϕ 方向の速度成分，p は圧力，ρ は密度であり，速度は U_∞，密度は ρ_∞，圧力は $\rho_\infty U_\infty^2$ でそれぞれ無次元化されている。ただし添字"∞"は衝撃波前方の一様流での値を表わす。また $a\left(=\sqrt{\gamma p/\rho}\right)$ は音速，γ は気体の比熱比，σ, ψ は一対の流れ関数である。η は

$$\eta=\log\{F(\psi)/\sigma\} \tag{2.8}$$

であり，$F(\psi)$ は後に決められる関数である。

3. 境界条件

衝撃波上の境界条件は Rankine-Hugoniot の関係式により与えられる。衝撃波の形状を

$$f(\theta, \phi)=0 \tag{3.1}$$

とすれば，衝撃波直後の諸量は次のようになる。

$$u=\cos\theta \tag{3.2}$$

$$v=-\sin\theta\left\{1-(1-\varepsilon)\frac{f_\theta^2}{N^2}\right\} \tag{3.3}$$

$$w=(1-\varepsilon)\frac{f_\theta f_\phi}{N^2} \tag{3.4}$$

$$p=\frac{1}{\gamma M_\infty^2}+(1-\varepsilon)\frac{f_\theta^2\sin^2\theta}{N^2} \tag{3.5}$$

$$\rho=\frac{1}{\varepsilon} \tag{3.6}$$

ここに

$$N^2 = f_\theta^2 + f_\varphi^2 \sin^{-2}\theta \tag{3.7}$$

$$\varepsilon = \frac{\gamma-1}{\gamma+1} + \frac{2}{\gamma+1}\frac{1}{M_\infty^2}\frac{N^2}{f_\theta^2 \sin^2\theta} \tag{3.8}$$

衝撃波上で，流れ関数の一つψを

$$\psi = \phi \tag{3.9}$$

とすれば，もう一つの流れ関数σは

$$\sigma = -\rho v \sin\theta \tag{3.10}$$

よって

$$F(\psi) = -(\rho v \sin\theta)_{at\ S.W.} \tag{3.11}$$

衝撃波の形状を楕円錐とすると

$$f(\theta, \phi) = \sin^2\theta - \frac{k_1}{1+k_2 \cos 2\phi} \tag{3.12}$$

ここに

$$k_1 = \frac{2a^2b^2c}{a^2+b^2}, \qquad k_2 = \frac{b^2-a^2}{a^2+b^2}$$

であり，a, b は楕円の短径，長径の長さの 1/2 を表わす。

4. 数値計算法

未知数 $u, v, w, p, \rho, \phi, \theta$ に対し，解くべき方程式系は (2.1)~(2.7) である。これらの諸式は，鈍頭物体まわり，衝撃層内の流れの解析に使用された数値計算法[3]と同様に，衝撃波上から出発し物体方向に積分を進めて行く方法，いわゆる積分進行法によって数値的に解かれる。

ψ に関する数値微分は Lagrange の 5 点近似公式によって与えられた。

数値計算は，最初，きざみ幅の数値解（物体形状）に及ぼす影響を調べるために，きざみ幅を，$\Delta\psi=\pi/36$, $\pi/72$; $\Delta\eta=0.5$, 0.1, 0.2, と変えて行われた。しかし求まった値は 1% 以内の差違で同じであったので，実際の計算は主に $\Delta\psi=\pi/72$, $\Delta\eta=0.1$ で行われた。

使用された計算機は北海道大学大型計算機 FACOM 230-60 である。

5. 計算結果と考察

楕円の短径長径比 $a/b=0.95$, 0.8, 0.6, 0.4 の楕円錐衝撃波に対して得られた物体形状が Fig. 1 (a), (b), (c), (d) に示される。この場合一様流のマッハ数 $M_\infty=6$, 10, 気体の比熱比 $\gamma=1.4$ である。

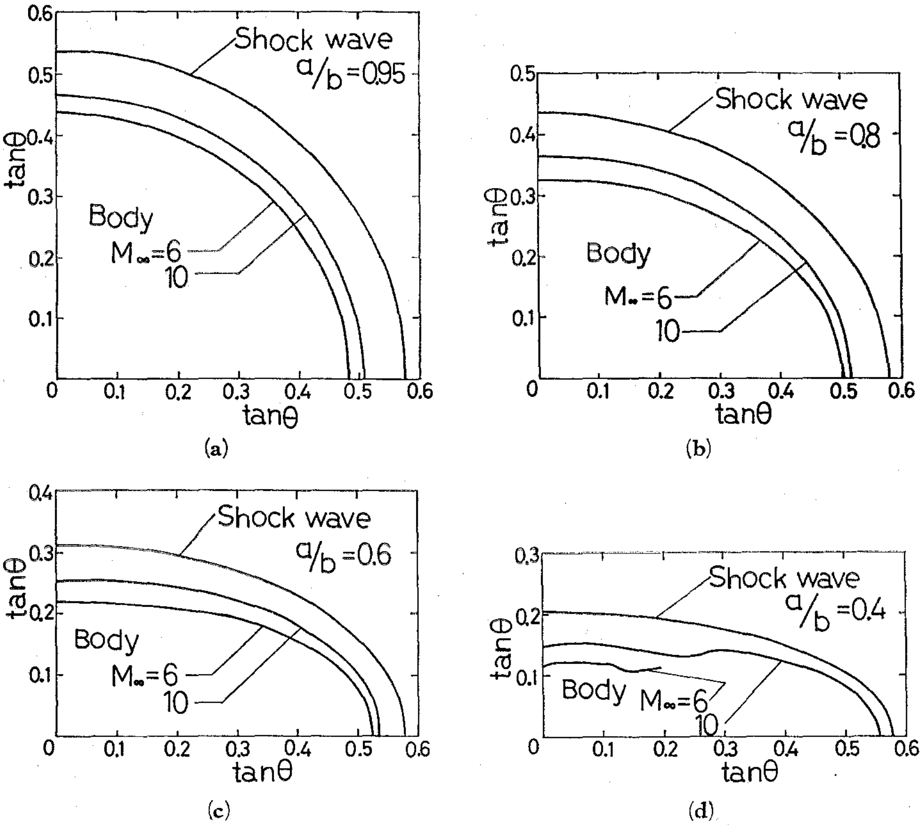


Fig. 1. Body shapes for given elliptic conical shock waves.

得られた物体形状は，$a/b=0.95$ の場合には，与えられた衝撃波形とほぼ相似な形となるが，$a/b=0.8$, 0.6 の場合には，与えられた衝撃波形より扁平な形となる。この傾向は Von Dyke[4] の数値計算結果と同様である。$a/b=0.4$ の場合には，計算は途中で停止し，満足すべき物体形状は得られなかった。この原因として，(1) vortical singularity 近傍における数値計算の精度の悪さ，(2) vortical singularity の $\phi=0°$ 以外での出現等が考えられるが，目下検討中である。

Fig. 1 (a), (b), (c) で示された物体の表面圧力分布が Fig. 2 (a), (b) に示される。圧力係数 C_p の値は

$$C_p=\frac{p_b-p_\infty}{\frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2} \tag{5.1}$$

より算出された。ここに p_b は物体表面の圧力である。

物体形状に及ぼす比熱比 γ と一様流のマッハ数 M_∞ の影響が Fig. 3, 4 に示される。Briggs[5] の計算結果と同様の傾向，すなわち γ が小さく，M_∞ が大きくなると衝撃波と物体との間の層は薄くなるという傾向を示す。

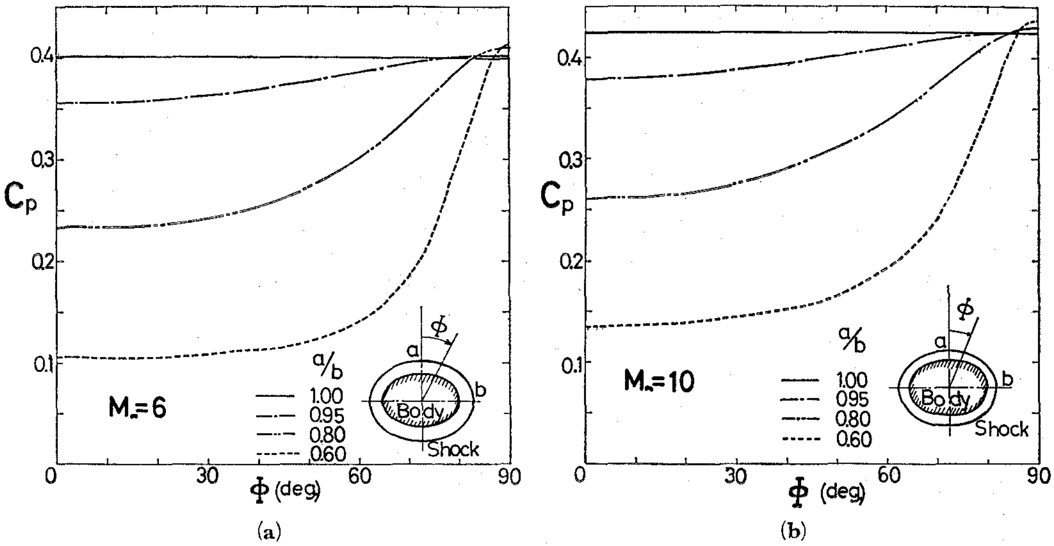


Fig. 2. Pressure coefficients on bodies given by elliptic conical shock waves.

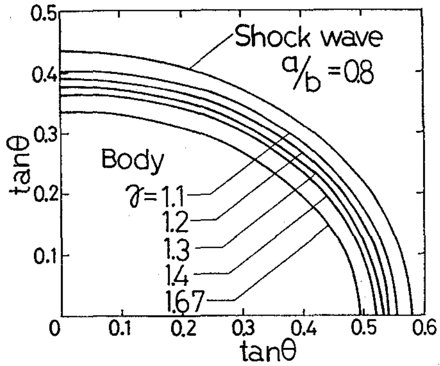


Fig. 3. The effect of changing γ on body shape.

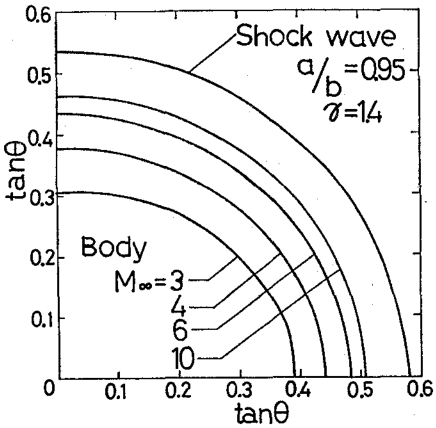


Fig. 4. The effect of Mach number variation on body shape.

6. む す び

楕円錐衝撃波を生じさせるような錐状体まわりの超音速流が，Stocker and Mauger によって展開された inverse method を用いて，数値的に解かれた。

ここで採用された数値解析法と結果に対する詳細な検討は，次報においてなされるであろう。

終わりに，本研究に対し終始激励をいただいた本学機械工学科奥田教海教授，図面作成に

協力を得た平川恵司，高橋敏則，久保田浩文の三君に謝意を表する。

(昭和 49 年 5 月 20 日受理)

文 献

1) Hayes, W. D. and Probstein, R. F.: Hypersonic Flow Theory, Vol. 1, p. 526 (Academic Press, New York and London, 1966).

2) Stocker, P. M. and Mauger, F. E.: J. Fluid Mech. 13, 383 (1962).

3) 本田 睦・杉山 弘: 日本航空宇宙学会第 3 回年会講演会講演集, p. 59 (1972).

4) Van Dyke, M. D.: Hypersonic Flow (Eds. Collar, A. R. and Tinkler, J.), p. 239 (Butterworth, London, 1960).

5) Briggs, B. R.: NASA TN D-24 (1959).

小型水車における調速とその作動の解析

奥 田 教 海 ・ 久保田　譲

Experimental and Analytical Study for the Performance of Francis Turbine Speed-Governor on a Small Scale

Kyookai Okuda and Yuzuru Kubota

Abstract

The authors present the experimental and analytical results of performances at the Francis turbine speed-governor, which is regulated with oil hydraulic power, at shutdown and loading of various turbine output using the small-scale apparatus.

The researched items are closing time of servomotor, settling time of revolution and percentage of speed variation in accordance with changing the fluid resistance of throttle valve in dashpot, spring constant of pendulum speeder and initial compression of the spring.

These items are recorded at performance tests with the experimental apparatus in which maximum output is 1.8 kW at the generator.

The results have been compared with the analytical results obtained from the automatic-control analyses with computer simulation on the system including pendulum, pilot valve, servomotor, dashpot, guide vane of turbine, turbine runner and generator.

The latter results have coincided approximately with the former and the facts are shown in optimum values that the factors affecting the system are fluid resistance of throttle valve in dashpot and spring constant of pendulum speeder.

I. まえがき

水力発電において，良質な電力を得るためには，負荷が変動したときできるだけ速く規定回転数に回復，安定させることが必要である。そのため水車には調速機を附属させるのが通例である。本報告ではフランシス水車の調速系の作動を解析する一例として，次の事項を報告する。すなわち，実験室用小型フランシス水車とそれに附属する既製機械式調速機を使用して，それらの作動の実験を行ない，またその調速系の作動をデジタル・コンピュータにシミュレートさせて解析し，両者の比較を行ない，その最高性能を期待できる設定条件を見出すための解析を行なった。負荷の変動は，後述のように4段階の負荷に対する負荷増加と負荷遮断に，2大別して行なった。

II. 実験装置と実験計画

1. 実験装置

実験装置の概要は図1に，調速機の作動系統図は図2に示す。水車はE社製横軸フランシス水車で，水車出力 2 kW，発電機出力最大 1.8 kW である。図1において，水は押込ポンプ，スルース弁，減圧弁，圧力水槽を経て水車に供給される。減圧弁は水車入口取圧孔に連絡し，ガイドベーンの開閉に伴い水車入口圧力を調整するようになっている。調速機は遠心振子

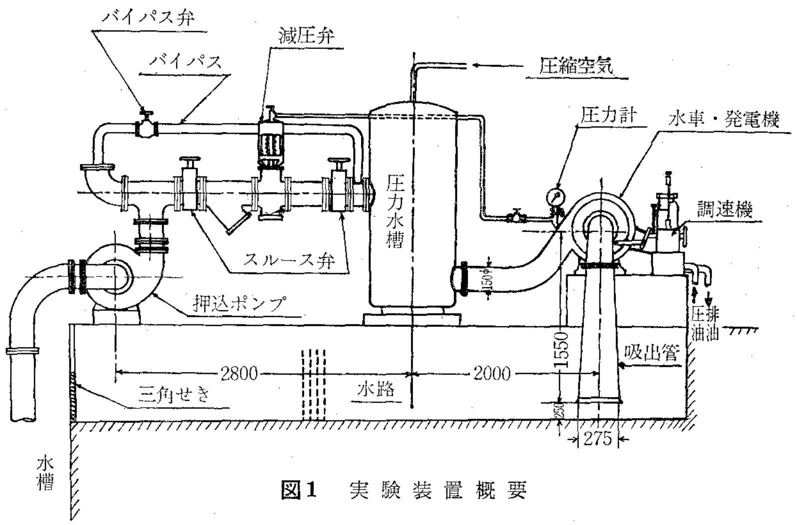


図1 実験装置概要

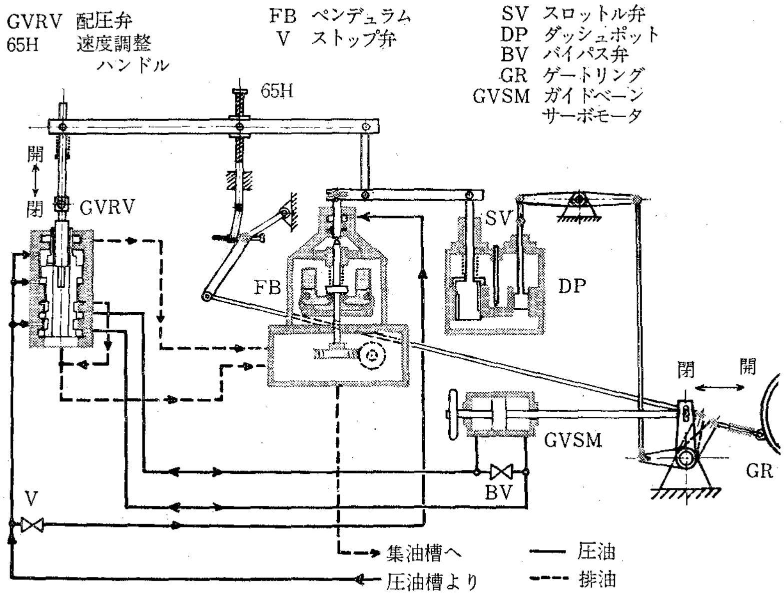


図2 調速機作動系統図

型の油圧式自動調速機で，常用油圧は $9\,kg/cm^2$ である。図2について調速機の作動の概要を説明する。ペンデュラム部(FB)のフライ・ボールおよびその回転軸は水車軸からのVベルト駆動，ウォームとウォーム・ホィール駆動で回転させられる。負荷遮断の場合は，その回転数が上昇し，フライ・ボールは遠心力で振り出され，ばねを圧縮しながら回転軸を押し上げ，速度調整ハンドル(65 H)の点を支点として，そのレバーを僅に正回転させ，配圧弁(GVRV)のスプールを押し下げる。圧油はサーボモータ(GVSM)の右側に入り，ガイドベーンのゲートリング(GR)を閉方向に動かす。その動きはレバーを介して，ダッシュポット(DP)に伝わり，次に2つのレバーを経て，配圧弁を中立位置に戻すよにうなる。負荷増加の場合は，各部の動作は反対方向になる。ダッシュポットの作動の感度はスロットル弁(SV)の開度によって変わる。この調速機の制御方式は回転数の変動を検出し，それによって流量を制御し，出力を制御する追値型制御方式である。

本実験装置では調速機作動時の諸変動値は，それぞれ電気的に取出し，同時記録装置（レクチグラフ）に記録する。水車軸回転数は電気回転計で，サーボモータのストロークはポテンショメータで，水車入口圧力はトランスデューサで取出し，発電機出力は電力計より変圧器，変流器，サーマルコンバータを経て，レクチグラフに記録する。水車軸回転数の測定には補助的にディジタル・タコメータも使用する。発電機出力の測定には電流計，電圧計も接続し，電力計の読みをチェックするようにする。発電機の負荷には水抵抗器を用いる。

2. 使用用語および記号の説明

(1) 閉鎖時間 (sec) 負荷遮断のとき，サーボモータが案内羽根の開度を減少させる時間。

(2) 不動時間 (sec) 負荷遮断および増加の後，回転数が変化し始めた時から，ガイドベーンが実際に作動し始めるまでの時間。(本実験では0.5 ecs 程度で非常に短かいので，閉鎖時間，開放時間に含めて扱かう。開放時間は負荷増加のときのサーボモータ作動時間を言う。)

(3) 整定時間 (sec) 負荷変動後，回転数が規定回転数の ±1% 以内に落着くまでの時間。

(4) 速度変動率 ($\varDelta N\%$)

負荷遮断時： $$\varDelta N=\frac{N_{\max}-N}{N_0}\times 100$$

N_0： 規定回転数 (r.p.m.)
$N_{\max}$： 負荷遮断後の最高回転数 (r.p.m.)
N： 負荷遮断前の一定回転数 (r.p.m.)

負荷増加時： $$\varDelta N=\frac{N-N_{\min}}{N_0}\times 100$$

N： 負荷増加前の一定回転数 (r.p.m.)
$N_{\min}$： 負荷増加後の最低回転数 (r.p.m.)
N_0： 規定回転数 (r.p.m.)

(5) 圧力変動率 ($\Delta P\%$)

負荷遮断時： $\Delta P = \frac{P_{max} - P_0}{P_0} \times 100$

P_{max}: 負荷遮断によって生ずる水車入口最高圧力 (kg/cm^2)
P_0: 負荷遮断前の水車入口圧力 (kg/cm^2)

負荷増加時： $\Delta P = \frac{P - P_{min}}{P_0} \times 100$

P: 負荷増加前の水車入口圧力 (kg/cm^2)
P_{mim}: 負荷増加後の水車入口最低圧力 (kg/cm^2)
P_0: 水車入口の目標圧力（この場合 1.0 kg/cm^2 とした。）

(6) レーシング　水車の負荷が一定であるにもかかわらず，調速機関係の不具合によりガイドベーン（案内羽根）または針弁の開閉動作と回転数の昇降とを交互に繰り返して何時までも継続する現象をいう。

(7) ハンチング　一定負荷においてサーボモータが不規則に激しく往復運動する現象をいう。レーシングよりも激しくしかも不規則な場合で危険である。

3. 実験計画

この水車は落差 10 m，流量 20.4 l/sec，出力 2.0 kW，回転数 1,000 r.p.m.，比速度 n_s=79.5 (m−kW) のフランシス低速車で，調速機は，それに適合するよう設計されたものである。これらの値を参照し，実験の規準値として回転数は 1,000 r.p.m.，水車入口圧力は 1.0 kg/cm^2 とし，負荷は負荷増加，負荷遮断いずれの場合も，全負荷　1.8 kW，3/4 負荷　1.4 kW，1/2 負荷　1.0 kW および 1/4 負荷　0.5 kW に設定し，無負荷よりそれらの負荷に負荷増加，またはそれの負荷よらり無負荷に負荷遮断するようにした。

種々の予備実験および後述の理論解析の結果，調速系の作動に大きな影響を与える要因としては，(1) 弾性復原部のダッシュポット・スロットル弁開度（以下「D.P. 弁開度」とする。）により変わる圧油の流量抵抗，(2) ペンデュラム部ばね巻数（「ばね巻数」）によって変わるばね定数および (3) ペンデュラム部ばね初期圧縮量（「ばね初期圧縮量」）などがあることが解ったので，それらを次に示すように段階的に設定し，負荷増加，負荷遮断実験を行ない，水車入口圧力，水車軸回転数，サーボモータ・ストローク，発電機出力の変動を測定し，閉鎖時間，整定時間，速度変動率，圧力変動率を求めた。

(1) D.P. 弁開度

D.P. 弁開度は 0〜6 回転まで変えることができるが，予備実験の結果より 2 回転以下では整定時間が非常に長く，また 4.5 回転以上ではレーシングを起こすことが解ったので，

2.5——3.0——3.5——4.0 回転

の 4 段階の変化とした。(D.P. 弁の流量抵抗については III. を参照のこと。)

(2) ばね巻数

ペンデュラム部のばね巻数は5.5～9.0巻まで調整できるが，7.0巻以上はレーシングを起こしたので，

5.5——6.0——6.5巻

の3段階について行なった。

(3) ばね初期圧縮量

これは予備実験の結果では，ばね巻数と関係があることが解ったので，ペンデュラム部の構造から考えて，フライ・ボール片が垂直になる位置とその ±1 mm の位置に来るようなばね初期圧縮量を選定し，

5.5巻では　3, 4, 5 mm,
6.0巻では　4, 5, 6 mm,
6.5巻では　5, 6, 7 mm

とした。

ここで採り上げた追値型調速系の性能の良否について考察する場合，良好な状態というのは，レーシング，ハンチングなどの不安定現象を伴わずに，負荷の変動に対して水圧管内圧力の上昇ならびにその変動をできるだけ抑えて，整定時間またはガイドベーンの開閉作動時間ができるだけ短かくなるような状態ということができる。

従って，本実験の具体的な目的は，上記(1)～(3)の設定条件の中から最も良好な結果の得られる条件を見出すことであるということができる。

III. 調速系のディジタル・シミュレーション

1. 目的および概要

水車調速系の理論解析は系が複雑で非線形のため完全な理論解析は困難である。しかしある範囲ごとでは，線形近似等によって動作点近傍での動作方程式は記述できる。このことによって，本装置の理論的解析および大局的な諸因子の系に対する影響の度合が把握できる。

ここでは系の伝達特性を述べ，なるべく係数等の面で実際の装置に合わせた，簡単な近似によるディジタル・シミュレーションによる結果を述べる。

2. 各要素の伝達特性解析

装置の水車回転速度を制御量にした系の配置ブロック線図を図3に示す。

(1) 配圧弁およびサーボモータ

これらは通常油の圧縮性や慣性等を考えると，高次の積分系となるがここではステップ応答試験より，最も簡単に1次おくれ系として近似した。

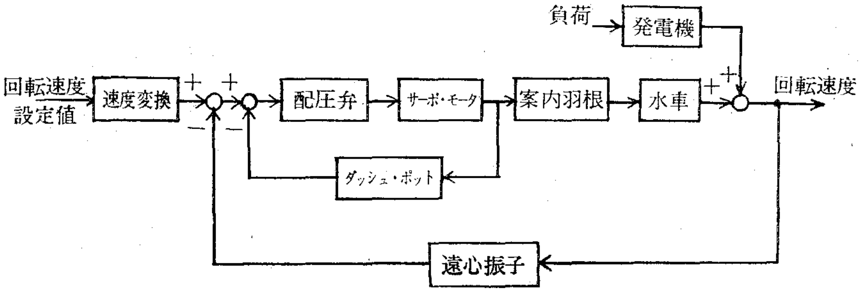


図3　水車調速系ブロック線図

$$y_2=\frac{K_1}{1+T_1 s}y_1$$

y_1：配圧弁スプール変位　　K_1：ゲイン
y_2：サーボモータ変位　　T_1：時定数

(2)　ダッシュポット

擬微分的要素であるが，この場合構造的に流れの方向によって流量抵抗が異なることと，さらにスロットル弁によって逃げ流量調節が出来，フィードバック微分補償による調速性能の調整の一つの因子となっている。

$$y_4=\frac{K_2 s}{1+T_2 s}y_3$$

y_3：ピストン変位（サーボモータ側）
y_4：ピストン変位（配圧弁側）
K_2：ゲイン　　T_2：時定数

但し，K_2 および T_2 は変位方向によって値は異なる。

(3)　水車および案内羽根

案内羽根開度，水車発生トルクおよび水車角速度の関係は偏微分方程式となるが，発電機との連結を考えて，次のように動作点近傍での近似式とする。

$$\delta M=C\varepsilon-(a_p+J_p s)\omega$$

但し，δM：水車トルク増分
C：案内羽根開度成分トルク変動係数
a_p：角速度成分トルク変動係数
J_p：水車回転部慣性モーメント
ω：角速度増分　　ε：案内羽根開度増分

(4)　発　電　機

角速度，発生電力および吸収トルクの関係は水車の場合と同様に偏微分方程式となるが，動作点近傍の近似式として次の関係式を得る。

$$\delta M=(a_d+J_d s)\omega+d\cdot p$$

但し，　δM:　水車発生トルク（発電機吸収トルク）増分
　　　　a_d:　角速度成分変動係数
　　　　d:　電力成分変動係数
　　　　J_d:　発電機回転子の慣性モーメント
　　　　ω:　角速度増分　　　p:　発生電力増分

(5)　遠心振子（ペンデュラム部）

ここには弾性復原機構であるダッシュポット系のストロットル弁開度と並んで調整可能なペンデュラム部ばね巻数や速度設定値にも影響を与えるペンデュラム部ばね初期圧縮量などの調整可能部を含んでいる。そして次の２次系に近似する。

$$y_5=\frac{K_3}{\alpha s^2+\beta s+1}N$$

但し，　y_5:　ペンデュラムスリーブ位置
　　　　K_3:　ペンデュラムゲイン
　　　　α, β:　ばね定数，ばね初期圧縮量を含む定数
　　　　N:　回転数増分

以上主要な要素として(1)〜(5)まであげたが，他にリンク機構等のこれらを連結する部分があるが省略する。

一般に定値制御系では外乱に対する特性を調べる必要があるが，この水車調速系では外乱として負荷変動を取ることが重要である。従って負荷に対する回転数のブロック線図をこれまでの特性をもとに整理すると図４になる。

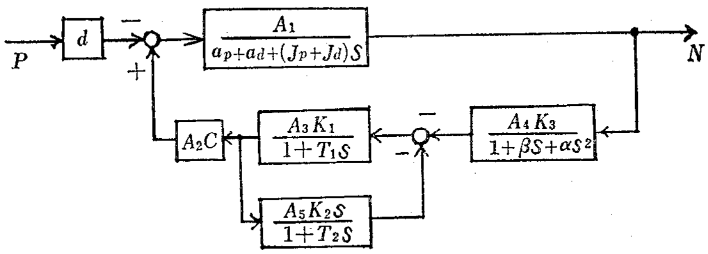


図４　外乱（負荷）—回転数ブロック線図

3.　計算結果と考察

実際の装置に合せて，2. で求めた伝達関数の係数を決定する。図４より明らかなように負荷変化に対する回転数の関係は５次の微分方程式系で近似されたことになる。これを以下に１次の連立微分方程式で示すと

$$\dot{x}_1=-0.02765x_1+13.07x_4-30.78P \qquad (3\text{-}1)$$

$$\dot{x}_2 = x_3 \tag{3-2}$$

$$\dot{x}_3 = 277.6k_1x_1 - 732.1(k_2 - 18.32)x_2 - 9575.4x_3 \tag{3-3}$$

$$\dot{x}_4 = -11.15x_2 - 0.364x_4 - 4.1x_5 \tag{3-4}$$

$$\dot{x}_5 = -3.66K_2/T_2 \cdot x_2 - 0.119K_2/T_2 \cdot x_4 - (1.34K_2 + 1.0)/T_2 \cdot x_5 \tag{3-5}$$

但し，　x_1：水車回転数増分　　x_2：ペンデュラムスプール変位
x_3：ペンデュラムスプール速度　　x_4：サーボモータストローク変位
x_5：ダッシュポットフィードバック側変位である。

従って，負荷 P の変化に対して，k_1：ペンデュラム部ばね初期圧縮量を含む定数，K_2，T_2 ダッシュポットゲインおよび時定数の諸因子をパラメータとして回転数変化 x_1 等の関係を求めるものである。

(1) 計算法の比較

(3-1)~(3-5) 式の1次連立微分方程式を解く方法は種々の数値計算法が考えられるが，ここでは3種の方法で簡単な計算法の比較を試みた。即ちやや解析的な方法を使って解を記述し，ここの時間については数値計算する状態遷移解法および数値積分により逐次解を求める方法に大別されるが，後者については沢山の方法の中から簡単なオイラー法およびルンゲ・クッタ法を選んだ。前者の場合には方程式が簡単な場合には非常に計算時間も精度も当然良好な結果を与えるが，この場合はそうはいかずオイラー法が便利であることがわかった。以下にこれらについて簡単な説明を示す。

(i) 状態遷移解法

(3-1)~(3-5) 式をマトリックス形式で表すと，

$$\boldsymbol{x} = A\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}\boldsymbol{u}$$

但し，　$\boldsymbol{x}$：$(1\times n)$ 状態マトリックス　　A：$(n\times n)$ 系マトリックス
$\boldsymbol{u}$：$(1\times r)$ 制御マトリックス　　b：$(r\times 1)$ 制御マトリックス

これより解析解は

$$\mathbf{x}(t) = \Phi(t)\boldsymbol{x}(0) + \int_0^t \Phi(t-\tau)\boldsymbol{b}\boldsymbol{u}(\tau)d\tau \tag{3-6}$$

但し，$\Phi(t) = e^{At} = \mathcal{L}^{-1}[(sI-A)^{-1}]$ であり，e^{At} が解析的に求まると，非常に計算は簡単になるが，この場合にはこれを数値計算せねばならずかなり面倒であった。

(ii) 数値積分法

ここでは比較的簡単で似た計算法であるルンゲ・クッタ法およびオイラー法を使用した。(3-6) 式で明らかなように，指数型解をもつ系では時間の刻み幅をある程度以上に小さくしないと計算精度が悪くなるだけでなく，途中で発散するので非常に計算時間を要することになる。

(iii) まとめ

各方法の計算時間をある時点で比較すると表1のようである。

表1　最小時間を1とする計算時間の比較

	オイラー法	ルンゲ・クッタ法	状態遷移解法
0.1秒の時点に要する時間	1	5.2	2.4

オイラー法がこの中では一番計算時間が短かいことがわかる。またこの1という時間は分オーダであるから，30秒近く計算を必要とするこの問題では大きな違いである。

次に計算精度についてであるが，状態遷移解法においては比較的正確に検定できるのに対して，ルンゲ・クッタ法およびオイラー法においては精度検定は明確でない。そこで精度に関しては状態遷移解法をもとにして考えることにして，一例として20秒程度での整定時間を比較してみたのが表2である。

表2　計算精度の比較例—整定時間

ばね定数 (kg/cm)	状態遷移法 (秒)	オイラー法 (秒)	ルンゲ・クッタ法 (秒)
61.1	15.3	15.4	15.1
67.7	18.3	18.3	17.8
73.8	21.2	21.2	20.7

ばね初期圧縮量5 mm　　D.P. 弁開度4回転　　1/2 負荷増加

これによると各法ともあまり異ならず，計算時間の一番短かいオイラー法で十分であるといえる。

(2) 理論値の検討

負荷外乱に対して，実際の装置では調整部分としてD.P. 弁開度 (流量抵抗)，ペンデュラム部ばね定数およびペンデュラム部ばね初期圧縮量がある。外乱変化は増加方向と減少方向とがあるが，実際に即して代表的な標準状態の1/2増加，遮断のステップ変化とした。

評価の主なものとして，整定時間を例にとって図に示したのが図5，図6および図7である。

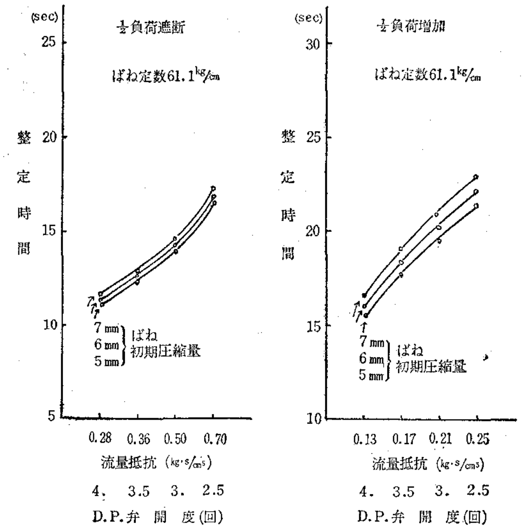


図5　D.P. 弁開度 (流量抵抗) と整定時間の関係

整定時間への影響度は調整範囲内では，流量抵抗，ばね定数，ばね初期圧縮量の順になっていることがわかる。これは調整部の入っている位置からみて，理論的にも推定でき，弾性復

原機構部のダッシュポットスロットル弁開度即ち流量抵抗変化の影響はフィードバック要素となっており，その時定数を変化させるものである。これは信号量の大きな位置であり，ペンデュラム部の影響よりも大きいと思われる。

また，実際的には弁開度のほかにダッシュポットは流量方向即ち負荷増加，遮断によって流量抵抗を構造的に異ならせている結果が増加，遮断の場合の整定時間の相違となって表われている。

いずれの場合においても調整を最小値にするとき一番良好な結果を得ている。しかしこれは小さくすればするほど良好になるという単調な傾向を意味するものでなく，調整可能範囲での事であり，ある値で最小値があり，それより小さくすると急激にレーシング現象を起こすものと思われる。

従って以上のシミュレーション結果より判断すると，調整可能範囲をもって小さな値の位置を取る範囲とすべきであると思われる。

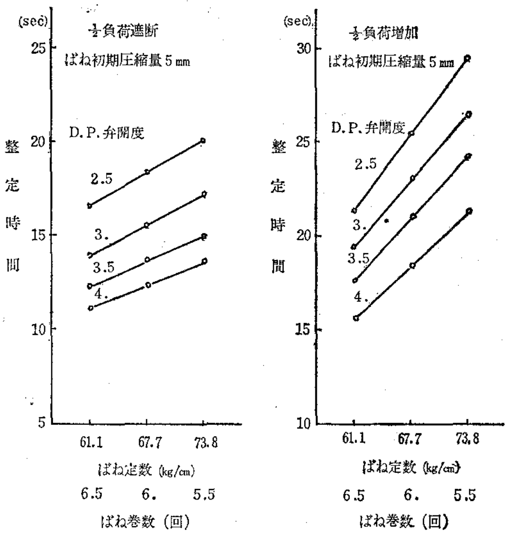


図6 ばね定数と整定時間の関係

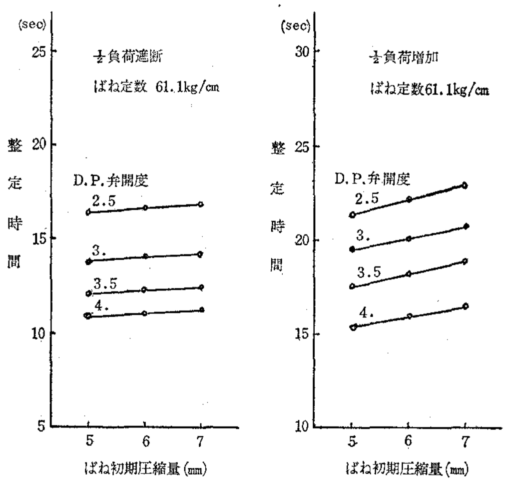


図7 ばね初期圧縮量と整定時間の関係

IV. 実験結果

負荷増加，負荷遮断いずれの場合も，調速系の作動に影響を与える要因とその影響を与える度合いは，D.P. 弁開度が最も強く，次がばね定数，ばね初期圧縮量の順である。D.P. 弁開度はレーシングを起こす直前の最大開度 4.0 回転，ばね常数もレーシングを起こす直前の最大巻数 6.5 巻に対する低いばね常数 61.1 kg/cm が，整定時間，閉鎖時間を短かくし，速度変動率，圧力変動率を低くする効果をもつことがわかった。ばね初期圧縮量は，ばね巻数とも関連し，各ばね巻数に応じてその最適値があるようである。

1. 負荷増加実験

この実験における測定記録の代表例を図8・1に示す。

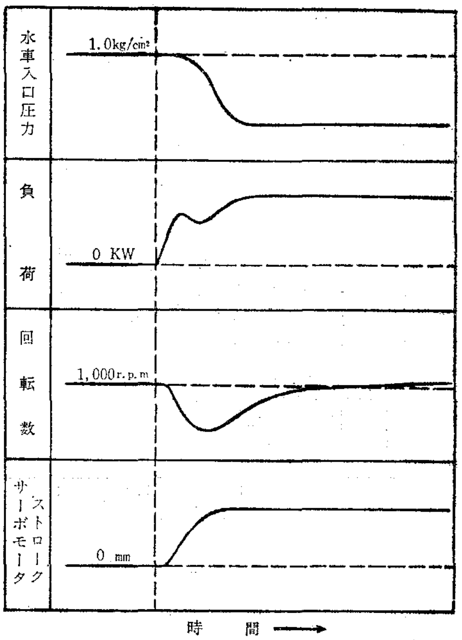


図8·1 負荷増加実験の測定例

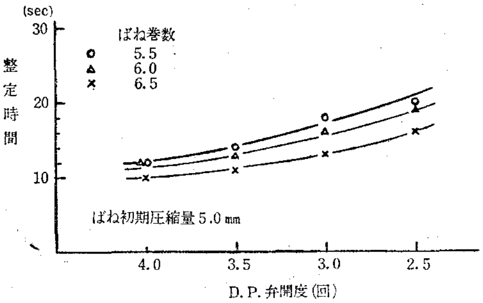


図8·2 全負荷増加時の整定時間

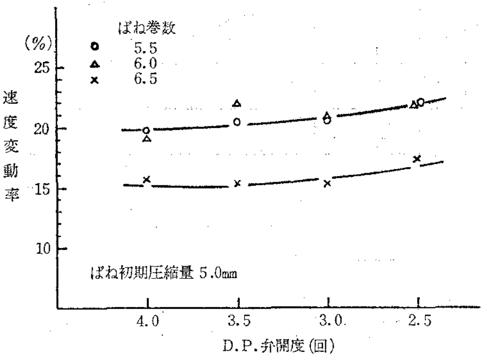


図8·3 全負荷増加時の速度変動率

(1) 整定時間

整定時間はこの実験を通じて8～22 sec 程度である。図8·2には，ばね初期圧縮量5.0 mmのときのばね巻数，D.P. 弁開度による整定時間の変化を示す。

(2) 速度変動率

速度変動率は最も大きい値を示す全負荷の場合でも23% 弱である。 実用の大型フランシス水車の場合， 通常最大25～30% とされているので， この実験結果は満足できる結果ということができる。図8·3には 図8·2と同一要因による速度変動率の変化を示す。

表3 負荷増加における最良の実験結果

	設定値	負荷	整定時間 (sec)	速度変動率 (%)	圧力変動率 (%)
(1)	D.P. 弁開度 4.0回	全	10.0	15.1	38.8
	ばね巻数 6.0巻	3/4	10.0	12.5	48.0
	ばね初期圧縮量 4.0mm	1/2	10.0	7.7	15.0
	水車入口圧力 1.0kg/cm²	1/4	8.0	6.1	8.0
(2)	ばね巻数 6.5巻	全	10.0	15.6	14.0
	ばね初期圧縮量 5.0mm	3/4	12.0	12.0	20.0
	他は(1)と同一。	1/2	10.0	9.9	10.0
		1/4	9.0	4.0	14.0

この負荷増加実験を通じて，整定時間が各負荷にわたって最短になる点に注目した最良のデータとして，表3の2例が上げられる。

2. 負荷遮断実験

この実験における測定記録の代表例を図9·1に示す。

(1) 閉鎖時間

閉鎖時間はこの実験を通じて3.0～9.5 sec程度であり，水撃現象を防ぐ緩閉鎖の場合に

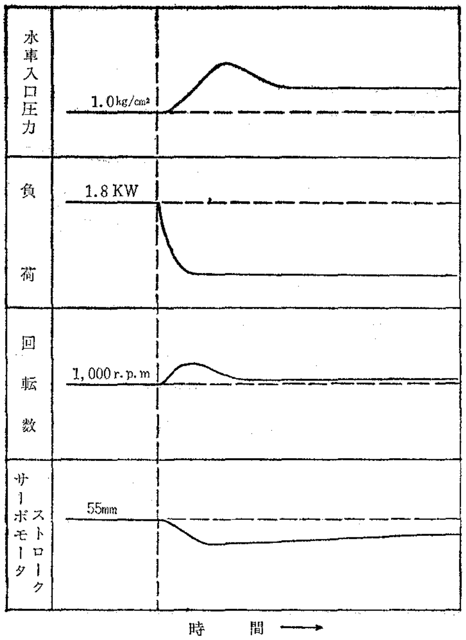


図9·1　負荷遮断実験の測定例

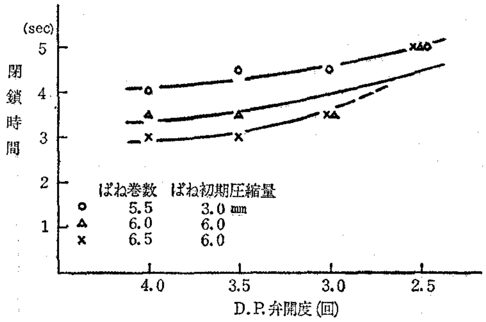


図9·2　全負荷遮断時の閉鎖時間

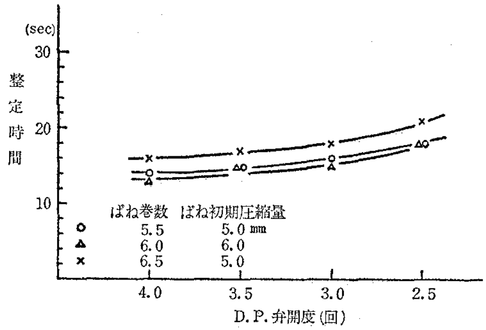


図9·3　全負荷遮断時の整定時間

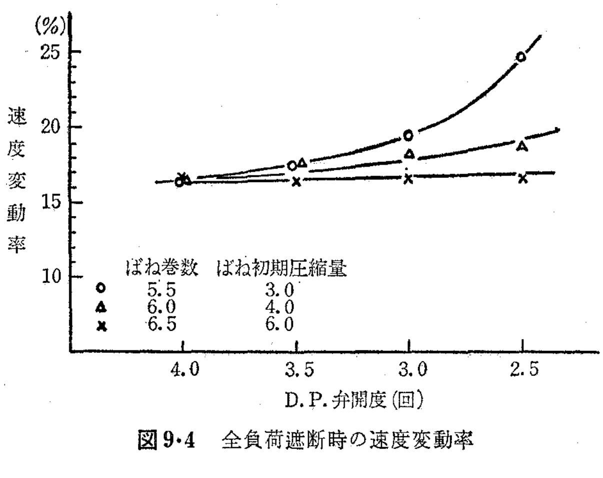


図9·4　全負荷遮断時の速度変動率

相当する。実用のフランシス水車の場合の閉鎖時間は1.5～5.5 sec 程度といわれているので，この実験結果は比較の対象となりうる。図9·2には全負荷遮断で，よい結果を与える閉鎖時間の変化の例を示す。

(2) 整定時間

これはできるだけ短かいことが望まれる。この実験を通じて8～23 sec 程度である。図9·3には全負荷遮断で，よい結果を与える整定時間の変化の例を示す。

(3) 速度変動率

この実験を通じて3～26% 程度である。D.P. 弁開度が大，ばね巻数大，負荷が小なるほど速度変動率は小さくなる。図9·4には全負荷遮断で，よい結果を与える速度変動率の変化の例を示す。

(4) 圧力変動率

この実験を通じての最大圧力変動率を抽出すると，表4のようになる。

この実験装置では減圧弁により過大な圧力上昇を防ぐようにしたが，全体を通じて閉鎖時間，整定時間を短かくするようにしたことと，減圧弁の作動が充分でなかったため上のような結果となった。図9·5には図9·2の場合に対応する速度変動率の変化を示す。表4の値に比べて，かなり低く抑えることができた。

表4 各負荷における最大圧力変動率

遮断前負荷	遮断前水車入口圧力 (kg/cm²)	最大水車入口圧力 (kg/cm²)	安定後水車入口圧力 (kg/cm²)	圧力変動率 (%)
全	1.04	1.78	1.50	71
3/4	1.03	1.80	1.46	75
1/2	1.16	1.51	1.46	30
1/4	1.08	1.33	1.22	23

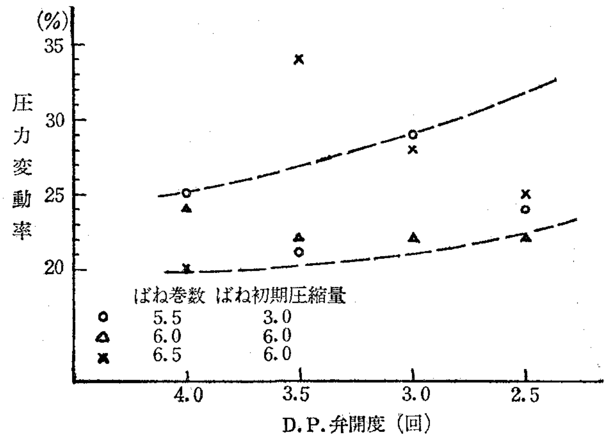


図9·5 全負荷遮断時の圧力変動率

表5　負荷遮断における最良の実験結果

設定値	負荷	閉鎖時間 (sec)	整定時間 (sec)	速度変動率 (%)	圧力変動率 (%)
(1) D.P. 弁開度 4.0回	全	3.0	17.0	16.6	20.4
ばね巻数 6.5巻	3/4	3.5	17.0	11.9	22.2
ばね初期圧縮量 6.0mm	1/2	4.0	16.0	9.3	11.2
水車入口圧力 1.0kg/cm^2	1/4	3.0	8.0	2.7	1.9
(2) ばね巻数 6.0巻	全	3.5	13.0	17.9	24.3
	3/4	5.5	13.0	19.2	28.0
他は(1)と同一。	1/2	4.5	14.0	10.7	15.7
	1/4	4.0	9.0	5.3	0

この負荷遮断実験を通じてみると，閉鎖時間が最短となる点に注目した場合 [表5, (1)] と，整定時間が最短となる点に注目した場合 [表5, (2)] の最良の実験結果は 表5のようになる。

V.　実験結果と理論解析の比較

1.　両者の傾向の比較

D.P. 弁開度を大きくする，すなわち弁の流量抵抗を小とすれば整定時間が短かくなり良い結果が得られるということ，およびばね巻数を大にする，すなわちばね定数を小さくすれば，同様に整定時間が短かくなるということは実験結果および理論解析いずれもその傾向は一致している。ばね初期圧縮量については，理論解析では設定範囲内で小さい程よいという結果が出ているが，実験ではそれ程はつきりした傾向はつかめず，ばね巻数に対応して最適のばね初期圧縮量があるようにみえる。

2.　諸要因の調速系に及ぼす影響

D.P. 弁の流量抵抗が影響度最も大きく，次にばね定数，ばね初期圧縮量の順になっていることは，実験結果および理論解析ともに一致している。

3.　整定時間および速度変動率に関する比較例

実験と理論解析とを比較するために，代表例として1/2負荷における整定時間および速度変動率をとり上げてみる。図10・1，図10・2は，ばね初期圧縮量5 mmのとき，ばね定数をパラメータとして，それぞれ負荷増加，負荷遮断の場合の整定時間を，理論解析と実験とで比較したものである。

図10・1の1/2負荷増加の例ではD.P. 弁の流量抵抗により整定時間が変化する傾向は一致しているが，実数値が異なり，理論解析の方がかなり大きな値を示している。図10・2の1/2負荷遮断では傾向も実数値もほぼよい一致がみられる。これらの相違または一致については次節で考察する。

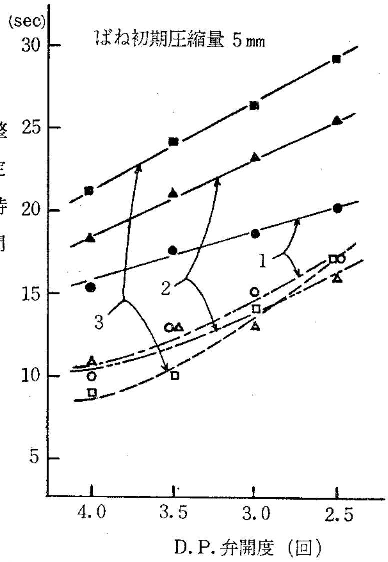


図 10·1　1/2 負荷増加時の整定時間の比較

番号	ばね巻数	ばね定数	実験値	理論値
1	6.5	61.1 kg/cm	○---○	●——●
2	6.0	67.7	△---△	▲——▲
3	5.5	73.8	□---□	■——■

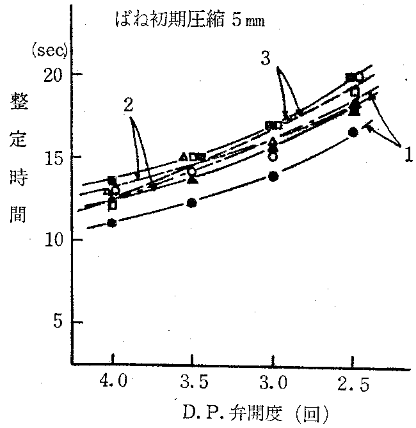


図 10·2　1/2 負荷遮断時の整定時間の比較

番号	ばね巻数	ばね定数	実験値	理論値
1	6.5	61.1 kg/cm	○---○	●——●
2	6.0	67.7	△---△	▲——▲
3	5.5	73.8	□---□	■——■

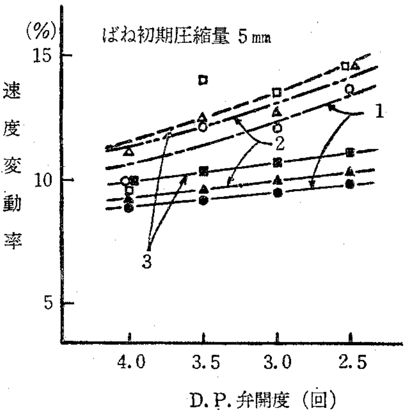


図 11·1　1/2 負荷増加時の速度変動率の比較

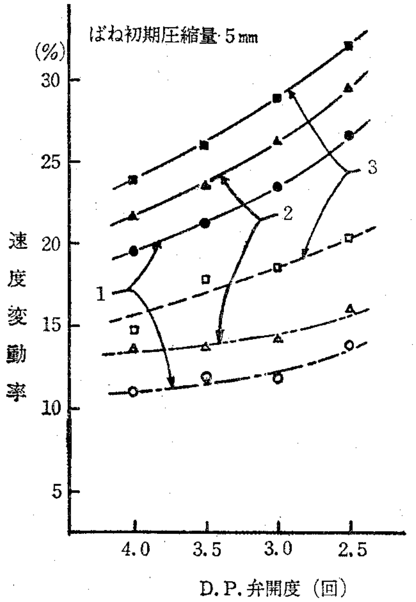


図 11·2　1/2 負荷遮断時の速度変動率の比較

理論値，実験値それぞれで負荷増加と負荷遮断を比較すると，整定時間が遮断のときいくらか長い実験値の方が，実用面から考えて危険防止上よい結果であるということができる。

図 11·1，図 11·2 は，同様に速度変動率について比較したものである。この場合は負荷増

加において理論解析，実験結果が近接した値を示しているが，負荷遮断では，理論解析の方が大きな値を示している。

他の負荷の場合にも以上の様な傾向が見られた。

4. 理論値と実験値との差に対する考察

理論値と実験値は傾向的にはよい一致が見られたが，実数値についてかなり差のある場合がある。その原因として第一に挙げられるのは，D.P. 弁の流量抵抗の見積り，第二には，はずみ車効果の考慮，実験装置の方からは，第三に減圧弁の作動，第四に水抵抗器による負荷増加または遮断方法等である。

D.P. 弁の流量抵抗の見積りについては，理論解析でその設定に誤差があったと考えられる。すなわちダッシュポットのスロットル弁はニードル弁の型式なので，流量抵抗は負荷増加と遮断では異なっており，負荷増加の整定時間にその見積りの誤差が響いたものと考えられる。

はずみ車効果については，理論解析では含めて考慮していないので，それは負荷遮断のときの速度変動率の差となって表われていると考えられる。すなわち，速度変動率 ΔN は，

$$\Delta N = k \times \frac{\Delta L\left(t+\dfrac{T}{2}\right)}{GD^2 n^2}$$

k:	定数	ΔL:	出力の増減
t:	不動時間	T:	閉鎖または開放時間
GD^2:	はずみ車効果	n:	規定回転数

で表わされ，ΔN は，はずみ車効果 DG^2 に反比例するから，実験の場合，小さいとはいえはずみ車効果があり，それは速度変動率を小にする効果をもつので，特に負荷増加において実験の ΔN が低く出て来た原因の一つとなっていると考えられる。

以上の外に減圧弁の，圧力を回復させる動作の不充分さ，水抵抗器による負荷増加，負荷遮断が完全なステップ状になり得なかったことなども相互に作用して，理論値，実験値の差違を示したと考えられる。また理論解析の方だけの問題としては，初期値のとり方にも問題があったと考えられる。

VI. ま と め

1. 小型フランシス水車および調速機を用いて，調速系の作動の理論解析および実験を行ない系統的に論ずることができた。

2. 両者は傾向的にかなりよい一致を見，影響を与える要因は，D.P. 弁開度，ばね定数，ばね初期圧縮量であり，それらの影響の程度を明らかにすることができた。

3. この調速系において最高の性能を期待できる設定値を見出すことができた。

4. 閉鎖時間，速度変動率について得られた結果は，実用の水車のそれらと同程度のもの

であり，細かな点で問題はあるにしても，実用の水車にもこの解析方法は適用しうるものと考える。

終わりにここ数年来，流体機械学講座および計測工学講座でこの実験と理論解析に関与した助手，技官ならびに当時学生の諸君に深く感謝の意を表する。　(昭和49年5月20日受理)

文　　献

三浦： 自動制御大要，養賢堂.
佐野・有江： 水力学および水力機械，工学図書.
水力機械工学便覧編集委員会： 水力機械工学便覧，コロナ社.
中田： 自動制御の理論，オーム社.
深栖： 水車の調整装置，産業図書.
山村・山中： 発電工学，コロナ社.
辻： 油圧工学，日刊工業.
日本機械学会： 機械工学便覧，日本機械学会.

小型２サイクル機関の燃料供給状態に関する研究
(1) アマール型気化器の非定常特性

林　重信・沢　則弘*

A Study on the Fuel Supply State in a small Two-Stroke Cycle Gasoline Engine
1st. Report Unsteady Characteristies of Amal-type Carburettor

Shigenobu Hayashi and Norihiro Sawa

Abstract

As a carburettor is excellent in its simple structure and economical, it is now used in the reciprocating gasoline engine. However, there are few studies of the characteristics in unsteady conditions which are mainly the operating conditions of the motor-bike engine. It is, therefore, one of the urgent problems to make the dynamic characteristics in the carburettor, thoroughly clear for the purpose of solving the problem of the atmospheric contamination as well as improving the efficiency of engines.

This paper is an attempt to make clear the fundermental problems of the dynamic characteristics in the carburettor by using the differential equations, which are derived from applying the conservative law of energy.

I. まえがき

内燃機関の燃料供給装置として広く使用されている気化器は，その構造の簡単さと経済性に長所がある。しかし，車両の需要が拡がるにつれて使用地域による条件の多様化をもたらし，低・高温下での運転，高地での走行，アイドリング運転などに対しても十分に適応する性能を発揮することが要求されてきた。また，都市交通の混雑は加速・減速など非定常な作動状態で運転する機会を急増させている。かかる加速性能や経済性能の改善に際しても非定常状態における燃料供給量の定量的把握が必要である。そのうえ排気対策の面から燃焼状態の抜本的改善を試みようとするときにも吸込み空気量や燃料流量の瞬間的挙動を明らかにすることが必要不可欠である。なお，気化器の定常流特性に関しては，Linzer の論文[1)] や Lichty[2)] および田中氏[2)]の著書にもよく纒められており，運動量の方程式から出発した浅野氏[4),5)]らの理論的研究も見受けられる。また，非定常流理論に関しては，正弦曲線的圧力変動を燃料ジェットに与え

* 茨城大学工学部　教授

た場合について逆流限界条件や平均燃料流量値を求めた渡辺氏の報告[6]，伊藤氏[7]や草間氏[8]などの円管内非定常層流の理論を気化器の燃料系統に適用しようとする試み[3]や，圧縮性や管路の諸損失を考慮した数値解析から燃料の過渡現象を究明して，加速時の流動応答性は減速時よりもすぐれ，管路抵抗は応答性をたかめること等の基本的事項を明らかにした宝諸氏[9),10]らの研究がある。これに対し実験的研究も古くから続けられており，噴霧気化器の集滴特性[11]や微粒化特性[12),13]に関する研究，気化器の噴霧口の負圧[14]，主噴出管内の流動様式および燃料の脈打噴出とエアブリードの導入空気流量との関係[15]，主メータリング系統とアイドリング系統の相互作用[16),17]などに関する報告がある。かかる数多くの研究結果から気化器の定常的および非定常的特性はかなり具体的に解明されているが，実用気化器の非定常特性を十分に説明するまでには至らず未解決の点も多い。しかも，これ等の研究はいずれも自動車用気化器を対照としており，小型機関に装備されているアマール型気化器に関しては非定常特性は勿論のこと，定常特性についてもほとんど研究されておらず，その設計基準は確立されていないようである。

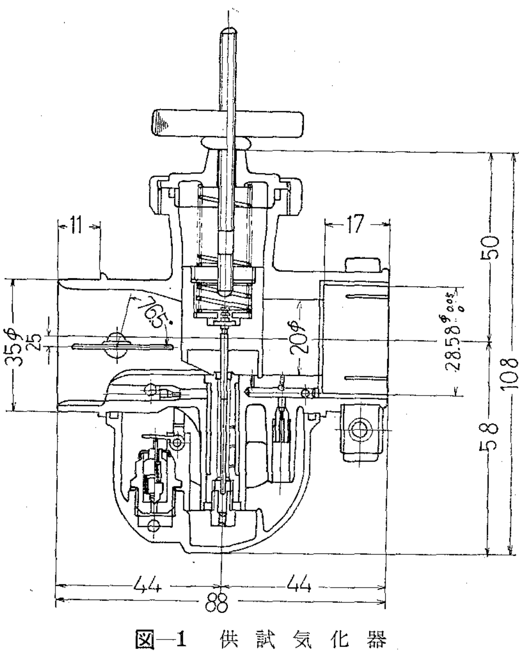
そこで，とくにアマール型気化器の特性に関する系統的究明を開始し，そのうち定常特性に関する理論的および実験的研究結果はすでに報告した[18]。さらに，小型2サイクル機関において気化器が機関側に近づくほど気化器喉部に作用する脈動波の振幅が大きくなり，それに比例して燃料流量が減少し，特定の機関回転範囲で燃焼不能におちいることとの異状現象などについても指適した[19]。

本報では，とくにアマール型気化器の非定常特性に関する基本的事項についての計算および実験結果について報告する。

II.　実験装置および実験方法

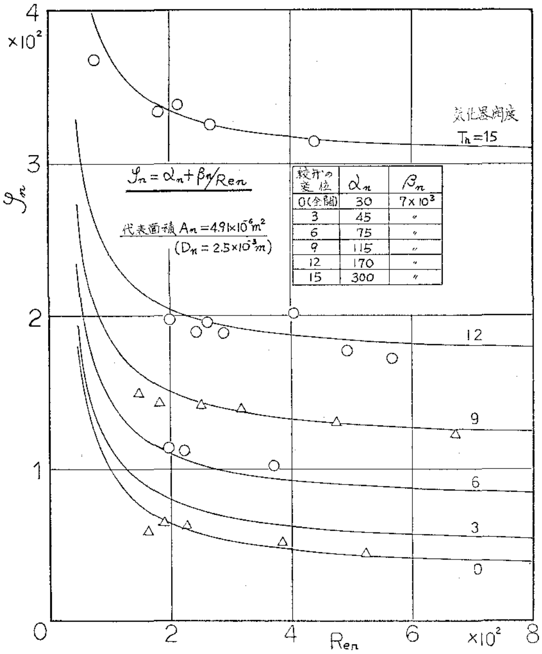
II·1　供試気化器

供試気化器はアマール型気化器 VW 20CA でその構造および主要寸法は図-1のとおりで，絞り弁は微動調整や急開・急閉などができるようになっている。また，装着したニードル棒，主燃料ジェット，低速燃料ジェットおよび主燃料噴出管の形状，および燃料ジェットの流量係数 (C_f) は前報[18]に示したとおりであり，ニードル棒をも含めた主燃料噴出管系（主燃料ジェットも含む）および低速燃料噴出管系の損失係数を図-2および図-3に，気化器開度と主



図—1　供試気化器

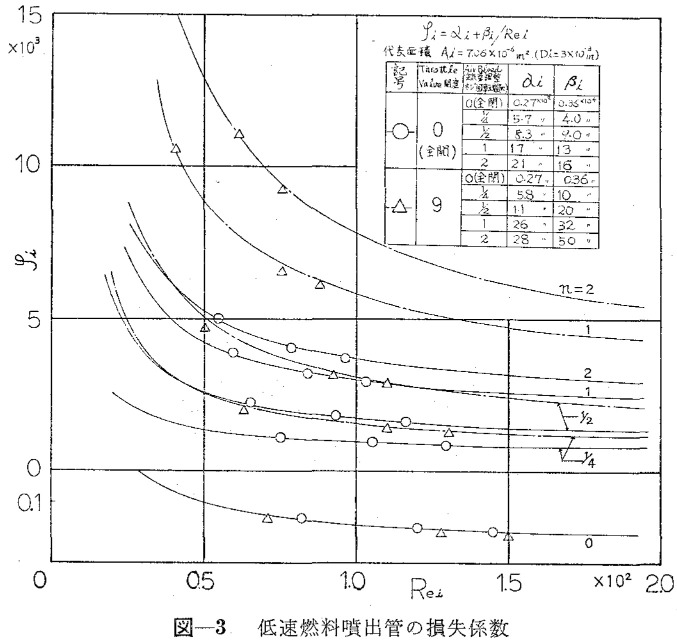
燃料噴出管最小断面積との関係を表-1に示す。なお，実験の目的に応じて浮子室を本体から離したり，浮子室油面の変動の影響を取り除くため大容量のタンクに置き換えたりした。



図—2 主燃料噴出管損失係数

表—1 圧力損失係数

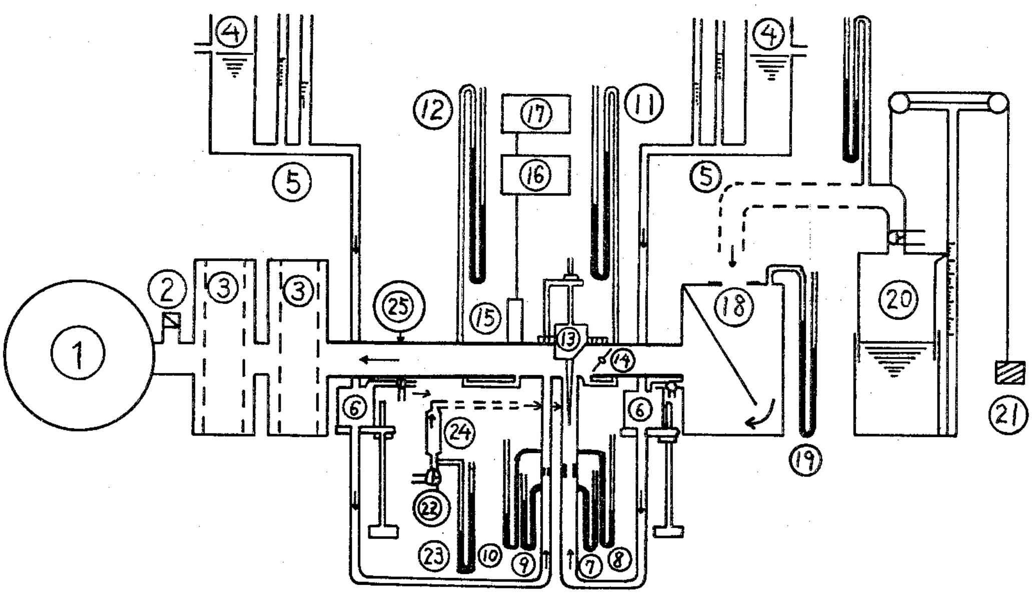
燃料ジェット番号	絞り弁変位	α (kg・s²/m⁴)	β (kg・s/m³)
100	0	4.9×10^3	0.44×10^3
	9	9.2×10^3	
	15	18.7×10^3	
120	0	3.9×10^3	0.38×10^3
	9	8.2×10^3	
	15	17.7×10^3	
150	0	3.2×10^3	0.33×10^3
	9	7.6×10^3	
	15	17.0×10^3	



図—3 低速燃料噴出管の損失係数

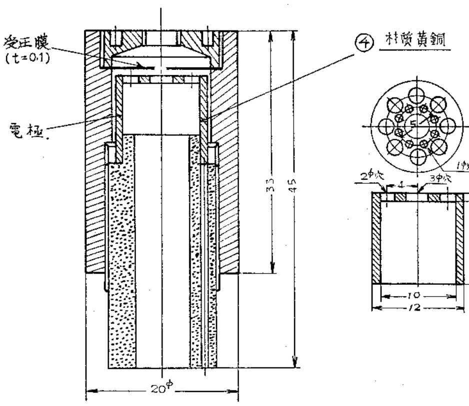
II・2　実験装置および実験方法

実験装置の基本的配置を図-4に示す。すなわち，ナッシュ型真空ポンプ80 NV 5 M (最大流量4.5 m^3/min，最大負圧650 mmHg) ① および整流装置を内臓したタンク ③ からなる低圧装置を準備し，供試気化器えの流入空気の平均流量は丸型ノズル ⑱ で，または必要に応じて水槽内を自由に上下できる浮動タンク ⑳ の水を空気と置換して直接測定する。気化器のスロットル弁 ⑬ およびチョーク弁 ⑭ はいずれも微動装置付で，主燃料系統と低速燃料系統とは分割され，各々の燃料タンク ④ から浮子室 ⑥ を経て燃料は供給される。平均燃料流量はベンチュリー形流量計 ⑤ と各燃料ジェット前後の圧力差とから重複して測定できる。また，エアブリードも必要に応じて変え得るように準備し，その供給量はローターメータ (20 l/min) ㉔ で測定する。非定常特性に関する実験においては，主として主燃料系統のみを作動させ，多くの場合浮子室油面の変動の影響をのぞくために燃料ジェットを直接燃料タンクに挿入し，燃料には揮発性の低い白灯油を使用した。なお，気化器 ⑬ とタンク ③ との管路にポペット弁 ㉕ を挿入し，カム軸を駆動して脈動流を発生させた。また，階段状負圧の発生には，ポペット弁の代りに試作したゲートバルブ ㉕ を用い，電磁石で急開させた。この場合，変動圧力の測定は抵抗線歪計式示圧計 ⑮ で，燃料の瞬間流量は試作した瞬時流量型流量計 (図-5) で測定した。また，浮子室油面の水位や，浮子の挙動なども試作した容量型変位計で測定した。

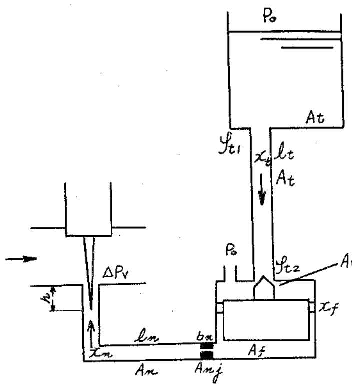


①, ②, ③ 低圧装置，④ Fuel Tank，⑤ Venturi Meter，⑥ 浮子室 (Level gauge および微動装置付)，⑦, ⑧ 主燃料系統圧力測定用 manometer，⑨, ⑩ 低速燃料系統圧力測定用 manometer，⑪, ⑫ 圧力測定用 manometer，⑬ Throttle Valve (微動装置付)，⑭ Choke Valve (微動装置付)，⑮ Strain Gauge，⑯ 増幅器，⑰ 記録器，⑱ 丸形ノズル，⑲ manometer，⑳, ㉑ 空気流量測定装置，㉒ 空気圧縮機，㉓ manometer，㉔ Rotameter，㉕ 非定常流発生装置

図—4　実　験　装　置



図—5 瞬時燃料流量計 (尺度 1/2)



図—6 燃料供給系統

III. 燃料供給系統の予備的考察

いま図-6に示すような燃料供給系統を取扱う。なお，使用した記号は次のとおりである。

G: 重量，γ: 比重量，ρ: 密度，l: 長さ，x, y: 変位，P: 圧力，A: 断面積，H: 水頭，h: 高さ，d: 直径，χ: 摩擦係数，φ: 抵抗係数，t: 時間，添字 l: 燃料，w: 水，t: タンク系統，f: 浮子，n: 主燃料噴出孔系統を表わす。

まず，燃料タンクから浮子室入口までの系統に Euler の運動方程式を適用すると，燃料タンク径は燃料パイプ径 (d_t) より非常に大きいので，所要の運動方程式は，

$$\frac{\gamma_l}{g}\cdot l_t\cdot \ddot{x}_t+\frac{\gamma_l}{2g}\left(\psi_{t1}+\psi_{t2}+\chi_t\frac{l_t}{d_t}\right)(\dot{x}_t)^2=\gamma_l h_t+\Delta P_t-\frac{\gamma_l}{2g}\psi_{tv}\left(\frac{A_{tv}}{A_v}\right)\left(\frac{dx_t}{dt}\right)^2 \tag{1}$$

ここに，ψ_{tv}, ψ_v および A_{tv}, A_v は浮子室入口弁の全開時および任意開口時の抵抗係数，開口面積を表わす (ψ_{t2}: 弁まわりの抵抗係数，ψ_{t1}: タンク出口の抵抗係数)。

浮子室油面の変位 (x_f) は

$$\frac{d}{dx}\dot{x}_f=\frac{1}{A_f}(\dot{x}_n A_n-\dot{x}_t A_t) \tag{2}$$

この浮子室油面の変位によって生ずる浮子自体の運動は，

$$M_f\ddot{y}+C_f\dot{y}+\left(\frac{b_f}{l_f}\right)^2 k_f\cdot y=\left(\frac{b_t}{l_f}\right)^2 k_f\cdot x_f \tag{3}$$

ここに M_f: 浮子の合成質量 ($=I_f/l_f^2$)，l_f: 回転軸より浮子重心までの距離，b_f: 回転軸より浮子の中心までの距離，k_f: 浮子の変位に比例する浮力の増減，C_f: 減衰係数である。

浮子室入口面積 (A_v) と浮子の変位 (y) との関係は，

$$A_v=C_v(y+y_0) \tag{4}$$

ここに C_v: 比例常数，y_0: 定常時の入口弁位置 (始動時には $y_0=0$) である。

主燃料噴出口系統の運動方程式は近似的に

$$\frac{\gamma_l}{g}\left[(l_n-b_n)+b_n\left(\frac{A_n}{A_{nj}}\right)+l_f\left(\frac{A_n}{A_f}\right)\right]\ddot{x}_n$$
$$+\frac{\gamma_l}{2g}\left\{1-\left(\frac{A_n}{A_f}\right)^2\right\}\dot{x}_n^2+\frac{\gamma_l}{\gamma^w}\left(1+\frac{x_f}{x_n^*}\right)x_n^*+\varDelta P_n=\varDelta P_v \tag{5}$$

となる。なお，$x_n<h$ のときは $x_n^*=x_n$, $x_n>h$ のときは $x_n^*=h$ であり，$\varDelta P_n$ は主燃料噴出管系の圧力損失である。したがって，(1)～(5) の聯立方程式を解くことによって主燃料噴出口に働らく負圧水頭 ($\varDelta P_v$) が変化した場合の燃料流量の瞬間的挙動を解明することが出来る。しかし，燃料が浮子室に適正に供給されるか，浮子室が十分に大きい場合 ($x_f\doteqdot 0$)，燃料が浮子室に全々供給されない場合 ($x_t=0$) には浮子室から燃料噴出口までの燃料液柱の動的挙動についてのみ検討すればよい。実際には両者の中間的条件下にあると考えられるが，気化器の過渡特性に関する基本的項を究明するためには，浮子室と燃料噴出管系のみからなる単純気化器の動特性について解析すれば十分と考えられる。なお (5) 式を数値計算するにあたり，主燃料噴出管系の抵抗係数 (ψ) を R_e 数の関数よりも燃料の流速 ($\dot{x}_n$) の関数で表わすのが便利である。すなわち損失圧力 $\varDelta P_n$ は

$$\left.\begin{aligned}\varDelta P_n&=\frac{1}{2g}\cdot\gamma_l\left[\alpha_{nj}\left(\frac{A_n}{A_{nj}}\right)^2+\alpha_n\right]\dot{x}_n^2+\left\{\beta_{nj}\left(\frac{A_n}{A_{nj}}\right)\cdot\frac{D_n}{D_{nj}}+\beta_n\right\}\frac{\gamma_l}{D_n}\cdot\dot{x}_n\\&=\frac{\gamma_l}{2g}[\alpha_n\dot{x}_n^2+\beta_n\dot{x}_n]=\\&=\alpha\dot{x}_n^2+\beta\dot{x}_n\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

で与えられる。

いま温度 15°C で，燃料の代りに水を用いた場合 ($\gamma_l=\gamma_w$) の $\alpha=\frac{1}{2g}\cdot\gamma_l\cdot\alpha_n$ および $\beta=\frac{1}{2g}\cdot\gamma_l\cdot\beta_n$ の値を 表-1 に示す。

IV. 燃料流量のインジシャル応答

IV・1 主燃料噴出管系寸度の影響

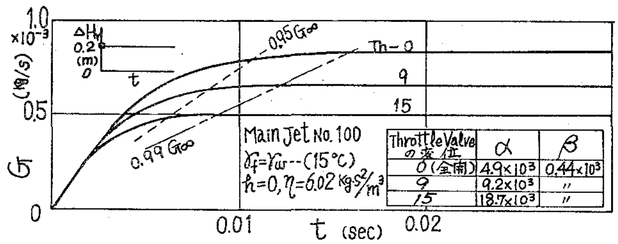
まず，燃料噴出口と浮子室油面とが一致している主燃料系統 ($h=0$) に階段状負圧が作用した場合の燃料流量の過渡応答性を調べるため，

$$\left.\begin{aligned}\varDelta P_V&=0 && t<0\\ \varDelta P_V&=-\gamma_l\cdot\varDelta H_V && t>0\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

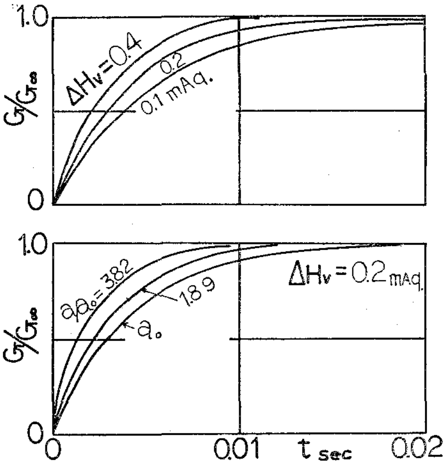
の負圧が作用した場合につき運動方程式 (5) の数値解を求めると燃料流量 (G) の挙動は 図-7 のようになる。これを時間 $t=\infty$ における燃料流量 (G_∞) との比 $\frac{G}{G_\infty}$ で表示すると 図-8 となる。同図には，階段状負圧 ($\varDelta P_V$) および流動抵抗係数 (α) の影響を示しているが階段状負圧 ($\varDelta P_V$) および流動抵抗係数 (α) が大きいほど燃料流量の応答性が良くなることがわかる ($\alpha_0=4.9\times10^3$

kg·s²/m⁴, $\beta_0=0.44\times10^3$ kg·s/m³)。しかし，液柱系によくある燃料の過流出現象 $\left(\frac{G}{G_\infty}>1\right)$ や流出量の振動現象は燃料ジェットの減衰作用が大きいので認められず，いわゆる一次遅れ要素的挙動を示すことがわかる。したがって車両の急加速時におこると言はれている過濃混合気の生成は浮子の動的作用か吸気管の内壁を流動している燃料液膜の動的挙動に起因するものと思はれる。いま主燃料系統の基準状態として，$\eta_0=\frac{\gamma_l}{g}\left[(l_n-b_n)+b_n\left(\frac{A_n}{A_{nj}}\right)+l_f\left(\frac{A_n}{A_t}\right)\right]=6.02$ kg·s²/m³, $\alpha_0=2.45\times10^3$ kg·s²/m⁴, $\beta_0=0.22\times10^3$ kg·s/m³, $\Delta H_{V0}=0.2$ mAq とし，燃料の重量流出速度が最大流出速度 G_∞ (g/s) の 95% に達するまでの所要時間 (t) を慣性質量 (η) 当たりの負圧 (ΔP_V) の規準状態との割合 $(\Delta P_V/\eta)/(\Delta P_{V0}/\eta_0)$ について整理したのが図-9 である。

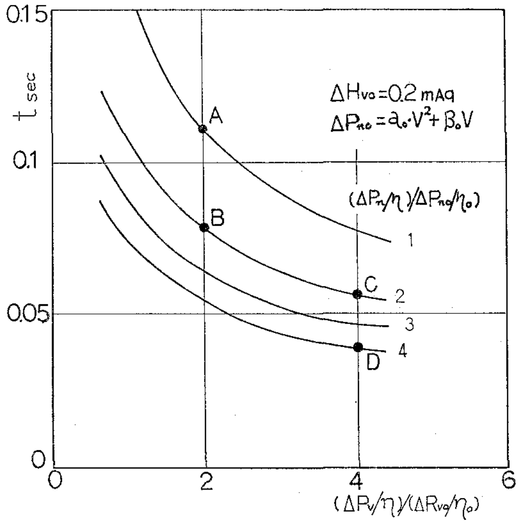
図において，たとえば基準状態 (A) から燃料噴出系統の寸度を同じ $(\eta=\eta_0)$ にして損失係数 (α, β) のみを２倍にすると $(\Delta P_V/\eta)/(\Delta P_{V0}/\eta_0)=2$ となるので，応答時間 (t) は点 (B) で与えられ，点 (A) の応答時間 (t_0) との比 (t_0/t) は表-2 に示すように 1.44～1.41 倍（約 $\sqrt{2}$ 倍）になる。また慣性項 (η) のみを 1/2 にすると t_0/t は約２（図の点 C），両者とも変えると $\sqrt{2}\times2=2.82$ に近い 2.86～2.78 倍（図の点 D）となり応答性は著るしくよくなることがわかる。



図—7　燃料流量の応答



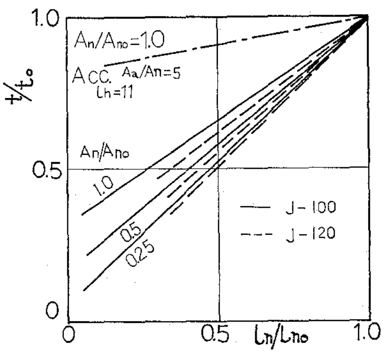
図—8　燃料流量の応答と $\Delta P_V \cdot \alpha_n$



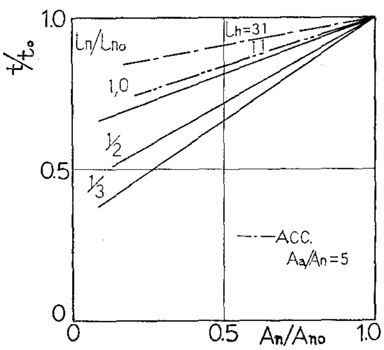
図—9　燃料流量の応答時間 (t) と $(\Delta P_V/\eta)/(\Delta R_V/\eta_0)$

表—2 応答性の変化

記号	慣性質量 (η)	損失圧力 (ΔP_n)	t_0/t $\Delta P_V=0.2$ (mAq)	t_0/t $\Delta P_v=0.4$ (mAq)
A	η_0	ΔP_{n2}	1.00	1.00
B	η_0	$2\Delta P_{n0}$	1.44	1.41
C	$1/2\cdot\eta_0$	ΔP_{n0}	1.99	1.98
D	$1/2\cdot\eta_2$	$2\Delta P_{n0}$	2.86	2.78



図—10 t/t_0 と $l_n l_{n0}$

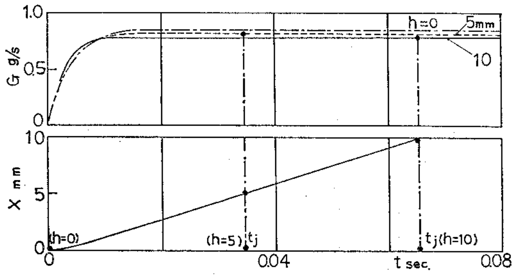


図—11 t/t_0 と A_n/A_{n0}

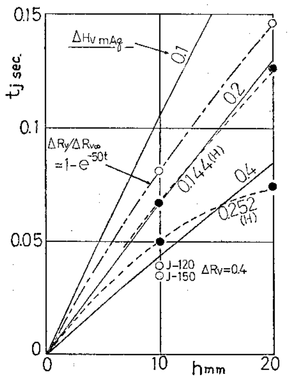
このように圧力損失係数 (α, β) を大きくすると応答性はよくなるが，最大燃料流出速度 G_∞ (g/s) が減少する (図-7参照)。最大燃料流出速度 (G_∞) を同一にするためには負圧水頭 (Δh_V) を大きくしなければならず，吸込空気量の低減をもたらすので機関性能上望ましくない。したがって，過渡応答性をたかめるための実用的手段としては慣性項 (η) を小さくする，すなわち主燃料系統の寸度を小さくすること以外には期待できないであろう。なお，燃料噴出管の長さ (l_n) および断面積 (A_n) を小さくすると運動方程式の慣性項が小さくなるので，応答性がよくなる筈である。いま，供試気化器の寸度 ($l_n=41$ mm, $A_n=4.91$ mm^2) を基準とし，l_n を短かくした場合の応答時間 (t) を t/t_0 で表示すると図-10, A_n を小さくした場合の応答時間 (t/t_0) は図-11となる。図によると，いずれの場合も l_n, A_n を小さくするほどほぼ直線的に t/t_0 が減少し，応答性が改善されることがわかる。なおこの場合，A_n を小さくするよりも l_n を短かくする方が有効であり，気化器本体と浮子室を分離する方式よりも，浮子室中に燃料噴出系統を直接挿入する形式が応答性の点からは望ましいことがわかる。しかし，応答時間 (t) はいずれの場合も 0.1 sec 以下である。なお，市販の気化器では $\eta/(\gamma_l/2g)$ の値は概略 $(4.9\sim11.3)\times10^{-2}$m であり，一般に加速運転時に問題となるほどの応答遅れは生じないことがわかる。また，メーンジェットの径を変えても慣性項が変わるので応答性に差違が生ずる (図-10 点線)。

IV・2 噴出孔たかさ (浮子室油面水位) の影響

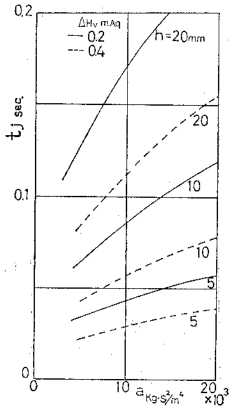
気化器の主燃料噴出口は一般に浮子室油面よりも $h=10$ mm ほどたかく設定され，アイド



図—12　燃料流出速度 (G g/s) の挙動



図—13　噴出口高さ (h) と噴出おくれ時間 (t_j)

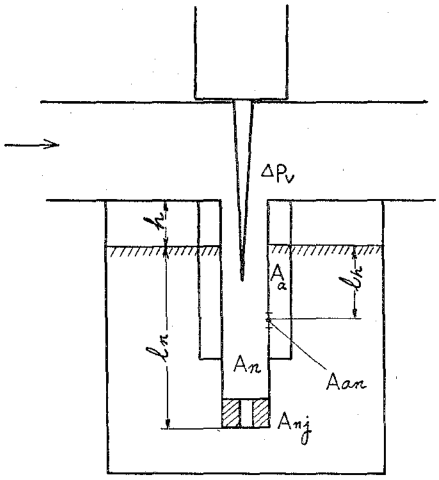


図—14　流動損失係数 (α) と噴出おくれ時間 (t_j)

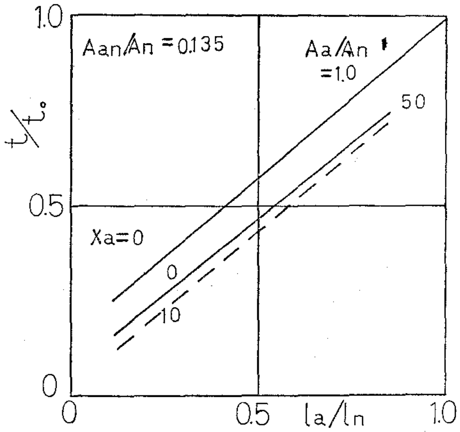
リング運転時などのように低速燃料系統のみが作動しているような場合には，その影響を受けて主燃料系統内の油面はさらに低下する。かがる状態から加速するような場合には燃料が流動を開始しても油面が噴出口開口端に達するまでは実際上噴出が開始されず，いわゆる噴出遅れ (t_j) が生ずる (図–12)。このため燃料流出開始の応答性が問題となり，t_j の大小が加速性を左右することにもなりかねない。そこで，噴出開始遅れ (t_j) と噴出孔たかさ (h) との関係を求めたのが図–13，流動損失係数 (α) との関係を求めたのが図–14である。図によると噴出開始遅れは，さきに示した応答遅れ時間 (t) とほぼ同一値を示しており，噴出口たかさ (h)，流動損失係数 (α) に比例して増加し，作動負圧水頭 (ΔH_V) に逆比例することがわかる。なお同図には準階段状負圧 ($\Delta P_V/\Delta P_{V\infty}=1-e^{-50t}$) を与えた場合の計算値 (一点鎖線) と実験値 (○印) および自動車用気化器に階段状負圧を与えたときの宝諸氏[9]の計算曲線 (点線) と実験値 (●印) を併記しているが，これらはいずれもよく一致しており，理論的解析が十分妥当であることがわかる。なお，油面が噴出口よりも低い場合 ($h>0$) の燃料流出の応答性は前述の応答おくれ (t) と噴出開始遅れ (t_j) との合計について検討する必要がある。したがって，前述のように損失係数 (α, β) を大きくすると燃料流量の過渡応答性 (t) は短縮し，改善されるものの最大流速 G_∞ (g/s) の値は著るしく低下し，噴出開始遅れ (t_j) は増加することになるのでただ損失係数を大きくしただけでは応答性の改善は望めなくなる。

IV·3　加速槽寸度の影響

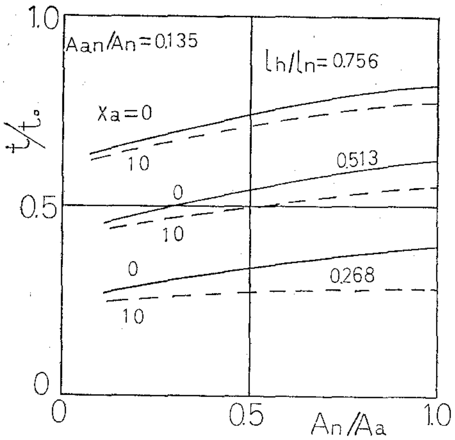
図–15に示すように，加速槽を有する主燃料噴出系統において，主燃料噴出管路と同様に加速槽にもEulerの運動方程式を適用し連立方程式を解くと，加速槽がない場合の応答時間 (t_0) と加速槽がある場合の応答時間 (t) との割合 (t/t_0) と加速槽長さ (l_h：加速槽噴出口位置) との関係は図–16，加速槽断面積 (A_a) および噴出口位置 (l_h) の影響は図–17に，加速槽噴出口断面積 (A_{an}) および噴出口位置 (l_h) の影響は図–18のとおりである。図において，加速槽を付け



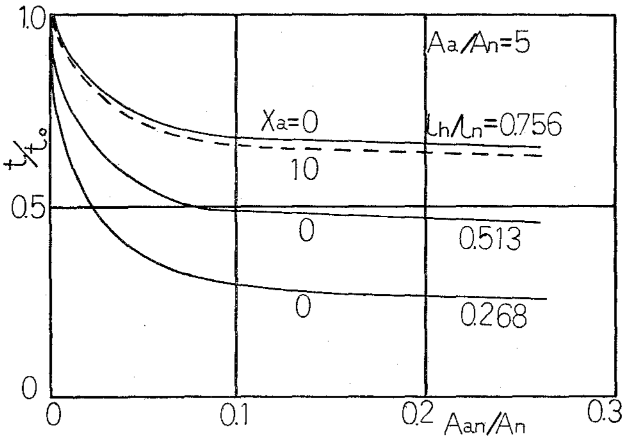
図—15 加 速 槽



図—16 加速槽長さ (l_a) と応答性



図—17 加速槽断面積 (A_a) と応答性



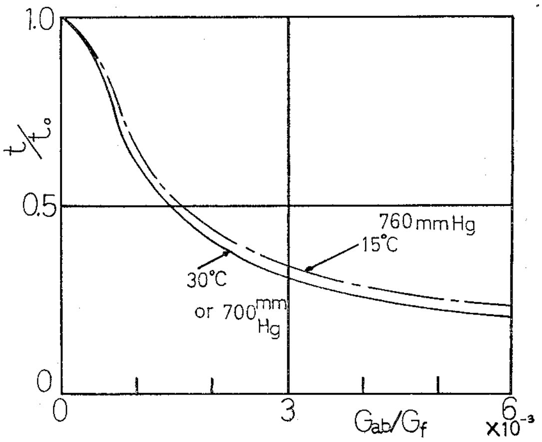
図—18 加速槽噴出孔面積 (A_{am}) と応答性

ると $A_n/A_a=1.0$ 程度でも十分に有効であり，一般に加速槽流出口を主燃料噴出口に近づけ (l_h を小さく)，その開口断面積 (A_{an}) および加速槽断面積 (A_a) が大きいほど効果的である。しかし，A_a, A_{an} をあまり大きくしても意味がなく，$A_a/A_n=2$, $A_{an}/A_n=0.1$ 程度で十分であることがわかる。なお加速槽流出口が主燃料噴出口に近づくほど (l_h の短縮)，加速槽内の有効な燃料が減ることにもなるので加速所要燃料流量から限定され，l_h を余り短かくすることはできない。

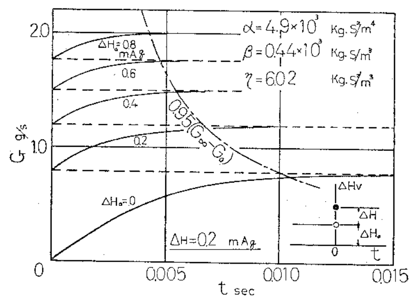
IV・4 エア・ブリードの影響

気化器の多くは，燃料の微粒化特性の改善のために燃料通路の途中から空気を送入するいわゆるエア・ブリード方式を採用しているが，このような細管内気液二相流の場合も平均密度

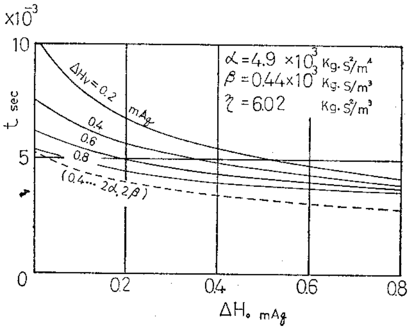
(ρ_m) および平均流速 (w_m) を用いて，一相流の場合と同じ取り扱いをすると，エア・ブリード空気流量 (G_{ab}) の燃料流量の応答性に及ぼす影響を算出することが出来る。いま代表例について算出した結果を図-19に示しているが，燃料流量 (G_f) の約0.6%程度（重量比）のエア・ブリードを行なうことによって応答時間 (t) は著るしく短縮し，エア・ブリードを供給しない場合 (t_0) の0.2～0.3倍になる。なお実用上，エア・ブリードの供給空気量 (G_{ab}) によって，基準となるべき定常運転時の燃料供給量に変化をもたらすので留意する必要がある。



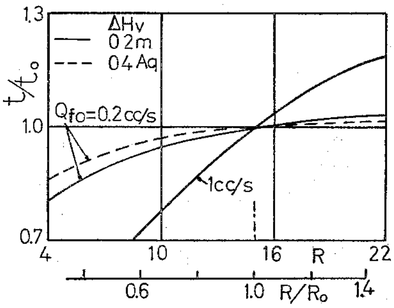
図—19 エア・ブリード空気量 (G_{ab}) と流量の応答性



図—20 初期負圧 ($\varDelta P_0$) と燃料流出量 (G)



図—21 初期負圧 ($\varDelta P_0$) と燃料流量の応答性



図—22 設定空燃比 (R) と燃料流量の応答性

V. 設定空燃比（大気条件）の影響

初速度が零である条件のもとに運動方程式（(5)式）を数値計算し，その応答性に及ぼす諸因子の影響について述べてきた。これ等は機関の始動時やアイドリング時からの急加速に対応するものであるが，低速運転からの急加速などの場合には階段状負圧が作用する前にすでに燃料が主燃料噴出口から流出している。したがって階段状負圧水頭 ($\varDelta H$) を一定 ($\varDelta H=0.2$ mAq) とし，初期圧水頭 ($\varDelta H_0$) を0～0.8 mAqまで5段階に変えた場合の燃料流量の瞬間的挙動を求めた結果を図-20に，これらの計算結果から応答時間 $t\left(\dfrac{G_\infty-G_0}{G_\infty}=0.95\right.$ までに達する時間$\left.\right)$ を求めたものを初期負圧水頭 ($\varDelta H_0$) について纒めたのが図-21であり，さらに代表的条件 ($Q_{f0}=0.2$, 1.0 cc/s) につき空燃比 (R) と応答性 (t/t_0) どの関係を

図-22に示す。図に示すように初期負圧（初期流動量）が大きいほど，したがって空燃比が過濃なほど t/t_0 は小さく，応答性が改善されることがわかる。この際も Q_{f0} が大きいほど空燃比の影響は大きい。また過濃領域 $(R/R_0<1)$ と希薄領域 $(R/R_0>1)$ とでは階段状負圧 (ΔP) の影響は逆の影響（図において $Q_{f0}=0.2$ cc/s の実線と点線とを比較）を示している。また，損失係数 (α, β) が増加すると応答時間は短かくなるが，これ等の影響は小さい。このように空燃比によって，応答性が左右されることは空燃比に及ぼす諸条件が応答性にも影響することになる。なお，大気条件の空燃比についてはすでに報告[21]したが，一般に大気温度 (T_a) がたかく，大気圧力 (P_a) が低いほど空燃比 (R) は過濃になるので，燃料流量のインジシャル応答はよくなるものと思われる。

VI. 作動負圧の応答性に及ぼす影響

VI・1 $\Delta P_V/\Delta P_{V\infty}=(1-e^{-ct})$ の場合（加速流）

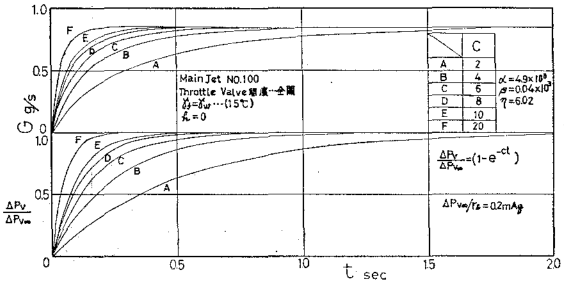
前項では階段状外力が作用した場合について，燃料流出量の速応性の良否について論じ，気化器の主要寸法の影響について述べてきたが，本項においては加速時初期における負圧の時間的勾配が燃料流出量に対していかなる影響を及ぼすかについて述べる。

$$\Delta P_V/\Delta P_{V\infty}=(1-e^{-ct}) \tag{8}$$

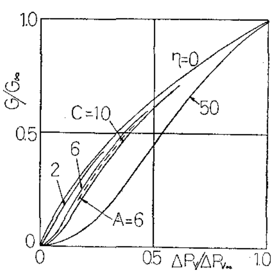
なる外力を与えた場合 $(h=0)$ の燃料流出量 (G) の挙動は計算によると図-23となる。図において，$\dfrac{d}{dt}(\Delta P_V/\Delta P_{V\infty})_{t=0}=C$ の値が増加につれて，燃料流量の応答性が悪くなり，階段状負圧を与えた場合の応答時間に近づく。$G/G_\infty \sim \Delta P_V/\Delta P_{V\infty}$ 線図に纒めたのが図-24である。なお，同図には運動方程式の慣性項（右辺第一項）が零 $(\eta=0)$ の曲線を併記しているが，この曲線からづれるほど応答性が悪いことを示すものであり，図-23から予想されたように C の値が大きくなるほど応答性が悪く，とくに負圧変化の初期（$\Delta P_V/\Delta P_{V\infty}$ が小さい時期）における応答おくれが大きく，その後順次回復することがわかる。図-24には気化器ノズルに作用する負圧が

$$\Delta P_V/\Delta P_{V\infty}=A\cdot t \tag{9}$$

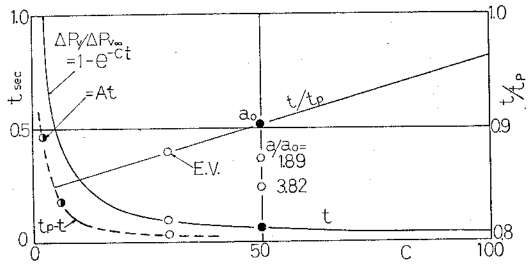
で与えられる場合の計算結果の一例をも示しているが $C=6$ と $A=6$ の曲線がよく近似してい



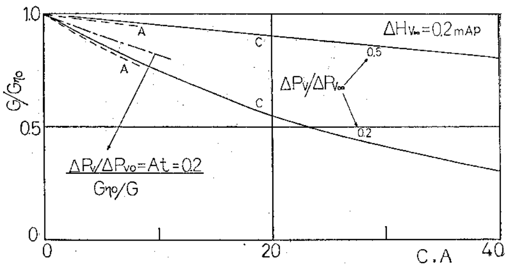
図—23 作動負圧と瞬時燃料流量



図—24 $G/G_\infty \sim \Delta P_V/\Delta P_{V\infty}$ 線図



図—25　作動負圧の圧力勾配と燃料流量の応答性



図—26　作動負圧の圧力勾配と燃料流量の初期応答

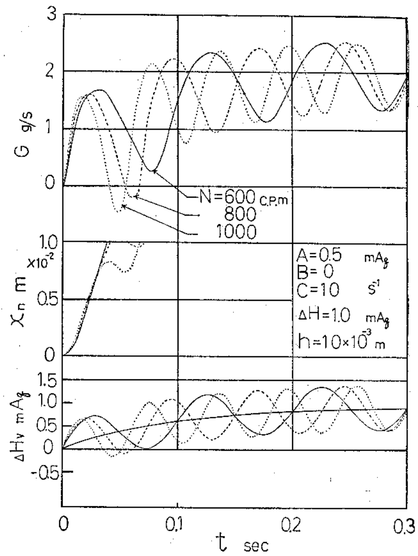
ることから，作動負圧の圧力勾配がとくに初期応答や，応答時間 (t) に主として影響を与えていることがわかる。勿論燃料流量が $G/G_\infty=0.95$ に達するまでの所要時間 (t) は 図-25 に示すように C および A が大きくなるほど短かくなり $C\geqq 50$ ともなると階段状負圧を与えたときの (t) に近似する。同図にはゲート・バルブを作動させた場合の実験値 ($C=30$, E.V. ○印) をも併記してあるが計算値とよく一致し，上述の考察が十分妥当であることがわかる。かかる現象は C または A が大きいほど，作動負圧が $\Delta P_V/\Delta P_{V\infty}=0.95$ に達するまでの時間 (t_p) も短かくなるので，上述の結果から作動負圧を急変させた方がある任意の燃料流量 (G_∞) に達するまでの所要時間 (t) は短かくなる。しかし，かかる現象から C, A が大きいほど応答性が良くなるとは言えず真の応答性は $\eta=0$ の場合の応答との比較によるべきであろう。すなわち t/t_p で表示するとその値は C に比例して大きくなる。さらに流出初期の追従性も機関の加速性の良否などに関連して重要な因子である。そこで，$\Delta P_V/\Delta P_{V\infty}=0.5$ および 0.2 に達した時点の燃料流量 (G) をその時点で慣性項が $\eta=0$ の条件における燃料流量 $(G_{\eta 0})$ と比較したのが 図-26 である。図によると燃料流量の追従性は作動負圧の圧力勾配 $\dfrac{d}{dt}(\Delta P_V/\Delta P_{V\infty})=A$ または C の値に比例して悪化することがわかる。このように，前項で述べた燃料噴出管系の圧力損失，慣性項（寸度）は勿論のこと作動負圧の圧力勾配によって燃料流量の応答性は左右される。

VI·2　$\Delta P_V=A\gamma_l\cdot\sin(\omega t+B)+\Delta P(1-e^{-ct})$ の場合

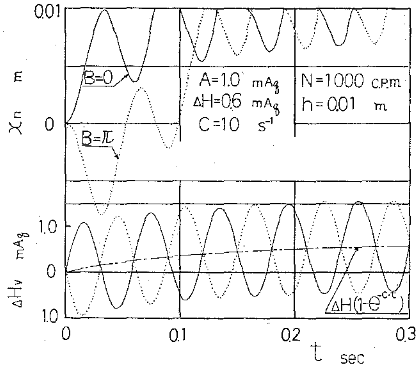
前項において加速流の場合，初期負圧勾配が燃料流出に大きく左右することを示した。実用機関の吸気管内の圧力変動を想定すると定常的負圧変化に脈動圧波が重畳した状態にある。そこで，その圧力変動に近似させ脈動負圧波が

$$\Delta P_V=A\gamma_l\cdot\sin(\omega t+B)+\Delta P(1-e^{-ct}) \quad (10)$$

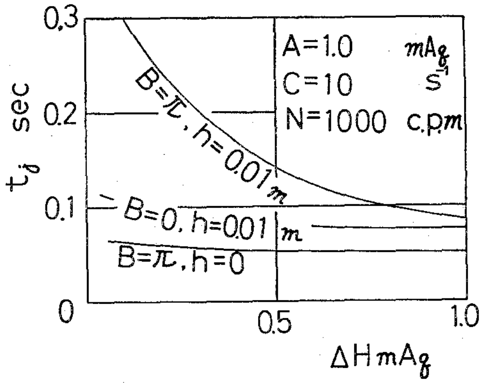
の形で与えられた場合につき燃料流出量 (G) に及ぼす脈動圧力波の振幅 (A)，その脈動角速度 (ω)，位相 (B)，



図—27　変動負圧と瞬時燃料流量



図—28　変動負圧の位相と瞬時燃料流変位 (t_n)

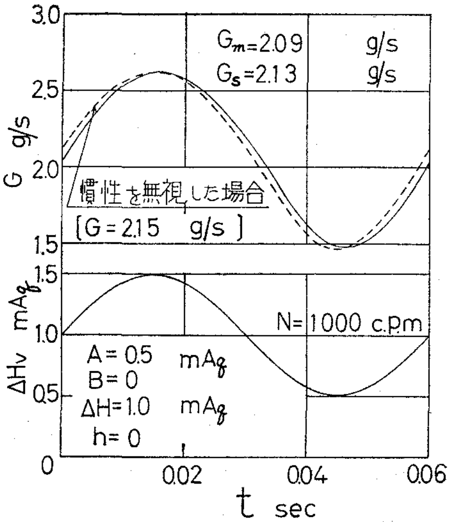


図—29　燃料噴出開始時間 (t_j) と ΔP, B

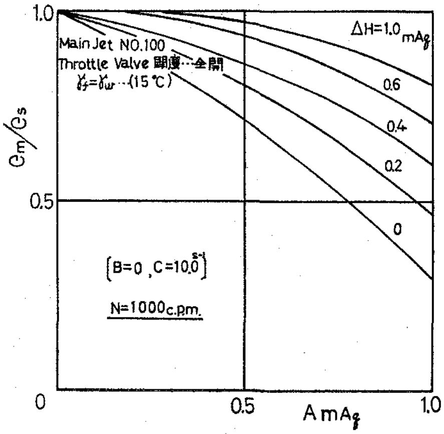
基準となる負圧変化 (ΔP) および浮子室油面高さの変化の影響について数値計算した結果について次に述べる。図-27 には $N=600$, 800 および 1000 c.p.m., $\Delta P/\gamma_l=1.0$ mAq, $A=0.5$ mAq, $C=10\ \mathrm{s}^{-1}$ の場合の計算結果を示しているが，噴出口と浮子室油面との高さ $h=10\times10^{-3}$ m が存在するので，たとえば，$N=600$ c.p.m. の時には脈動波の始めの一周期の間に燃料の噴出が開始され，その後は継続して噴出される。これに対し $N=800$ c.p.m. では初めの一周期の間に噴出が中断される状態すなわち二度噴出を開始する様子が認められる。さらに $N=1000$ c.p.m. では二周期目に初めて噴出が開始するようになり，$N=2000$ c.p.m. のように変動周波数が高くなった場合も同様の挙動を示す。次に脈動圧力波の位相 (B) の影響を 図-28 に示す。図によると重畳脈動波の位相 (B) は噴出開始時間に大きく影響することがわかる。これらから，噴出開始時間 (t_j) を求め，図示すると 図-29 となる。圧力波の定常負圧水頭 (ΔH) の増加とともに噴出開始おくれ時間 (t_j) は短縮するが，その短縮する度合いは位相 (B) の影響を大きく受ける。したがって実用機関においては，管内圧力変動の正確な挙動を明確にしないかぎり噴出開始時間の長短を単純に述べることは出来ないであろう。次に圧力変動が定常状態に達した場合，すなわち

$$\Delta P_V=\Delta P+A\gamma_l\sin(\omega t+B) \tag{11}$$

の圧力変動が作用した場合の燃料流量の挙動に注目し，運動方程式 ((5) 式) において，燃料噴出系統の慣性質量を省略して算出した燃料流量と省略しない場合の計算値を 図-30 に比較している。図によると，比較的脈動波の周期がおそいにもかかわらず 1 サイクル当たりの燃料流出量は，慣性項を考慮しない方 ($G_{\gamma 0}$) が慣性項を考慮した場合 (G_m) より約 3% 減少することがわかる。なお，変動圧力の時間的変動負圧と定常流の関係から求めた燃料流量 (G_s) の値をも併記しているが，主燃料管系の流動抵抗係数が $\boldsymbol{R_e}$ 数の関数であるため，慣性項を省略したときの値 ($G_{\gamma 0}$) とは必ずしも一致しないことが示されている。したがって，脈動波の振幅や周期が燃料流出量に大きく関与するであろうし，また定常負圧 (ΔP) と脈動波の振幅の大小によっても大き

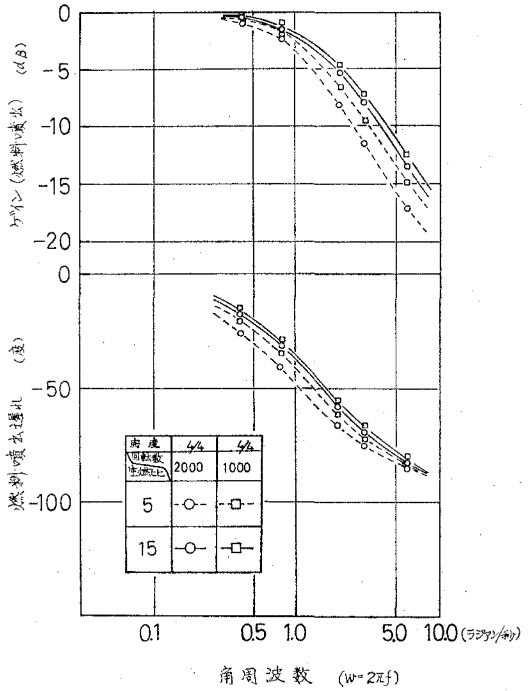


図—30　脈動波と燃料流量



図—31　振幅 (*A*) と燃料流量

く影響するものと思われる。なお，ここに示した計算結果は燃料噴出管系統の寸法が小さく，脈動波の振幅が定常負圧水頭 ($\varDelta H$) に比較して小さい場合であるが慣性項が大きく，脈動波の振幅が大きくなると脈動波の影響も大きくなる。そこで平均負圧水頭 ($\varDelta H$) および脈動波の振幅 (A) の1サイクル当たりの燃料流出量 (G_m) に及ぼす影響を求めたのが 図-31 である。図によると，$\varDelta H$ が大きいほど，圧力波の振幅 (A) が小さいほど G_m/G_s の値は増加し，定常流値に近づくことがわかる。脈動波の振幅 (A) が同じであってもその周波数によって燃料流量が変わるが，その様子をより明確にするため，比較的燃料噴出管系統の寸度が大きい場合 ($l=62.5$ cm) について燃料流量の周波数特性すなわちゲインと位相曲線を数値計算したのが 図-32 である。この図によると，圧力波の脈動周波数がたかくなるほどゲインは低くなり，一次遅れ要素として時定数を概算すると1～2秒となる。このように脈動流の平均燃料流量は圧力波の脈動数，振幅および平均負圧の影響を受けるので，定常流の実験値から



図—32　燃料噴出の周波数特性

脈動流の平均燃料流量を推定するためには，脈動波の実体を正確に把握する必要のあることがわかる。

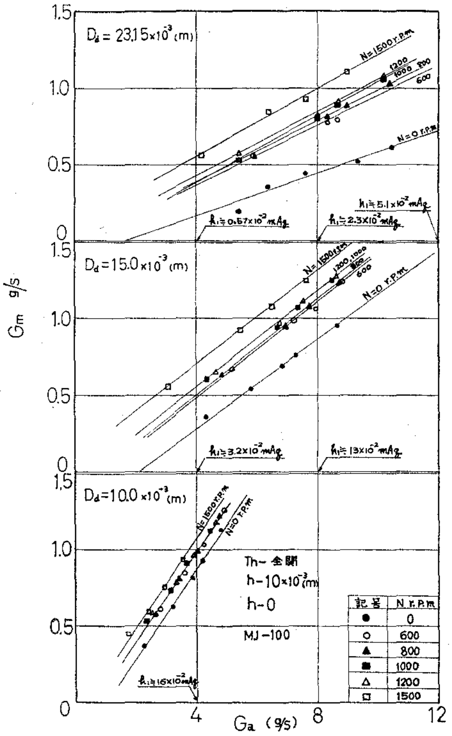
VI・3　半波整流波型に類似した負圧が作用した場合

一般に機関のアイドリングまたは軽負荷運転およびエンヂン・ブレーキ時の場合のように，気化器開度が小さい場合には一サイクル毎に半波整流波に類似した負圧が作用する。この場合燃料噴出管系の慣性質量が燃料流出量にどのように影響するかについても検討してみる必要がある。とくに，後述するように実用機関においても，かかる影響が見受けられる。かかる現象の基礎的解明の目的で，排気弁を取り外した小型単気筒機関の排気側に負圧発生装置を取り付け，カム軸を駆動させることによって間歇脈動圧力波を発生させ燃料流量を実測した。さらに同一実験装置を用いて定常流実験を実施し，両者の燃料流量を比較すると同一空気流量 (G_a) にもかかわらず，前者の燃料流量は $N=600\sim1800$ r.p.m. 範囲で約50% 程度も増加するという現象に遭遇した (図-33)。かかる原因について ① 間歇脈動流の空気流量測定誤差，② 脈動的燃料流の測定誤差 (燃料ジェットおよび燃料系統の流動抵抗係数) などが考えられるが，容積型流量計をも併用して種々検討を試みたが誤差を誘発するような問題は認められなかった。したがって，間歇脈動流の本質的特殊現象と考え，次に検討する。

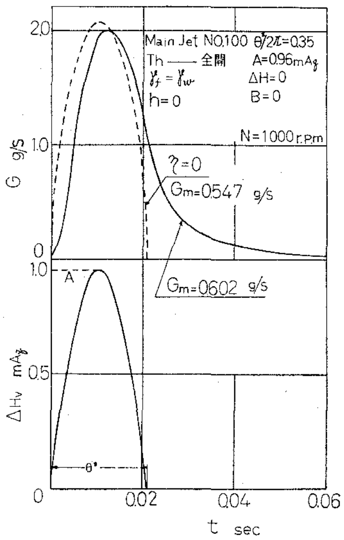
機関の吸込み期間にのみ正歪曲線状の負圧が作用した場合を想定し，

$$\Delta P_V = A\gamma_l \sin\frac{\pi}{\theta^*}\cdot\theta \qquad (12)$$

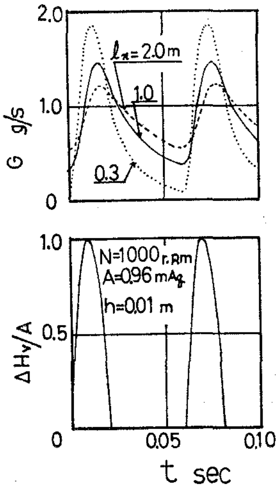
で与えられる負圧 ΔP_V が気化器に作用する場合の燃料流量 (G) を計算し，燃料噴出管系の慣性を無視した場合の計算値と比較したのが 図-34 である。図によると燃料噴出管系液柱の慣性によって，前半の加速流領域から燃料の流出は遅れが認められ，しかも後半の減速流領域における流出遅れは大きく，長期間続く。このため次の負圧発生までのいわゆる一周期における燃料流出量 (G_m) は慣性項を無視した場合 (点線) よりも増加することがわかる (この場合は約 10% の増加)。この傾向は周期が短かくなる程燃料噴出系統の慣性が大きくなる程顕著となる (図-35 参照)。したがって，平均燃料流量 (G_m) を機関回転数 (N) につきまとめると 図-36 のようになる。計算は主として実用



図—33　燃料流量 (G_m) と機関回転数

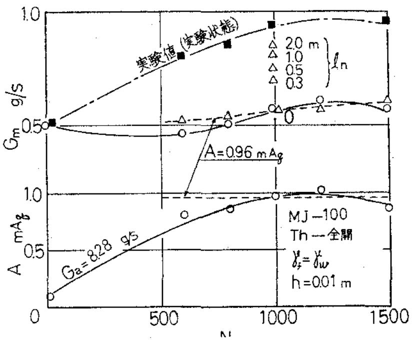


図—34 瞬時燃料流量と半波整流負圧



図—35 燃料噴出管長さ (l_n) と瞬時燃料流量

状態(気化器本体と浮子室を直結)で行なったが，一周期の平均燃料流量は作動負圧の振幅 (A) が一定であれば機関回転数に比例して（周期に反比例）慣性がない場合よりも順次増加し，したがって定常流の燃料流量よりも増加する(図の点線)。かかる傾向は実験値ともよく一致する(△印)，また吸込み空気流量 ($G_a=8.28\times10^{-3}$ kg/s) を一定に保って圧力波の周期を短かくした場合にも図の実線や○印で示すように同様の傾向が認められる。かかる傾向は，同一周期の場合でも気化器本体と浮子室までの長さ (l_n) が長くなるほど増加する。同図には $l_n=3$ m の場合の実験値を示しているが，この場合慣性項が大きいので平均燃料流量は著るしく増大することがわかる。このように周期が短かくなるほど燃料流出量が増大する傾向を示す理由は図-35に示したように減速流の慣性おくれが大きいので，十分に減速しきらないうちに次のサイクルの吸込み負圧が発生し，燃料の噴出が中断することなく燃料流出量が再び増加していくためである。なお $G_m/G_{\eta 0}$ の値は慣性質量の平方根にほぼ直線的に比例して増加する。また，同一寸度においても圧力振幅 (A) が大きいほど燃料流量は増大する。



図—36 燃料噴出管長さ (l_n), 回転数 (N) と平均燃料流量

VII. 結　　言

以上，気化器の燃料噴出口に階段状負圧が作用した場合の燃料流の応答性に及ぼす気化器寸度の影響，脈動的負圧，半波整流型負圧が作用した場合の挙動について数値計算し，若干の

実験結果と対比しながら考察したが要約すると次のとおりである。

1) 燃料流のインディシャル応答は，一次遅れ要素的挙動を示し，その応答時間 (t) は作動負圧 (ΔP_V)，液柱の圧力損失 (ΔP) が大きく，慣性項 (η) が小さいほど短かくなる。応答性の指標として $0.95\,G_\infty$ に達するまでの時間に注目すると規準状態との比 t_0/t の値は $\sqrt{\Delta P}$，$1/\eta$ にほぼ比例する。

2) インディシャル応答は，燃料噴出管系寸度 $(A_n,\ l_n,\ A_{nj})$ が小さいほど優れ，加速槽を取り付けると著るしく改善される。この場合，加速槽寸度 $(A_a,\ A_{an})$ を大きく，加速槽からの流出口を燃料噴出口に近づける（l_n を小さく）ほど応答性はよくなるが，$A_a/A_n=2$，$A_{an}/A_n=0.1$ 程度で十分である。

3) 浮子室油面が燃料噴出口よりも低いと，燃料噴出開始が遅れる。この噴出開始遅れ時間 (t_j) は噴出口高さ (h)，流動損失係数 (α) に比例して増加し，作動負圧 (ΔP_V) に逆比例する。しかも実験値と計算値はよく一致する。

4) エア・ブリード方式を採用するとインディシャル応答は著しく改善し，応答時間 (t) はエア・ブリードなしの場合の 0.2～0.3 倍に短縮する。

5) 初期負圧 (ΔP_0) が大きいほど，したがって設定空燃比が過濃なほどインディシャル応答時間は短かくなる。このことは，大気条件すなわち大気温度が高く，大気圧力が低いほど空燃比が過濃になるので，これらによって応答時間が短かくなることを示す。

6) $\Delta P_V/\Delta P_{V\infty}=(1-e^{-ct})$，$\Delta P_V/\Delta P_{V\infty}=At$ で与えられる負圧が作用する場合，その圧力勾配が大きいほど燃料流出の応答性は悪く，とくに流出初期の応答遅れは増加する。かかる傾向は実験結果とよく一致する。

7) 脈動負圧波が作用する場合，脈動波の振幅 (A) が大きく，定常負圧水頭 (ΔH) が小さいほど，一サイクル当たりの燃料流出量は定常流れ関係から求められる流出量よりも少なくなる。また，噴出開始遅れ時期 (t_j) は脈動波の位相の影響を大きく受ける。

8) アイドリング時などにみられる半波整流型負圧波が作用する場合，燃料噴出管系液柱の慣性によって減速流の追従性は著しく悪いので負圧波が間歇的に作用する場合には，定常流の関係から求められる燃料流出量よりも増加する。この傾向は，噴出管系寸度 $(l_n,\ A_n)$ が大きく，機関回転数 (N) が高いほど顕著である。かかる場合の計算値と実験値はよく一致する。

終わりにのぞみ，実験を担当した当時室蘭工業大学修士課程機械工学専攻山辺信君，実験装置の製作に尽力された福島和俊教官，早川友吉技官に謝意を表します。

（昭和 49 年 5 月 20 日受理）

文　献

1) Vladimir Linzer: MTZ 27-1, 11-27 (1966).

2) L. C. Lichty: Internal Combustion Engine, McGraw-Hill.
3) 田中: 火花点火機関 (熱機関大系5), 昭31-4, 山海堂.
4) 浅野: 機械学会論文集 **33**. 255 (1967), 1026.
5) 浅野: 機械学会論文集 **37**, 297 (1971), 1026.
6) 渡辺: いすず技報, **44**, 15 (1964-9).
7) 伊藤: 機械学会論文集 **18**-66, 101 (昭27).
8) 草間: 機械学会論文集 **18**-66, 27 (昭27).
9) 宝諸: 自動車技術講演前刷集, 1966-1.
10) 大島: 機械学会講演論文集 No. 138, 61 (1965-8).
11) 山下: 機械学会誌 **36**-191, 159 (昭8-3).
12) 石神: 機械学会論文集 **23**-128, 279 (昭32-4).
13) 坂山: 機械及電気 **5**-11, 1 (昭15-11).
14) 田中: 機械学会誌 **38**-213, 23 (昭10-1).
15) 宝諸: 日立評論 **44**-5, 63 (昭37-5).
16) 古山: 自動車技術会論文集 **34** (1971), 17.
17) 篠田: 内燃機関 **10**-115, 63 (1971-10).
18) 沢: 室蘭工業大学研究報告 **6-1**, 187 (1967-7).
19) 浅沼・沢: 機械学会論文集 **25**-156, 840 (昭34-8).
20) 山辺: 室蘭工業大学修士論文, 昭43.
21) 沢・林: 室蘭工業工業大学研究報告 **6**-3, 315-326 (昭44-7).

せまい平板間にある円柱のまわりの非定常流れの数値解法 (第1報)

山　岸　英　明

Numerical Study of Unsteady Viscous Incompressible Fluid Flow past a Circular Cylinder between Two Parallel Solid Surfaces (1)

Hideaki Yamagishi

Abstract

A numerical method of unsteady viscous incompressible fluid flow past a circular cylinder between two parallel flat planes is reported. For this purpose, the hybrid coordinate system, combining with cartesien-cylindrical coordinates, is introduced. It is respected to obtain some reasonable solutions by means of trial runs.

I. 緒　　言

円柱のまわりの流れの解析は流体力学的興味よりこれまで多数行なわれている。その典型的な場合として無限に広がる一様流中に置かれた円柱を一定の速度で突然移動させる時の円柱のまわりの解析がある。この解析法として定常方程式を解く方法と非定常方程式を解く方法がある。この二つの方法の比較については川口が論じている[1]。これらの解析はいずれもレイノル数 R ($\equiv UD/\nu$: D は円柱直径, U は円柱より充分離れたところでの速度, ν は流体の動粘性係数) が 0～1000 の間で行なわれている。$R>1$ の領域ではナービエ・ストークスの運動方程式を解析的に解く手段が開発されておらず，現在のところ数値解法に頼らざるを得ない。したがって厳密解が得られていないため，求まった数値解がもとの方程式の解をどの程度よく近似しているかが問題となる。このことについては高見が論じている[2]。

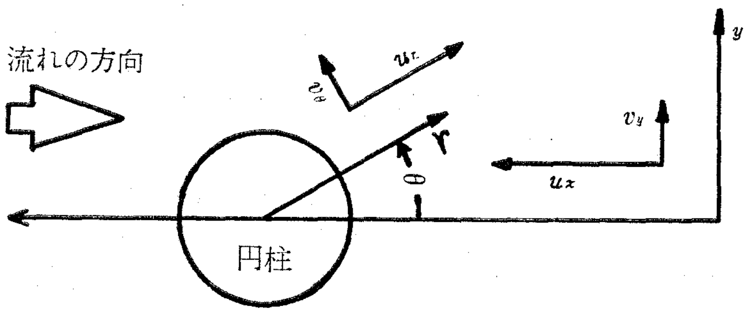
定常数値解・非定常数値解とも近年ディジタル計算機の発達につれ，より深くまた広範囲にわたって求められてきた。定常解法としては川口[3], A. Activos 等[4], 高見[2], A. E. Hamielec 等[5], R. L. Underwood[6], S. C. R. Dennis 等[7] などの報告がある。また非定常解法としては川口等[8], D. C. Thoman 等[9], P. C. Jain 等[10], 高見等[11], J. S. Son 等[12], M. Collins 等[13] の報告がある。このうち Thoman 等は外側境界を比較的円柱に近いところに置いているが $R=3\times10^5$ の範囲までの求解を試みている。また Collins 等は時間の初期には円柱表面に形成される境界層を考慮すべきだとして解を求めている。

Thoman 等は別に詳細な報告を行なっている[14)]。彼等は流れの場を円柱表面近くとその外側で区別し，内側には円柱座標系，外側には直交座標系による記述を意図しハイブリッド座標系を適用した。それにより彼等はナービエ・ストークスの方程式を陽解法で解いた。しかしそのハイブリッド・メッシュ系には非常に密になる部分があり，かつこの部分により解の安定性を得るためのタイム・ステップの大きさが制限され非常に長い計算時間を要する。本報告では直交座標領域におけるメッシュの切り方を改善し，さらに交互方向陰解法を用いての数値解法を示した。ハイブリッド・システムを導入した事により境界条件をより厳密かつ簡単に与えることができ，また積分領域を矩形状の単純な形状にし得るので交互方向陰解法の適用を容易なものにできた。著者のテストランにおいても充分良好な解が得られることが確かめられている。

本報告は非常に近いところに平面境界がある場合の円柱のまわりについての圧力およびか(渦)度の分布状態，抗力，剥離角，うずの長さなどを時間依存の形で求める方法を示した。

II. 解　析

円柱のまわりの流れを表わすために第1図のように円柱近傍を円柱座標 (r, θ) で，また遠方を直交座標 (x, y) で記述する。流れの方向と座標軸の正の向きも第1図に示した。



第1図　流れ場を記述するためのハイブリッド座標系

非圧縮性二次元非定常流れを記述する。ナービエ・ストークスの運動方程式および連続の式はそれぞれ次のようになる。

a）円柱座標領域

$$\frac{\partial u_r}{\partial t}+u_r\frac{\partial u_r}{\partial r}+\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \theta}-\frac{v_\theta^2}{r}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}+\nu\left(\nabla^2 u_r-\frac{u_r}{r^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}\right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t}+u_r\frac{\partial v_\theta}{\partial r}+\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \theta}+\frac{u_r v_\theta}{r}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{r\partial \theta}$$

$$+\nu\left(\nabla^2 v_\theta+\frac{2}{r^2}\frac{\partial u_r}{\partial \theta}-\frac{v_\theta}{r^2}\right) \quad (2)$$

ここで　$$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \quad (3)$$

$$\frac{\partial(u_r r)}{r\partial r}+\frac{\partial v_\theta}{r\partial\theta}=0 \tag{4}$$

b) 直交座標領域

$$\frac{\partial u_x}{\partial t}+u_x\frac{\partial u_x}{\partial x}+v_y\frac{\partial u_x}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\nabla^2 u_x \tag{5}$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t}+u_x\frac{\partial v_y}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_y}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+\nu\nabla^2 v_y \tag{6}$$

ここで $\nabla^2=\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2}{\partial y^2}$ (6.a)

$$\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}=0 \tag{7}$$

1. 円柱に近い領域

第1図矢印の向きに正として流れ関数 ψ を次式で定義する。

$$u_r=-\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}, \qquad v_\theta=\frac{\partial\psi}{\partial r} \tag{8}$$

またか度 ζ は

$$\zeta=\frac{\partial(rv_\theta)}{r\partial r}-\frac{\partial u_r}{r\partial\theta} \tag{9}$$

(1) 式を θ で偏微分し (2) 式に r を乗じて r で偏微分し，辺々引き算により圧力項を除去してから，(8) 式, (9) 式により次式が得られる。

$$r\frac{\partial\zeta}{\partial t}+\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\frac{\partial\zeta}{\partial r}-\frac{\partial\psi}{\partial r}\frac{\partial\zeta}{\partial\theta}=\nu\left(r\frac{\partial^2\zeta}{\partial r^2}+\frac{\partial\zeta}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial^2\zeta}{\partial\theta^2}\right) \tag{10}$$

また

$$\zeta=\nabla^2\psi \tag{11}$$

流れ関数 ψ は連続の式 (3) 式を満たすことは直ちに示される。

次に U, D をスケール・ファクタとして (10) 式, (11) 式を無次元化するため次のような変換を行なう。

$$\begin{cases} r'=2r/D, \quad \theta'=\theta, \quad t'=t/(D/U) \\ \psi'=(1/LU)\psi, \quad \zeta'=(D/U)\zeta \end{cases} \tag{12}$$

(12) 式より (10) 式, (11) 式は次式のように無次元化される。

$$r\frac{\partial\zeta}{\partial t}+\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\frac{\partial\zeta}{\partial r}-\frac{\partial\psi}{\partial r}\frac{\partial\zeta}{\partial\theta}=\frac{2}{R}\left(r\frac{\partial^2\zeta}{\partial r^2}+\frac{\partial\zeta}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial^2\zeta}{\partial\theta^2}\right) \tag{13}$$

$$\zeta=\nabla^2\psi \tag{14}$$

ここで上式はプライムを外してある。また $R=DU/\nu$

(13) 式, (14) 式における境界条件は次のようになる。

$$\begin{cases} r=1 \ : \ \psi = \partial\psi/\partial r = 0 \\ r = r_0, \quad \theta = \theta_0 \ : \ \psi = \psi(r_0, \theta_0), \quad \zeta = \zeta(r_0, \theta_0) \\ \theta = 0, \pi \ : \ \psi = \zeta = 0 \end{cases} \tag{15}$$

(13) 式, (14) 式を再び次の変換によって書き換える。

$$r = \exp(\pi\xi), \qquad \eta = \theta/\pi$$

これにより

$$E^2 \frac{\partial\zeta}{\partial t} + \frac{\partial\psi}{\partial\eta}\frac{\partial\zeta}{\partial\xi} - \frac{\partial\psi}{\partial\xi}\frac{\partial\zeta}{\partial\eta} = \frac{2}{R}\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial\eta^2} + \frac{\partial^2\zeta}{\partial\xi^2}\right) \tag{17}$$

$$E^2\zeta = \frac{\partial^2\psi}{\partial\eta^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial\xi^2} \tag{18}$$

再び境界条件を示せば

$$\begin{cases} \xi = 1 \ : \ \psi = \partial\psi/\partial\xi = 0 \\ \xi = \xi_0, \quad \theta = \theta_0 \ : \ \psi = \psi(\xi_0, \theta_0), \quad \zeta = \zeta(\xi_0, \theta_0) \\ \theta = 0, \pi \ : \ \psi = \zeta = 0 \end{cases} \tag{19}$$

さらに $E = \pi \exp(\pi\xi)$ (20)

2. 円柱より離れた領域

流れ関数を次のように定義する。

$$u_x = -\frac{\partial\psi}{\partial y}, \qquad v_y = \frac{\partial\psi}{\partial x} \tag{21}$$

またか度 ζ は

$$\zeta = \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \tag{22}$$

(4) 式を y で (5) 式を x で偏微分して辺々引き算を行なった後 (21) 式, (22) 式より次式が得られる。

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t} + \frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial\zeta}{\partial x} - \frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\zeta}{\partial y} = \nu\nabla^2\zeta \tag{23}$$

$$\zeta = \nabla^2\psi \tag{24}$$

ここで 1. の場合と同様流れ関数 ψ は連続の式 (7) 式を満たしていることがわかる。(23) 式, (24) 式を前と同様無次元化する。そしてプライムを外せば次式が得られる。

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t} + \frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial\zeta}{\partial x} - \frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\zeta}{\partial y} = \frac{1}{R}\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2}\right) \tag{25}$$

$$\zeta=\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} \tag{26}$$

ここで境界条件は次のようになる。

$$\begin{cases} y\to\infty \ : \ \psi\to\infty,\ \ \zeta\to 0 \\ y=0 \ : \ \psi=0 \\ (x,y)=(x_0,y_0) \ : \ \psi=\psi(x_0,y_0),\ \ \zeta=\zeta(x_0,y_0) \end{cases} \tag{27}$$

3. 円柱に作用する抗力

(2) 式, (8) 式, (9) 式, (12) 式および (15) 式の境界条件より円柱表面の圧力分布は次式で計算される。

$$P_{\xi=0}(\eta)=-\frac{4}{R}\int_0^{\eta}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial\xi}\right)_{\xi=0}d\eta+\text{const}\,. \tag{28}$$

ここで圧力 P は $\rho U^2/2$ により規格化されている。上式の圧力分布により形状抵抗 C_p は

$$C_p=\int_0^{\pi}P_{\xi=0}\cos\theta\,d\theta \tag{29}$$

また摩擦による抗力 C_f は円柱表面のか度分布から次のように求まる。

$$C_f=-\frac{4}{R}\int_0^{\pi}\zeta_{\xi=0}\sin\theta\,d\theta \tag{30}$$

したがって合わせた全抗力 C_D は

$$C_D=C_p+C_f \tag{31}$$

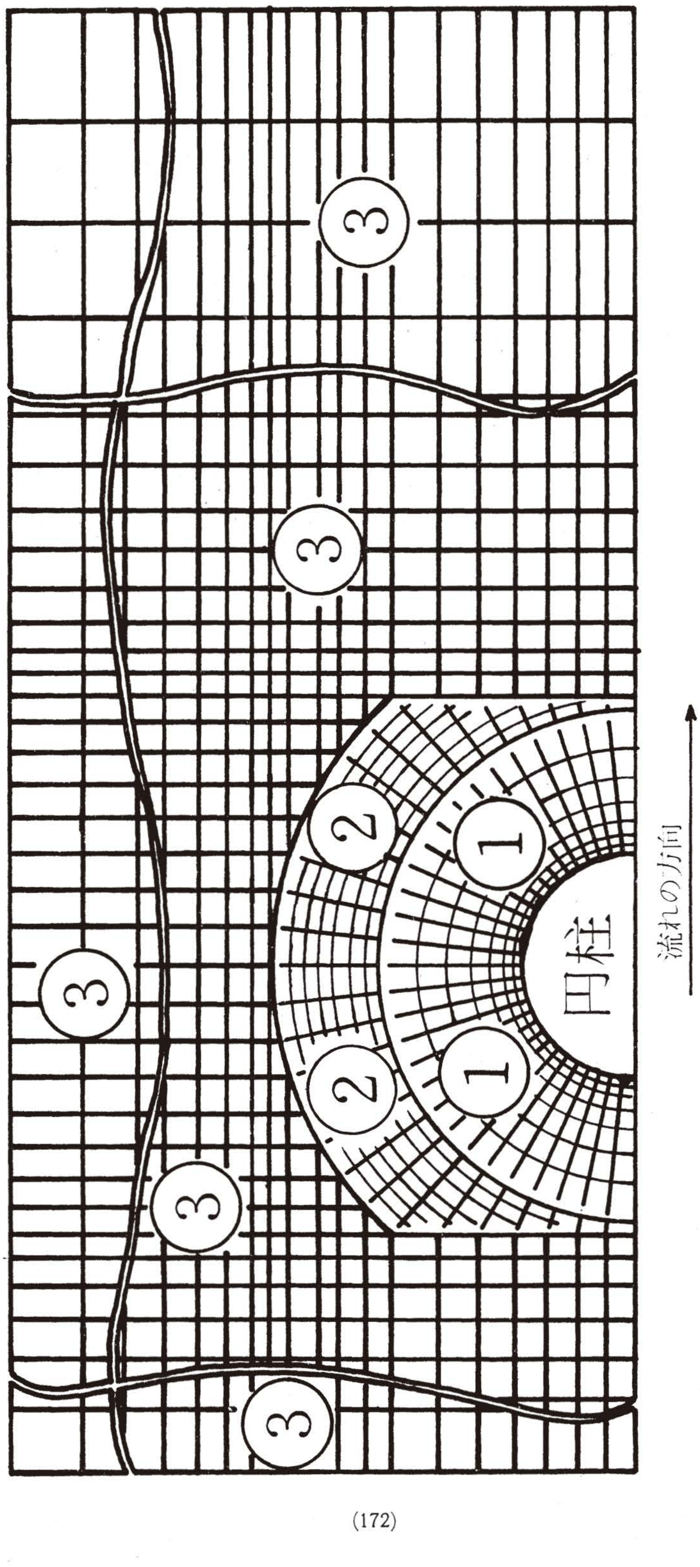
III. 数 値 解 析

流れの場を第2図のようなメッシュで切る。このメッシュ・システムを図で示してあるように3つの領域に分ける。① の領域には円柱座標に対応するメッシュ構成を与え，第3図に示すように (ξ,η) 座標のメッシュ系において ξ,η 方向とも等間隔の刻みにしてあり，それぞれ $k,\ l$ とする。② の領域も同じ円柱座標系で表わされるが，第3図のメッシュ系において j によって k の値が異なっている。③ は直交座標系で表わされる領域であり，第2図に示す $x,\ y$ 方向ともそのメッシュの刻みは常に一定ではない。

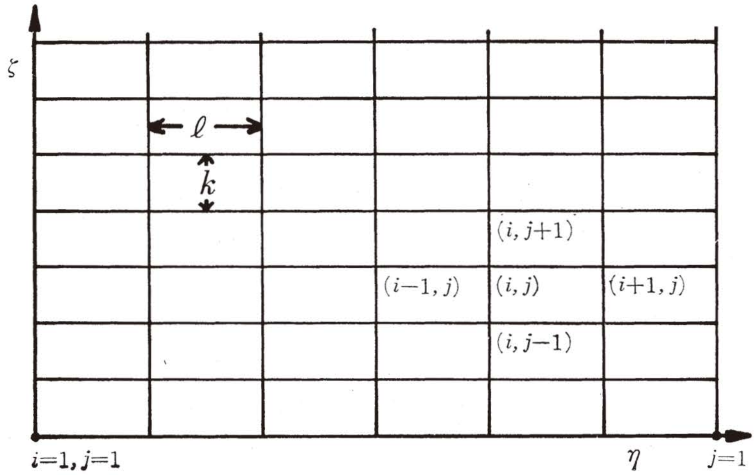
流れ関数は (18) 式あるいは (26) 式から計算されるが，後述のようにこれらの式を差分近似した後，加速リープマン法（あるいは S.O.R. 法）によって求められる。一方か度はか度輸送方程式である (17) 式や (25) 式により求められるが，これらの式もまた差分近似した後，交互方向陰解法（A.D.I. 法）を用いて計算できる[15]。以下 A.D.I. 法適用のための定式化を行なう。

1. 円 柱 座 標 系

① の領域に対しては次のように近似を行なう。



第2図 流れ場におけるハイブリッド格子系の概略



第3図　(η, ξ) 座標系における格子構造

(17) 式より

$$\frac{E_j^2}{\frac{1}{2}\Delta t}(\zeta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-\zeta_{i,j}^{n})+\frac{1}{4kl}(\psi_{i+1,j}^{n}-\psi_{i-1,j}^{n})(\zeta_{i,j+1}^{n}-\zeta_{i,j-1}^{n})$$

$$-\frac{1}{4kl}(\psi_{i,j+1}^{n}-\psi_{i,j-1}^{n})(\zeta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}-\zeta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}})$$

$$=\frac{1}{R}\left\{\frac{1}{l^2}(\zeta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}-2\zeta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}+\zeta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}})+\frac{1}{k^2}(\zeta_{i,j+1}^{n}-2\zeta_{i,j}^{n}+\zeta_{i,j-1}^{n})\right\} \tag{32}$$

$$\frac{E_j^2}{\frac{1}{2}\Delta t}(\zeta_{i,j}^{n+1}-\zeta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}})+\frac{1}{4kl}(\psi_{i+1,j}^{n}-\psi_{i-1,j}^{n})(\zeta_{i,j+1}^{u+1}-\zeta_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}})$$

$$-\frac{1}{4kl}(\psi_{i,j+1}^{n}-\psi_{i,j-1}^{n})(\zeta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}-\zeta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}})$$

$$=\frac{2}{R}\left\{\frac{1}{l^2}\zeta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}-2\zeta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}+\zeta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}})+\frac{1}{k^2}(\zeta_{i,j+1}^{n+1}-2\zeta_{i,j}^{n+1}+\zeta_{i,j-1}^{n+1})\right\} \tag{33}$$

(32) 式は次のように書き換えられる。

$$\left\{-\frac{2}{Rl^2}+\frac{1}{4kl}(\psi_{i,j+1}^{n}-\psi_{i,j-1}^{n})\right\}\zeta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}+\left(\frac{E_i^2}{\frac{1}{2}\Delta t}+\frac{4}{Rl^2}\right)\zeta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}$$

$$-\left\{\frac{2}{Rl^2}+\frac{1}{4kl}(\psi_{i,j+1}^{n}-\psi_{i,j-1}^{n})\right\}\zeta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}$$

$$=\frac{2}{Rk^2}(\zeta_{i,j+1}^{n}-2\zeta_{i,j}^{n}+\zeta_{i,j-1}^{n})-\frac{1}{4kl}(\psi_{i+1,j}^{n}-\psi_{i-1,j}^{n})(\zeta_{i,j+1}^{n}-\zeta_{i,j-1}^{n})+\frac{E_j^2}{\frac{1}{2}\Delta t}\zeta_{i,j}^{n} \tag{34}$$

同様に (33) 式は

$$-\left\{\frac{2}{Rk^2}+\frac{1}{4kl}(\psi_{i+1,j}^{n}-\psi_{i-1,j}^{n})\right\}\zeta_{i,j-1}^{n+1}+\left(\frac{E_j^2}{\frac{1}{2}\Delta t}+\frac{4}{Rk^2}\right)\zeta_{i,j}^{n+1}$$

$$+\left\{-\frac{2}{Rk^2}+\frac{1}{4kl}(\psi^n_{i+1,j}-\psi^n_{i-1,j})\right\}\zeta^{n+1}_{i,j+1}$$

$$=\frac{2}{Rl^2}(\zeta^{n+\frac{1}{2}}_{i+1,j}-2\zeta^{n+\frac{1}{2}}_{i,j}+\zeta^{n+\frac{1}{2}}_{i-1,j})-\frac{1}{4kl}(\psi^n_{i,j+1}-\psi^n_{i,j-1})(\zeta^{n+\frac{1}{2}}_{i+1,j}-\zeta^{n+\frac{1}{2}}_{i-1,j})+\frac{E^2_j}{\frac{1}{2}\Delta t}\zeta^{n+\frac{1}{2}}_{i,j} \tag{35}$$

また(18)式より

$$E^2_j\zeta^n_{i,j}=(\psi^n_{i+1,j}-2\psi^n_{i,j}+\psi^n_{i-1,j})/l^2+(\psi^n_{i,j+1}-2\psi^n_{i,j}+\psi^n_{i,j-1})/k^2 \tag{36}$$

(36)式を用いて加速リープマン法により次式を導入する。

$$\psi^{m+1}_{i,j}=(1-k_1)\psi^m_{i,j}+\frac{k_1}{2(1/l^2+1/k^2)}$$
$$\times\left\{\frac{1}{l^2}(\psi^m_{i+1,j}+\psi^{m+1}_{i-1,j})+\frac{1}{k^2}(\psi^m_{i,j+1}+\psi^{m+1}_{i,j-1})-E^2_j\zeta^{n+1}_{i,j}\right\} \tag{37}$$

ここで緩和係数 k_1 は次のようにして定める。

$$k_1=\frac{2}{1+\pi[(I^{-2}+J^{-2})/2]^{\frac{1}{2}}} \tag{38}$$

ただし I, J はそれぞれ ξ, η 方向のメッシュ数を表わす。

また n はタイム・ステップ数，m は計算の繰り返しの数を表わす。

② の領域に対しては次のように近似する。

(17)式より

$$\frac{E^2_j}{\frac{1}{2}\Delta t}(\zeta^{n+\frac{1}{2}}_{i,j}-\zeta^n_{i,j})+\frac{1}{2l}(\psi^n_{i+1,j}-\psi^n_{i-1,j})\frac{1}{\beta_j(1+\beta_j)k_j}\left\{\zeta^n_{i,j+1}-(1-\beta^2_j)\zeta^n_{i,j}-\beta^2_j\zeta^n_{i,j-1}\right\}$$
$$-\frac{1}{\beta_j(1+\beta_j)k_j}\left\{\psi^n_{i,j+1}-(1-\beta^2_j)\psi^n_{i,j}-\beta^2_j\psi^n_{i,j-1}\right\}\frac{1}{2l}(\zeta^{n+\frac{1}{2}}_{i+1,j}-\zeta^{n+\frac{1}{2}}_{i-1,j})$$
$$=\frac{2}{R}\left[\frac{1}{l^2}(\zeta^{n+\frac{1}{2}}_{i+1,j}-2\zeta^{n+\frac{1}{2}}_{i,j}+\zeta^{n+\frac{1}{2}}_{i-1,j})+\frac{2}{\beta_j(1+\beta_j)k^2_j}\left\{\zeta^n_{i,j+1}-(1+\beta_j)\zeta^n_{i,j}+\beta_j\zeta^n_{i,j-1}\right\}\right] \tag{39}$$

$$\frac{E^2_j}{\frac{1}{2}\Delta t}(\zeta^{n+1}_{i,j}-\zeta^{n+\frac{1}{2}}_{i,j})+\frac{1}{2l}(\psi^n_{i+1,j}-\psi^n_{i-1,j})\frac{1}{\beta_j(1+\beta_j)k_j}\left\{\zeta^{n+1}_{i,j+1}-(1-\beta^2_j)\zeta^{n+1}_{i,j}-\beta^2_j\zeta^{n+1}_{i,j-1}\right\}$$
$$-\frac{1}{\beta_j(1+\beta_j)k_j}\left\{\psi^n_{i,j+1}-(1-\beta^2_j)\psi^n_{i,j}-\beta^2_j\psi^n_{i,j-1}\right\}\frac{1}{2l}(\zeta^{n+\frac{1}{2}}_{i+1,j}-\zeta^{n+\frac{1}{2}}_{i-1,j})$$
$$=\frac{2}{R}\left[\frac{1}{l^2}(\zeta^{n+\frac{1}{2}}_{i+1,j}-2\zeta^{n+\frac{1}{2}}_{i,j}+\zeta^{n+\frac{1}{2}}_{i-1,j})+\frac{2}{\beta_j(1+\beta_j)k^2_j}\left\{\zeta^{n+1}_{i,j+1}-(1+\beta_j)\zeta^{n+1}_{i,j}+\beta_j\zeta^{n+1}_{i,j-1}\right\}\right] \tag{40}$$

(39)式を整理しなおせば

$$\left[-\frac{2}{Rl^2}+\frac{1}{\beta_j(1+\beta_j)k_j}\left\{\psi^n_{i,j+1}-(1-\beta^2_j)\psi^n_{i,j}-\beta^2_j\psi^n_{i,j-1}\right\}\right]\zeta^{n+\frac{1}{2}}_{i-1,j}+\left(\frac{E^2_j}{\frac{1}{2}\Delta t}+\frac{4}{Rl^2}\right)\zeta^{n+\frac{1}{2}}_{i,j}$$
$$-\left[\frac{2}{Rl^2}+\frac{1}{\beta_j(1+\beta_j)k_j}\left\{\psi^n_{i,j+1}-(1-\beta^2_j)\psi^n_{i,j}-\beta^2_j\psi^n_{i,j-1}\right\}\right]\zeta^{n+\frac{1}{2}}_{i+1,j}$$

$$= \frac{4}{R\beta_j(1+\beta_j)k_j^2}\left\{\zeta_{i,j+1}^n-(1+\beta_j)\zeta_{i,j}^n+\beta_j\zeta_{i,j-1}^n\right\}$$
$$-\frac{1}{2l\beta_j(1+\beta_j)k_j}(\psi_{i+1,j}^n-\psi_{i-1,j}^n)\left\{\zeta_{i,j+1}^n-(1-\beta_j^2)\zeta_{i,j}^n-\beta_j^2\zeta_{i,j-1}^n\right\}+\frac{E_j^2}{\frac{1}{2}\Delta t}\zeta_{i,j}^n \tag{41}$$

同様に(40)式を整理すれば

$$-\left[\frac{4}{R(1+\beta_j)k_j^2}+\frac{\beta_j}{2l(1+\beta_j)k_j}(\psi_{i+1,j}^n-\psi_{i-1,j}^n)\right]\zeta_{i,j-1}^{n+1}$$
$$+\left\{\frac{E_j^2}{\frac{1}{2}\Delta t}+\frac{4}{R\beta_jk_j^2}-\frac{1-\beta_j^2}{2l(1+\beta_j)\beta_jk_j^2}(\psi_{i+1,j}^n-\psi_{i-1,j}^n)\right\}\zeta_{i,j}^{n+1}$$
$$+\left\{\frac{4}{R\beta_j(1+\beta_j)k_j^2}+\frac{1}{2l(1+\beta_j)\beta_jk_j}(\psi_{i+1,j}^n-\psi_{i-1,j}^n)\right\}\zeta_{i,j+1}^{n+1}$$
$$=\frac{1}{Rl^2}(\zeta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}-2\zeta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}+\zeta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}})+\frac{1}{2l\beta_j(1+\beta_j)k_j}\left\{\psi_{i,j+1}^n-(1-\beta_j^2)\psi_{i,j}^n-\beta_j^2\psi_{i,j-1}^n\right\}$$
$$\times(\zeta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}-\zeta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}})+\frac{E_j^2}{\frac{1}{2}\Delta t}\zeta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} \tag{42}$$

(18)式より

$$E_j^2\zeta_{i,j}^n=(\psi_{i+1,j}^n-2\psi_{i,j}^n+\psi_{i-1,j}^n)/l^2+2\{\psi_{i,j+1}^n-(1+\beta_j)\psi_{i,j}^n+\beta_j\psi_{i,j-1}^n\}/\{\beta_j(1+\beta_j)k_j^2\} \tag{43}$$

(43)式を用いて加速リープマン法を導入すれば

$$\psi_{i,j}^{m+1}=(1-k_2)\psi_{i,j}^m+\frac{k^2}{2(1/l^2+1/\beta_jk_j^2)}$$
$$\times\left\{\frac{\psi_{i+1,j}^m+\psi_{i-1,j}^{m+1}}{l^2}+\frac{2}{\beta_j(1+\beta_j)k_j^2}(\psi_{i,j+1}^m+\beta_j\psi_{i,j-1}^{m+1})-E_j^2\zeta_{i,j}^{n+1}\right\} \tag{44}$$

ここで $\beta_j=k_j/k_{j-1}$, また k_2 は緩和係数，さらにメッシュ間隔が一定ではない時の差分法については後述の直交座標系の場合も含めて付録に示した。

2. 直交座標系

③の領域に対しては次のように近似する。この場合は2方向ともメッシュが一定の間隔とはならない（付録参照)。

(25)式より

$$\frac{\zeta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-\zeta_{i,j}^n}{\frac{1}{2}\Delta t}+\frac{1}{a_ib_j\alpha_i\beta_j(1+\alpha_i)(1+\beta_j)}\left[\left\{\psi_{i,j+1}^n-(1-\beta_j^2)\psi_{i,j}^n-\beta_j^2\psi_{i,j-1}^n\right\}\right.$$
$$\times\left\{\zeta_{i+1,j}^n-(1-\alpha_i^2)\zeta_{i,j}^n-\alpha_i^2\zeta_{i-1,j}^n\right\}-\left\{\psi_{i+1,j}^n-(1-\alpha_i^2)\psi_{i,j}^n-\alpha_i^2\psi_{i-1,j}^n\right\}$$
$$\left.\times\left\{\zeta_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}}-(1-\beta_i^2)\zeta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-\beta_j^2\zeta_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}\right\}\right]$$
$$=\frac{1}{R}\left[\frac{2}{\alpha_i(1+\alpha_i)a_i^2}\left\{\alpha_i\zeta_{i-1,j}^n-(1+\alpha_i)\zeta_{i,j}^n+\zeta_{i+1,j}^n\right\}+\frac{2}{\beta_j(1+\beta_j)k_j^2}\right.$$

$$\times\left\{\beta_j\zeta_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}-(1+\beta_j)\zeta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}+\zeta_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}}\right\}\Bigg] \tag{45}$$

$$\frac{\zeta_{i,j}^{n+1}-\zeta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}\Delta t}+\frac{1}{a_ib_j\alpha_i\beta_j(1+\alpha_i)(1+\beta_j)}\Bigg[\left\{\psi_{i,j+1}^{n}-(1-\beta_j^2)\psi_{i,j}^{n}-\beta_j^2\psi_{i,j-1}^{n}\right\}$$

$$\times\left\{\zeta_{i+1,j}^{n+1}-(1-\alpha_i^2)\zeta_{i,j}^{n+1}-\alpha_i^2\zeta_{i-1,j}^{n+1}\right\}-\left\{\psi_{i+1,j}^{n}-(1-\alpha_i^2)\psi_{i,j}^{n}-\alpha_i^2\psi_{i-1,j}^{n}\right\}$$

$$\times\left\{\zeta_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}}-(1-\beta_j^2)\zeta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-\beta_j^2\zeta_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}\right\}\Bigg]$$

$$=\frac{1}{R}\Bigg[\frac{2}{\alpha_i(1+\alpha_i)a_i^2}\left\{\alpha_i\zeta_{i-1,j}^{n+1}-(1+\alpha_i)\zeta_{i,j}^{n+1}+\zeta_{i+1,j}^{n+1}\right\}+\frac{2}{\beta_j(1+\beta_j)b_j^2}$$

$$\times\left\{\beta_j\zeta_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}-(1+\beta_j)\zeta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}+\zeta_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}}\right\}\Bigg] \tag{46}$$

(45) 式を次のように整理する。

$$\left[-\frac{2}{R(1+\beta_j)b_j^2}+\frac{1}{a_ib_j\alpha_i\beta_j(1+\alpha_i)(1+\beta_j)}\left\{\psi_{i+1,j}^{n}-(1-\alpha_i^2)\psi_{i,j}^{n}-\psi_{i-1,j}^{n}\right\}\right]\zeta_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}$$

$$+\left[\frac{1}{\frac{1}{2}\Delta t}+\frac{1-\beta_j^2}{a_ib_j\alpha_i\beta_j(1+\alpha_i)(1+\beta_j)}\left\{\psi_{i+1,j}^{n}-(1-\alpha_i^2)\psi_{i,j}^{n}-\psi_{i-1,j}^{n}\right\}+\frac{2}{Rb_j^2\beta_j^2}\right]\zeta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}$$

$$-\left[\frac{2}{R(1+\beta_j)b_j^2}+\frac{1}{a_ib_j\alpha_i\beta_j(1+\alpha_i)(1+\beta_j)}\left\{\psi_{i+1,j}^{n}-(1-\alpha_i^2)\psi_{i,j}^{n}-\psi_{i-1,j}^{n}\right\}\right]\zeta_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}}$$

$$=\frac{2}{Ra_i^2\alpha_i(1+\alpha_i)}\left\{\alpha_i\zeta_{i-1,j}^{n}-(1+\alpha_i)\zeta_{i,j}^{n}+\zeta_{i+1,j}^{n}\right\}-\frac{1}{a_ib_j\alpha_i\beta_j(1+\alpha_i)(1+\beta_j)}$$

$$\times\left\{\psi_{i,j+1}^{n}-(1-\beta_j^2)\psi_{i,j}^{n}-\psi_{i,j-1}^{n}\right\}\left\{\zeta_{i+1,j}^{n}-(1-\alpha_i^2)\zeta_{i,j}^{n}-\zeta_{i-1,j}^{n}\right\}+\frac{1}{\frac{1}{2}\Delta t}\zeta_{i,j}^{n} \tag{47}$$

同様に (46) 式より

$$-\left[\frac{2}{R(1+\alpha_i)a_i^2}+\frac{1}{a_ib_j\alpha_i\beta_j(1+\alpha_i)(1+\beta_j)}\left\{\psi_{i,j+1}^{n}-(1-\beta_j^2)\psi_{i,j}^{n}-\psi_{i,j-1}^{n}\right\}\right]\zeta_{i-1,j}^{n+1}$$

$$+\left[\frac{1}{\frac{1}{2}\Delta t}-\frac{1}{a_ib_j\alpha_i\beta_j(1+\alpha_i)(1+\beta_j)}\left\{\psi_{i,j+1}^{n}-(1-\beta_j^2)\psi_{i,j}^{n}-\psi_{i,j-1}^{n}\right\}+\frac{2}{Ra_i^2\alpha_i}\right]\zeta_{i,j}^{n+1}$$

$$+\left[-\frac{2}{R(1+\alpha_i)a_i^2}+\frac{1}{a_ib_j\alpha_i\beta_j(1+\alpha_i)(1+\beta_j)}\left\{\psi_{i,j+1}^{n}-(1-\beta_j^2)\psi_{i,j}^{n}-\psi_{i,j-1}^{n}\right\}\right]\zeta_{i+1,j}^{n+1}$$

$$=\frac{2}{Rb_j^2\beta_j(1+\beta_j)}\left\{\beta_j\zeta_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}-(1+\beta_j)\zeta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}+\zeta_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}}\right\}-\frac{1}{a_ib_j\alpha_i\beta_j(1+\alpha_i)(1+\beta_j)}$$

$$\times\left\{\psi_{i+1,j}^{n}-(1-\alpha_i^2)\psi_{i,j}^{n}-\psi_{i-1,j}^{n}\right\}\left\{\zeta_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}}-(1-\beta_j^2)\zeta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-\zeta_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}\right\}+\frac{1}{\frac{1}{2}\Delta t}\zeta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} \tag{48}$$

また (24) 式より

$$\frac{2}{\alpha_i(1+\alpha_i)a_i^2}\left\{\alpha_i\psi_{i-1,j}^{m+1}-(1+\alpha_i)\psi_{i,j}^{m+1}+\psi_{i+1,j}^{m}\right\}$$

$$+\frac{2}{\beta_j(1+\beta_j)b_j^2}\left\{\beta_j\psi_{i,j-1}^{m+1}-(1+\beta_j)\psi_{i,j}^{m+1}+\psi_{i,j+1}^{m}\right\}=\zeta_{i,j}^{n+1} \tag{49}$$

(49) 式を用い加速リープマン法を適用すれば

$$\psi_{i,j}^{m+1}=(1-k^3)\psi_{i,j}^{m}+\frac{k_3}{2\left(\dfrac{1}{\alpha_i a_i^2}+\dfrac{1}{\beta_j b_j^2}\right)}$$

$$\times\left\{\frac{2}{\alpha_i(1+\alpha_i)a_i^2}(\psi_{i+1,j}^{m}+\alpha_i\psi_{i-1,j}^{m+1})+\frac{2}{\beta_j(1+\beta_j)b_j^2}(\psi_{i,j+1}^{m}+\beta_j\psi_{i,j-1}^{m+1})+\zeta_{i,j}^{n+1}\right\} \tag{50}$$

ここで　$\alpha_i=a_i/a_{i-1},\quad \beta_j=b_j/b_{j-1}$

また k_3 は緩和係数，差分法については付録を参照。

3. 計算の手順

詳細な計算手順は次報で示すつもりなので，本報告では簡単に述べる。計算は次の①から⑦に概略的に示すことができる。

① 流れ関数の初期値を与える。これにはポテンシャル流れを想定する。またか（渦）度の初期値はすべての点でゼロ。

② 円柱表面で流れ関数ゼロ（ノン・スリップの条件）として (37) 式, (44) 式, (50) 式による加速リープマン法で流れ関数を計算する。

③ 円柱表面のか度を計算する。

④ ③の値を初期値として，タイム・ステップを１つ進めてすべての点のか度を交互方向陰解法により計算する。

⑤ ④で得られたか度を用いて再び (37) 式，(44) 式，(50) 式によってすべての点での流れ関数を計算する。

⑥ 以上③,④,⑤の手順を繰り返す。また適当なタイム・ステップのところで抗力の計算を行なう。

⑦ 計算の終了は定常解を得られるまで行なうのが普通である。たとえば次式の条件が満たされるようにする。

$$|(\psi_{i,j}^{n+1}-\psi_{i,j}^{n})/\psi_{i,j}^{n+1}|<\varepsilon \tag{51}$$

ε の値としては 10^{-4}～10^{-6} が適当と思われる。

4. 検　　討

詳しい議論は次報にまわし，ここでは極めて簡単にふれる。流れ関数の計算に用いるポアッソン型微分方程式である (18) 式, (26) 式に加速リープマン法を適用したテスト・ランにおいて収束性が悪くないことが確められた。k_1, k_2, k_3 で示した緩和係数の組み合わせでこの収束の程度が大きく左右される。したがってこれら緩和係数の適当な選択が計算時間短縮をはかるポイントとなる。か度の計算に用いた交互方向陰解法はタイム・ステップをどのように選んでも収束することが確められている。したがって精度の許される範囲内でタイムステップを大きくできる[15]。

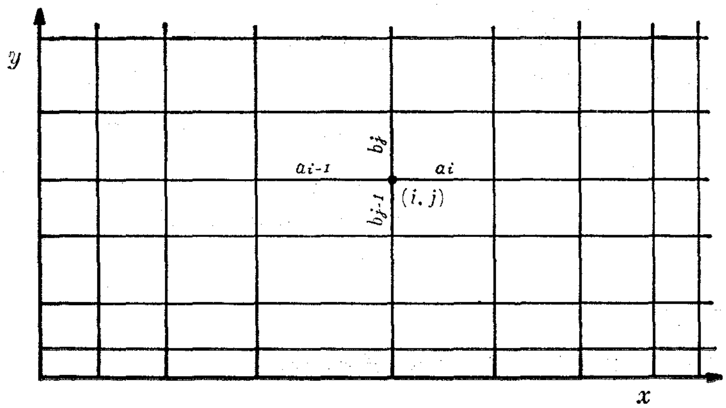
IV. 結　　言

以上非圧縮性・非定常円柱のまわりの流れの数値解法の大略を示した。この方法によって非常にせまい間隔に円柱が置かれた場合の取り扱かいが容易になると思われる。この分野の最大の難点は流れの場を記述するナービエ・ストークスの運動方程式の厳密解が知られていないため得られた数値解をどのように評価すべきかということであろう。実験によるいくつかの報告例もあるがこの目的のためには不充分である。大型計算機の発達とともに今後も多くの報告が行なわれると思われるが，得られた解の吟味をどのように行なうかがより重要となろう。

最後に本報告を終わるにあたり，本学の一場・奥田両教授はじめ本学機械工学科流体工学研究室の各氏のご協力により本報告がなされたことを附記し，心から謝意を表します。またテスト・ラン実行の際には松田悟君はじめ本学電算機室の方々ならびに北大大型計算機センターの各位のご協力を得ましたので合わせてお礼申し上げます。

付　　録

メッシュの間隔が一定ではない時の差分方程式の求め方は次のように行なう。まずメッシュ系を第A図で示されるものとする。



第A図　不等間隔格子構造

この図により次のように差分を求める。

$$\Delta x_i = x_i - x_{i-1} \tag{A-1}$$

$$\alpha_i \Delta x_i = x_{i+1} - x_i \tag{A-2}$$

$$\Delta y_j = y_j - y_{j-1} \tag{A-3}$$

$$\beta_j \Delta y_j = y_{j+1} - y_j \tag{A-4}$$

ここで　$\alpha_i = a_i / a_{i-1}$,　$\beta_j = b_j / b_{j-1}$

今関数 $f(x, y)$ を導入し，これにA図で示されるメッシュ系を与え，その (i, j) 番目の点でそれぞれ前進・後退差分をとる。

$$f(x_{i+1}, y_j) = f(x_{i,j}) + \alpha_i \Delta x_i f_x(x_i, y_j) + (\alpha_i^2 \Delta x_i^2/2) f_{xx}(x_i, y_j) \tag{A-5}$$

$$f(x_{i-1}, y_j) = f(x_{i,j}) - \Delta x_i f_x(x_i, y_j) + (\Delta x_i^2/2) f_{xx}(x_i, y_j) \tag{A-6}$$

$$f(x_i, y_{j+1}) = f(x_{i,j}) + \beta_j \Delta y_j f_y(x_i, y_j) + (\beta_j^2 \Delta y_j^2/2) f_{yy}(x_i, y_j) \tag{A-7}$$

$$f(x_i, y_{j-1}) = f(x_{i,j}) - \Delta y_j f_y(x_i, y_j) + (\Delta y_j^2/2) f_{yy}(x_i, y_j) \tag{A-8}$$

以下 $f(x_i, y_j)$ を $f_{i,j}$ と書く。(A-5) 式，(A-6) 式より $(\partial f/\partial x)_{i,j}$ を求めれば

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{1}{\alpha_i(1+\alpha_i)\Delta x_i}\left\{f_{i+1,j} - (1-\alpha_i^2) f_{i,j} - \alpha_i^2 f_{i-1,j}\right\} \tag{A-9}$$

(A-5) 式，(A-6) 式より $(\partial^2 f/\partial x^2)_{i,j}$ を求めれば

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{2}{\alpha_i(1+\alpha_i)\Delta x_i^2}\left\{\alpha_i f_{i-1,j} - (1+\alpha_i) f_{i,j} + f_{i+1,j}\right\} \tag{A-10}$$

同様に (A-7) 式，(A-8) 式より $(\partial f/\partial y)_{i,j}$, $(\partial^2 f/\partial y^2)_{i,j}$ を求めれば

$$\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{1}{\beta_j(1+\beta_j)\Delta y_j}\left\{f_{i,j+1} - (1-\beta_j^2) f_{i,j} - \beta_j^2 f_{i,j-1}\right\} \tag{A-11}$$

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right)_{i,j} = \frac{2}{\beta_j(1+\beta_j)\Delta y_j^2}\left\{\beta_j f_{i,j-1} - (1+\beta_j) f_{i,j} + f_{i,j+1}\right\} \tag{A-12}$$

(昭和 49 年 5 月 20 日受理)

文 献

1) 数理解析研究所講究録, No. 139, 京大数理解析研究所, 1972 年 4 月.
2) 数理解析研究所講究録, No. 24, 京大数理解析研究所, 1967 年 5 月.
3) Journal of the Physical Society of Japan Vol. 8, No. 6, Nov.-Dec. (1953), 82.
4) Journal of Fluid Mechanics Vol. 21, Part 4 (1965), 737.
5) The Physics of Fluids Vol. 12, No. 1 (1969), 11.
6) Journal of Fluid Mechanics Vol. 37, Part 1 (1969), 95.
7) Journal of Fluid Mechanics Vol. 42, Part 3 (1970), 471.
8) Journal of the Physical Society of Japan Vol. 21, No. 10, Oct. (1966), 93.
9) The Physics of Fluids Supplement II (1969), II-76.
10) The Physics of Fluids Supplement II (1969). II-57.
11) The Physics of Fluids Supplement II (1969). II-51.
12) Journal of Fluids Mechanics Vol. 35, Part 2 (1969), 369.
13) Journal of Fluids Mechanics Vol. 60, Part 1 (1973), 105.
14) Technical Report 66-14 (1966), University of Notredame.
15) たとえば，電算機による偏微分方程式の解法, G. D. スミス著，藤川洋一郎訳，サイエンス社 (昭 47).

交走式旅客索道運転動力について

岩津　功

On the Driving Power for Reversible Passenger Ropeways

Isao Iwatsu

Abstract

This note deals with the subject as a function of the inclined distance from tower along each span.

The formulas for determining the driving power are related to following factors, i.e., sags of rail ropes at the points of both ascending carriage and descending one, inclinations of the carriages, difference between tensions in hauling rope on taut side and slack side, velocity of hauling rope.

1. 緒　言

交走式旅客索道において，山頂原動，山麓緊張方式として，搬器（実車，空車）が，線路上各位置に在るときの運転動力を，各径間毎に，各支柱よりの斜距離の関数として求めることを目的とする。

上下搬器の位置における弛度，傾斜角を求め，巻込，繰出側の曳索張力を導き，これと各位置における曳索速度とから運転動力を算定するものである。

2. 搬器の傾斜角：θ

l_m：第 m 径間における水平距離 (m),

$\bar{l}_m$：　〃　斜距離 (m),

h_m：　〃　索条の高低差 (m),

x：径間における支柱より任意の点までの水平距離 (m),

$\bar{x}$：　〃　斜距離 (m),

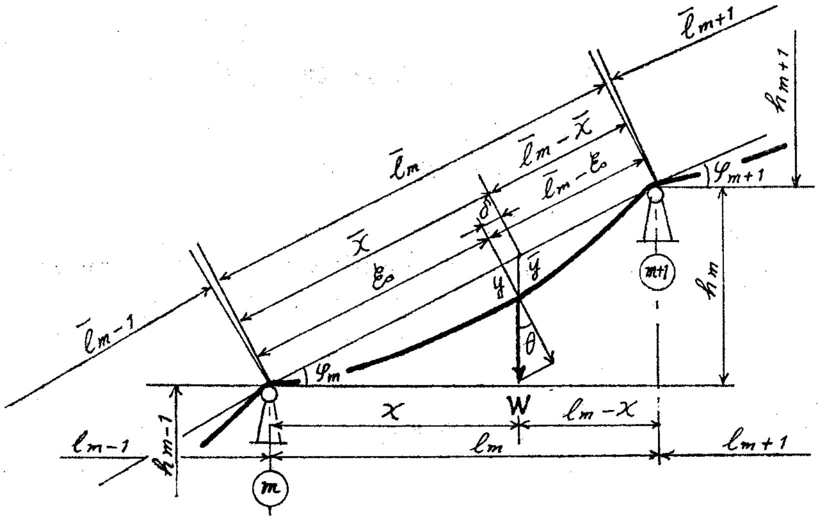
ξ：　〃　〃 (m),

$\bar{x}-\xi=\delta$

y：x 点における見通線に垂直な弛度 (m),

$\bar{y}$：x 点における弛度 (m),

φ_m：第 m 径間における勾配角,



図—1　搬器の位置 (上り側)

W: 搬器の重量 (乗客および風圧荷重を含む) (kg),

これらの関係を (図-1) に示す。以下，索条につき，添字 1, 2, 3 はそれぞれ，支索，曳索，平衡索を表わすものとする。

$S_{i\bar{x}}$: 搬器が $\bar{x}$ 点に在るときの索条張力 (kg),

w_i: 索条単位重量 (風圧荷重を含む) (kg/m),

G_i: 索条緊張重錘重量 (kg),

n_i: 索条本数,

なお，以上の記号は，上り側に関するものを示す。下り側については，各記号にそれぞれ (′) を付けるものとする (以下の記号についても同じ扱いとする)。

さて，山頂側最終径間を第 k 径間とすれば，$\bar{x}$ と $\bar{x}'$ の関係は次のようになる。

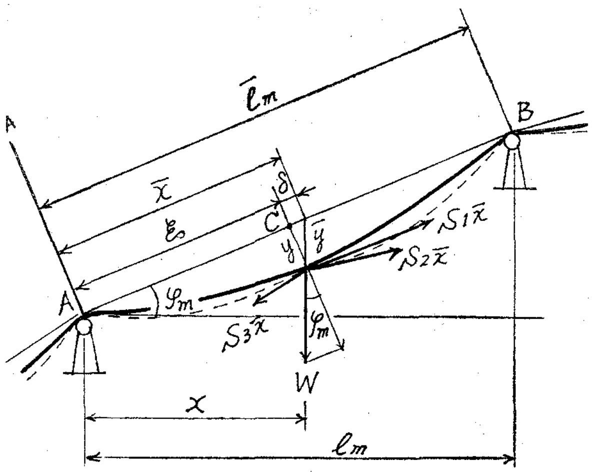
$$\sum_{j=0}^{m-1}\bar{l}_j+\bar{x}=\sum_{j=m'}^{k}\bar{l}_j-\bar{x}'$$

$$\left.\begin{aligned}\therefore\quad \bar{x}'&=\sum_{j=m'}^{k}\bar{l}_j-\sum_{j=0}^{m-1}\bar{l}_j-\bar{x}\geqq 0\\ \bar{x}'&\leqq \bar{l}_{m'},\qquad \bar{x}\leqq\bar{l}_m\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

いま，搬器の走行輪と支索の接触点と，曳索 (または平衡索) の搬器取付点とは，鉛直方向に近接しているので同一点とみなす。(図-2) において，支柱 A 点における見通線に垂直な反力を V_A とする。B 点，C 点の周りのモーメントの平衡からそれぞれ得られる結果につき，V_A を消去し，かつ，θ の平均値として φ_m をとり，

$$S_{2\bar{x}}-W\sin\varphi_m=S_{3\bar{x}},\qquad n_2=n_3$$

の関係を入れて整理する[1]。さらに，δ を無視して $\xi\to\bar{x}$ とし，一般化すれば，弛度 y (m) は次



図—2 弛度の計算

式で表わされる。

$$y=\frac{\bar{x}(\bar{l}_m-\bar{x})\left\{W+\frac{\bar{l}_m}{2}\sum_{i=1}^{2}n_i w_i-n_2\frac{\bar{x}}{2}(w_2-w_3)\right\}\cos\varphi_m}{(S_{1\bar{x}}+S_{3\bar{x}})\bar{l}_m+W\sin\varphi_m\cdot\bar{x}}$$

いま

$$\frac{\cos\varphi_m}{(S_{1\bar{x}}+S_{3\bar{x}})\bar{l}_m+W\sin\varphi_m\cdot\bar{x}}=K(\bar{x})_m$$

とおけば

$$y=\bar{x}(\bar{l}_m-\bar{x})\left\{W+\frac{\bar{l}_m}{2}\sum_{i=1}^{2}n_i w_i-n_2\frac{\bar{x}}{2}(w_2-w_3)\right\}K(\bar{x})_m \tag{2}$$

しかるに

$$S_{1\bar{x}}=n_1\left\{G_1+w_1\left(\sum_{j=0}^{m-1}h_j+\bar{x}\sin\varphi_m\right)\pm\left(R\rho+\mu\sum_{j=0}^{m-1}S_{1j}\cdot\theta_j\right)\right\}$$

ここに　R: 支索緊張重錘車または受ローラに対するラジアル荷重 (kg)

ρ: 〃　重錘車または受ローラの抵抗係数

μ: 支索とシュー間の摩擦係数

S_{1j}: 各支柱における支索張力 (kg)

$$S_{1j}=G_1+w_1\sum_{j=0}^{m-1}h_j$$

θ_j: 各支柱における支索負荷折角 (rad)

なお，複号は　$\bar{x}\leqq\bar{l}_m/2$ において　$+$
$\bar{l}_m/2<\bar{x}\leqq\bar{l}_m$ において　$-$　をとる。

$$S_{3\bar{x}}=n_3\left[\frac{G_3}{2}+w_3\left\{\left(\sum_{j=0}^{m-1}h_j+\bar{x}\sin\varphi_m\right)\pm\left(\sum_{j=0}^{m-1}l_j+\bar{x}\cos\varphi_m\right)\rho_1\right\}\right]$$

ここに　ρ_1: 平衡索走行抵抗係数

なお，複号以下の部分は，G_3 に比し無視できるから，$S_{1\bar{x}}+S_{3\bar{x}}$ の計算においては，省略して差支ない。したがって

$$(S_{1\bar{x}}+S_{3\bar{x}})\bar{l}_m+W\sin\varphi_m\cdot\bar{x}=\left\{n_1G_1+n_3\frac{G_3}{2}+\sum_{i=1,3}n_iw_i\sum_{j=0}^{m-1}h_j\right.$$
$$\left.\pm\left(R\rho+\mu\sum_{j=0}^{m-1}S_{1j}\cdot\theta_j\right)\right\}\bar{l}_m+(\bar{l}_m\sum_{i=1,3}n_iw_i+W)\sin\varphi_m\cdot\bar{x}$$

$$\therefore\ \frac{dy}{d\bar{x}}=\left\{(\bar{l}_m-2\bar{x})\left(W+\frac{\bar{l}_m}{2}\sum_{i=1}^{2}n_iw_i\right)-n_2\frac{\bar{x}}{2}(2\bar{l}_m-3\bar{x})(w_2-w_3)-y\right.$$
$$\left.\times(\bar{l}_m\sum_{i=1,3}n_iw_i+W)\tan\varphi_m\right\}K(\bar{x})_m \tag{3}$$

しかして

$$\theta=\varphi_m-\tan^{-1}dy/d\bar{x} \tag{4}$$

以上，(1)～(4) の各式は，何れも $\bar{x}$(上り側) に関するものであるが，同様に $\bar{x}'$(下り側) に関して次の各式が得られる。すなわち

$$y'=\bar{x}'(\bar{l}_{m'}-\bar{x}')\left\{W'+\frac{\bar{l}_{m'}}{2}\sum_{i=1}^{2}n_iw_i-n_2\frac{\bar{x}'}{2}(w_2-w_3)\right\}K(\bar{x}')_{m'} \tag{2$'$}$$

ただし

$$K(\bar{x}')_{m'}=\frac{\cos\varphi_{m'}}{(S_{1\bar{x}'}+S_{3\bar{x}'})\bar{l}_{m'}+W'\sin\varphi_{m'}\cdot\bar{x}'}$$

ここに

$$(S_{1\bar{x}'}+S_{3\bar{x}'})\bar{l}_{m'}+W'\sin\varphi_{m'}\cdot\bar{x}'=\left\{n_1G_1+n_3\frac{G_3}{2}+\sum_{i=1,3}n_iw_i\sum_{j=0}^{m'-1}h_j\right.$$
$$\left.\pm\left(R\rho+\mu\sum_{j=0}^{m'-1}S_{1j}\cdot\theta_j\right)\right\}\bar{l}_{m'}+(\bar{l}_{m'}\sum_{i=1,3}n_iw_i+W')\sin\varphi_{m'}\cdot\bar{x}'$$

$$\therefore\ \frac{dy'}{d\bar{x}}=-\frac{dy'}{d\bar{x}'}=-\left\{(\bar{l}_{m'}-2\bar{x}')\left(W'+\frac{\bar{l}_{m'}}{2}\sum_{i=1}^{2}n_iw_i\right)-n_2\frac{\bar{x}'}{2}\right.$$
$$\left.\times(2\bar{l}_{m'}-3\bar{x}')(w_2-w_3)-y'\left(\bar{l}_{m'}\sum_{i=1,3}n_iw_i+W'\right)\tan\varphi_{m'}\right\}K(\bar{x}')_{m'} \tag{3$'$}$$

$$\theta'=\varphi_{m'}-\tan^{-1}dy'/d\bar{x}'=\varphi_{m'}+\tan^{-1}dy'/d\bar{x} \tag{4$'$}$$

3. 索条張力

T_1: 原動車巻込側曳索張力 (kg)

T_2: 〃 繰出側 〃 (kg)

T_3: 緊張車繰出側平衡索張力 (kg)

T_4: 〃 巻込側 〃 (kg)

ρ_2: 搬器走行抵抗係数

r: 停留場索条誘導装置抵抗係数[2)]

$$T_3=\frac{G_3}{2}(1+r),\qquad T_4=\frac{G_3}{2}(1-r)$$

$$\begin{aligned}T_1=\Bigg[&n_3T_3+n_3w_3\left\{\sum_{j=0}^{m-1}h_j+\bar{x}\sin\varphi_m+\left(\sum_{j=0}^{m-1}l_j+\bar{x}\cos\varphi_m\right)\rho_1\right\}+W\\&\times(\sin\theta+\rho_2\cos\theta)+n_2w_2\Bigg[\sum_{j=m+1}^{k}h_j+(\bar{l}_m-\bar{x})\sin\varphi_m\\&+\left\{\sum_{j=m+1}^{k}l_j+(\bar{l}_m-\bar{x})\cos\varphi_m\right\}\rho_1\Bigg]\Bigg](1+r)\end{aligned}\tag{5}$$

$$\begin{aligned}T_2=\Bigg[&n_3T_4+n_3w_3\left\{\sum_{j=0}^{m'-1}h_j+\bar{x}'\sin\varphi_{m'}-\left(\sum_{j=0}^{m'-1}l_j+\bar{x}'\cos\varphi_{m'}\right)\rho_1\right\}+W'\\&\times(\sin\theta'-\rho_2\cos\theta')+n_2w_2\Bigg[\sum_{j=m'+1}^{k}h_j+(\bar{l}_{m'}-\bar{x}')\sin\varphi_{m'}\\&-\left\{\sum_{j=m'+1}^{k}l_j+(\bar{l}_{m'}-\bar{x}')\cos\varphi_{m'}\right\}\rho_1\Bigg]\Bigg](1-r)\end{aligned}\tag{6}$$

4. 運転動力: N(kW)

v: 曳索速度 (m/sec)
η: 機械効率
とすれば

$$N=0.0098(T_1-T_2)v/\eta\tag{7}$$

したがって，v, η を定めれば，(5), (6), (7) 式を用いて，所要動力が求まる。
なお，v, η が一定の区間においては

$$N=\kappa(T_1-T_2)\qquad\text{ここに}\quad\kappa=0.0098\,v/\eta=\text{const}$$

$$\begin{aligned}\therefore\quad\frac{dN}{d\bar{x}}&=\frac{\kappa d(T_1-T_2)}{d\bar{x}}\\&=\kappa\Bigg[n_3w_3\Big\{(\sin\varphi_m+\rho_1\cos\varphi_m)(1+r)+(\sin\varphi_{m'}-\rho_1\cos\varphi_{m'})(1-r)\Big\}\\&\quad+W(\cos\theta-\rho_2\sin\theta)\frac{d\theta}{d\bar{x}}(1+r)-W'(\cos\theta'+\rho_2\sin\theta')\frac{d\theta'}{d\bar{x}}\\&\quad\times(1-r)-n_2w_2\Big\{(\sin\varphi_m+\rho_1\cos\varphi_m)(1+r)+(\sin\varphi_{m'}-\rho_1\\&\quad\times\cos\varphi_{m'})(1-r)\Big\}\Bigg]\end{aligned}\tag{8}$$

$$\begin{aligned}\frac{d^2N}{d\bar{x}^2}&=\frac{\kappa d^2(T_1-T_2)}{d\bar{x}^2}\\&=\kappa\Bigg[W\left\{(-\sin\theta-\rho_2\cos\theta)\left(\frac{d\theta}{d\bar{x}}\right)^2+(\cos\theta-\rho_2\sin\theta)\frac{d^2\theta}{d\bar{x}^2}\right\}\\&\quad\times(1+r)-W'\left\{(-\sin\theta'+\rho_2\cos\theta')\left(\frac{d\theta'}{d\bar{x}}\right)^2+(\cos\theta'+\rho_2\sin\theta')\right.\\&\quad\left.\times\frac{d^2\theta'}{d\bar{x}^2}\right\}(1-r)\Bigg]\end{aligned}\tag{9}$$

ここに

$$\frac{d\theta}{d\bar{x}} = -\left\{1+\left(\frac{dy}{d\bar{x}}\right)^2\right\}^{-1}\cdot\frac{d^2y}{d\bar{x}^2}$$

$$\frac{d\theta'}{d\bar{x}} = \left\{1+\left(\frac{dy'}{d\bar{x}}\right)^2\right\}^{-1}\cdot\frac{d^2y'}{d\bar{x}^2}$$

$$\frac{d^2\theta}{d\bar{x}^2} = -\left\{1+\left(\frac{dy}{d\bar{x}}\right)^2\right\}^{-1}\left(2\frac{d\theta}{d\bar{x}}\cdot\frac{dy}{d\bar{x}}\cdot\frac{d^2y}{d\bar{x}^2}+\frac{d^3y}{d\bar{x}^3}\right)$$

$$\frac{d^2\theta'}{d\bar{x}^2} = \left\{1+\left(\frac{dy'}{d\bar{x}}\right)^2\right\}^{-1}\left(2\frac{d\theta'}{d\bar{x}}\cdot\frac{dy'}{d\bar{x}}\cdot\frac{d^2y'}{d\bar{x}^2}+\frac{d^3y'}{d\bar{x}^3}\right)$$

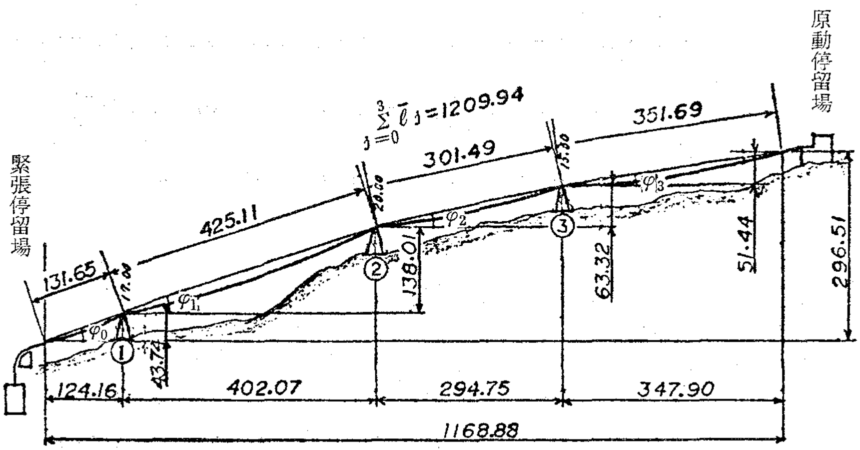
$$\frac{d^2y}{d\bar{x}^2} = \left\{-2W-\bar{l}_m(n_1w_1+2n_2w_2-n_3w_3)+3n_2(w_2-w_3)\bar{x}-2\frac{dy}{d\bar{x}}\right.$$
$$\left.\times\left(\bar{l}_m\sum_{i=1,3}n_iw_i+W\right)\tan\varphi_m\right\}K(\bar{x})_m$$

$$\frac{d^2y'}{d\bar{x}^2} = \left\{-2W'-\bar{l}_{m'}(n_1w_1+2n_2w_2-n_3w_3)+3n_2(w_2-w_3)\bar{x}'-2\frac{dy'}{d\bar{x}}\right.$$
$$\left.\times\left(\bar{l}_{m'}\sum_{i=1,3}n_iw_i+W'\right)\tan\varphi_{m'}\right\}K(\bar{x}')_{m'}$$

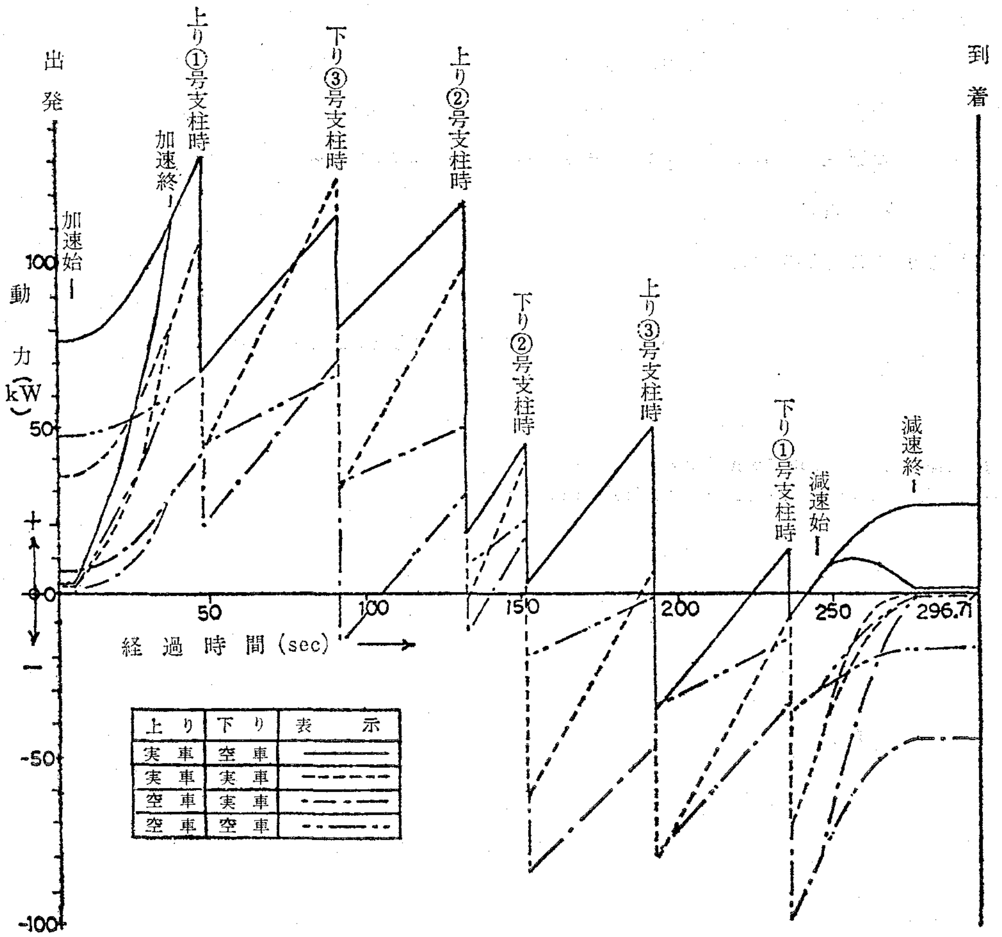
$$\frac{d^3y}{d\bar{x}^3} = 3\left\{n_2(w_2-w_3)-\frac{d^2y}{d\bar{x}^2}\left(\bar{l}_m\sum_{i=1,3}n_iw_i+W\right)\tan\varphi_m\right\}K(\bar{x})_m$$

$$\frac{d^3y'}{d\bar{x}^3} = -3\left\{n_2(w_2-w_3)-\frac{d^2y'}{d\bar{x}^2}\left(\bar{l}_{m'}\sum_{i=1,3}n_iw_i+W'\right)\tan\varphi_{m'}\right\}K(\bar{x}')_{m'}$$

一例として，(図-3) に示す索道について，3 線交走式，支索 46 mm，曳索 22 mm，平衡索 18 mm，搬器自重 2000 kg，定員 41 人，速度 5 m/sec として計算した結果を (図-4) に示す。ただし，動力値は，$\bar{x}_m$ について求めた後，$\bar{x}_m \to t_{\rm sec}$ に置換したものである。



図—3　線路縦断面図



図―4　搬器各点通過時における所要動力

5. 結　　言

以上，斜径上の動力計算をまとめると次のようになる。

i. 線路，支柱，索条，緊張重錘等の諸条件を設定する。

ii. 各径間毎に，上り側 $\bar{x}$ に対応する下り側 $\bar{x}'$ を求める。

$$\bar{x}' = F_0(\bar{x})$$

iii. 上り側　　　　　　　　　　　　下り側

$$\begin{cases} K(\bar{x})_m = F_1(\bar{x}) \\ y_m = F_2\{\bar{x}, K(\bar{x})_m\} \\ \boldsymbol{d}y_m/\boldsymbol{d}\bar{x} = F_3\{\bar{x}, y_m, K(\bar{x})_m\} \\ \theta_m = F_4(\boldsymbol{d}y_m/\boldsymbol{d}\bar{x}) \\ T_{1m} = F_5(\bar{x}, \theta_m) \end{cases} \qquad \begin{cases} K(\bar{x}')_{m'} = F_1'(\bar{x}') \\ y_{m'} = F_2'\{\bar{x}', K(\bar{x}')_{m'}\} \\ \boldsymbol{d}y_{m'}/\boldsymbol{d}\bar{x} = F_3'\{\bar{x}', y_{m'}, K(\bar{x}')_{m'}\} \\ \theta_{m'} = F_4'(\boldsymbol{d}y_{m'}/\boldsymbol{d}\bar{x}) \\ T_{2m'} = F_5'(\bar{x}', \theta_{m'}) \end{cases}$$

vi. $N=F_6(T_{1m}, T_{2m'}, v, \eta)$

結局 $N=F_7(\bar{x})$ として求まる。この結果は，定常運転における値である。

v. 斜径上，各点における動力変化は，$\boldsymbol{d}N/\boldsymbol{d}\bar{x}$, $\boldsymbol{d}^2N/\boldsymbol{d}\bar{x}^2$ により計算される。

iv. 運転速度計画により，$\bar{x}\rightarrow t$(経過時間 sec) に置換すれば

$$N=F_8(t)$$

として表わすことができる。

(昭和49年5月20日受理)

(1973年10月　日本機械学会北海道支部講演会発表)

文　献

1) 岩津　功： 北海道索道協会研報, 2 (1974, 5).
2) E. C. Hind： Wire Indust., **31** (367), 694 (1964).

凝固を伴う円管内乱流熱伝達

戸倉郁夫*・関　信弘**・福迫尚一郎**

Turbulent Heat Transfer in a Tube with Solidification Layer on the Wall

Ikuo Tokura, Nobuhiro Seki and Shoichro Fukusako

Abstract

The solidification of fluids flowing through a tube is one of the most important problem for preventing accidents in a piping system caused by freezing.

In this report, an attempt was made to analyze the heat transfer of fully developed turbulent flow in a tube with solidifying layer on the wall by applying the method which was proposed by Zerkle and Sunderland[2] for Iaminar flow in a tube.

By using the previously proposed velocity profiles, the heat transfer rate was calculated for steady state when growth of solidefying layer was stopped. A comparison between the results of numerical calculation and the experimetal dsta for the case of flowing water showed that they were in satisfactory agreement for the heat transfer rate and the solidifying layer profiles.

1. 緒　言

凝固または凍結現象は自然界では氷の形成や溶岩流の凝固などにみられ，工業的には金属の鋳造，食品の冷凍および凍結を利用した混合物の分離など多くの方面に利用されている。この現象はこのように好ましい工業的応用面をもつ反面，液体の凝固時の体積変化により液体輸送管や水道管の破壊を起こすなど多くの事故の原因ともなっている。それゆえ，これらの現象の理論的解明が工業上重要な問題となっているが，この目的の第一歩として，まず管内凝固の熱伝達に関する挙動を詳細に探求する必要があろう。

これまでにも円管内を流れる流体の凝固問題は Hirschberg[1], Zerkle と Sunderland[2] および Özisik と Mulligan[3] らによって解析され，その結果が報告されているが，それらはいずれも管内の流れが層流である場合について行なわれたものである。

しかし，実際の管内の流れは乱流であることが多いと考えられるゆえ，筆者らは Zerkle らの用いた方法を，流れが十分に発達した乱流である場合に拡張することを試みた。管内の流れが乱流である場合には，乱流そのものの挙動がいまだ十分に解明されていないのでその理論

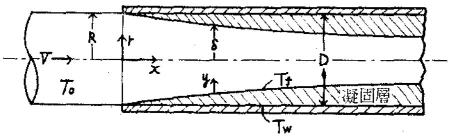
*　室蘭工業大学産業機械科

**　北海道大学工学部機械工学第二学科

的な解析は困難である。それゆえ，本研究ではまず従来より提案されている管内乱流速度分布を使用することにより，管内凝固が定常的であるときの熱伝達について述べるとともに，水を用いて行なった実験結果と比較検討した。

2. 理論的考察

流体は冷却部入口断面で完全に発達した速度分布および一様温度を有し，管軸方向にわたってもその速度分布が相似的に維持されるものと仮定する。この断面より下流では流体はステップ状の一様温度に保たれた管壁によって冷却され凝固層が管壁に形成されるものとする (図-1)。ここで凝固層の生長が完了し，凝固面の時間的移動がない定常状態について考える。



図—1　座標系

基礎方程式は連続の方程式およびエネルギー方程式で，これらは軸方向の熱伝導，粘性による発熱，ふく射および自然対流等を無視して境界層近似を行ない，境界条件とともに円筒座標で表わすとつぎのようになる。

$$\frac{\partial}{\partial x}(r\cdot u)+\frac{\partial}{\partial r}(r\cdot v)=0 \quad \text{および} \quad 2\int_0^\delta u\cdot r\cdot dr=R^2V \tag{1}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial r}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\frac{\nu}{P_r}+\varepsilon_H\right)\frac{\partial T}{\partial r}\right] \tag{2}$$

$$\left.\begin{aligned} &x=0,\ 0<r<R:\ T=T_0 \\ &x\geqq 0,\ r=0:\ \partial T/\partial r=0 \quad \text{および} \quad r=\delta:\ T=T_f \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

ここで無次元量

$$x^*=\frac{x}{D},\quad r^*=\frac{r}{R},\quad \delta^*=\frac{\delta}{R},\quad \theta=\frac{T-T_f}{T_0-T_f},\quad g(r^*)=\frac{1}{P_r}+\frac{\varepsilon_H}{\nu}$$

を導入し，さらに $\eta=r^*/\delta^*$ なる変数を使用し $\theta(x^*, r^*)$ を $\theta(x^*, \eta)$ へ変換すると，(2) 式はつぎのようになる。

$$\frac{u}{D}\frac{\partial\theta}{\partial x^*}+\frac{1}{R\delta^*}\left[v-\frac{u\cdot\eta}{2}\frac{d\delta^*}{dx^*}\right]\frac{\partial\theta}{\partial\eta}=\frac{\nu}{R^2\delta^{*2}\eta}\cdot\frac{\partial}{\partial\eta}\left[\eta g(\eta)\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\right] \tag{4}$$

θ を，パラメータ $\xi=d\delta^*/dx^*$ を用いて摂動展開し，(4) 式に代入すれば ξ の零次に関する偏微分方程式およびその境界条件はつぎのようになる。

$$f(\eta)\frac{\partial\theta^{(0)}}{\partial x^*}=\frac{\partial}{\partial\eta}\left[\eta\cdot g(\eta)\frac{\partial\theta^{(0)}}{\partial\eta}\right] \tag{5}$$

$$\left.\begin{aligned} &x^*=0,\ 0<\eta<1:\ \theta^{(0)}=1 \\ &x^*\geqq 0,\ \eta=0:\ \partial\theta^{(0)}/\partial\theta=0 \quad \text{および} \quad \eta=1:\ \theta^{(0)}=0 \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

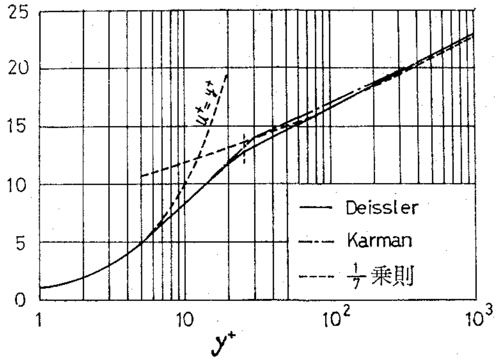
(5) 式は ξ に関する一次以上の項を無視して得られたものであるから，凝固層厚さの軸方向に関する変化が小さい場合に対する (4) 式の近似式とみることができる。

速度分布として，層流底層内においてもうず動粘性係数の影響を考慮している Deissler[4] の速度分布を用いると，係数 $f(\eta)$ および $g(\eta)$ はそれぞれつぎのようになる。

$$f(\eta) = 0.049718\, Re_D^{7/8}\cdot u^+\cdot\eta, \qquad 0<\eta<1 \tag{7}$$

$$\left.\begin{aligned} g(\eta) &= \frac{1}{P_r}+A\cdot u^+\cdot(1-\eta)\cdot\left[1-\exp\left\{-A\cdot u^+\cdot(1-\eta)\right\}\right], && \eta_L<\eta \\ &= \frac{1}{P_r}+0.0358\, Re_D^{7/8}\cdot\eta\cdot(1-\eta)-1, && \eta<\eta_L \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

ここで $A=1.529\times10^{-3}\cdot Re_D^{7/8}$, $Re_D=DV/\nu$ であり，凝固面での剪断応力にはなめらかな円管に対する Blasius の実験式[5]を用い，$\varepsilon_H=\varepsilon_M$, $\delta^{*7/8}\fallingdotseq 1$ と近似してある。なお $\eta_L<\eta$ および $\eta<\eta_L$ はそれぞれ $y^+<26$ および $26<y^+$ に対応する領域を表わす。図-2 に Deissler の速度分布を示す。また同図には比較のため，1/7 乗則速度分布および Kármán の速度分布も示してある。



図—2 速度分布

(5) 式は変数分離によって解くことができその結果を無次元熱伝達量 q^* について示せばつぎのようになる[6]。

$$q^* = \frac{q}{\pi R^2 V\cdot\rho C_p(T_0-T_f)} = \frac{1}{P_r}\sum_{i=1}^{\infty}\left[-\frac{N_i}{\lambda_i^2}\left(\frac{d\phi_i}{d\eta}\right)_{\eta=1}\right]\cdot \left(1-\exp\left[-\frac{8\lambda_i^2}{Re_D}\cdot x^*\right]\right) \tag{9}$$

ここで

$$q = 2\pi\int_0^x\left[-k_l\cdot\delta\cdot\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=\delta}\right]dx \tag{10}$$

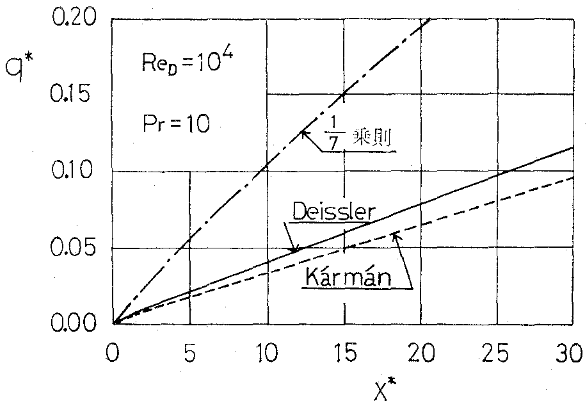
表—1 固有値および係数 ($P_r=10$, $Re_D=10^4$ の場合)

i	λ_i^2	N_i	$-\frac{N_i}{\lambda_i^2}\left(\frac{d\phi_i}{d\eta}\right)_{\eta=1}$	i	λ_i^2	N_i	$-\frac{N_i}{\lambda_i^2}\left(\frac{d\phi_i}{d\eta}\right)_{\eta=1}$
1	4.91	49.0390	9.97516	6	1886.41	3.5637	0.001889
2	176.19	2.9335	0.016649	7	2542.27	3.4078	0.001340
3	461.33	2.1728	0.004709	8	3322.05	3.3303	0.001002
4	851.10	2.4467	0.002874	9	6197.71	5.4763	0.000883
5	1328.54	3.0351	0.002284	10	7308.10	4.9290	0.000674

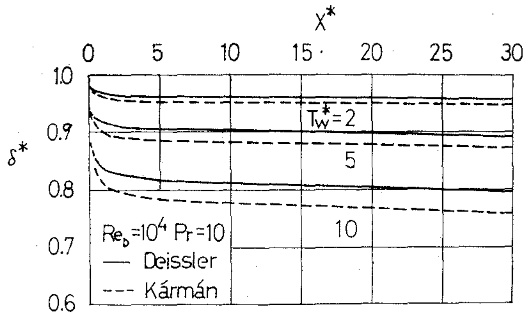
であり，λ_i は固有値，N_i は境界条件および固有関数 ϕ_i の直交性より決定される定数である。

表-1 に $P_r=10$, $Re_D=10^4$ の場合の最初の10個の固有値および係数の値を示す。

図-3 は無次元熱伝達量 q^* と無次元距離 x^* の関係を示したものである。同図には比較のため 1/7 乗則速度分布および Kármán の速度分布を用いた場合の計算結果も示してある。1/7 乗則速度分布を使用した結果は他の場合に比較して熱伝達量がかなり大きく現われる。これは乱流粘性の影響を壁面のごく近傍まで考えるため（実際には層流底層が存在する）と考えられる。また理論値はさまざまな近似をしているために，熱伝達量は凝固層厚さに関係なく一定となる結果が得られた。



図—3　無次元熱伝達量



図—4　凝固層のプロフィル

凝固層内に対し定常温度分布を仮定すると，流体との境界面での熱量釣り合い式より

$$\delta^* = \exp\left[T_w^* \Big/ \left(\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\right)_{\eta=1}\right] \tag{11}$$

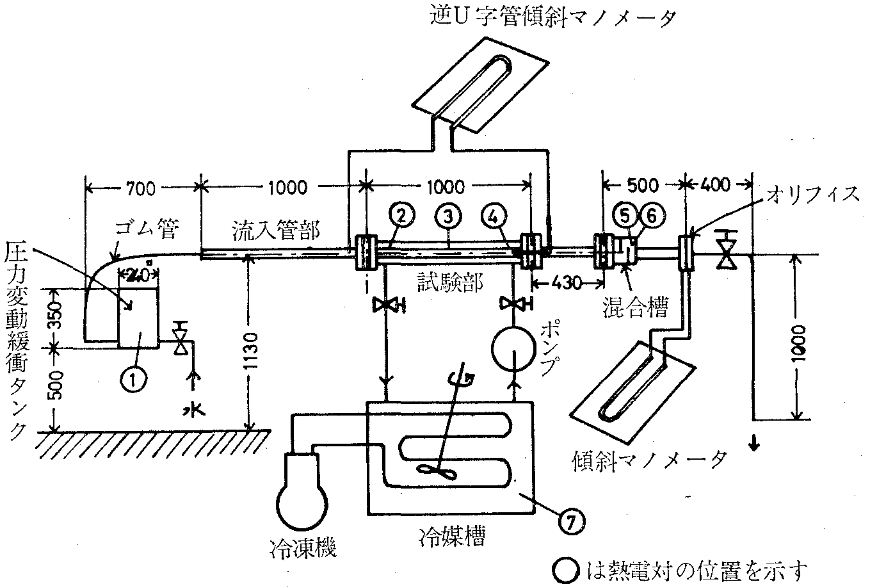
となる。ここで

$$T_w^* = \frac{k_s(T_f - T_w)}{k_l(T_0 - T_f)} \tag{12}$$

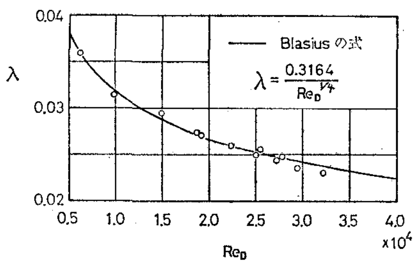
である[6]。図-4 は管軸から凝固層表面までの無次元距離 δ^* と管軸方向の無次元距離 x^* の関係を示したものである。これによれば T_w^* が大なる程，すなわち管壁温度が低く，流体の流入温度が低い程凝固層厚さが大きくなっていることがわかる。また凝固層厚さは入口付近で急激に増加し，x^* の大きな位置ではそれほど変化しないことがわかる。

3. 実験的考察

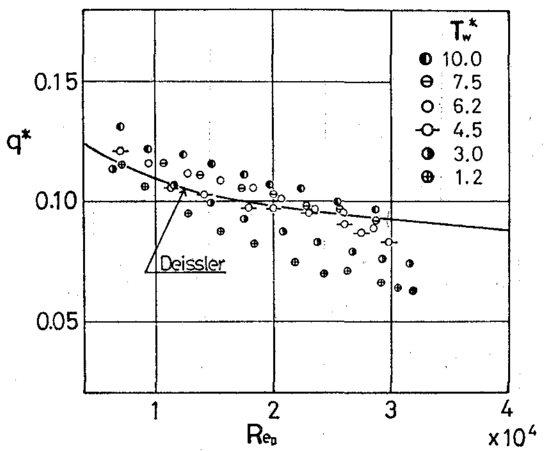
前節の解析結果を検討するため，流体として水を用いて実験を行なった。実験装置の概略図を 図-5 に示す。試験部は長さ 1 m，内径 35 mm，肉厚 1.5 mm の銅管と 2.5 インチ鋼管よりなる二重円管であり，その環状部分を冷媒（塩化カルシウム水溶液）が流れる構造となってい



図—5　実験装置概要



図—6　管摩擦係数

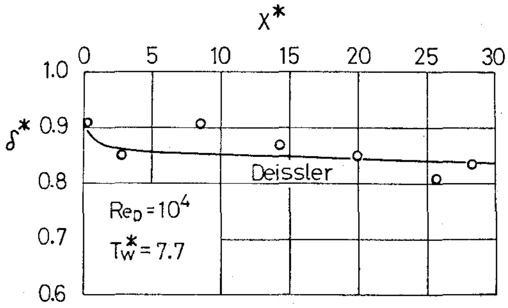


図—7　無次元熱伝達量

る。壁温 T_w は熱電対②，③，④の温度の平均値を用い，伝達熱量は①と⑤⑥との温度差および水の流量より求めた。圧力降下は試験部入口上流にもうけた静圧孔と試験部出口部に下流側から挿入した静圧管の圧力差より求めた。定常状態は圧力降下の値が一定となることにより確めた。なお，氷層の厚さは，銅管内壁に形成された氷層を抜き取って輪切りにして内径を測定することにより求めた。図-6は本実験装置の管摩擦係数とレイノルズ数との関係を示したものであり，流れは発達した乱流となっていることがわかる。

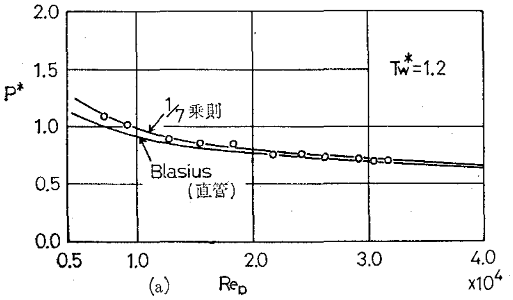
図-7は伝達熱量の実験値を示したもので T_w^* が大なる程 q^* が大なる傾向にあり，氷層の形成は熱伝達に影響を与えている。これは，氷厚が大なる場合ほど流路が流れ方向に狭まって流れが加速されるため速度分布が偏平になり，凝固面上での温度勾配が大となるために伝達熱

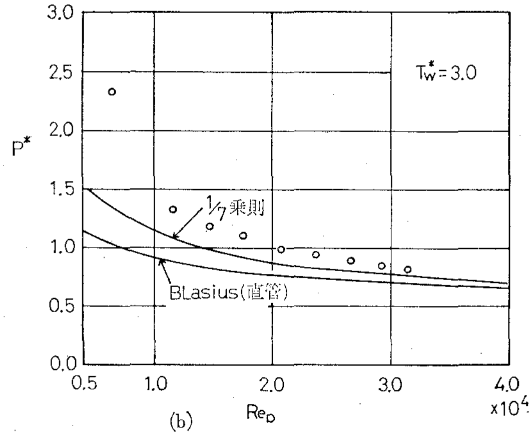
量が大となるものと考えられる。ここで水の物性値は試験部入口と出口の混合平均温度の算術平均 T_m における値をとるが，水の熱伝導率のみは膜温度 $(T_m+T_f)/2$ における値を用いてある。なお，水の熱伝導率は Jakob と Erk の実験値[7]を用いた。本実験では，水のプラントル数はほぼ一定であって約 9.5 であった。

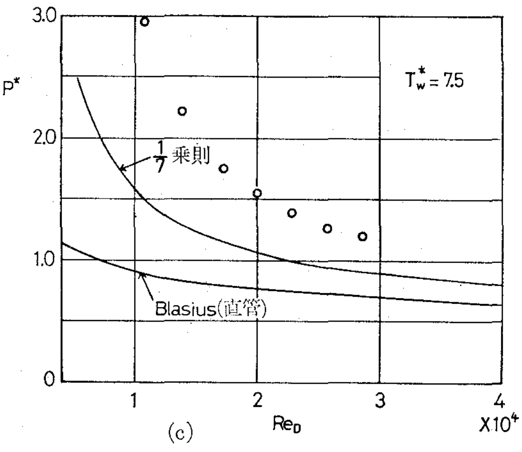


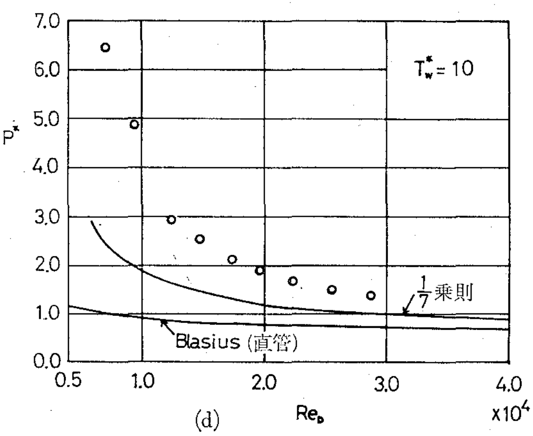
図—8　氷層のプロフィル

図-8 は δ^* の実測値を示したものである。x^* が 3 および 27 付近での δ^* の実測値が理論値よりも小さいのは，装置の構造上その部分で冷媒が淀みを生じ冷媒側の熱伝達が大きくなるので氷層が厚く生長するためと考えられる。図-9 (a)～(d) は圧力降下 $P^*=(P_0-P)/(\rho V^2/2)$ (P_0 は試験部入口の静圧) の測定値を示したものである。図-9 (a) からわかるように，T_w^* が小さいときには氷厚は薄く，圧力降下は Blasius の式を用いて求めた直管の圧力降下









図—9　圧力降下とレイノルズ数の関係

の値に近い値を示している。T^*_w が大なるほど直管の場合からの偏差は大となり，氷層の形成は圧力降下に大きな影響を与えることがわかる (図-9 (b)~(d))。

4. 結　　言

凝固層を伴う円管内乱流流れの熱伝達の解析と実験を行なった。解析を行なうにあたり，速度分布については直管の速度分布を仮定し，エネルギー方程式を η なる変数を用いて熱伝導型偏微分方程式に変換して変数分離によって解いた。本解析結果による無次元熱伝達量 q^* および管軸から凝固層表面までの無次元距離 δ^* の傾向は実験結果とほぼ一致している。また実験より，氷層の形成は圧力降下に大きな影響を与えることがわかった。解析値は種々の近似を行なっているために，定常状態の場合凝固層厚さは熱伝達に影響を与えない結果となった。しかし実験結果は T^*_w (したがって間接的に凝固層厚さ) が熱伝達に影響をおよぼすことを示しているから，解析方法を再検討し，仮定や近似のより少ない解析を行なうことが今後の課題となろう。

終わりに，実験装置の製作に際し多大の御援助を頂いた北大工学部技官沢田亀久雄氏，および本研究の詳細にわたって多くの御検討を頂いた北海道大学工学部機械工学第二学科伝熱工学研究室の皆様に深く感謝の意を表します。また本報告の数値計算は北海道大学大型計算機センター FACOM 230-60 によった。同センターの各位に謝位を表します。

記　　号

D: 円管直径 [m]
P: 圧　力 [kg/m^2]
P_r: プラントル数 ($P_r=\nu/a$) [−]
R: 円管半径 [m]
Re_D: レイノルズ数 ($Re_D=DV/\nu$) [−]
T: 流体の温度 [°C]
T_0: 流体の流入温度 [°C]
T_f: 凝固温度 [°C]
T_w: 管壁温度 [°C]
T^*_w: (12) 式で定義される無次元パラメータ [−]
V: 冷却部入口の流体の平均流速 [m/s]
a: 流体の温度伝導率 [m^2/s]
k_l: 流体の熱伝導率 [kcal/mh°C]
k_s: 凝固層の熱伝導率 [kcal/mh°C]
q^*: (9) 式で定義される無次元熱伝達量 [−]
r: 半径方向の座標 [m]
u: 管軸方向速度成分 [m/s]
u^+: 無次元速度 ($u^+=u/\sqrt{\tau_w/\rho}$) [−]
v: 半径方向速度成分 [m/s]
x: 管軸方向の座標 [m]
x^*: 無次元座標 ($x^*=x/D$) [−]
y: 凝固面から半径方向に測った座標 [m]
y^+; 無次元座標 ($y^+=y\cdot\sqrt{\tau_w/\rho}/\nu$) [−]

δ: 管軸から凝固層表面までの距離　[m]
δ^*: 無次元距離　[−]
ε_H: うず温度伝導率　[m^2/s]
ε_M: うず動粘性係数　[m^2/s]
η: 無次元座標 ($\eta = r^*/\delta^*$)　[−]
θ: 無次元温度 ($\theta = (T - T_f)/(T_0 - T_f)$)　[−]
$\theta^{(0)}$: θ の第零摂動近似解　[−]
λ_i: 固 有 値　[−]
ν: 流体の動粘性係数　[m^2/s]
ρ: 流体の密度　[$kg \cdot s^2/m^4$]
τ_w: 壁面での剪断応力　[kg/m^2]
ϕ_i: 固有関数　[−]

(昭和 49 年 5 月 20 日受理)

文　　献

1) H. G. Hirschberg: Kaltetechnik, **14**, 314–321 (1962).
2) R. D. Zerkle and J. E. Sundeland: J. Heat Transfer, **90**, 183–190 (1968).
3) M. N. Özisik and J. C. Mulligan: J. Heat Transfer, **91**, 385–390 (1969).
4) R. G. Deissler: NACA. Rept. **1210** (1955).
5) たとえば H. Schlichting: Boundary Layer Theory. 4th Ed. 506 (McGraw-Hill, 1960).
6) 関・福迫・戸倉: 機械学会北海道支部講演論文集 (昭 45) p. 180.
7) N. E. Dorsey: Properties of Ordinary Water Substance. (Reinhold Publishing Co. 1940).

最適制御系の極について

疋田弘光

On Poles of Optimal Control Systems

Hiromitsu Hikita

Abstract

When a linear time invariant system is optimized with respct to a quaratic performance index, the optimal control can be expressed as a state variable feedback. Therefore, the relation between the performance index (weight matrix) and the structure of the closed loop optimal system is being studied from various points of view.

In this paper the author investigates how the poles of a closed loop optimal system are related to weight matrices and system coefficient matrices for a multi-input system, and a deriving method of a performance index which gives a prescribed pole assignment in a closed loop optimal system is also presented.

1. まえがき

最適制御問題において評価関数が2次形式である場合，最適制御は簡単な状態フィードバックで表わすことができる。その結果，従来から各行列（評価関数に現われるウェート行列，システムの係数行列）が最適閉ループ系の構造にどのように関係してくるか研究されてきた[1)~5)]。例えば，最適制御を施した閉ループ系の特性多項式と評価関数におけるウェートとの関係が周波数領域で論じられ，同一のフィードバックゲイン行列を導出するという意味で等価となる評価関数のもつ性質などが研究されている。

あるシステムに対し，異なった評価関数のもとで同一のフィードバックゲイン行列が導出されれば，当然得られる最適フィードバック系の極配置も同一となるが，システム構造自体もまったく同一になってしまう。しかし多入力系では閉ループ系の極配置が同一（極配置以外のシステム構造は異なる）になる異なったフィードバックゲイン行列が存在し得る。この考えを最適制御系に導入すれば，最適閉ループ系を極の観点から解析していくことができる。

本論文では，システムの係数行列及びウェート行列は最適閉ループ系の極配置にどのように関係してくるか多入力系について論じる。さらに，その結果を利用し，最適閉ループ系にあらかじめ指定された極配置を実現するウェートの導出法について述べる。その結果はO. A. Solheim[7)] による方法を含み，かつ複素極の実現についてより広い能力をもつものである。

2. 最適閉ループ系の特性多項式

制御対象のシステムは可制御とし，その運動方程式を次式で示す。

$$\dot{x}(t) = Ax(t)+Bu(t) \tag{1-a}$$

ここで $x(t)$ は n 次元状態ベクトル，$u(t)$ は m 次元制御ベクトル，A 及び B はそれぞれ $n\times n$, $m\times n$ の定係数行列である。また，評価関数は 2 次形式で

$$J = \int_0^\infty \left\{x^T(t)\,Qx(t)+u^T(t)\,Ru(t)\right\} dt \tag{1-b}$$

とする。ここで状態に対するウェート Q は $n\times n$ の半正定対称行列，入力に対するウェート R は $m\times m$ の正定対称行列である。また記号 T は行列（ベクトル）の転置を表わす。議論の簡単のため行列 R を $m\times m$ の単位行列とする。以下のことから明らかなようにこの仮定によって本論文の解析結果が一般性を失うことはない。R は正定対称行列であるから，$R=N^TN$ を満足する $m\times m$ 正則行列 N が存在する。従って新しい入力ベクトル $v(t)$ を導入し，$v(t)=Nu(t)$ とすることで評価関数における新しい入力 $v(t)$ に対するウェートは単位行列になる。ただし同時にシステム方程式も新しい入力 $v(t)$ で考えなければならないから，B は BN^{-1} で置き換えなければならない。

(1-b) 式を最小にする制御入力 $u(t)$ はよく知られているように状態フィードバック

$$u(t) = -B^TPx(t) \tag{2}$$

になる。ここで $n\times n$ 行列 P は次のリッカチの代数方程式を解いて得られる正定対称行列である。

$$A^TP+PA-PBB^TP+Q=0 \tag{3}$$

または，次式を解いて得られる[6]。

$$P = U_{21}\,U_{11}^{-1} \tag{4-a}$$

ただし，U_{11}, U_{21} は次式を満たす $n\times n$ 行列である。

$$\begin{bmatrix} A & -BB^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\Lambda} & 0 \\ 0 & \bar{\Lambda} \end{bmatrix} \tag{4-b}$$

$$\bar{\Lambda} = \mathrm{diag}\ (\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \cdots, \bar{\lambda}_n) \tag{4-c}$$

ここで，記号 $\mathrm{diag}\ (\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \cdots, \bar{\lambda}_n)$ は対角要素が $\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \cdots, \bar{\lambda}_n$ である対角行列を表わす。また (4-b) 式から明らかなように

$$\bar{\Lambda} = U_{11}^{-1}(A-BB^TP)\,U_{11} \tag{5}$$

であるから $\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \cdots, \bar{\lambda}_n$ は最適制御を施した閉ループ系

$$\dot{x}(t) = (A - BB^T P)\, x(t) \tag{6}$$

の極である。

ここで次式を定義する。

$$\Delta(s) = \det(sI - \bar{A}) \tag{7-a}$$

$$\bar{\Delta}(s) = \det(sI + \bar{A}) \tag{7-b}$$

(4-b) 式から

$$\begin{aligned}
\Delta(s)\,\bar{\Delta}(s) &= \det\begin{bmatrix} sI-A & BB^T \\ Q & sI+A^T \end{bmatrix} \\
&= \det\left[\begin{bmatrix} I & 0 \\ -Q(sI-A)^{-1} & I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} sI-A & BB^T \\ Q & sI+A^T \end{bmatrix}\right] \\
&= \det(sI-A)\det(sI+A^T - Q(sI-A)^{-1}BB^T)
\end{aligned} \tag{8}$$

ここで $B=b(b=n\times 1$ 行列) とすると，1 入力システムに対してよく知られた結果

$$\Delta(s)\,\bar{\Delta}(s) = \det(sI-A)\det(sI+A^T) - b^T \operatorname{adj}(sI+A^T)\, Q \operatorname{adj}(sI-A)\, b \tag{9}$$

が導びかれる。ここで記号 $\operatorname{adj}(sI-A)$ は $(sI-A)^{-1} = \operatorname{adj}(sI-A)/\det(sI-A)$ を満足する。

次に (8) 式においてウェート行列 Q を $Q=\gamma\gamma^T(\gamma=n\times 1)$ 行列とすると，

$$\Delta(s)\,\bar{\Delta}(s) = \det(sI-A)\det(sI+A^T) - \gamma^T \operatorname{adj}(sI-A)\, BB^T \operatorname{adj}(sI+A^T)\,\gamma \tag{10}$$

が成り立ち，この関係は以下の解析で用いられる。

3.　係数行列と最適閉ループ系の極

評価関数のウェート Q を $\gamma\gamma^T$ に制約すると，(9), (10) 式は

$$\gamma \longleftrightarrow b, \qquad BB^T \longleftrightarrow Q, \qquad A \longleftrightarrow -A^T \tag{11}$$

なる対応を同一視すれば等価である。その結果多入力システムに対し，ウェートが $\gamma\gamma^T$ なる制約の下で最適閉ループ系に同一の極配置を与えるシステムの係数行列について次のような解析ができる。

まず，次のように示される双対問題を導入する。

$$\dot{z}(t) = -A^T z(t) + \gamma w(t) \tag{12-a}$$

$$J = \int_0^\infty \left\{ z^T(t)\, BB^T z(t) + w^T(t)\, w(t) \right\} dt \tag{12-b}$$

この双対問題に対し (1) を原問題と呼ぶ。システム (12-a) は 1 入力システムである。このことは原問題のシステム (1-a) の入力の数に関係しない。従って，この双対問題を解いて得られる最適閉ループ系は (10) 式を満足するから原問題においてウェートが $Q=\gamma\gamma^T$ であるときの最適閉ループ系の極は双対問題を考察することで知ることができる。

従って，過去1入力システム $(B=b)$ において同一のフィードバック係数(当然，最適閉ループ系も同一の極配置になる。)が導出される Q の性質について研究されてきたが，その結果を双対問題に適用すれば，多入力システムにおいてある γ に対し最適閉ループ系に同一の極配置を与える BB^T の性質を研究するのに利用できる。

いま $\mathrm{rank}\,[\gamma, A^T\gamma, \cdots, (A^T)^{n-1}\gamma]=n$ と仮定する。つまり，システム (1-a) は生じうるどのような状態も γ によって重みづけられていることになり，得られる最適閉ループ系は安定なシステムとなる。ペア (A^T, γ) をペア $(\tilde{A}^T, \tilde{\gamma})$ に変換する。この変換は (12-a) 式において $z(t)=Vy(\mathrm{t})$ と変数変換して得られる。

$$\tilde{A}^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & \cdots & -\alpha_{n-2} & -\alpha_{n-1} \end{bmatrix}; \quad \tilde{\gamma} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{13}$$

$$\tilde{A}^T = V^{-1}A^T V, \quad \tilde{\gamma} = V^{-1}\gamma \tag{14}$$

$$\det(sI-A) = s^n+\alpha_{n-1}s^{n-1}+\alpha_{n-2}s^{n-2}+\cdots+\alpha_1 s+\alpha_0 \tag{15}$$

また，

$$\tilde{B} = V^T B$$

この変換によって BB^T は $\tilde{B}\tilde{B}^T$ に変換され $D=\tilde{B}\tilde{B}^T$ とおき，その ij エレメントを d_{ij} とすれば，次が成り立つ。

(i) $i+j=$奇数である d_{ij} はいかなる値であっても最適閉ループ系の極に関係しない。これは次のようにして証明できる。システムの係数行列が (13) に変換された双対問題で考察する。双対問題のリッカチ方程式は

$$-\tilde{A}\tilde{P}-\tilde{P}\tilde{A}^T-\tilde{P}\,\tilde{\gamma}\tilde{\gamma}^T\,\tilde{P}+D=0 \tag{16}$$

である。また，$\tilde{P}$ の列で $\tilde{\gamma}^T$ の零空間に含まれる部分の変化は双対システムにおけるフィードバックゲインになんら影響しない。その結果，この変化は原問題に対する最適閉ループ系の極に影響を与えないことになる。

$\tilde{P}$ で任意の値をとれる部分は，その部分が γ^T の零空間に含まれていなければならないことと，$\tilde{P}$ は対称でなければならないことを考慮して次の $(n-1)\times(n-1)$ 細胞行列 $\tilde{P}_0$ である。

$$\tilde{P} = \left[\begin{array}{ccc|c} & & & 0 \\ & \tilde{P}_0 & & \vdots \\ & & & 0 \\ \hline 0 & \cdots & 0 & 0 \end{array}\right] \tag{17}$$

この $\widetilde{P}$ を (16) 式に代入し，$\widetilde{P}_0$ の任意性を考慮すれば D の $i+j$=奇数を満たす ij エレメントは任意の値をとり得ることが分る。

(ii) 上の結果から分るように適当な入力行列 $\widetilde{B}$ に対し同一の極配置を与える $n\times l$ の入力行列 $\widetilde{B}_{eq}$ が存在する。ただし，l は $n/2$ 以上の任意の整数である。従って問題 (1) において $\widetilde{B}_{eq}$ はウェート $Q=\gamma\gamma^T$ に対して最適閉ループ系に同一の極配置を与える入力行列のクラスを形成する。ここで同一のクラスに属する各 $\widetilde{B}_{eq}$ に対して得られるフィードバックゲインは一般に異なることは明らかである。

(iii) 同じく (i) の結果を利用すると各 D に対しこの D に対応した最適閉ループ系の極と同一の極を与える対角行列 $\bar{D}$ が存在することが分り，

$$\bar{D} = \mathrm{diag}(\bar{d}_{11}, \bar{d}_{22} \cdots, \bar{d}_{nn}) \tag{18}$$

$$= \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 & \cdots & \\ 0 & d_{22}-2d_{13} & 0 & \cdots & \\ 0 & 0 & d_{33}-2(d_{24}-d_{15}) & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \\ & & \vdots & & \end{bmatrix} \tag{19}$$

で与えられる。ここで $\bar{d}_{kk}$ の一般形は

$$\bar{d}_{kk} = d_{kk}-2\{d_{k-1,\,k+1}-d_{k-2,\,k+2}+\cdots+(-1)^{k-1}d_{1,\,2k-1}\} \tag{20}$$

それ故，ある γ に対し最適閉ループ系が同一の極配置となる $\widetilde{B}$ のクラスに $n\times n$ 対角行列が存在し，それは

$$\mathrm{diag}(\sqrt{\bar{d}_{11}}\,,\ \sqrt{\bar{d}_{22}}\,,\ \cdots \sqrt{\bar{d}_{nn}}) \tag{21}$$

で与えられる。これは各クラスを比較する際の代表と考えることができる。

(iv) (4) 式から最適フィードバックゲインを導出する際，固有値を $\varDelta(s)\bar{\varDelta}(s)$ から求めるなら，D を対角形に簡単化したものをその計算に利用することができる。いま，

$$\tilde{\gamma}^T\mathrm{adj}(sI-\widetilde{A}) = [1, s, s^2, \cdots, s^{n-1}] \tag{22-a}$$

$$\mathrm{adj}(sI+\widetilde{A}^T)\tilde{\gamma} = [(-1)^{n+1},\ \ (-1)^{n+2}s,\ \ (-1)^{n+3}s^2, \cdots (-1)^{2n}s^{n-1}]^T \tag{22-b}$$

が成り立つから $\varDelta(s)\bar{\varDelta}(s)$ の第2項は

$$\begin{aligned} &\gamma^T\mathrm{adj}(sI-A)BB^T\mathrm{adj}(sI+A^T)\gamma \\ &= \tilde{\gamma}^T\mathrm{adj}(sI-\widetilde{A})\widetilde{B}\widetilde{B}^T\mathrm{adj}(sI+\widetilde{A}^T)\tilde{\gamma} \\ &= (-1)^{n+1}\bar{d}_{11}+(-1)^{n+2}\bar{d}_{22}s^2+(-1)^{n+3}\bar{d}_{33}s^4+\cdots+(-1)^{2n}\bar{d}_{nn}s^{2(n-1)} \end{aligned} \tag{23}$$

例題： システム方程式及び評価関数

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & -3\\ 1 & -4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}4 & 3\\ 0 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_1\\ u_2\end{bmatrix}$$

$$J=\int_0^\infty (x_2^2+u_1^2+u_2^2)\,dt$$

に対し，$\tilde{B}_{eq}$ として

$$\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix},\ \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 3 \end{bmatrix},\ \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix},\ \cdots$$

などはみな最適閉ループ系に同一の極配置を与える。ここで $[5,\ 3]^T$ の場合は1入力システムとなる。

4. 重み行列と最適閉ループ系の極

この節では最適閉ループ系にあらかじめ定められた極配置を与えるウェート Q を導出する方法について論じる。これは最適制御問題として適当な評価関数が与えられたとき，そのウェート Q に対し，閉ループ系の極配置はどのようになり，さらに Q において極配置に関与する部分はどのようになるか明らかにする研究の端緒となる。

適当な極配置を与える Q 導出法は O. A Solheim[7] によって提出されており，複素極を実現する Q の導出法も考察されているが，あらかじめ指定できる複素極にはある制約がある。それは大まかに言えば次のように説明できる。希望の極配置を実現するため，各極に対し行列 Q に1自由度を与えその自由度を適当に固定することで希望の位置に極をシフトすることができる。しかし複素極を実現する場合（複素共役な極も同時に実現しなければならないが）複素極には実数部と虚数部の2自由度が存在するにもかかわらず Q には1自由度しか与えていない。これが Solheim の手法の制約となっている。

ここでは前節で解析した結果を利用し，実数極に対しては Solheim の手法を含み，かつ複素極については一層広い複素領域で実現できるようにウェート Q に2自由度を与える方法について考察する。

実数極に対しては次のように Q を決める。まずシステム方程式を対角形に変換し，その対角形の係数行列を $\mathrm{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \cdots \lambda_n)$ とする。いま λ_i を $\bar{\lambda}_i$ にシフトするには，Q を $Q=\gamma\gamma^T$ と仮定し，さらに $\gamma=(\gamma_1, \gamma_2, \cdots, \gamma_n)^T$ で γ_i を残し他の γ_j ; $j=1\sim n,\ j\neq i$ を0とする。すると(10)式から

$$\begin{aligned}\varDelta(s)\,\bar{\varDelta}(s) &= (s^2-\lambda_1^2)(s^2-\lambda_2^2)\cdots(s^2-\lambda_{i-1}^2)(s^2-\lambda_{i+1}^2)\cdots(s^2-\lambda_n^2)\\ &\quad\times\left\{(s^2-\lambda_i^2)-\gamma_i^2\sum_{j=1}^{m} b_{ij}^2\right\}\end{aligned} \tag{24}$$

$\bar{\lambda}_i$ を実現するためには次の等号が成り立つ必要がある。

$$s^2-\lambda_i^2-\gamma_i^2\sum_{j=1}^{m} b_{ij}^2 = s^2-\bar{\lambda}_i^2 \tag{25}$$

従って

$$\gamma_i = \pm\sqrt{\frac{\bar{\lambda}_i^2 - \lambda_i^2}{\sum_{j=1}^{m} b_{ij}^2}} \tag{26}$$

ここで b_{ij} は行列 B の ij エレメントである。$\sum_{j=1}^{m} b_{ij}^2$ はシステムの可制御性から決して0になることはない。

(26) のウェートの下で最適閉ループ系を求めると λ_i が $\bar{\lambda}_i$ に変化した系が求まる。この系に対し，他の極をシフトするウェートを同じ方法で求めることができる。この手続きを各極に対し順次繰り返し，各極に対して求まったウェートをシステムを対角形に変換する際の手続きを考慮してたし合わすことで最適閉ループ系の全極が希望の位置となるウェートが最終的に求められる。

複素極を実現する場合はシステム方程式の係数行列 A^T を次のように変換する。

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 & & & & & \\ & \ddots & & & & 0 \\ & & \lambda_{i-1} & & & \\ & & & \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 \end{bmatrix} & & \\ & 0 & & & \lambda_{i+2} & \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & \lambda_n \end{bmatrix} \tag{27}$$

α_0, α_1 は $s^2+\alpha_1 s+\alpha_0=(s-\lambda_i)(s-\lambda_{i+1})$ とし，$\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n$ は原システムの極であり λ_i, λ_{i+1} を複素共役な極にシフトしたいとする。そこで，実数極を移動する際，1極ごとにウェートを求めたのと同様に，この場合，複素共役な極にシフトする λ_i, λ_{i+1} の部分を考察の対象とする。

ウェートは $Q=\gamma\gamma^T$ とし $\gamma=(\gamma_1, \gamma_2, \cdots, \gamma_n)^T$ において γ_i, γ_{i+1} を残し他のエレメントを0とする。簡単のため $i=1$ とすると，

$$\tilde{A}^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 \end{bmatrix} = V^{-1}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 \end{bmatrix} V \tag{28-a}$$

$$\tilde{\gamma} = V^{-1}\begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

を満足する V は

$$V = \begin{bmatrix} \alpha_1\gamma_1+\gamma_2 & \gamma_1 \\ -\alpha_0\gamma_1 & \gamma_2 \end{bmatrix}$$

であるから，BB^T の kj エレメントの部分（ただし，$k=1, 2$；$j=1, 2$）のみを取り出した 2×2 行列を F とすると，2×2 行列 $D=V^TFV$ の各エレメントは γ_1, γ_2 の2次形式になり，

$$d_{11} = (f_{11}\alpha_1^2+f_{22}\alpha_0^2-2f_{12}\alpha_0\alpha_1)\gamma_1^2+2(f_{11}\alpha_1-f_{12}\alpha_0)\gamma_1\gamma_2+f_{11}\gamma_2^2 \tag{29-a}$$

$$d_{22}=f_{11}\gamma_1^2+2f_{12}\gamma_1\gamma_2+f_{22}\gamma_2^2 \tag{29-b}$$

である。ここで f_{kj} は行列 F の kj エレメントを意味し，$f_{12}=f_{21}$ である。この場合 $d_{11}=\bar{d}_{11}$，$d_{22}=\bar{d}_{22}$ であるから，前節の (23) 式を利用すれば

$$\begin{aligned}\Delta(s)\bar{\Delta}(s) &= (s^2-\lambda_3^2)(s^2-\lambda_4^2)\cdots(s^2-\lambda_{n-1}^2)(s^2-\lambda_n^2)\\ &\quad\times\{(s^2-\lambda_1^2)(s^2-\lambda_2^2)-d_{22}s^2+d_{11}\}\end{aligned} \tag{30}$$

$\{-\}$ の部分を α_0, α_1 で表わせば

$$\{-\}=s^4+(2\alpha_0-\alpha_1-d_{22})s^2+\alpha_0^2+d_{11} \tag{31}$$

従って希望の複素共役な極が

$$\{-\}=s^4+\beta_2 s^2+\beta_0 \tag{32}$$

を満足するなら

$$d_{11}=\beta_0-\alpha_2^2 \tag{33-a}$$

$$d_{22}=\alpha_1^2-2\alpha_0-\beta_2 \tag{33-b}$$

が成り立たねばならない。d_{11}, d_{22} はそれぞれ，γ_1, γ_2 の正値もしくは半正値 2 次形式になるから，正値の場合 (33) 式は γ_1, γ_2 平面において原点に中心をもつ楕円となる。また半正値の場合もそれに対応した適当な 2 次曲線となる。結局 (33-a), (33-b) で表わされる 2 つの曲線の交点座標が複素極を実現する重み γ_1, γ_2 である。2 つの曲線が交点をもたない場合は本方法でその複素極を実現する Q は求まらない。その場合は Q に 2 以上の自由度を与えて解析しなければならない。その 1 つの方法として λ_i, λ_{i+1} を独立に実数極をシフトする方法で移動し α_0, α_1 を適当に変化させてから本方法を適用することもできる。

ウェート Q を変えることによって最適閉ループ系の極を任意にシフトすることはできないことは明らかであるが，本方法はどの程度の範囲をおおうことができるか示されていない。これは今後に残された問題である。

例題：原システムの極を $\lambda_1=\lambda_2=-1$，最適閉ループ系においてこれらを $\bar{\lambda}_1=-2+j$ $\bar{\lambda}_2=-2-j$ にシフトするウェートを求める。ただし $F=I_2$ (単位行列) とする。すると

$$V=\begin{bmatrix}2\gamma_1+\gamma_2 & \gamma_1\\ -\gamma_1 & \gamma_2\end{bmatrix}$$

従って

$$d_{11}=(2\gamma_1+\gamma_2)^2+\gamma_1^2=24$$

$$d_{22}=\gamma_1^2+\gamma_2^2=6$$

この 2 式は楕円と，円を表わしている。それらの交点を求めると結局，γ_1, γ_2 は

$$\begin{cases} \gamma_1 = \pm 2.39 \\ \gamma_2 = \mp 0.52 \end{cases}$$

または，

$$\begin{cases} \gamma_1 = \pm 1.33 \\ \gamma_2 = \pm 2.06 \end{cases}$$

5. あとがき

評価関数とシステムの係数行列が最適閉ループ系の構造に対しどのような関係にあるか論じた。まず第1にウェート Q を $\gamma\gamma^T$ に制約し，最適閉ループ系に同一の極配置を与えるシステムの入力行列について解析した。一般の Q に対しては，Q の半正定対称性から $Q=\sum_{i=1}^{p}\gamma_i\gamma_i^T$ (ここで γ_i は $n\times 1$ 行列，$p=\mathrm{rank}\,Q$) と表わすことができるから，各 i についてここでの解析を適用することができる。

第2に最適閉ループ系にあらかじめ定められた極配置を実現する Q の導出について述べた。本論文では導出の1方法を示したが，同一の極配置を与える Q のクラスを明らかにすることは今後に残された。しかし，閉ループ系にある極配置を与えるフィードバックゲインの redundancy について解析された結果[8] をリッカチの代数方程式に適用し，その redundancy をウェート Q の redundancy として導出することによって同一の極配置を与える Q のクラスが明らかにされよう。これについては別の機会に発表する。

(昭和 49 年 5 月 20 日受理)

文献

1) R. E. Kalman: Trans. ASME, **86 D**, 51 (1964).
2) 畑中，他: 日本機械学会講演論文集, No. 191 (1968).
3) 竹田，他: 第7回 SICE 学術講演会予稿集 (1968).
4) 早勢 実: 計測自動制御学会論文集, **8**, 103 (1972).
5) 疋田，他: 第6回 計測自動制御学会北海道地区研究集会講演論文集 (1973).
6) S. A. Marshall, et al: Proc. IEE, **117**, 1705 (1970).
7) O. A. Solheim: Int. J. Control, **15**, 143 (1972).
8) 疋田，他: 計測自動制御学会論文集投稿予定.

Some Extensional Constitutions of Integral

Yoshio Kinokuniya*

Abstract

As the a priori measure is an extension of the Lebesgue measure, the Lebesgue integral is naturally extended by means of the a priori measure. Notions of 'integral remainder' and 'integral density' are introduced and discussed on some interesting cases.

1. Introduction

In the previous paper, the present author presented that collections of sets may, in the empiricist pragmatism[1], be assorted into two patterns, say, *summable*[2] and *non-summable* ones. Even if a family of disjoint sets (A_ι) ($\iota \in I$, I being a simply ordered set of indices) in a euclidean space E is non-summable, if

$$A = \cup A_\iota , \tag{1.1}$$

(A_ι) is regarded as a partition of A, though A cannot be considered as the limit of the sets $A_{(\kappa)} = \cup_{\iota \leqq \kappa} A_\iota$ ($\kappa \in I$). It is notable that, even if $A_{(\kappa)}$ is non-summable*), the aggregate A is considered as a determinate set since

$$(\forall p \in E)(\exists . \vee . \not\exists \iota \in I)(p \in A_\iota) .$$

Eventually, the right side of (1.1) gives either a summable union (or, briefly a summation) or a non-summable union of A.

$\tilde{m}A$ indicates the a priori measure (value) of a set A. If mA is the Lebesgue measure of A, then

$$\tilde{m}A = mA .$$

Moreover, even if A is Lebesgue non-measurable, A can be $\tilde{m}$-measurable. In the empiricist pragmatism, any determinate set X (i.e., $(\forall p \in E)(p \in X . \vee . p \notin X)$) is proved to be $\tilde{m}$-measurable, so that A of (1.1) may be taken as $\tilde{m}$-measurable whenever all A_ι are determinate.

In our view, $\tilde{m}A$ is claimed to be written in the from

$$\tilde{m}A = \mu \cdot \nu(A) ,$$

when all points of A are regarded to be uniformly of the same size μ. In case of (1.1), if $I = \{1, 2, \cdots\}$ and

$$\forall i, \mathrm{k} \in I: \ \tilde{m}A_i / \tilde{m}A_k = \nu(A_i)/\nu(A_k) = 1 \tag{1.2}$$

and if

---

* 紀国谷芳雄

*) I.e., $\tilde{m}(A_{(\kappa)} - A_{(\lambda)}) \cup (A_{(\lambda)} - A_{(\kappa)}) \not\to 0$, when κ, $\lambda \to \infty$.

$$0<\tilde{m}A<\infty\,,$$

then it must be that

$$\forall i:\ \tilde{m}A_i=0$$

so that $\tilde{m}A_{(k)}=0$ and $\tilde{m}(A-A_{(k)})>0$ for any finite integer k. Hence (A_i) cannot be summable*).

In this paper, we limit the functions being considered to be real-valued, one-valued and to be bounded in its domain which is a bounded set in E (therefore, of finite *$\tilde{m}$-measure*). If D is the domain of a function $f(p)$, we define such that

$$D_x=\left\{p\in D|f(p)\leqq x\right\}$$

for a real number x. In this case, if

$$\forall p\in D:\ -\infty<a\leqq f(p)\leqq b<\infty$$

and

$$l=b-a\,,$$

we define as

$$\overset{(n)}{D}_k=D_{\left(a+\frac{k}{2^n}l\right)}-D_{\left(a+\frac{k-1}{2^n}l\right)}\quad(k=1,2,\cdots,2^n)\,,$$

$$\mathfrak{l}J_{(n)}=\sum_{k=1}^{2^n}\left(a+\frac{k-1}{2^n}l\right)\tilde{m}D_k\quad\text{and}\quad\mathfrak{u}J_{(n)}=\sum_{k=1}^{2^n}\left(a+\frac{k}{2^n}l\right)\tilde{m}D_k\,.$$

Then it is readily seen that

$$\mathfrak{u}J_{(1)}\geqq\mathfrak{u}J_{(2)}\geqq\cdots\geqq\mathfrak{l}J_{(2)}\geqq\mathfrak{l}J_{(1)}\,,$$

and moreover that

$$0\leqq\mathfrak{u}J_{(n)}-\mathfrak{l}J_{(n)}=\frac{l}{2^n}\Sigma\tilde{m}\overset{(n)}{D}_k=\frac{l}{2^n}\tilde{m}D\to0\quad\text{as }n\to\infty\,,$$

so that

$$\lim\mathfrak{u}J_{(n)}=\lim\mathfrak{l}J_{(n)}\,. \tag{1.3}$$

We define the integral

$$\int_D f(p)\,dp \tag{1.4}$$

to represent the value of (1. 3). Such is the same way of definition with that of the Lebesgue integral except that we use the a priori measure $\tilde{m}$ instead of the Lebesgu measure m. On the other hand, if we denote by $E(f,D)$ the (algebraic) expectation of f over D, we easily see that we may have

$$\int_D f(p)\,dp=E(f,D)\,\tilde{m}D\,. \tag{1.5}$$

*) An example of such a case is shown in 2).

As $\tilde{m}A$ has been extended beyond mA, the integral (1. 4) is naturally expected to be an extension beyound Lebesgue integrability. In the following, we will present seversl results obtained through the researches of the integral.

2. Integral Remainder

When a family of disjoint sets (D_ι) ($\iota \in I$, I being a simply ordered set of indices) gives a partition of a set A, if $D_{(\kappa)} = \bigcup_{\iota \leqq \kappa} D_\iota$, we naturally have the relation

$$\int_D f(p)\,dp = \int_{D_{(\kappa)}} f(p)\,dp + \int_{D-D_{(\kappa)}} f(p)\,dp\,.$$

So it follows that

$$\int_D f(p)\,dp = \lim \int_{D_{(\kappa)}} f(p)\,dp + R$$

where

$$R = \lim \int_{D-D_{(\kappa)}} f(p)\,dp\,.$$

If the limitation

$$\lim \int_{D_{(\kappa)}} f(p)\,dp \qquad (2.\,1)$$

is convergent, then R gives a unique value because, as proved in Sect. 1, f is integrable over $D, D_{(\kappa)}$ and $D-D_{(\kappa)}$ for every $\kappa \in I$. If the limitation (2. 1) is not convergent, then R cannot give a unique value. The process (2. 1) is called an *inferior approximation* of the integral in respect to $(D_{(\kappa)})\,(\kappa \in I)$ and R is the *integral remainder* of the integral in respect to $(D_{(\kappa)})$.

As (D_ι) is a partition of D, we have

$$D = \bigcup D_\iota = \bigcup D_{(\iota)}\,,$$

but it is not asserted that

$$\lim \tilde{m}(D - D_{(\iota)}) = 0$$

when (D_ι) is not summable. Thus the integral remainder very often does not vanish.

Let an additive function $\pi(A)$ of a set A of real numbers be defined such that

$$\pi(A) = \pi(B)$$

whenever $\tilde{m}A = \tilde{m}B$ and

$$\pi(I_\infty) = 1$$

I_∞ being the set $\{x \mid -\infty < x < \infty\}$. In this case, denoting by I_k the interval $\{x \mid -k < x < k\}$, we have for every positive integer k

$$\pi(I_k) = 0$$

whereas
$$\pi(I-I_k)=1\,.$$
Hence we say $\pi(A)$ has an *unvanishing atmosphere* $(]\infty[)$ with respect to the approximation sequence (I_k) $(k=1, 2, \cdots)$ by reason of the fact that
$$\lim \pi(I_\infty-I_k)=1\neq 0\,.$$
Thus, the cass of an unvanishing remainder may be observed as exactly similar to that of an unvanishing atmosphere.

In case of (1. 2), if there exists a real number β such that
$$\beta=\overline{\lim_k}\sup_{p\in A_k} f(p)=\underline{\lim_k}\inf_{p\in A_k} f(p)\,,$$
we conclude that
$$\int_A f(p)\,dp=\beta\cdot\lim \tilde{m}(A-A_{(k)})=\beta\cdot\tilde{m}A\,.$$
So, in regard to (1. 5), we have
$$E(f, A)=\beta\,.$$

3. Principal Part

Let us define a subset D_x of D by
$$D_x=\left\{p\in D|f(p)=x\right\}.$$
Then the value x may be reckoned as a set-function of D_x, so let this function be written as $\lambda_f(D_x)$. Since
$$x=y.\Longleftrightarrow .D_x=D_y\,,$$
λ_f is one-valued, and since f is bounded so is λ_f. Extensively, let us define $D(V)$ and $D(a, b)$ by
$$D(V)=\left\{p\in D|f(p)\in V\right\} \quad\text{and}\quad D(a, b)=\left\{p|a<f(p)<b\right\}$$
respectively. If $\tilde{m}D(a, b)=0$, the interval (a, b) is said to be involved in the *negligible part* or, briefly, to be *negligible*.

Let us remove from the set of real numbers every interval (a, b) which is negligible and for which there is no positive real number ε such that
$$\tilde{m}D(a-\varepsilon, b+\varepsilon)=0\,.$$
The rest part left after this process of removal is called the *principal part* of f and of λ_f and is denoted by $P(f)$. Let us denote as
$$(a, b)=\left\{x|a<x<b\right\}$$
and
$$[a, b)=\left\{x|a\leqq x<b\right\}.$$
If an interval is either $[a, b)$ or (a, b), then it is denoted as $\{a, b)$. If an

interval J is contained in $P(f)$, *then* J is called a *principal interval.* It is easily seen that the principal part $P(f)$ is at most an enumerable union of intervals or isolated singletons.

When $V=\{a, b)$ is a principal interval, then, for any $a<c<d\leqq b$, $\{c, d)$ is also a principal interval and

$$\tilde{m}D(c, d)>0$$

and it is obviously observed that

$$\tilde{m}D(V)=\tilde{m}D(\{a, c))+\tilde{m}D([c, d))+\tilde{m}D([d, b)).$$

Therefore $\tilde{m}D(\{a, x))$ gives a strictly increasing function of $x(\in(a, b))$. So it must be continuous except for points of at most an enumerable set and its inverse function also continuous wherever it is continuous. Let the discontinuous points of $\tilde{m}D(\{a, x))$ be $x_1, x_2, \cdots$, and let us define as

$$\tilde{m}D(\{a, x))=\mu, \qquad x=\phi_V(\mu)=\lambda_f(D_x)$$

where $x\in V$ and $\mu\in(0, \tilde{m}D(V))$. Then it is readily seen that there correspond intervals $J_1, J_2, \cdots$ of μ to the points $x_1, x_2, \cdots$ such that

$$\tilde{m}J_k=\tilde{m}D_{x_k} \qquad (k=1, 2, \cdots)$$

and if we define as

$$J(V)=(0, \tilde{m}D(V))$$

and

$$J^*(V)=J(V)-\cup J_k,$$

then ϕ_V is found to be continuous in $J^*(V)$. Thus we may have

$$\int_{D(V)} f(p)\, dp=\int_{J^*(V)} \phi_V(\mu)\, d\mu+\Sigma x_k l_k \tag{3. 1}$$

where $l_k=\tilde{m}D_{x_k}$ $(k=1, 2, \cdots)$.

However, for the consistence of (3. 1), it must be assumed that the union $\cup J_k$ is summable. The function ϕ_V is called the *measure interpretation* of λ_f.

4. Integral Density

If two functions $f(p)$ and $g(p)$ are both bounded in the same doman D, and if

$$0<\int_D |f(p)|dp\Big/\int_D |g(p)|dp<\infty, \tag{4. 1}$$

f and g are said to have *integral densities* of the *same level*, and if

$$\int_D |f(p)|dp\Big/\int_D |g(p)|dp=0 \tag{4. 2}$$

f is said to have an integral densiuy of *less level* than that of g. If the supports of f and g are D_f and D_g respectively, we may, by grace of (1. 5), prove that (4. 1) and (4. 2) coincide with the relations

$$0<\tilde{m}D_f\cap D/\tilde{m}D_g\cap D<\infty \tag{4. 1$'$}$$

and

$$\tilde{m}D_f\cap D/\tilde{m}D_g\cap D=0 \tag{4. 2$'$}$$

respectively on condition that both $E(|f|, D)$ and $E(|g|, D)$ are positive.

The a priori measure $\tilde{m}A$ of a set A in E can, as stated in Sect. 1, be written in the form

$$\tilde{m}A=\mu\cdot\nu(A)\,. \tag{4. 3}$$

So then, if the domain D is an enumerable set of points $\{x_1, x_2, \cdots\}$, we may write the integral in the form

$$\int_D f(p)\,dp=\mu\sum f(x_k)\,,$$

so that

$$\int_D f(p)\,dp\Big/\int_D g(p)\,dp=\sum f(x_k)/\sum g(x_k)\,. \tag{4. 4}$$

If the two series are both convergent and $\sum f(x_k)=a$ and $\sum g(x_k)=b$, then we may have the ratio of (4. 4) to be equal to a/b. In this convergent case, it should however be noted that

$$E(f, D)=E(g, D)=0\,.$$

Thus, in this case, it is observed that the ratio of the integral densities cannot be simulated by

$$\tilde{m}D_f\cap D/\tilde{m}D_g\cap D\,. \tag{4. 5}$$

On the other hand, if $f(x_k)=1$ for all $k=1, 2, \cdots$ and

$$\begin{aligned} g(x_k)&=0 \quad \text{when} \quad k=1, 2, 4, 5, 7, 8, \cdots,\\ &=1 \quad \text{when} \quad k=3, 6, 9, \cdots, \end{aligned}$$

then we may count as

$$E(f, D)=1 \quad \text{and} \quad E(g, D)=1/3\,,$$

so that the ratio of the left side of (4. 4) is counted as equal to 3. In this case we observe that the ratio of the integral densities can again be simulated by (4. 5) because

$$\tilde{m}D_f/\tilde{m}D_g=\nu(D_f)/\nu(D_g)=3/1\,.$$

Mathematical Seminar of the Muroran Inst. Tech., Hokkaido

(*Received May* 13, 1973)

References

1) Kinokuniya, Y.: Mem. Muroran Inst. Tch. **7** (2), 599-604 (1971).
2) Kinokuniya, Y.: Mem. Muroran Inst. Tch. **8** (1), 29-41 (1973).

Totally Ordered Linear Space Structures and Hahn-Banach Type Extension Theorem

Kazuo Iwata

Abstract

Let E be a real linear (resp. real linear topological) space. By applying 18)* (resp. [19), Th. 3]), from the viewpoint of the *totally ordered linear space structures*** of the product linear space $E\times\boldsymbol{R}$, the author deals with the real Hahn-Banach extension theorem in somewhat general.

Introduction. By means of [18), Th. 4] (resp. [19), Th. 3]), in the real case, we have been concerned with the Krein's (resp. Krein-Rutman) extension theorem in somewhat detail*** from our new (for the author) views. Under the circumstances, but also in the light of the literatures†, we are in a position to formulate the Hahn-Banach extension theorem†† in somewhat general (as one expected). In this article these results are given as Theorems 1 and 2, the former for real linear spaces, the latter for real linear topological spaces. Especially both are also provided with "if" and "only if" parts.

Besides we supplementarily refer to [18), Lemma 3 (2)].

The author wishes to express his gratitude to Prof. S. Koshi (Hokkaido Univ.) for his valuable advice and inspection.

Preliminaries. Let E be a real linear (later, real linear topological) space ($\neq\{0\}$), and let $\boldsymbol{R}$ be the real field. We first put some definitions.

DEFINITION 1. a) A subset K of E is called a *pointed convex cone* if $K+K\subset K$ and $\alpha K\subset K$ for all $\alpha\geqslant 0$.

b) Let us agree upon the following. By a *gauge function* q (or p) on a pointed convex cone K in E is meant a subadditive positively homogeneous function on K.

DEFINITION 2. The *product linear space* $E\times\boldsymbol{R}$ of linear spaces E and

* That was written under the direction of the Editors of Hokkido Math. Jour.

** For this thought, the author received suggestions esp. from [10), p. 48 (p. ix)]. Subsequently he was benefited by [7),V. 12] and [14, § 16].

*** For this matter, the author was benefited by [8), § 8.3], [11), Sec. 2.6] and others. As for the implications, *our results are resp. equiv. to the real case of* [15), Cor. 1 of (V, 5.4)] *and the real case of* [15), (V, 5.4) (Bauer-Namioka)] *exc. the trivial case* (with apologies, the author adds "the real case of"). (Cf. [15), p. 227] and [19), Suppl. to Th. 3].)

† By these the author means [6), Th. 12.3], [13), chap. II, § 3, th. 1], [9), Th. 3.4] and others.

†† By this we here quote [14), § 17, 3. (1) (Satz von HAHN-BANACH)].

$\boldsymbol{R}$ is their Cartesian product where vector addition and scalar multiplication are performed coordinatewise. The *topological product* $E_1 \times E_2$ of linear topological spaces $E_i (i=1,2)$ is their product linear space with the product topology.

In addition, for convenience, notations and terminology employed in 18) and 19) are available unless otherwise specified. Especially, e.g., $(E, \mathscr{R})$ signifies a *totally ordered linear space structure* (above-mentioned) of underlying linear space E with respect to a binary relation $\mathscr{R}$. Structures of this kind have been discussed there in somewhat detail. The following theorems are described in terms of these structures.

Statement of the results. Let us first introduce* our short approach 18) to the argument of the literatures**. Indebted to these literatures for the manner, we now reach the following.

THEOREM 1. *Let M be a linear subspace of E, f a linear form on M. Let K be a pointed convex cone in E, and q a gauge function on K. A necessary and sufficient condition that there exists a linear form F on E extending f and satisfying $F(y) \leqslant q(y)$ for all $y \in K$ is that there exists a t.o.l.s. $(L, \mathscr{R})$ of L with the following properties*:

(i) $B_f \cup C_q \subset (L, \mathscr{R})^+$;

(ii) $(L, \mathscr{R})^+$ *is absorbing at* $(0, 1)$ *for* L;

where L is the product linear space $E \times \boldsymbol{R}$, and $B_f = \{(x, \xi) : f(x) < \xi,\ x \in M\}$, $C_q = \{(y, \eta) : q(y) < \eta,\ y \in K\}$ in L.

PROOF. Under the hypothesis, in L, C_q proves to be a convex cone without vertex zero. And to this end, L can be endowed with a partially ordered linear space structure $(L, \mathscr{P})$ with positive cone C_q. (Necessity) By hypothesis, defining $\Phi(x, \xi) = -F(x) + \xi$, Φ is a positive linear form on $(L, \mathscr{P})$ with $\Phi(0, 1) = 1$. Hence (to be precise), take a t.o.l.s. $(L, \mathscr{R}_1)$ such that $B_f \cup C_q \subset (L, \mathscr{R}_1)^+$ by [18), Th. 4(1) and Lemma 1], then by [18), Lemmas 2, 3(1) and 4], $(L, \Phi(\mathscr{R}_1))$ must become a t.o.l.s. as required. (Sufficiency) Defining $\varphi(x, \xi) = -f(x) + \xi$, φ is a non-identically-zero linear form on $M \times \boldsymbol{R} \ni (0, 1)$. Therefore by hypothesis, now with the aid of [18), Th. 4(2)] (cf. [19), p. 46, footnote]), we get a positive linear form Φ on $(L, \mathscr{P})$ extending φ. Hence there exists a linear form F on E extending f and satisfying $\Phi(x, \xi) = -F(x) + \xi$. And hence $q(y) < \eta$ implies $F(y) \leqslant \eta$ for all $y \in K$, which ensures the assertion.

As for some simple examples

EXAMPLE 1. Let E be $\boldsymbol{R}^2$. Take a pointed convex cone $K = \{(\alpha, \beta):$

---

* Such being the case, specifically, our $\mathscr{P}$ below will be of *asymmetry*.

** They are as quoted before; see footnote '†'.

$\alpha>0$, or $\alpha=0$ and $\beta\geqslant 0\}$ in E. Define q on K to mean $q(\alpha,\beta)=\alpha$ if $\alpha>0$ and $q(0,\beta)=\beta$ if $\beta\geqslant 0$, and q is a gauge function on K. With this

(1) let M be the α-axis and define f on M by $f(\alpha,0)=\alpha$;

(2) let M be $\{(0,0)\}$ and define $f(0,0)=0$;

(3) let M be the β-axis and define f on M by $f(0,\beta)=\beta$.

Then in case of (1) (resp. (2)), notwithstanding $B_f\cup C_q$ is not absorbing at $b=((0,0),1)$ (resp. at any point of $M\times \boldsymbol{R}$) for L, the sufficient condition of Theorem 1 is met enough. While in case of (3), although f is majorized by q on $M\cap K$, f fails to have desired extension. That is why, choosing the following four vectors b, $c_1=((1,0),2)$, $c_2=((1,\rho+1),2)$ in C_q and $a=(-(0,\rho+1),\ -\rho)$ in B_f, where ρ being arbitrary, there holds the equality $(\rho b-c_1)+a+c_2=0$. Namely upon appealing to Theorem 1, none of $(L,\mathscr{R})^+$ with $B_f\cup C_q\subset(L,\mathscr{R})^+$ can be absorbing at b for L.

Remark 1. In Theorem 1, let in particular $K=E$ (with gauge p) and $f(x)\leqslant p(x)$ for all $x\in M$. Then it follows (resp.) that C_p is, by itself, absorbing at $(0,1)$ for L and that $B_f\cup C_p$ is, as above, positively independent in L. Hence by [18), Lemma 1], the sufficient condition thereof is met enough. This corresponds to the usual extension theorem for linear spaces. Moreover, the "if" part of Theorem 1 essentially (and a fortiori) covers [9), Prob. 3 E].

Meanwhile, let $P=(E,\mathscr{R})^+$ be a maximal positive cone in E, which is absorbing at $u_0\in E$. Let us take this opportunity to make mention [18), Lemma 3 (2)] (this plays rather well in conjunction with Lemma 1 ibid.) in connection with the *Minkowski gauge* $p(x)=\inf\{\alpha:\ \alpha>0,\ x\in P-\alpha u_0\}$ of $P-u_0$.

Supplement to [18), Lemma 3 (2)]. At first, needless to say

(1) As usual, using $p(x)$ (resp. in view of the ordered linear space $(E,\mathscr{R})$), one can deduce this lemma also via the Hahn-Banach (resp. Krein's) extension theorem. But as for this lemma, its proof given in 18) is not only self-contained but also simpler than the above.

Secondly this proof, in terms of the *negative part* f^- of $f\in E^*$ i.e., $f^-(x)=\max\{-f(x),0\}$ $(x\in E)$, now anew verifies

(2) *An* $f\in E^*$ *required there with* $f(u_0)=1$ *is given by* p *in the sense of* $f^-=p$, *and vice versa. That is,* $f(x)$ *must be equal to* $p(-x)-p(x)$ *with* $f^-(x)=p(x)$ *for all* $x\in E$.

This is known by $p(x)=0$ $(x\in P)$, $p(0)=0$ and $p(x)=\inf\{\alpha:\ -x<\alpha u_0\ (\mathscr{R})\}=\sup\{\beta:\ 0\leqslant\beta u_0<-x(\mathscr{R})\}=-f(x)$ $(x\in -P)$.

Concerning (2), in fact the following will be verified.

(3) *Let* K *be a convex cone in* E *which is not identical with* E *and is absorbing at* $b\in E$. *Then* g^- *of* $g\in E^*$ *is the Minkowski gauge of* $K-b$ *iff* $g(b)=1$ *and* $\{x\in E:\ g(x)>0\}\subset K\subset\{x\in E:\ g(x)\geqslant 0\}$.

Returning to the subject, next there holds the following, a topological version of Theorem 1. In this theorem we let $\boldsymbol{R}$ be equipped with the usual topology.

THEOREM 2. *Let E be a linear topological space, and let M, f, K, q be as in the statement of Theorem 1. A necessary and sufficient condition that there exists a continuous linear form F on E extending f and satisfying $F(y) \leqslant q(y)$ for all $y \in K$ is that there exists a t.o.l.s. $(L, \mathscr{R})$ with the following properties*:

(i) $B_f \cup C_q \subset (L, \mathscr{R})^+$;

(ii) $(L, \mathscr{R})^+$ *is a convex neighbourhood at* $(0, 1)$ *for* L;

where L is the topological product $E \times \boldsymbol{R}$ and B_f, C_q are same as in Theorem 1.

PROOF. Proceed as in the proof of Theorem 1, and check that $\Phi(x, \xi)$ is continuous on L if and only if so is $F(x)$ on E. And L now being a linear topological space, to this end, we may consult the proof of [19), Th. 3]. This completes the proof of the theorem.

Notice that, similarly as pointed out in 19), our condition of (i) plus (ii) above is equivalent to that there exists a convex open subset $O \ni (0, 1)$ in L such that $B_f \cup C_q \cup O$ is positively independent. Moreover, this time simple computation gives the following. These simplify our condition of Theorem 2.

REMARK 2. Let U be a convex 0-neighbourhood in E and put (henceforth) $D = U \times \{1\}$, $B = (1/2U) \times I$ where $I = \{\rho \in \boldsymbol{R} : |\rho - 1| < 1/2\}$. If $B_f \cup C_q \cup D$ is positively independent the same is true for $B_f \cup C_q \cup B$.

Let us now observe some corollaries about Theorem 2. Corollaries 2 and 3 mentioned below are the usual extension theorems in the context of linear topological spaces.

COROLLARY 1. *Let E, M and f be as in Theorem 2. Let K be a linear subspace of E with $M \subset K$, q a gauge function on K with $f(x) \leqslant q(x)$ for all $x \in M$. If the condition*

(P_1) *there is a convex 0-neighbourhood U in E not meeting $\{y \in K : q(y) = 1\}$*

is enjoyed, the sufficient condition of Theorem 2 is satisfied.

PROOF. Let L, B_f and C_q be as in question. Taking the subset $D = U \times \{1\}$ of L, suppose that $B_f \cup C_q \cup D$ were now positively dependent in L. Then referring to Rem. 1, there would exist both finite many respective vectors, say, $(x_r, \xi_r) \in B_f$, $(y_s, \eta_s) \in C_q$, $(u_t, 1) \in D$ and corresponding scalars $\alpha_r > 0$, $\beta_s \geqslant 0$, $\gamma_t > 0$ (or $\alpha_r = 0$, $\beta_s > 0$, $\gamma_t > 0$) such that

$$(*) \qquad q(\sum \gamma_t u_t) \geqslant q(-\sum \alpha_r x_r) - q(\sum \beta_s y_s)$$
$$\geqslant -f(\sum \alpha_r x_r) - q(\sum \beta_s y_s) > -\sum \alpha_r \xi_r - \sum \beta_s \eta_s = \sum \gamma_t = 1,$$

which contradicts the hypothesis since $\sum \gamma_t u_t \in K \cap U$. Hence by Rem. 2 and by [18), Lemma 1], the proof is completed.

REMARK 3. The converse of this result is not always valid. That is, (P_1) is, under the remaining hypotheses, not always necessary for conclusion. Counterexamples are easily observed (cf. e. g., Ex. 2 below). On the other hand, the condition

(F) *there is a convex* 0-*neighbourhood* U *in* E *not meeting* $\{x \in M: f(x)=1\}$

is rather necessary for this implication (for the proof, cf. Cor. 3 below), but this now fails to be sufficient for it. These facts seem to illustrate the significance of our criterion.

Easily (resp. As a matter of course) Corollary 1 yields the following Corollary 2 (resp. the sufficiency part of Corollary 3).

But of course, to be short, these corollaries are fully done by Theorem 2 itself. For reference, details are given as under.

COROLLARY 2*. *Let* E, M *and* f *be as in Theorem* 2. *Let* p *be a gauge function on* E *with* $f(x) \leqslant p(x)$ *for all* $x \in M$. *If the condition*

(P_2) p *is continuous at the origin*

is enjoyed, the sufficient condition of Theorem 2 *is satisfied.*

PROOF. With the convex 0-neighbourhood $U=\{y \in E: p(y)<1\}$, a priori, $D=U \times \{1\} \subset C_p$ follows. (Alternatively, $C_p \ni (0, 1)$ is readily open in L.) Hence, a fortiori, the assertion follows from Theorem 2.

COROLLARY 3**. *Let* E, M *and* f *be as in Theorem* 2. *A necessary and sufficient condition that* f *can be extended to a continuous linear form* F *on* E *is that* (F) *of Rem.* 3 *is satisfied. If the sufficiency of the condition is met, there exists at least one* F *such that* $F(x) \neq 1$ *for all* $x \in U$.

PROOF. This is viewed as a special case of Theorem 2 ($f(x)=q(x)$ ($x \in M \cap K$) plus $M=K$). (Necessity) By Theorem 2, there are both t.o.l.s. $(L, \mathscr{R})$ and convex 0-neighbourhood U such that B_f, $U \times \{1/2\} \subset (L, \mathscr{R})^+$ hold. If $f(u_0)=1$ for some $u_0 \in M \cap U$, there would follow $(-u_0, -1/2)$, $(u_0, 1/2) \in (L, \mathscr{R})^+$, an obvious contradiction. (Sufficiency) Taking the convex subset $D=U \times \{1\}$ of L, suppose that $B_f \cup D$ were now positively dependent. Then it would follow more simply than (*) that $f(\sum \gamma_t u_t) = -f(\sum \alpha_r x_r) > -\sum \alpha_r \xi_r = \sum \gamma_t = 1$, which is impossible. Sufficiency follows from this by Theorem 2. For the rest, if F is identically-zero, there is nothing to prove. Otherwise, indeed our extension F behaves as $F(x)<1$ for all $x \in U$ since $(1/2\, U) \times \mathrm{I} \subset (L, \mathscr{R})^+$ and since U is open in E. Thus Corollary 3 is proved.

* Cf. [14), § 17, 3. (1)].

** Cf. [17), p. 598].

Incidentally, an examination of this proof directly gives

COROLLARY 4. *Let E, M, f and L, B_f be as in Theorem 2. The condition (F) of Rem. 3 is mutually equivalent to that there exists a convex 0-neighbourhood U in E such that $B_f \cup (U \times \{1\})$ is positively independent in L.*

As a triviality, needless to say

EXAMPLE 2. To extend an identically-zero linear form on M in the sense of Corollary 3, we have at least $U=E$. And to do this in view of Theorem 2, we have at least $D=E\times\{1\}$.

(Received May 18, 1974)

References

1) E. STIEMKE: Über positive Lüsungen homogener linearer Gleichungen. Math. Ann. **76** (1915), 340–342.

2) W. B. CARVER: System of linear inequalities. Annals of Math. (2) **23** (1922), 212–220.

3) L. L. DIENES: Definite linear dependence. Annals of Math. **27** (1925), 57–64.

4) S. BANACH: Sur les fonctionnelles linéaires II. Studia Math. **1** (1929), 223–239.

5) S. MAZUR: Über konvexe Mengen in linearen normierten Räumen. Studia Math. **4** (1933), 70–84.

6) V. L. KLEE, Jr.: Convex sets in linear spaces. Duke Math. J., **18** (1951), 443–466.

7) N. DUNFORD and J. T. SCHWARTZ: Linear operators, Part I, chaps. II and V. Wiley (Interscience Publishers), Inc, New York, 1958.

8) D. A. RAIKOV: Vector spaces, chap. II. Moscow, 1962. (Russian). (Japanese transl. by Y. YOSHIZAKI: Tokyo Tosho Co., 1966.)

9) J. L. KELLEY, I. NAMIOKA and CO-AUTHORS: Linear topological spaces, chaps. 1 and 4. D. Van Nostrand Co. Inc., Princeton, 1963.

10) A. WILANSKY: Functional analysis, chaps. 3 and 12. Blaisdell publishing Co., New York, 1964.

11) R. E. EDWARDS: Functional analysis, chap. 2. Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York, 1965.

12) D. M. TOPPING: Some homological pathology in vector lattices. Can. J. Math. **17** (1965), 411–428.

13) BOURBAKI, N.: Espaces vectoriels topologiques, chap. I et II. Éléments de mathématique, livre V. Hermann, Paris, 1966.

14) G. KÖTHE: Topologische lineare Räume, I, §16, §17. Springer-Verlag, Berlin, 1966.

15) H. H. SCHAEFER: Topological vector spaces, chaps II and V. The Macmillan Co., New York, 1966.

16) B. Z. VULIKH: Introduction to the theory of partially ordered spaces, chap. XIII. Wolters-Noordhoff, Ltd., Groningen, The Netherlands, 1967.

17) MATH. SOC. OF JAPAN: Sugaku-Jiten (Dictionary of Mathematics), 2nd ed., p. 598. Iwanami Shoten, Publishers, Tokyo, 1968.

18) K. IWATA: Totally ordered linear space structures and separation theorem. Hokkaido Math. Jour. (Sapporo), Vol. I, No. 2 (1972), 211–217.

19) ————: Totally ordered linear space structures and separation theorem in real linear topological spaces. Mem. Muroran Inst, Tech. (Muroran, Japan), Vol. 8, No. 1 (1973), 43–48.

片面溶接における終端割れに関する研究*

藤原幹男・田中雄一
中田　仁・井川克也

Study on the End Cracking in One-Side Arc Welding*

Mikio Fujiwara, Yuichi Tanaka, Hitoshi Nakata
and Katsuya Ikawa

Abstract

Recently one-side arc welding was developed in the butt-welding of large steel plate to increase the work efficiency, but the defect of end cracking might be occurred. Some researchers have reported that the occurrence of this defect may be attributed to the rotational distortion of the work-piece by the thermal bi-metal action.

In this investigation, the authors measured the amounts of load and displacement induced in one-side manual or submerged welding, and tested the microstructure and hardness of the weld metal.

From these experimental work, following conclusions were obtained.

(1) The rotational load and distortion increase with progress of welding and reach to the maximum value when the tack-weld is melted.

(2) End cracking occurres at the gathering part of the columner crystal in the weld, and the hardnss of it is lower than that of sound one.

(3) It is considered that occurrence of the end cracking depends on the rapid increase of distortion in the end part caused by the constraint liberation on melting of tacks and the solidified structure of weld metal.

(4) To prevent this defect, the tab-plate should not be melted after welding completed, and the weld metal structure is advisable to be equiaxial.

I. 緒　言

溶接構造物の巨大化にともない溶接技術も飛躍的に発展したが，鋼板等の板継作業は従来の鋼板を反転し両面から溶接する方法では種々の困難をともない，これに代って，能率化，省力化のため片面溶接法が盛んに導入されるようになった[1),2)]。この際，ビード終端部から数 cm 手前の部分に割れが発生し，大きな問題となっている。安藤氏ら[3)]は「板厚が 10 mm 程度以上の寸法の大きい鋼板で，これを大電流で端から端まで潜弧溶接すると，終端部から数 cm 手前附近で割れが生ずる」と報告している。その発生原因を「アーク熱により母板が変形しよう

* 1972年6月1日　日本金属学会・日本鉄鋼協会両北海道支部合同大会に発表

とする作用，すなわちバイメタル作用にある」としている。また，益本氏ら[4]は，終端割れの発生原因は「高温割れに敏感な硫黄の偏析である」と説明している。

本研究では試作したロードセルなどによる装置を用い，終端部の荷重と変位量の測定を行い，さらにマクロ組織，顕微鏡組織観察および硬度測定により片面溶接において発生する終端割れの発生原因を考察検討した。

II. 実 験 方 法

1. 供試材および溶接条件

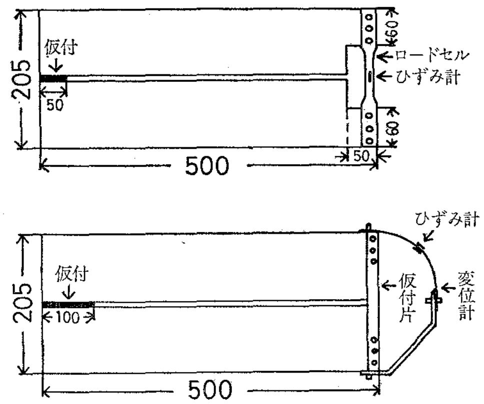
供試材は板厚 12 mm の一般構造用圧延鋼材 (SS 41) であり，その化学成分を表-1 に示す。

表—1　供試材化学成分 (%)

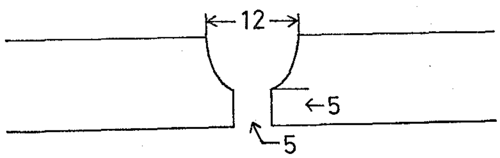
C	Si	Mn	P	S
0.21	0.54	0.54	0.005	0.015

試験片は図-1 に示す形状寸法であり，荷重測定用，変位測定用の 2 種類の試験片を使用した。荷重測定用試験片は始端部を 50 mm 仮付溶接し，終端部をロードセルにより拘束した。終端部に 50 mm の腕を付けてあるのはひずみ計が溶接熱の影響を受けないようにするためである。

変位測定用試験片は始端部を 100 mm 仮付溶接し，終端部を試験片と同材質で断面が 3 mm×7 mm，長さ 205 mm の仮付片により拘束した。また，終端部前方に変位計を取り付けてある。開先形状は図-2 に示した U 字型であり，ルート間隔，ルート高さはともに 5 mm である。



図—1　試験片の形状 (mm)



図—2　開先形状 (mm)

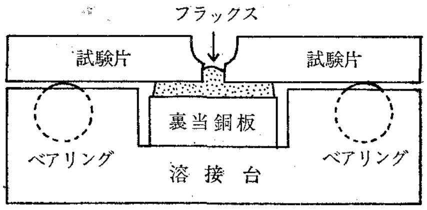
次に溶接条件を表-2 に示す。溶接機は定格一次電圧 200 V，定格二次電流 250 A の交流アーク溶接機であり，使用電流範囲は 45～265 A である。片面溶接法として，フラックス・銅バッキング法 (F・C・B 法) を採用し，手溶接で行った。

表—2　溶 接 条 件

電流	電圧	溶接速度	溶接棒角度	フラックス
250 (A)	30 (V)	15～18 (cm/min)	45°	PFI-45
溶接棒	JIS・D 4327.　5×700 (mm)			
溶接方法	フラックス・銅バッキング法 (手溶接)			

2. 実験装置

実験装置の概要を図-3に示す。試験片と溶接台との接点にベアリングを使用し，溶接熱による母板の回転変形を自由にした。裏当材に板厚12 mmの銅板を使用し，試験片との間隔を3 mmとり，その間にフラックスを敷きつめてある。



図—3　実験装置概要

3. 荷重・変位の測定

溶接熱による試験片終端部に働く溶接線に直角方向の荷重を測定し，溶接時間と終端部における応力の関係，すなわち母板の回転変形を支配する因子を求めるものである[3),5)]。さらに，終端部に加わる最大荷重より，変位測定に使用する仮付片の形状寸法を決めるためである。終端部を拘束し仮付の役目を合わせもったロードセルはNi-Cr鋼(SNC-2)を材料に作製し，中央部に4枚のひずみ計を貼り付け，曲げ応力および熱の影響をなるべく無視できるようにした。

変位測定は溶接時間と終端部の回転変形による変位の関係を求め，とくに仮付が溶解され，拘束が解放されたときの変位状態から割れの原因を考察するものである[3),5)]。変位計は終端部への拘束力を無くするため中央を境に片方を板厚6 mmの平鋼で，他方を厚さ0.6 mmのバネ鋼にて作製した。ひずみ計はロードセルと同様の方法でバネ鋼の部分に貼り付けた。

4. 組織観察・硬度測定

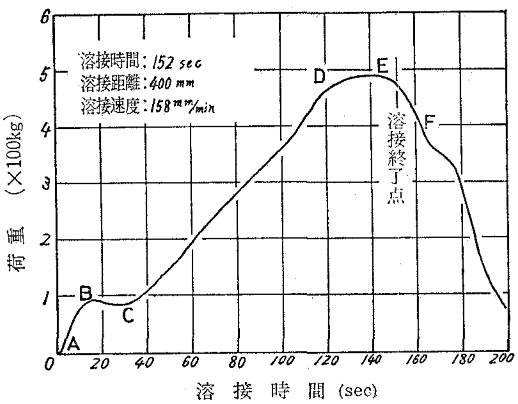
試験片は変位測定用試験片の始端部から100 mm，250 mm，400 mm，470 mmの各部分より採取し，終端部手前の試料について，マクロ組織，ミクロ組織および割れ発生の有無を観察した。マクロ組織はバフ研摩後，硝酸1:水3の割合の腐食液で約3分，ミクロ組織はバフ研摩後，5% ピクラールにて約30秒腐食後肉眼および顕微鏡観察に供した。

硬度測定は採取した試験片について，溶接熱影響部より溶着金属中央部までミクロビッカース硬度計により荷重500 gにて測定した。

III. 実験結果および考察

1. 荷重・変位の測定

図-4に荷重曲線を示す。荷重は溶接開始とともに上昇を始め，その後わずかに減少した後，再び荷重は増加し，終端部近傍でほぼ一定値を示す。ここで測定された荷重は母板の回転変形によって生じる応力であるが，この変形に影響する因子として次の事が考えられている。



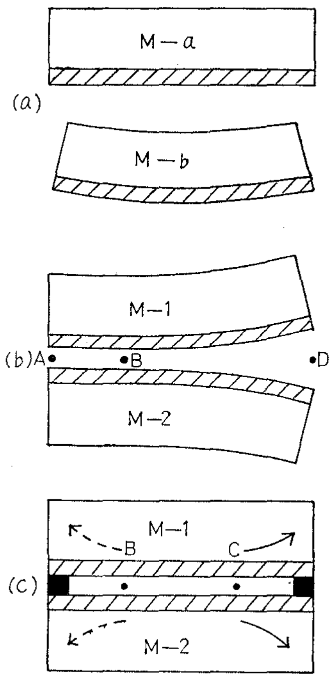
図—4　荷重曲線

(1) バイメタル作用（正方向の変形）

(2) 溶着金属の凝固冷却による開先間隔の縮少（負方向の変形）

(3) 母板の熱塑性ひずみによる逆変形（負方向の変形）

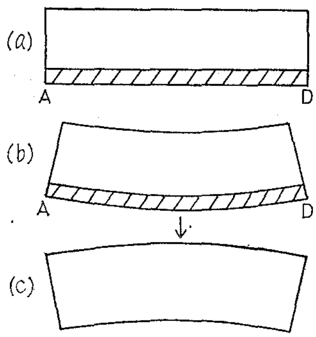
図-5はバイメタル作用についての説明である。(a)のM-aのような矩形板があるとして，ハッチを施した部分をなんらかの方法で加熱した場合を考えると，この部分は熱膨張してM-bのように変形する。したがって(b)のようにM-1, M-2なる板があって，ハッチを施した部分を加熱すると(A点でM-1, M-2を固定する)両板は図示のように変形する。(c)は(b)のように変形しようとする板をA, D点で拘束した場合で，A点を軸とした曲げモーメントが生じる。実際の溶接ではA, B部分はすでにビードがじゅう分冷却している。したがってアークの現在点がC点附近にあるとすればC点を軸に(c)の実線矢印で示したような曲げモーメントが生じることになる。この曲げモーメントによる変形をバイメタル作用と呼んでいる。



図—5 バイメタル作用による変形

(2)の溶着金属の凝固冷却による縮少は自明のことであり溶接の進行にともなって生じる。

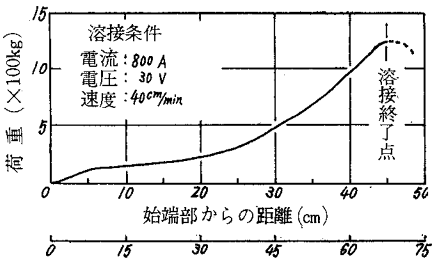
(3)の熱塑性ひずみによる変形は図-6に示すように，母板の(a)のようにハッチを施した部分を加熱すると，熱膨張のため，(b)のように変形しようとするが板幅が大きいと，その剛性のためじゅう分には変形しえず，膨張しようとする部分は圧縮され高温では塑性変形する。その後，熱伝導によって熱が板全体に拡散平均化するとき，もし塑性変形していなければ板は元の形に戻るが，塑性変形していると板は(c)のように変形する。以上のような母板の回転変形を支配する因子をもとに図-4を考察する。



図—6 熱塑性ひずみによる変形

AB間の上昇は開先部の急速な加熱により母板が外側に変形(バイメタル作用)を起こそうとし，そのために生じたものである。BC間の減少は溶着金属の凝固および冷却による開先間隔の縮少による母板の逆変形作用が母板の外側への変形力より優るためと思われる。本実験ではいずれも溶接開始後15秒程度よりこの減少が現われたが，溶着金属が変形抵抗を生ずるのが(軟鋼材では) 700°C以下に冷却されてからであることと考え合わせると説明できると思わ

れる。CD間の上昇は再び開先部の急速加熱による母板の変形作用（バイメタル作用）が優勢になるためと思われるが，その原因として溶接の進行による母板への入熱量の増大のため凝固冷却速度が減少し，逆に開先部の加熱による母板の変形作用（バイメタル作用）が増大するためと思われる。さらにDE間の荷重がほぼ一定値を示しているのは母板全体に熱が伝導されることによっていわゆる熱塑性ひずみを生じ変形が負方向へ作用し始めるためであろう。溶接終了後は溶着金属の凝固収縮，熱塑性ひずみによる逆変形により荷重の減少を促進し，急激に減少する。

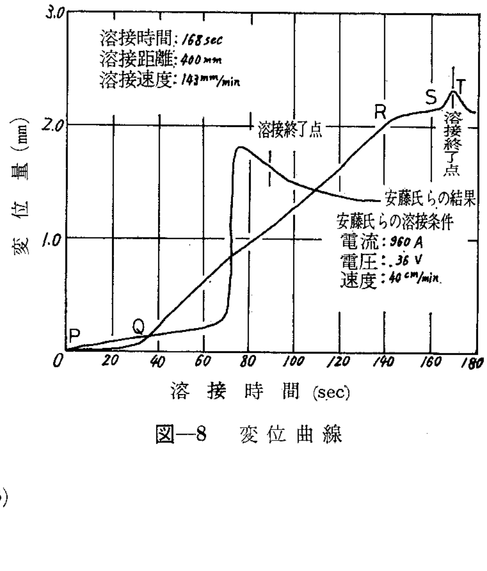


図—7　荷重曲線

次に片面自動溶接により，溶接電流800 A，電圧30 V，溶接速度40 cm/minの溶接条件で行ったときの荷重曲線を図-7に示す。溶接速度は約2.5倍であり，入熱量が大きいため溶接開始後，母板中央部附近までしだいに増加している。図-4におけるBC間のような減少が見られないのは溶着金属の凝固収縮よりも開先部の急速加熱による外側への変形作用（バイメタル作用）が強力であるためと思われる。これは溶接速度が約2.5倍であり，入熱量も大きいためであり，その後は急速に荷重が増加している。この荷重曲線の傾向についても図-5, 6の考察で説明できる。

これらの溶接においては強靱なロードセルが終端部の仮付の役目を果し，溶接終了後も終端部を拘束しているため，いずれの試験片においても割れの発生はみられなかった。

次に図-8に変位曲線を示す。溶接時間の経過とともに変位は増加し，溶接終了直前に変位が急増し，溶接終了とともに変位は減少している。これを先に述べた因子をもとに考察すると，溶接開始後のPQ間は開先部の加熱による母板の外側への変形であり，QR間は開先部の加熱による変形および母板の熱膨張による変位があるものと思われ変位は増加している。RS間は溶接が終了に近く，熱が母板全体に伝導したため熱塑性ひずみによる逆変形によって変位が抑制される。ST間は溶接アークが終端部を通過し仮付が溶解され拘束が解放されるため，開先部の加熱による母板の外側への変形が大きく作用し，変位は急激に増加している。母板は溶接熱によって外側へ変形しようとする傾向があり，溶接終了直前までは終端部の仮付によって拘束抑制されてい



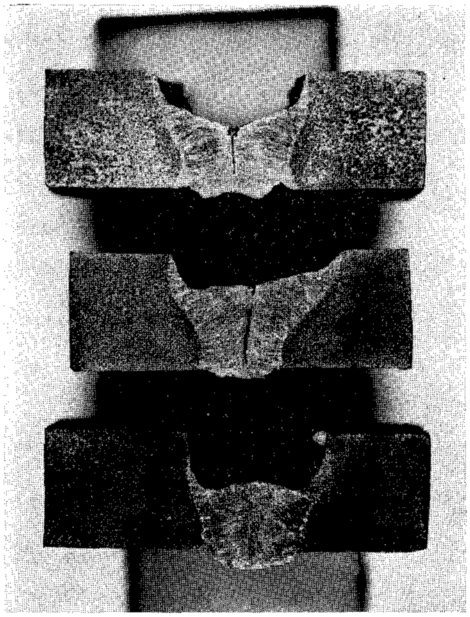
図—8　変位曲線

るが，仮付の溶解とともにその特性を発揮して変形するのである。溶接終了後は荷重測定と同様に変形が負方向へ作用し変位も減少する。変位量が最高 2.0～2.5 mm となっているが，仮付片の塑性変形あるいは母板の熱膨張等の影響があると思われ，真の変位量はもっと少ないものと思われる。図-8 に安藤氏ら[1]の結果も示してあるが，高電流，高速度による溶接と終端部の仮付が強固であるため溶着金属の凝固収縮あるいは熱塑性ひずみによる負方向への変形の寄与が顕著に現われず，仮付の溶解とともに急激に変位が生じたものと思われる。いずれの結果においても仮付の溶解によって変位量が急激に上昇することは一致している。本実験では終端割れの発生率が 20～30% 程度であり，高電流，高速溶接の割れ発生率より少ない結果を得たが，手溶接による方法では割れ発生率が少ないという現場的経験と一致しており，その原因は，溶着金属の冷却収縮の効果と考えられる。

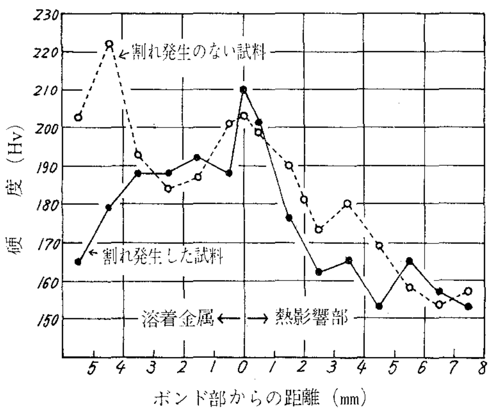
2. 組織観察・硬度測定

写真-1 に割れの発生した試験片と発生していない試験片のマクロ組織を示す。ボンド部よりほぼ直角方向に成長している柱状晶の会合部に沿って割れが発生しており，割れの発生していない試験片には溶着金属中央部に等軸晶が形成している。柱状晶のものに割れが発生した原因として，比較的広い範囲に溶質原子が一様に分布している等軸晶に比較して，柱状晶の場合は，その成長にともない溶質原子が溶着金属中央部に濃縮され，その凝固温度が低下する[6]ために終端部仮付の溶解による母板の急激な変形に耐えきれずに割れが発生したものと思われる。

次に硬度測定の結果を図-9 に示す。割れの発生した試験片と発生していない試験片を比較すると，割れの発生した試験片は熱影響部からボンド部附近までの差はそれほど無いが，溶着金属中央部に近くなるにつれ，硬度は低下している。これは柱状晶と等軸晶で



写真—1　溶接部のマクロ組織



図—9　終端部試料の硬度

は溶質原子の分布状態の違い，また割れの発生による内部ひずみの解放のためであり，ビード始端部と比較しても低い値であった。等軸晶を形成している試験片（割れ発生が無い）においても，終端部では他の部分より高い硬度値を示していたが，終端部分は仮付の溶解による急激な変位によってひずみが生じるためと思われる。このことは片面自動溶接において，たとえ割れが発生しなくても終端部近傍には高い残留応力が存在するものと思われるので，加熱等により，ひずみエネルギーの解放等の処理が必要と思われる。

IV. 結　論

片面溶接における終端割れの発生原因を検討するため，終端部における荷重および変位量の測定，また溶着金属の組織観察，硬度測定を行い，次の結論を得た。

(1) 荷重，変位は溶接アークが終端部を通過し仮付を溶解したとき最大値を示す。

(2) 終端部溶着金属が柱状晶のものの会合部に割れが発生し，硬度は割れ発生の無いものより低い。

(3) これらの実験結果から，終端割れの発生原因は次のように考えられる。割れの発生は終端部仮付拘束の溶解解放による終端部変位の急増と溶着金属の組織に依存する。

(4) 割れの防止対策として，タブ板，金具等で拘束し，アークが終端部を通過しても拘束を解放しないようにし，さらに溶着金属が等軸晶として凝固するよう，凝固因子の調整が必要であろう。

終わりに，片面自動溶接実験に御協力をいただいた函館ドック株式会社室蘭製作所の方々に深く感謝いたします。

（昭和49年5月20日受理）

文　献

1) 稲垣・岡田： 溶接学会誌, **36**, 7 (1967).
2) 寺井・有川： 溶接学会誌, **36**, 7 (1967).
3) 安藤・仲田・平野： 溶接学会誌, **39**, 8 (1970).
4) 益本・今井： 溶接学会誌, **39**, 6 (1970).
5) 寺井・豊岡・山田・松村： 溶接学会誌, **40**, 12 (1971).
6) 松田： 溶接学会誌, **40**, 4 (1971).

軟鋼のV型開先突合せ溶接における角変形の発生過程*

藤原幹男・坂本義継
田中雄一・井川克也

Angular Distortion Process in the V-Type Groove Welding of Mild Steel

Mikio Fujiwara, Yoshitsugu Sakamoto, Yuichi Tanaka and Katsuya Ikawa

Abstract

Angular distortion is a common defect in the butt welding and it must be avoided by constraining of the work piece or settling with proper opposite angle of one. To consider these counter-measures, the distortion process ought to be clarified.

In this investigation, distorted angle with no constraining and distortion stress with complete constraining were measured in process of V-Type groove welding under various welding conditions. It is possible to draw some conclusions and make practical recommendations from the data and observations in this experiment as follows;

(1) Angular distortion is largest at the welding of first layer and the major part of distortion occurs in the early stage of welding pass.

(2) The distortion in later stage of the first pass and after second one are constrained by the preceded weld metal and under-layered weldment, therefore the amount of distortion is about a half of the first layer welding.

(3) Under constant heat input, the welding with high electric current and large velocity is accompanied by smaller angular distortion.

(4) Bending moment induced by complete constraining of the work piece is very small at the first layer welding, and large after second one. Also, the bending moment increases with the amount of weld metal.

Therefore, to avoid this distortion, it is most effective that the constraining might be applied on the first layer welding accompanied by the largest distortion and the least bending moment.

I. 緒　　言

溶接によって発生する収縮や変形は構造物に悪影響を与えるばかりでなく，その矯正には多くの時間と労力が必要であるため，その発生を最小限に抑えることが重要である。

溶接収縮や変形については今日まで多数の研究報告がなされており，突合せ溶接における

* 1973年11月15日　日本金属学会・日本鉄鋼協会両北海道支部合同大会に発表

収縮の発生機構や横曲り変形については佐藤氏らの理論的，実験的な研究[1]，あるいは立川氏らの研究[2]によって解明されている。

本研究では軟鋼板の突合せ溶接における角変形について，溶接条件の変化，すなわち入熱の影響，熱源の高さの影響，あるいは多層盛を施したときの溶着金属下部の低温領域による拘束の影響を調べるため，溶接進行にともなう角変形量を測定し，さらに角変形を拘束したときの応力発生状況を測定し，角変形の発生過程を検討した。

II. 実 験 方 法

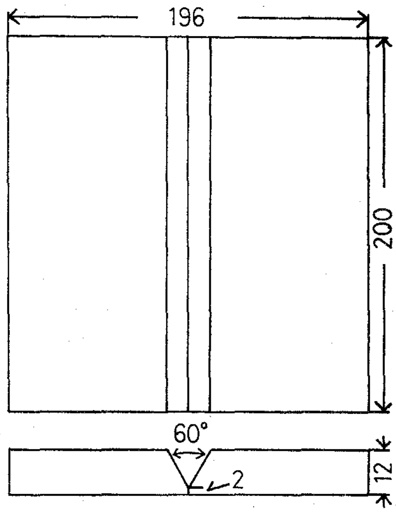
1. 供試材および溶接条件

供試材は板厚 12 mm の一般構造用圧延鋼材 (SS 41) であり，その化学成分を**表-1**に示す。

表—1　供試材化学成分 (%)

C	Si	Mn	P	S
0.21	0.54	0.54	0.005	0.015

試験片は**図-1**に示す形状寸法であり，開先形状は 60° の V 型，開先高さは 2 mm，開先間隔はとっていない。溶接棒は棒径 4 mm の低水素系被覆アーク溶接棒 (JIS・D 4316) を使用し，溶接棒角度は 90° で下向溶接を行った。溶接はアークの発生を容易にするため，始端部開先内に供試材の切粉をのせて行った。溶接電流，溶接速度は各々の実験において変化させた。

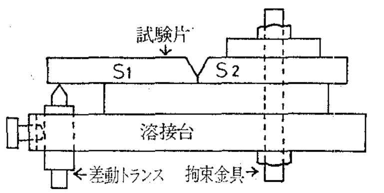


図—1　試験片形状および寸法 (mm)

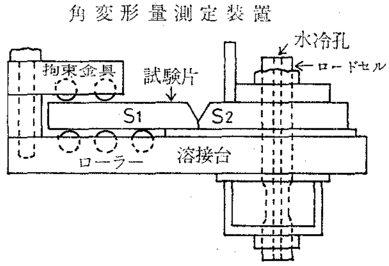
2. 実験装置・測定方法

溶接機は定格一次電圧 200 V，定格二次電流 250 A の交流アーク溶接機であり，使用電流範囲は 45～265 A である。溶接装置は手製の半自動溶接装置を使用した。この溶接装置は試験片を種々の速度で移動させることができ，一定速度の溶接が行える。

図-2に測定装置の概要を示す。角変形量測定は試験片の一方 (S_2) を拘束金具で溶接台に固定しもう一方 (S_1) は無拘束にし，角変形量を試験片 (S_1) の裏側に取り付けた差動トランス変位計によって測定した。次に応力測定は試験片全体を溶接台に固定した。



角変形量測定装置



応力測定装置

図—2　実 験 装 置

すなわち試験片 (S_1) はローラーを取り付けた拘束金具で固定し，もう一方の試験片 (S_2) をロードセルと金具によって固定した。ローラーは横収縮による溶接線に直角方向の力がロードセルへ影響しないようにするために取り付けてある。

ロードセルは Ni-Cr 鋼 (SNC 3) を材料として，冷却水を流すために中空に作製した。ひずみ計は４枚の作用ゲージ（縦方向）と４枚の補償ゲージ（横方向）を貼り付け，熱および曲げの影響を無くするようにした。

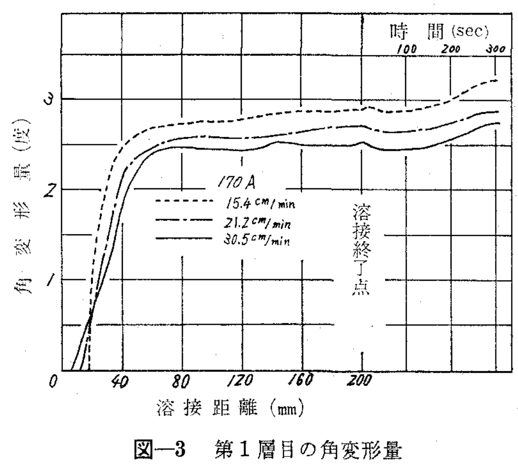
3. 組織観察

試験片は角変形量測定試験片より採取し，マクロ組織観察を行った。試験片はバフ研摩後，10% 硫酸溶液により数分腐食後，塩化第二鉄溶液（塩化第二鉄 40 g，塩化第二銅 3 g，塩酸 40 cc，水 500 cc）によって腐食し，この際，試験片表面に生じた銅の被膜を希硝酸に数秒浸して除去し，マクロ組織観察に供した。

III. 実験結果および考察

1. 角変形量の測定

図-3 に溶接電流を一定にし，溶接速度を変化させたときの１層目における角変形量の測定結果を示す。溶接ビードが 1/4 程度までに変形は急速に起こり，その後，ほぼ飽和して一定となっている。変形速度，変形量は溶接速度の遅いほうが大きく，溶接終了後は溶着金属の冷却とともに変形量は増加している。溶接初期において変形が飽和するのはつぎのように考えられる。溶接における加熱冷却速度は非常に大きいので，熱源の移動により始端部から凝固冷却が始まるが，熱源が試験片の 1/4 程度に達するまでに，始端部からの凝固収縮および冷却による熱収縮によって１層目における角変形はほぼ無拘束で生じる。その後は始端部溶着金属が終端部へ向う溶着金属による変形を次々と拘束してしまうためと思われる。また溶接速度の遅いものほど溶着金属量が多いため，ビード表面と裏面の横収縮量の差が大きく，角変形量が大きくなっており，溶接速度の速いほうが凝固冷却も速く変形の開始が早くなっている。

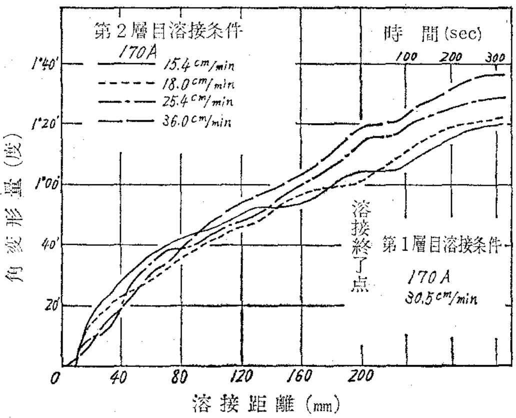


図—3　第１層目の角変形量

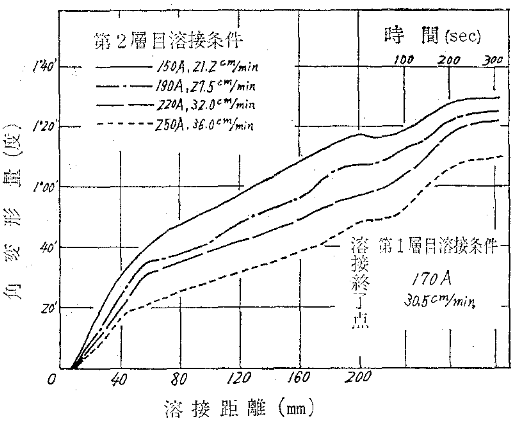
次に２層盛を行い，１層目の溶着金属による拘束の影響，２層目の溶接条件の変化による入熱，熱源の位置，溶け込み深さなどの影響を調べるために，２層目における角変形量を測定した。**図-4** は１層目を一定溶接条件で溶接し，２層目の溶接条件

を変化させた場合の測定結果である。

角変形は溶接の全区間にわたってしだいに増加しており，変形量は拘束が有るため1層目の半分程度になっている。溶接初期では溶接速度が遅いほど立上りは急になっているが最終的には溶接速度の速いほど変形量は大きくなっており，1層目の半分程度になっている。これは溶接速度が遅いと溶着金属量も多く，ビード表面と裏面の横収縮量の差が大きくなり角変形量が大きくなると思われ，このことは溶接中期までその傾向がある。しかしながら，溶接の進行とともに始端部からの凝固冷却によって溶着金属量の多いほど拘束力も大きくなり変形が抑制されるものと思われ，2層目の溶着金属量の相違による拘束力の影響のために溶接速度の速いほど角変形量は大きくなっている。**図-5** は **図-4** と同様に1層目を一定溶接条件で溶接し，2層目の溶接条件を入熱一定の条件下で変化させた場合の測定結果である。



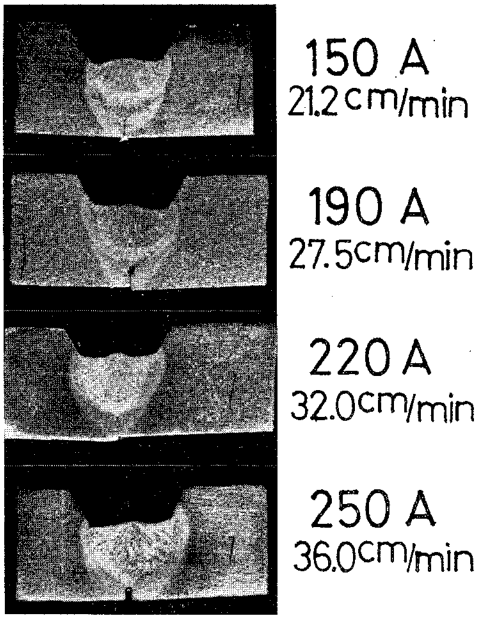
図—4　第2層目の角変形量



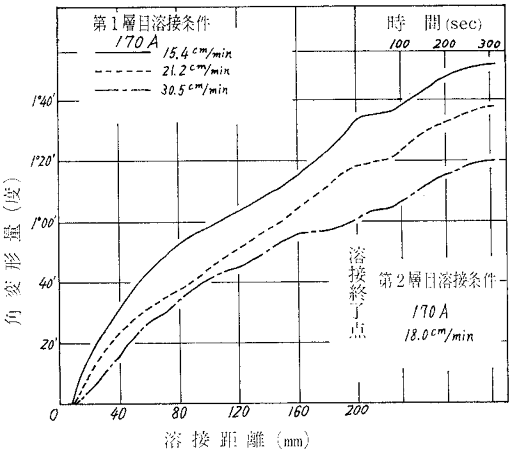
図—5　第2層目の角変形量

この場合も溶接前半では比較的変形速度が速いが角変形は溶接の全区間にわたってしだいに増加している。角変形量も **図-4** と同様に拘束が有るために1層目の半分程度である。このときの入熱はほぼ一定であり，溶着金属量はほぼ一定と見なされるが，溶接速度を増して高電流になると溶け込み深さが増し，ビード表面と裏面の温度差が小さく横収縮量の差も小さくなるため角変形量が小さくなったものと思われる。**写真-1** にこのときの溶接部のマクロ組織を示す。溶着金属の高さはほぼ一定になっているが高電流になるほど溶け込み深さが増加しているのがわかる。

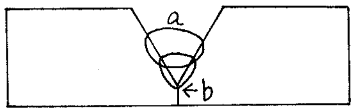
次に1層目の溶接条件を変化させ，2層目に一定条件で溶接したときの測定結果を **図-6** に示す。この場合も同様に溶接の進行とともに角変形量はしだいに増加し，1層目の溶着金属量が多くなると2層目の位置が高くなりビード表面と裏面の温度差が大きく，横収縮量の差も大きくなるために1層目の溶着金属量が多い（溶接速度が遅い）ほど角変形量が大きくなっている。



写真—1 溶接部のマクロ組織（溶け込み深さの相違）



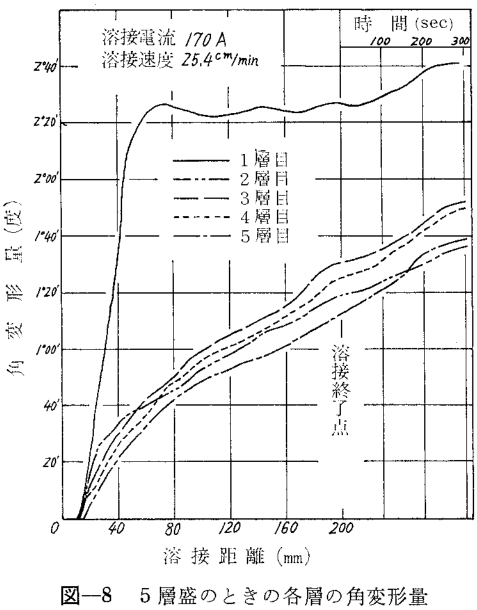
図—6 第2層目の角変形量



図—7 ビード表裏両面の温度差による横収縮量の相違について

図-7 の a, b における温度を T_a, T_b とし，$T_a > T_b$ なるとき t 秒後に a, b ともに T_t となったとすると，$T_a - T_t > T_b - T_t$ が成り立ち，a の部分の横収縮量が大きく，その差が角変形の駆動力となり，$(T_a - T_t) - (T_b - T_t)$ の値が大きくなるほど角変形量は増大する。このように角変形はビード表裏両面の温度差，溶着金属および溶かされた母材の凝固収縮，およびその後の冷却による熱収縮によって発生し，また先行する溶着金属量による拘束力の相違も角変形の大小に影響すると思われる。

図-8 は溶接電流 170 A，溶接速度 25.4 cm/min の一定溶接条件で5層盛溶接を行ったときの各層における角変形量の測定結果である。図-3～図-6 に示したように，1層目は溶接初期において変形はほぼ飽和し，2層目以降も前述と同様の経過をたどり角変形は増加している。4層目，5層目では表裏両面の温度差が大きくなるにもかかわらず角変形量はわずかではあるが減少している。これは溶着金属量が増加した

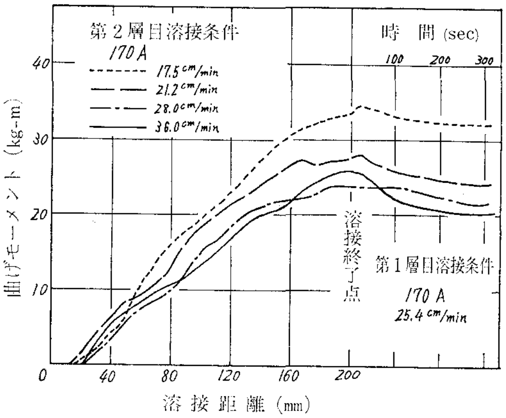


図—8 5層盛のときの各層の角変形量

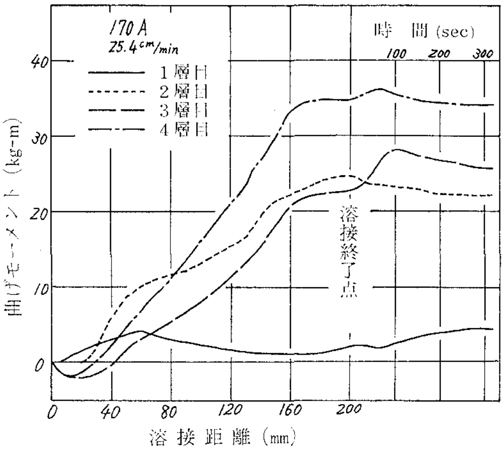
ため，逆に拘束力が大きくなり角変形量が減少したものと思われる。

2.　応力の測定

次に角変形を拘束したときの応力の測定結果を述べる。測定した応力は曲げモーメントに換算して図示した。**図-9** は1層目に一定条件で溶接し，2層目において溶接条件を変化させた場合の2層目の測定結果である。溶接開始後しだいに増加していき，溶着金属量の多いものほど曲げモーメントは大きく，これはビード断面積の増加によるものと思われる。溶接終了時，あるいはその直後に最大値を示し，その後は減少している。これは溶接終了後，試験片全体に熱が伝導されるために熱塑性ひずみを生じ，応力を緩和するためと思われる。**図-10** は溶接電流 170 A，溶接速度 25.4 cm/min の一定溶接条件で行った4層盛における各々の曲げモーメントの測定結果を示したものである。1層目ではきわめて小さく2層目以降は **図-9** と同様の傾向で増加し，溶接終了後は減少している。3層目，4層目の溶接初期に曲げモーメントが負になる期間が認められるが，2層目，3層目において残留した応力が次層の加熱により緩和されるためと思われる。



図—9　第2層目曲げモーメント



図—10　4層盛のときの各層の曲げモーメント

前項で1層目における角変形量が最も大きい結果を得たが，応力の測定においては1層目で最も小さい結果になっている。これは角変形が比較的高温域で発生するものと思われ，応力の測定におけるように試験片全体を拘束した場合，溶着金属がまだかなりの高温にあるために塑性変形を受けやすい状態にあり，その結果，曲げモーメントが小さくなるものと考えられる。

IV.　結　　論

V 型開先の突合せ溶接における角変形量の測定および角変形を拘束したときの応力を測定し，その発生過程を検討し，次の結論を得た。

(1)　角変形は1層目において最も大きく，溶接初期に発生する。

(2)　1層目の溶接後期，2層目以降の角変形は先行した溶着金属あるいは前層の拘束を受け，2層目以降の角変形量は1層目の約半分程度である。

(3)　入熱が一定であっても高電流，高速溶接のほうが角変形量は小さい。

(4)　曲げモーメントは1層目では非常に小さく，2層目以降は大きい。2層目の曲げモーメントは溶着金属量の多いほど大きく，層数を増すにつれ曲げモーメントは大きくなる。

したがって，角変形を抑制するためには1層目の角変形が最も大きいこと，また1層目の曲げモーメントが非常に小さいことから，1層目において角変形を拘束することが最も有効であると考えられる。

(昭和49年5月20日受理)

文　　献

1)　佐藤・松井・小林：　溶接学会誌, **35**, 4 (1966).
2)　立川・徳永：　溶接学会誌, **39**, 2 (1970).
3)　三ヶ島・大和田野・迎：　溶接学会誌, **31**, 11 (1962).
4)　三ヶ島・迎：　溶接学会誌, **31**, 12 (1962).

黄鉄鉱単結晶の成長とその評価

山田　進・松野能成・南条淳二
野村　滋・原　進一

The Single Crystal Growth Behavior of FeS_2 Pyrite

Susumu Yamada, Yoshinari Matsuno, Junji, Nanjo,
Shigeru Nomura and Shin-ichi Hara

Abstract

Some semiconductive properties of natural crystals of FeS_2 pyrite have been the subject of an extensive study in our laboratory. In the course of this study, it became desirable to make single crystals of which the defects are fewer. So, after R. J. Bouchard's method, we attempted to prepare single crystals of EeS_2 pyrite by chemical vapor transport using chlorine. The Crystals as large as 8 mm³ were obtained and it was found that these crystals were considerably better than natural crystals. In these grown crystals, the existence of dislocation, a grain boundary, and the localized distribution of impurities were recognized, but, in general, defects were very few, although the primary charge was the powder of natural crystals. In this paper, the behavior of the single crystal growth of FeS_2 pyrite and the subsidiary growth of whisker are described.

I. 緒　　言

我々はこれまで天然黄鉄鉱結晶（立方晶系の FeS_2 パイライト）について，その半導体材料としての電気的特性の測定，及び結晶欠陥などについて調べてきた。それによると，たとえば固有抵抗については同一結晶内でも室温で0.04～10Ω-cm の広い範囲にわたって分布していることが確認された[1]。半導体としての特性上，このような大きなひろがりは当然予想されることであるが，その後同一結晶内で局部的にP-N 反転している部分や小傾角粒界の存在，転位や不純物の局在なども確認され，これらの結晶欠陥が電気的特性に大きな影響を与えていることも明らかになった[2]。これらのことより，黄鉄鉱の真性半導体としての特性を研究するためには欠陥の少ない均一な人工単結晶を作ることが必要になってきた。そこで筆者らは各種の物理定数を測定でき得る4～5 mm 角程度の大きさを有する黄鉄鉱単結晶を成長させることを目的とし，人工単結晶作成を試みた。ここでは，この結晶作成の過程，及びその結晶学的な評価，さらにこの過程に附随して得られるひげ結晶成長について報告する。

黄鉄鉱単結晶成長方法については中井による熱水合成法[3]，Wilke によるフラックス法[4]，

Bouchard による化学輸送法[5] などが報告されている。このうち熱水合成法については，我々の試みによっても 50 μ 角程度の大きさの単結晶が得られているが[6]，この方法で大きな単結晶を得るのは原理的にむずかしいようである。フラックス法によるものでは 3 mm 角程度の大きさの単結晶が得られている。しかしこの方法ではフラックスに用いた元素の一部が結晶中に不純物としてはいり込む欠点がある。フラックスに $PbCl_2$ を使用した場合，結晶内の不純物量を 0.1 wt % 程度におさえることができることが，安達によって示されている[7]。化学輸送法においても 3 mm 角程度の単結晶が得られている。この方法では不純物の混入が少なく良質の単結晶が得られるが，成長が遅く，大きい単結晶を得るには長時間を要する。しかし気相からの成長は比較的簡単な装置ですむこと，及び薄膜状に成長させることができる，などの利点も有するため，我々の実験ではこの化学輸送法を用いることにした。化学輸送法は単にトランスポート法とも呼ばれているものであるが，原料の粉末 FeS_2 をハロゲン気体（我々の場合は塩素ガス）と反応させ，気体状の塩化物の形にしたうえで，温度差によって高温部から低温部へ運び，そこで FeS_2 単結晶として成長させるものである。この方法によって最大 2 mm 角程度の単結晶を約 250 時間で成長させることは我々によっても確かめられている。また結晶成長部分の温度を下げることによって，ひげ結晶も成長させることができることがわかっている。

化学輸送法によって FeS_2 結晶が成長するときの反応は次のようなものであるとされている。

$$FeS_{2(s)} + Cl_{2(g)} \rightleftharpoons FeCl_{2(g)} + S_{2(g)}$$

さらに 600°C 以上の高温では次のような分解も起こる。

$$FeS_{2(s)} \rightleftharpoons FeS_{(1-x)(s)} + S_{(g)}$$

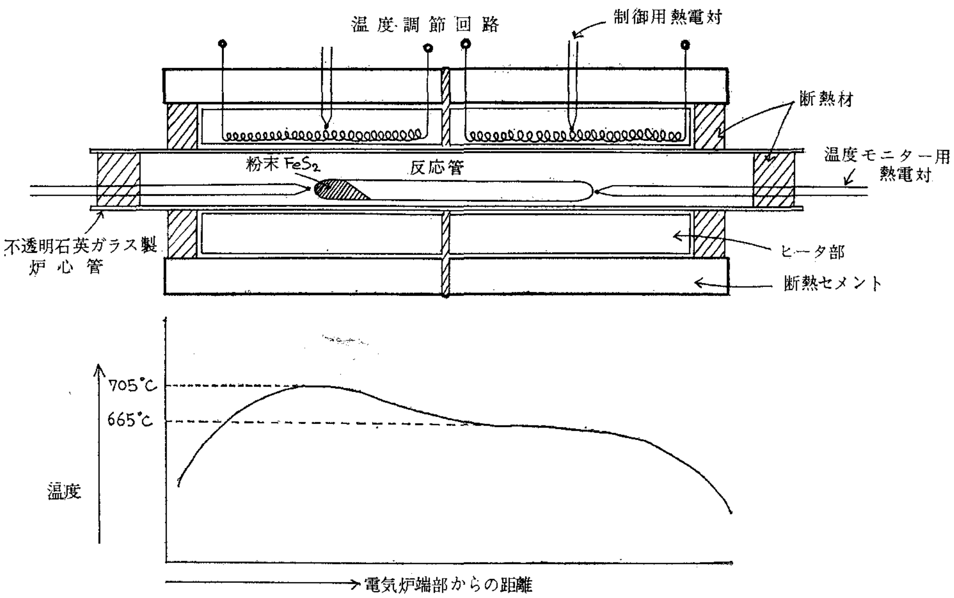
不均等化反応も予想されるが，確認されていない。原料は FeS_2 粉末か，又は鉄と硫黄とを単に化学量論的に混合したものでも良い。鉄と硫黄から直接結晶を成長させる場合は，硫黄の蒸気圧が高くなるので，反応管が破損しないよう，特別な注意を払った装置を用いる必要がある。

II.　実験結果及び考察

原料としては天然黄鉄鉱を粉末にして用いた。人工的に FeS_2 粉末を得る方法も試みたがこれについてはあとで述べる。結晶成長のための反応管は透明石英ガラスで作られ，直径は 6～8 mm，長さ 14 cm である。原料の FeS_2 粉末 1 g を入れた後，10^{-5} Torr まで真空排気する。そのあと塩素ガスを 0.2～0.3 気圧つめて封じ切る。塩素ガス圧力については，多少変わっても結晶成長速度及び表面状態にはほとんど関係ないようである。

電気炉の構成と温度分布の一例を第 1 図に示す。

原料が置かれる領域の温度は比例制御方式によって温度調節され，温度変動は 10 日間で ±2.5°C，結晶成長部は PID 制御方式によって温度変動は ±1°C におさえられる。結晶成長時



第1図　電気炉とその温度特性の1例

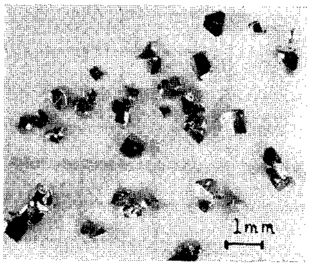
Fig. 1.　Furnace and Temperature gradient

の温度は原料部を705°C, 結晶成長部を665°Cに設定した。温度差を大きくすると結晶成長速度は大きくなるが，系の過飽和度を大きくすると結晶の核が形成される割合も増大するので，大きい結晶を得るには温度差40～60°Cが適当であった。原料を封入した後の反応管内壁には原料の FeS_2 微粉末が多数付着しており，この状態で結晶成長させると，この微粉末が結晶の核となり，多数の結晶が同時に成長し始めるので，大きな結晶は得られない。これを防ぐため，初めの段階で結晶成長領域の温度を原料部分より高くして温度分布を逆の状態にしてやると，反応管内の結晶成長領域がクリーニングされ，結晶の核の数を制限することができる。

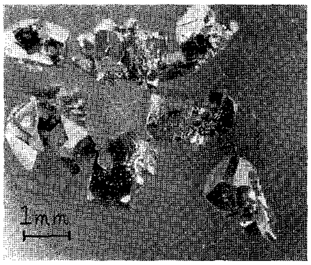
結晶は必ずしも反応管結晶成長領域の端部に成長するわけではなく，低温部に分散する形をとる。1個の結晶が単独で成長する場合と，ある1点を中心として数個の結晶がかたまって出来る場合がある。後者は反応管内壁のきずなどが核になっていると思われ，このような部分からは大きな結晶は得にくい。結晶は表面に硫黄が付着しているので，二硫化炭素中で超音波洗浄する。一般に金色の鏡面を持つが，不純物に起因すると思われる荒れた表面も見られ，これは天然黄鉄鉱を原料としたことによると思われる。

結晶は主に(100), (111), (210)面によって囲まれ，双晶も見られる。結晶成長速度は温度差50°Cで，10～20 μ/h程度である。

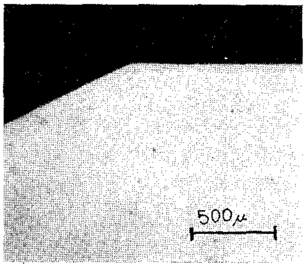
写真①, ②に得られた結晶の外形を示す。①は原料部の温度を750°C, 結晶成長部の温度を665°Cに設定し，5日間で成長させた結晶であり，②は原料部温度を703°C, 成長部温度を665°Cに設定，10日間成長させたものである。②は，実験の初めの段階で，結晶成長部をク



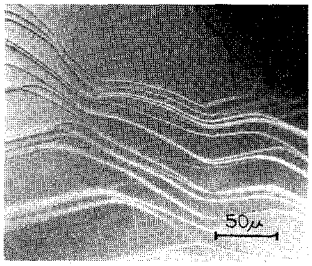
①　温度差40°C, 成長時間5日



②　温度差38°C, 成長時間10日



③　結 晶 表 面

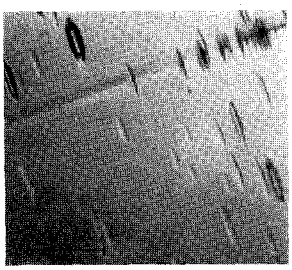


④　Bunching の例

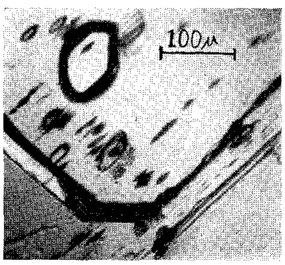
リーニングしてからそこに成長させた。③は結晶面の拡大であり，不純物の散在が見られる。④はBunchingによる階段状の構造を示しており，このような状態の面は結晶表面のごく一部に観察された。

結晶表面をエッチングすることによって，転位，粒界，不純物分布などをある程度知ることができる。エッチング液は硝酸とメチルアルコールを1:1に混合したものを70°Cで用い10分間エッチングした。以下にエッチングした表面状態を示す。転位や不純物の局部的分布も見られるが，天然黄鉄鉱結晶に比べて極めて少なく，化学輸送法が良質の黄鉄鉱単結晶を得る有力な手段となることが明らかになった。

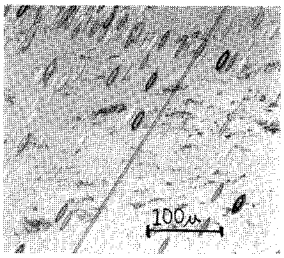
⑤にエッチングした後の一般的な結晶面を示す。ここに表われているピットは，ほとんど転位に対応していない。⑥は粒界，⑦は結晶面に表われた特徴的なすじを示す。結晶成長時における温度変動が大きいと，直線状のすじが見られるという報告[5]があるが，我々が得た結



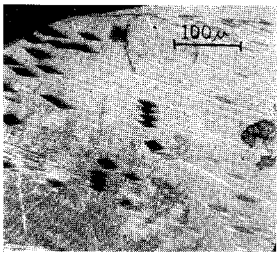
⑤　標準的なエッチング面



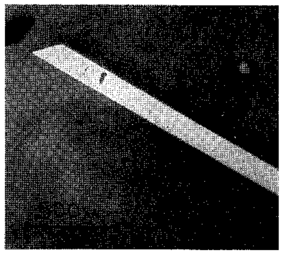
⑥　結 晶 粒 界



⑦ 結晶表面に現われたすじ



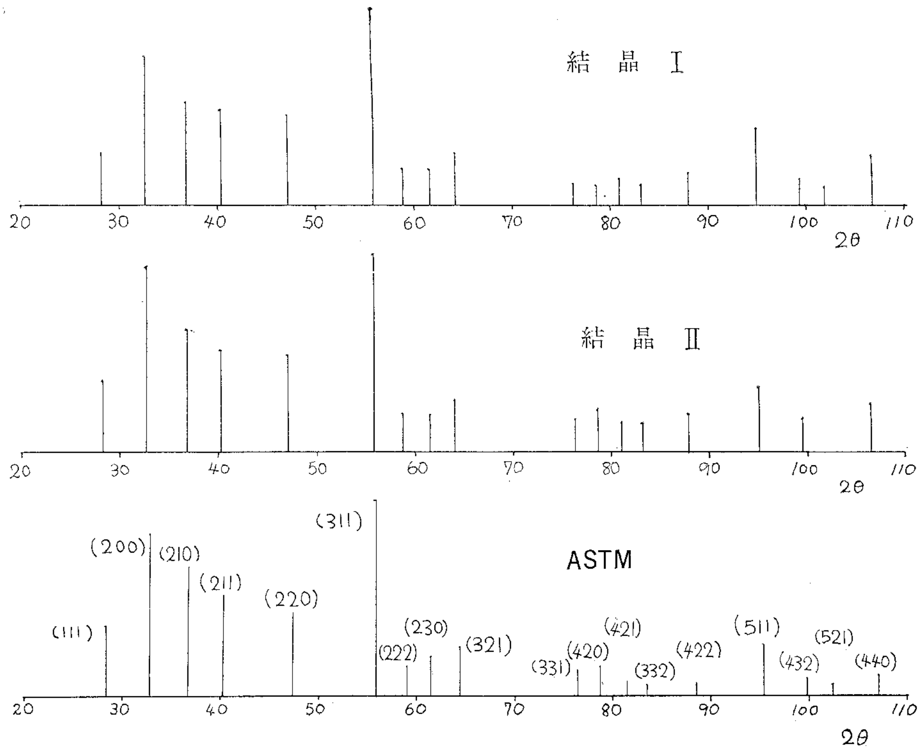
⑧ (100) 面のエッチピット



⑨ Whisker 温度差 400°C で 24 時間成長

晶の中には，同じ結晶内でもすじを持つ面と全く持たない面を共有しているものがあり，温度変動と結晶表面のすじとの関連性は明らかにできなかった。このすじの原因はまだ知られていないが，ほとんどが (100) 方向に直線状に伸びており，粒界を表わすものではないようである。⑧ に (100) 面のピットの形を示す。(100) 面にこのようなひし形をしたピットが表われることは，天然黄鉄鉱結晶においても確認されている。

⑨ にひげ結晶の先端部を示す。これは第 1 図において，結晶成長部の温度を 300°C にすることによって得られたものである。幾何学的先端を持ち，成長方向は (100) 方向であると推定



第 2 図　X 線 回 折 の 結 果

Fig. 2.　Data of X-ray diffraction

される。成長速度は温度差 400°C で約 1 mm/day であり，直線状のすじは全く見られず，表面は極めて平らである。温度差を 200～300°C に設定すると，直方体状の単結晶と，ひげ結晶が同時に成長するようになることから，黄鉄鉱が成長する温度範囲はかなり広いことがわかる。黄鉄鉱のひげ結晶はすべて，長方形の断面を持って成長するが，この成長のメカニズムについては不明な点が多い。得られた通常の結晶の X 線回折による結果の例 2 つを次に示す。ASTM カードによるものも比較のため示した。いずれも (311) 面による回折強度を基準とした相対強度を示している。これに見られるように，各回折ピークの相対強度は ASTM カードと比較的良く一致しており，再現性良く結晶成長させることが可能である。

III. 結果の検討

以上述べたように，一応黄鉄鉱単結晶を成長させることはできたが，まだ結晶の大きさが 1～2 mm 程度であり，各種測定を行うには少し小さすぎる。これは単に成長時間をより長くすれば解決されると思われるが，もっと短時間に大きい結晶を得ようとすれば困難がある。温度差を大きくすれば，結晶成長速度は大きくなるのであるが，そうすると生成される結晶の数が増大するため，やはり大きい結晶は得られないことは先に記した。そこで今後は小さい温度差で数個の結晶を成長させた後，ひき続いて温度差を大きくして，その結晶を種子として成長させる，といった方法を試みるべきであろう。結晶性に関しては転位や不純物の局在をいかにしておさえるか，という問題が残っている。また得られた結晶表面をエッチングする際に転位を表わすピットと共に，明らかに転位に対応しないと思われる底の平らなピットも多数現われることがわかった。このため，現在のエッチング液をさらに検討する必要がある。

表面観察において，らせん転位などの成長促進中心と確認できるものは見い出せなかった。我々の設定した温度では系の過飽和度が Frank 理論を適用できるほど低くなかったとも思われるが，黄鉄鉱結晶の成長速度がかなり遅いことも考慮に入れると，らせん転位による成長が起こっているとは考えにくい。

また，これまでの実験では天然黄鉄鉱の粉末を原料としたのであるが，人工的に合成した黄鉄鉱粉末を用いることも試みている。この合成黄鉄鉱粉末は石英アンプル中に化学量論的な鉄と硫黄を真空封入して 600°C で反応させることによって得られる。完全に反応させるため，1 回目の反応後，アンプルの内容物をめのうばちで粉砕し，過剰の硫黄を加えて再び同じように反応させる。反応時間はそれぞれについて 30 時間程度である。このようにして得た黄鉄鉱粉末は最終的に 800 メッシュ程度であり，X 線回折の結果，ASTM カードと良く一致することが確認された。今後はこの合成黄鉄鉱粉末を原料として，4～5 mm 角程度の結晶を作成することを目標とし，そのうえで，エネルギーギャップの値，移動度などを測定していく予定である。

ひげ結晶については，あまり検討されていないが，成長速度が比較的早いことや，簡単に得られる，などの利点も有するため，今後研究を進めていくつもりである。

(昭和49年5月20日受理)

文　　献

1) 菊地克昭・山田慎一郎・野村　滋・原　進一・南条淳二：昭44　電気四学会北海道支部連大，32.
2) 山田　進・南条淳二・野村　滋・原　進一：昭46　電気四学会北海道支部連大，40.
3) 中井信之：名古屋大学「硫化鉄の熱水合成」および私信.
4) K.-Th. Wilke, D. Schultze and K. Töpfer: Jour. Crystal Growth., 1, pp. 41–44 (1967).
5) R. J. Bouchard: Jour. Crystal Growth.. 2, pp. 40–44 (1968).
6) 平島昭二・山田　進・南条淳二・野村　滋・原　進一：電子通信学会，電子部品，材料研究会資料，資料番号 CPM 73–48 (1973–07).
7) 私信.

シリコン陽極酸化に及ぼす水の効果

宮内幸市*・南条淳二
野村　滋・原　進一

The Effect of Water on Silicon Anodic Oxidation

Koichi Miyauchi, Junji Nanjo, Shigeru Nomura
and Shin-ichi Hara

Abstract

It has been reported that the physical and chemical properties of the silicon anodic oxides differ with the forming conditions of the oxides, and especially, that the water in the electrolyte has a large influence on the electrode reaction and the mechanism of silicon anodization.

In our experiments, the silicon anodic oxides were formed at constant current density, 3 mA/cm^2, in the solution of THFA, a protonic solvent, $+0.04$ N-NH_4NO_3 with added water contents varing from 0.3 to 5.0 W/%, and the forming time was 90 min. By measuring the weight, thickness and I-R spectrum of the oxide, several effects of the water in the electrolyte were investigated, and following results were obtained. (1) When the water content was about 3 W/%, the ionic current efficiency of the oxide formation had the maximum value, 1.1%. It may be guessed that this result was caused by our using the protonic solvnt, becauce all of the OH^- ion which are produced by the dissociation of the water in the electrolyte do not contribute to the oxidation but they hydrate with the proton, cation and anion. (2) It was shown by weighing the silicon oxides before and after the anodization that all of the oxides in this experiments belong to "the less oxygen type" with respect to stoichiometric SiO_2. (3) The resistivity of the oxide had a tendency of decreasing in proportion to the increasing of the water content in the electrolyte.

I. まえがき

シリコン陽極酸化膜の物理的，化学的性質は，一般に酸化膜の生成条件によって異なる。特に，電解液自身の水および電解液中にできる水の存在とその量は，酸化膜の形成機構をも支配し，膜質に与える影響は大きい。P. F. Schmidt[1] は，電解液に N-メチルアセトアミドを用いて酸化膜を形成した場合，電解液中の水の存在は，膜の生成速度を増加させると報告している。秋元[2] らは，テトラヒドロフルフリルアルコール（以下，THFA と省略する）を用いた場合，無水よりも含水性の場合の方が大きな形成電圧の増加率を示すが，酸化の進行と共にその増加率は減少し，ピンホールが発生して膜質の低下を来たすと報告している。また，南条[3),4)]

＊ 現　電信電話公社

らは，THFA および多量に水を含んだ硼酸・硼砂で酸化膜を形成し，その赤外線吸収特性から，膜内部は多相構造をとり，特に，膜表面付近に分布している水酸基濃度は電解液中の含水量と共に大きくなり，1100 cm^{-2} 付近の吸収ピーク値に大きな影響を与える。また，1100 cm^{-1} 付近のピーク位置とその半値幅から，もし酸化膜が結晶化しているならば，α-tridymide に近い構造であるとし，また，電子線回折の結果，硼酸―硼砂による酸化膜は全体的に無定形であるが，無水 THFA で形成した酸化膜は，酸化時間の短いものに無定形でない明瞭な回折リングを認めている。E. F. Duffek[5] らは，電解液にエチレングリコールを使用して酸化膜を形成した場合，酸化速度や膜質に与える電解液中の最適含水量は0.5～3% であると報告している。

本研究は，THFA 中の含水量を0.3～5% に変えて酸化膜を形成し，その酸化膜の重量および膜厚を測定し，電流効率，抵抗率および膜の密度を求めて，シリコン陽極酸化に及ぼす水の効果を調べたので報告する。

II. 実験方法

(i) 試　料：酸化に用いたシリコンウェハーは，P 形で比抵抗が約 5～15 Ω-cm の単結晶 (111) 面である。これを，フッ酸：硝酸：酢酸＝3：8：1 の混合溶液でエッチングし，鏡面にした。

(ii) 電解液：THFA に硝酸アンモニウムを加えて 0.04 規定にし，これに蒸留水を 0.3～5% 添加した。電解液中の含水量はカールフィッシャーで滴定した。

(iii) 酸　化：酸化膜の形成は，電流密度が 3 mA/cm^2 の定電流法で行なった。酸化時間は 90 min である。この理由は，酸化時間対形成電圧との関係が直線的であると膜表面の凹凸が最も少なく，しかも水の影響が良く現われるという本研究室の実験結果に従った結果，90 min が含水量の範囲内で平均的な時間となるからである。

(iv) 重量測定：酸化前後のウェハーの重量，酸化膜除去後の重量は電気天秤で秤量した。測定誤差は 5 μg である。酸化前の重量を X(g)，酸化後の重量を Y(g)，酸化膜除去後の重量を Z(g) とすると，

(i) 形成された酸化膜の重量＝$Y-Z$ (g)

(ii) 酸化膜内のシリコンの重量＝$X-Z$ (g)

(iii) 酸化膜内の酸素の重量＝$Y-X$ (g)

となる。(iii) に関しては，酸化膜内部の水酸基の存在を考慮に入れず，酸化膜がシリコンと酸素から成り立っているという仮定のもとで求めてた。

(v) 膜厚の測定：エリプソメトリー法で測定した。しかし，この装置は著者等の研究室に於いて試作中のもので，現在，膜厚が 2300 Å 以下では測定誤差が ±100 Å であるが，それ以上の膜厚では誤差が大きくなる。それで，2300 Å 以上の膜厚に対しては，比色法と干渉顕微鏡による値[6] を参考にして行なった。

また，Si-0 非対称伸縮振動による 1100 cm^{-1} 付近の赤外線吸収ピークの深さと膜厚との間に，直線的な比例関係があるという J. E. Dial[7] の熱酸化膜についての実験報告に従って，透過法による赤外吸収ピークの深さと電解液中の含水量との関係を調べた。

(vi) 膜の抵抗率： 酸化膜の形成電圧を $v(V)$，電流密度を i(mA/cm^2)，膜厚を d(cm) とすると，膜の抵抗率は，$\rho=v/di\,(\Omega\text{-cm})$ として求められる。

(vii) 電流効率： 酸化膜中の酸素の重量から酸素原子数を求め，この値に単位電荷を乗じたものを酸化膜形成中に流した全電気量で割った値を電流効率とした。

III. 実験結果および考察

Fig. 1 は，電解液中の含水量に対する酸化膜の重量，酸化膜中のシリコンと酸素の含有量の関係を示した。各重量とも含水量が約 3% のとき極大値を示している。Fig. 2 は，電解液中の含水量に対する膜厚および 1100 cm^{-1} 付近の赤外線の吸収率の関係を示した。いずれも，含水量が約 3% のとき最大値を示し，膜厚は 3300 Å，赤外線吸収率が 38% となった。以上の測定結果から，一定時間内に生成される酸化膜の量は，電解液中の含水量によって異なり，著者らの行なった実験範囲では，含水量が約 3% のとき最大となっていると考える。すなわち，一定時間内で行なわれる酸化反応の速度は，電解液中の含水量が約 3% のとき最大となっていると考えられる。

酸化膜は，電解液中の水が電離して生じた OH^- イオンが膜中を移動して酸化膜とシリコン界面に到達し，そこでシリコンと結合することによって生成されるものと考える。したがって，反応速度の相異は，水酸基イオンの供給率が電解液中の含水量によって異なっているために生じたと考える。このイオン供給率の変化が電流効率の変化となって現われるものと考えられるので，酸化膜形成中に流した全電流のうち，実際に酸化膜の形成に寄与した水酸基イオンの酸素原子がシリコンと結合したものとして，Fig. 1 で求められた酸素重量から電流効率を計算してみた。その結果が，Fig. 3 である。含水量が約 3% のときの電流効率は 1.1% である。しかし，この値は膜中の Si-OH の結合形を無視して計算した値であるから，実際の電流効率は，この値より小さいものと考える。

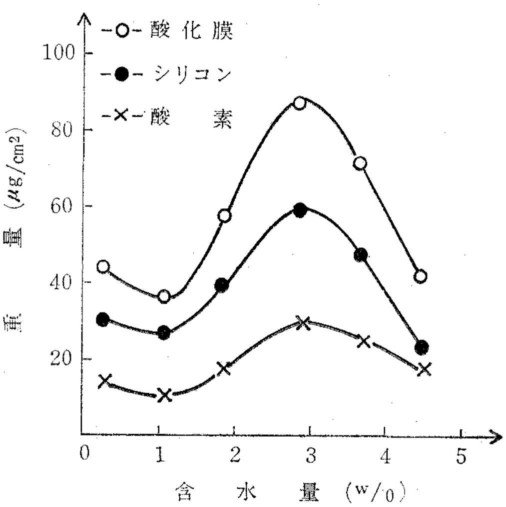


Fig. 1. 電解液中の含水量に対する酸化膜および消費されたシリコンと酸素の重量

さて，著者らの用いたTHFAはプロトン溶媒であり，かつ，水酸基イオンは強い水素結合受容体であるために，電解液中の水は，この溶媒や溶質が電離してできたプロトンやカチオン又はアニオン等との水和に費いやされたり，水が電離して生じた水酸基イオンがTHFAとの溶媒和にも費いやされて，電解液中の水が全て酸化種となって作用していないものと考えられ，結果的にこの影響がFig. 3で求められた電流効率となって現われたのではないかと考えられる。すなわち，電解液中の含水量が約3%のとき水酸基イオンの供給率が最大となって酸化速度が最大となるのは，THFAがプロトン溶媒であるために起こったものと考える。この点，極性非プロトン溶媒中では，水酸基イオンは溶媒和しにくく，裸に近い状態で極めて反応性に富み，水が電離して生じた水酸基イオンは直接酸化種となって，含水量と酸化種とが線形な関係になるのではないかと考えられるので，今後，極性非プロトン溶媒を用いて実験を行ない検討する予定である。

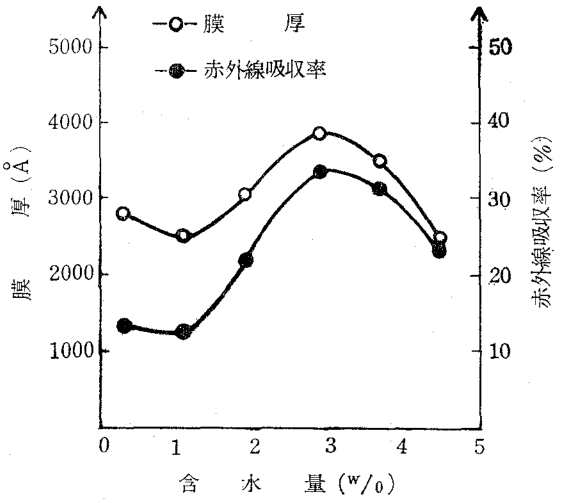


Fig. 2. 電解液中の含水量に対する膜厚および赤外線吸収率

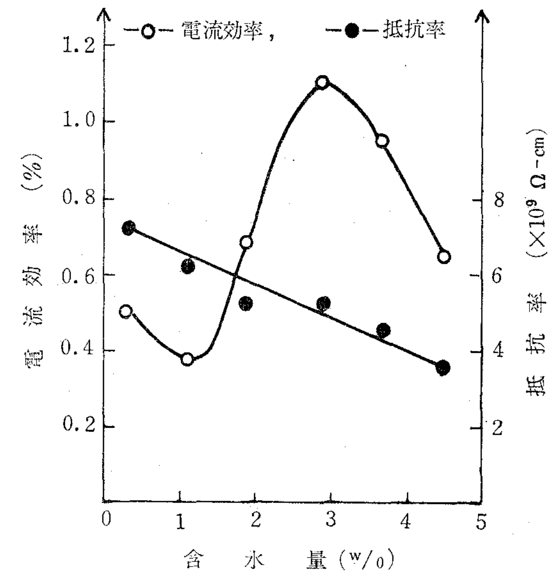


Fig. 3. 電解液中の含水量に対する酸化膜形成につかわれた電流効率と酸化膜の比抵抗

次に，含水性電解液中で形成したシリコン陽極酸化膜は多相構造をとり，特に膜表面に水酸基が高濃度に分布しているため[4]簡単には評価できないが，Fig. 1で得られた実験結果から，酸化膜中のシリコンに対する酸素の比率を求めてみると，Fig. 4の結果が得られた。これから，著者らの得た酸化膜は，化学量論的にみて酸素不足形である。

次に，J. E. Dial[7]らは熱酸化膜の実験に於いて，酸化膜の厚さと，1100 cm^{-1}付近のシリコンと酸素の結合による赤外線吸収ピークの深さとの間に直線的な関係があって，膜厚の増加にともなって吸収ピークの深さも大きくなると報告している。著者らの得た酸化膜の膜厚と赤

外吸収ピークの深さとの間には，Fig. 2 で示すように，含水量が約4% まではほぼ同様な傾向を示し，直線性が保たれているが，含水量が4% を越えると直線性からはずれて膜厚に比較して吸収ピークの深さは浅くなっている。これは，含水性電解液で形成した酸化膜の場合，膜の構造が $1100\ cm^{-1}$ 付近の吸収種となるシリコンと酸素の結合形の他に，シリコンと水酸基の結合の様な他の結合形が存在している[4] ことに起因していると考える。

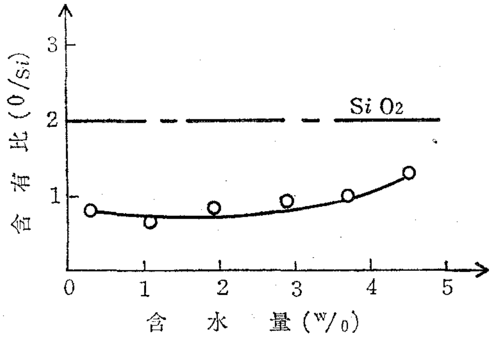


Fig. 4. 電解液中の含水量に対する酸化膜中の O/Si 比率

Fig. 3 には，電解液中の含水量と酸化膜の抵抗率との関係をも示したが，全体的に，含水量の増加に伴って抵抗率が減少する傾向を示しいる。陽極酸化の場合，膜中を移動するキャリアは，電子，水酸基イオン，プロトンなどが考えられるが，酸化膜の電子伝導率がイオン伝導率よりも小さいうち，すなわち，同図に示した電流効率が増大している電解液中の含水量が3% までは，酸化膜内を水酸基イオン又は，プロトンが移動することによって電荷が運ばれているものと考える。したがって，含水量が約3% までの間の抵抗率の減少は (キャリアの移動速度が一定として)，水酸基イオンの供給量が増大するために起こったものと考える。また，含水量が3% 以上での抵抗率の減少は，電流効率が減少していることと，Fig. 1 で示したように，酸化膜の重量が減少していることから，電子伝導が支配的になって電解液と酸化膜界面から膜中へ向って電子の注入が活発になることに起因していると考える。電子の注入が活発になると，酸化膜と電解液界面付近のプロトンが電子をトラップして水素ガスとなり，ある圧力に達すると酸化膜を破壊して電解液中に出る。この結果ピンホールが発生して低抵抗路をつくり，さらに酸化膜の抵抗率を減少させる要因となっているものと考える。

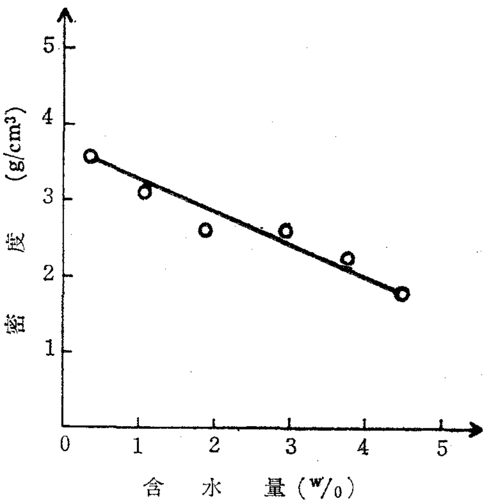
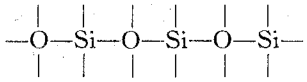


Fig. 5. 電解液中の含水量に対する酸化膜の密度

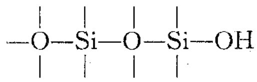
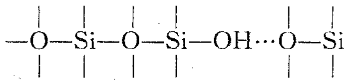
次に，Fig. 1 で得られた酸化膜の重量と，Fig. 2 の膜厚とから，電解液中の含水量に対する酸化膜の密度を求めた結果が Fig. 5 に示されてある。

含水量の増加に伴って酸化膜の密度が減少する傾向を示した。

著者らの報告[4]によると，膜の表面水酸基濃度は電解液中の含水量と共に増大し，この濃度の増大に伴って 1100 cm^{-1} 付近の赤外吸収ピーク位置を高波数側へ移動する。又，含水性電解液で形成した酸化膜を脱水縮合反応を行なわせて膜中の水酸基濃度を減少させるとこのピーク位置が低波数側へ移動する。このことは，膜中の水酸基濃度の増加に従がい，酸化膜の網目構造の中に Si-OH による結合系が増加することによって，結合の直鎖を短かくし，ポーラスな酸化膜が形成されているものと考えられる。したがって，含水量が少ないうちは，



のシリコンと酸素による結合が比較的広範囲に連続していて，密度の高い酸化膜が形成されているが，含水量が増加するにしたがって，上記シリコンと酸素の結合形の中に


又は


の結合形が増加していき，その結果，網目構造が疎になって，酸化膜の密度は減少していくものと考える。

IV. 結 言

THFA 中で 90 分間，シリコンを陽極酸化した場合，全体的に酸素不足形の酸化膜が形成されるが，電解液中の含水量が約 3% のとき酸化膜の重量および膜厚が最大の値を示した。また，電流効率を求めた結果，この含水量のとき酸化速度が最大となり，水の効果が最も大きく現われたものと考える。これは，THFA がプロトン溶媒であるため，酸化種である水が電離してできた水酸基イオンが全て酸化に寄与しているのではなく，電解液中のプロトンやアニオン又はカチオンと水和することに起因していると考える。非プロトン溶媒中では水酸基イオンは溶媒和しにくく，裸に近い状態で極めて反応性に富み，直接酸化種となるものと考える。したがって，今後の研究に於いて，両溶媒の電解液の赤外線吸収特性等からイオンの溶存度を調べ，さらに，電解液中の含水量を一定にしておき，酸化時間をパラメータにして酸化膜を形成することによって，酸化速度，酸化機構および膜質に与える水の効果を調べる必要がある。

おわりに，本研究をすすめるにあたり，御助言と測定装置を貸与下さいました本学金属工学科太刀川哲平教授，化学工学科原弘助教授，工業化学工学科武田新一助手に感謝する。

(昭和 49 年 5 月 20 日受理)

文 献

1) P. F. Schmidt: J. Electrochem. Soc., **115**, 2 (1968).
2) 秋元・柴田・南条・野村・原: 電四北支連大，昭 46.

3) 南条・野村・原： 電四北支連大, 昭 46.
4) 南条・野村・原： 電子通信学会, 電子部品・材料研究会資料 CPM 73-49 (1973-07).
5) E. F. Duffek, C. Myloie and E. A. Benjamini: Electrochem. Technol., **3**, 75 (1965).
6) R. M. バーガー, R. P. ドノファン編, 菅野卓雄監訳： シリコン集積素子技術の基礎, 初版, 67 p (地人書館, 1970).
7) J. E. Dial, R. E. Gong and J. N. Fordemwalt: J. Electrochem. Soc., **115**, 3 (1968).

安定判別法を利用した特性根の計算方法

杉　岡　一　郎

A Method for Finding the Roots of a Characteristic Equation by Applying the Stability Criteria

Ichiro Sugioka

Abstract

In this peper, a method for finding the roots of a characteristic equation by applying Hurwitz criterion, Schur-Cohn criterion and the theorem to determine the number of roots existing in the right-half plane of a polynomial with complex coefficients is described.

The algorithms of the method are as follows:

(1) Find out the real parts of the roots by scanning with the imaginary axis the complex plane in which the roots exist.

(2) In the same way, find out the imaginary parts of the roots by scanning it with the real axis.

(3) Pick out the roots from among all the combinations of the real and the imaginary parts of the roots that are found in the above two steps.

The features of the method are as follows:

(1) An initial guess of a root is unnecessary.

(2) The multiplex degree of a multiple root is obtained.

(3) It is also useful for finding the roots of a polynomial with complex coefficients by making some modifications to the algorithms.

I. 緒　　言

工学のいろいろな分野において，系の特性方程式の根（特性根あるいは固有値）を求めなければならないことがしばしばある。特性根は一般に高次代数方程式であるところの特性方程式を解くことによって得られることは衆知の通りであるが，代数方程式を解析的に解くことができるのは４次までであって，５次以上の場合には一般に数値解法によって近似解を得ている。代数方程式の数値解法としては，Newton 法，Bairstow 法，Jarrat 法等がよく利用されているが，それ等の方法には一長一短があって，電子計算機のプログラムを作る場合には，例えば Bairstow 法と Newton のように一方がもつ長所で他方の短所を補なうように複数の方法が併用されることがある。またその他にもいろいろな工夫や改良[1),2)]がされている。

さて，制御工学の分野では，Nyquist 法，Routh-Hurwitz 法，Bilharz-Frank 法，Schur-Cohn 法等の安定判別法がよく利用されている。中でも例えば，Routh-Hurwitz の安定判別法

は，系の安定，不安定の判別に利用する他に応用すれば特性根の中一番右側にある根の実数部の近似値を試行錯誤的に求めることが可能[3),4)]である。さらにRouth-Hurwitz法は不安定根の個数を数えることができるので，一番右側の根だけではなく他の根の実数部の近似値をも求めることができる。

本稿では以上のような点に着目して，安定根あるいは不安定根の個数を数えることができる各種の安定判別法を利用した特性根の計算方法について述べる。

この計算方法で利用している安定判別法は次の通りである。

(1) Hurwitzの安定判別法[5)]。

(2) Schur-Cohnの安定判別法[6)]。

(3) 複素係数代数方程式の根の中で右半面に存在する根の個数を数える方法[7)]。

この中(3)の方法は安定判別法というわけではないが，代数方程式の根の中で右半面にある根の個数について議論する方法であり，Hurwitzの安定判別法と類似しているので利用している。また以下の文中においては便宜上「判別法(3)」と呼ぶことにする。この他にBilharz-Frankの安定度判別法も有効な方法で利用することができるがここでは利用していない。

II. 計算方法の原理と特長

1. 原　理

根の配置がFig. 1のような場合を例にとって計算方法の原理を簡単に説明する。

代数方程式が与えられると，その方程式の全ての根が存在する大まかな範囲がFig. 1に示すように原点を中心としたある半径の円の内側として決定される。また方程式に適当な変数変換をほどこすことによって，実軸あるいは虚軸を平行移動することができる。したがって，根の存在する範囲内を虚軸で掃引して根の実数部の値 x_m $(m=1, 2, \cdots, k)$ を求める。別の表現すれば，その上に根が存在していて虚軸に平行な直線の方程式

$$z = x_m\ (m=1, 2, \cdots, k) \qquad (1)$$

を求める。

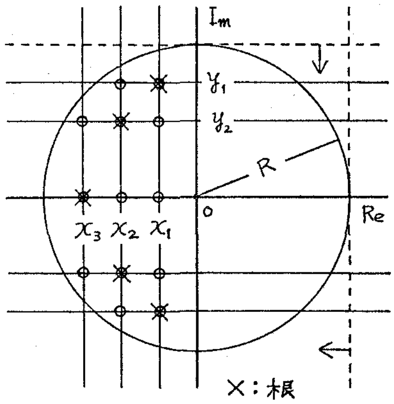


Fig. 1. 計算原理説明図

同様に実軸で掃引して根の虚数部の値 y_n $(n=1, 2, \cdots, l)$ を求める。上と同じ表現をするならば，その上に根が存在していて実軸に平行な直線の方程式

$$z = iy_n\ (n=1, 2, \cdots, l) \qquad (2)$$

を求める。

(1) 式と (2) 式の交点の中のいくつかが根であるから，それ等の交点の中，根の存在範囲内にある点 (Fig. 1 で○印の点) について根であるか否かを判定する。

2. 特　長

1. で説明したような原理に基づいた計算方法の特長として次のような点をあげることができる。

(i) 収束性にも影響する根の第1近似値を与える必要がない。

(ii) 重根や近接根があっても収束性には影響しない。

(iii) 根の重複度が計算される。

III. 計算のアルゴリズム

1. 計算の手順

計算の手順は次の5段階に分割して考えることができる。

(1) 第1段階　根の存在範囲を示す円の半径を計算する。

(2) 第2段階　根の実数部の値 $x_m\,(m=1, 2, \cdots, k)$ を計算する。

(3) 第3段階　第2段階で求めた $x_m\,(m=1, 2, \cdots, k)$ の中に実根そのものがあれば，それを選び出す。もし実根であれば，その重複度が計算される。

(4) 第4段階　根の虚数部の値 $y_n\,(n=1, 2, \cdots, l)$ を計算する。

(5) 第5段階　(1) 式と (2) 式の交点の中，根の存在範囲内にある点の中から根 (複素根) を選び出す。根であれば，その重複度が計算される。

2. 各段階のアルゴリズム

2-1　第1段階　根の存在範囲の決定

n 次の方程式が (3) 式で与えられているとする。

$$f(z) = a_0z^n + a_1z^{n-1} + a_2z^{n-2} + \cdots + a_{n-1}z + a_n = 0 \tag{3}$$

(ただし $a_0 \neq 0$)

根の存在範囲に関する定理[8] によれば，(3) 式の全ての根は原点を中心として，(4) 式で表わされる半径の円の内側又は円周上に存在する。

$$R = 1 + \frac{A}{|a_0|} \tag{4}$$

ここで A は $|a_1|$, $|a_2|$, $|a_3|$, $\cdots$, $|a_n|$ の中最大の値を示す。

実際の計算では，(4) 式で表わされる R の値を目安として，計算の出発値および計算のきざみ幅を決めるようにしている。

2-2　第2段階　根の実数部の値の計算

根の配置が Fig. 2 のようになっている場合を例にとって説明する。

具体的な説明に入る前に(3)式において $z=z+\varepsilon$ と変数変換した後の(5)式について考えてみる。

$$f(z)=a_0(z+\varepsilon)^n+a_1(z+\varepsilon)^{n-1}+a_2(z+\varepsilon)^{n-2}+\cdots+a_{n-1}(z+\varepsilon)+a_n=0 \qquad (5)$$

根の存在する複素平面（この場合は z-平面）において，(5)式の根と(3)式の根とを比較してみる。いま仮に ε を正の実数とすれば，(5)式の根は(3)式の根の全部を「右の方」へ ε だけ平行移動したものに等しい。しかし，ここではこの事実を別の見方をしてみる。すなわち(5)式の意味は，根の位置は(3)式の根の位置そのままで動かず，その代りに虚軸の位置が「左の方」へ ε だけ平行移動したと考える。そうすると ε の値を種々の値に変化させてやると，z-平面を虚軸で掃引するという概念が直感的に理解できて好都合なので，以下の説明においては後者のような考え方を採用する。

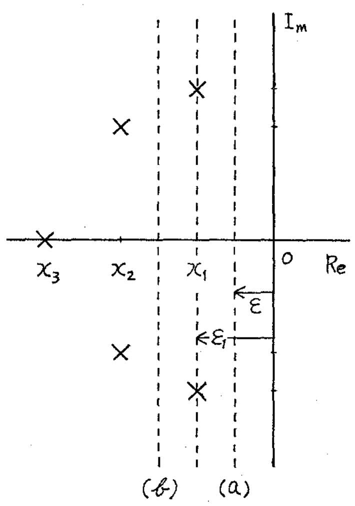


Fig. 2.　根の実数部の計算

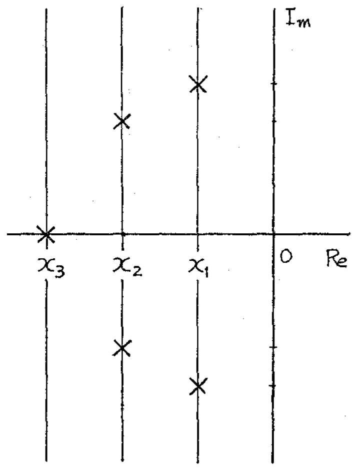


Fig. 3.　第2段階の計算結果

次に具体的な計算方法について説明する。はじめに Fig. 2 のような根配置を表わす(3)式に関し Hurwitz の安定判別法を適用したところ，不安定根が存在しなかったとする。そこで Fig. 2 の (a) の位置にまで虚軸を平行移動した後の式について Hurwitz の安定判別法を適用しても，この例の場合にはまだ不安定根の存在は認められないはずである。そこでさらに虚軸を (b) の位置にまで平行移動した後の式について，Hurwitz の安定判別法を適用すれば，こんどは不安定根の存在は認められるであろう。このように不安定根の個数の変化に注目しながら，虚軸の出発位置からの移動距離を与える ε の値を試行錯誤的に選んで，ε の変化幅（計算のきざみ幅）および不安定根の個数の変化が丁度限界値を示すようにできたとすれば，根の実数部の値 x_1 は，その時の ε の値を ε_1 として次のようにすることができる。

$$x=\text{虚軸の出発位置}-\varepsilon_1$$

$$\text{虚軸の出発位置}=\begin{cases}0 & \text{根が左半面だけに存在する場合}\\ R & \text{根が右半面にも存在する場合}\end{cases}$$

同様にして全ての根の実数部の値 $x_m\,(m=1,2,\cdots,k)$ が求められる。Fig. 3 に第2段階で求められる値を図示する。

2-3 第3段階 実根の選出

第2段階で求めた根の実数部の値 x_m $(m=1, 2, \cdots, k)$ の中には実根そのものも含まれているかも知れないので，それを調べ実根があれば求める。

ここで (3) 式をサンプル値系の特性方程式とみなすことにする。(3) 式において $z=\alpha z$ と変数変換する。

$$f(z)=a_0(\alpha z)^n+a_1(\alpha z)^{n-1}+a_2(\alpha z)^{n-2}+\cdots+a_{n-1}(\alpha z)+a_n=0 \qquad (6)$$

(6) 式の意味を考えるために (3) 式の根と (6) 式の根を比較してみる。(6) 式の全ての根は，(3) 式の全ての根の実数部および虚数部をそれぞれ $1/\alpha$ 倍したものに等しい。したがって Schur-Cohn の安定判別法を (6) 式に適用することは，(3) 式に Schur-Cohn の安定判別法を適用した場合に根の存在を議論する円（第1段階で求められる円とは異なる。Schur-Cohn の安定判別法において議論される円である。）は単位円ではなく，半径が α の円になったことに等しい。このような考え方を利用して，第2段階で求めた根の実数部の値，すなわち (1) 式で表わされる各々の直線と実軸との交点が新らしく原点になるように (3) 式を変数変換し，そして新しい原点を中心として，打切きざみ幅と方程式の次数との関連を目安として決めた半径 α の円（便宜上判定円と呼ぶことにする）を考え，その判定円の内側に存在する根の個数を Schur-Cohn の安定判別法を利用して数える。その結果判定円内の根の個数が0でなかったならば，その時の判定円の中心の座標の値を実根の値とし，判定円内の根の個数をもってその実根の重複度としている。又，もし判定円内の根の個数が0であったならば，その時の判定円の中心の座標の値は，実根ではなくて，複素根の実数部の値であることがわかる。Fig. 4 に第3段階で求められる値を図示する。

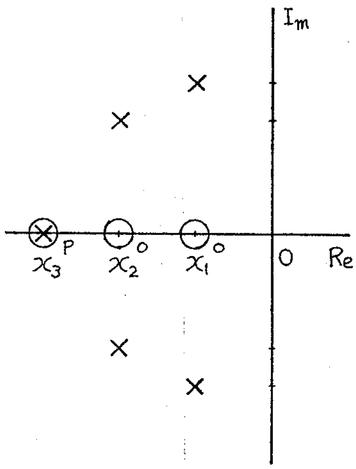


Fig. 4. 実根の選出および第3段階の計算結果

2-4 第4段階 根の虚数部の値の計算

この段階での計算方法は第2段階のそれと同様である。

(3) 式において $z=is$ (i=虚数単位) と変数変換すると一般に (7) 式のような式になる。

$$f(s)=A_0s^n+A_1s^{n-1}+\cdots+A_{n-1}s+A_n+i(B_0s^n+B_1s^{n-1}+\cdots+B_{n-1}s+B_n)=0 \qquad (7)$$

そして (3) 式の根と (7) 式の根の位置関係は Fig. 5 のように (3) 式の根（×印）を原点に関し時計方向に 90° 回転させてやると (7) 式の根（⊙印）に一致する。すなわち (3) 式の根の正の虚数部が (7) 式の根の正の実数部に対応する。したがって根の個数を数えるには判別法 (3) を利用しなが

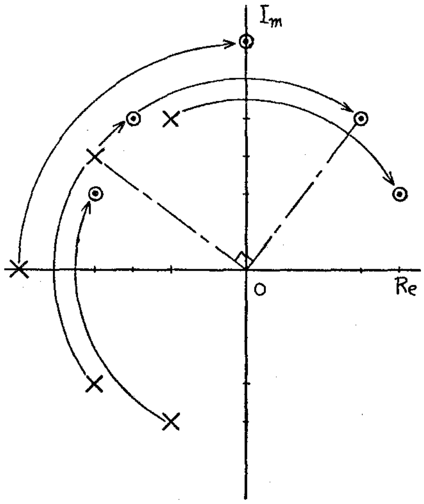


Fig. 5. (3)式の根と(7)式の根との位置関係

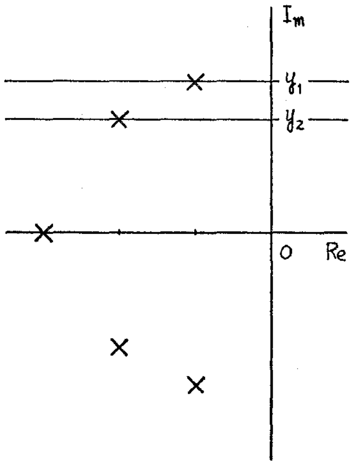


Fig. 6. 第4段階の計算結果

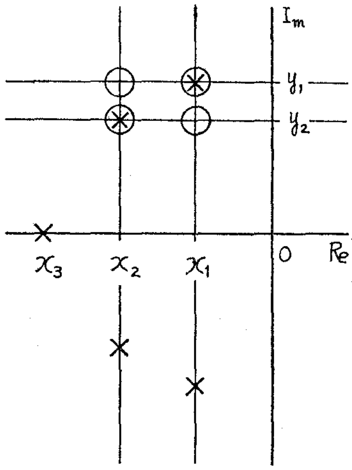


Fig. 7. 複素根の選出

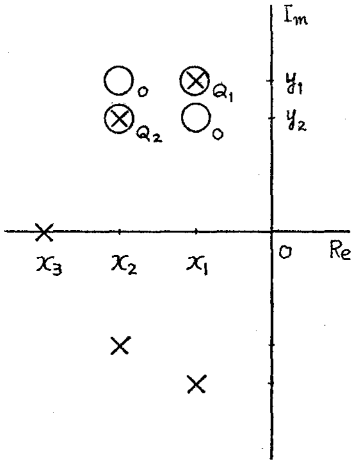


Fig. 8. 第5段階の計算結果

ら(7)式に基づいて第2段階と同様の計算アルゴリズムでs-平面を虚軸で掃引して(7)式の根の実数部の値を求めそれを(3)式の根の虚数部の値とすることができる。つまりz-平面を実軸で掃引して(3)式の根の虚数部の値を求めたのと同じ結果を得る。Fig. 6に第4段階で求められる値を図示する。

2-5 第5段階 複素根の選出

この段階での計算原理は第3段階のそれと同様である。ここではFig. 7に示すように(1)式で表わされる直線と(2)式で表わされる直線それぞれとの交点に判定円の中心を定める。(3)式において，原点および実軸上を除く複素平面上の点に判定円の中心を定めるように変数変換

をすれば変換後の新しい方程式の係数は一般に(7)式と同様に複素数となる。したがってそのような方程式に対して Schur-Cohn の安定判別法を利用して判定円の中に存在する根の個数を数えるのであるが，さらに $z=(w+1)/(w-1)$ と変数変換[6]をすれば判定円の内部は w-平面の左半面に写像される。このようにすれば根本的な考えは Schur-Cohn の安定判別法に基づいて判定円内の根の個数について議論するのであるが実際の計算においては判別法(3)を利用して根の個数を数えることができる。Fig. 8 に第5段階で求められる値を図示する。

III. 数値例と検討

北海道大学大型計算機センター，FACOM 230-60 を使用し，以上で述べた方法で解いた場合と，FACOM 230-60，SSL の BAIR1S (Bairstow 法) で解いた場合の例を示す。

例 1.[2]

$$z^{10}+12z^9+68.75z^8+249.5z^7+637z^6+1187.5z^5+1613.75z^4$$
$$+1553z^3+994.5z^2+373z+60=0$$

真の根

$$z_{1,2}=-1\pm i1$$
$$z_{3,4}=-0.5\pm i\sqrt{3.75}$$
$$z_{5,6}=-2\pm i1$$
$$z_7=-0.5$$
$$z_8=-1$$
$$z_9=-1.5$$
$$z_{10}=-2$$

本方法

$$z_{1,2}=-0.100001E+01\pm i0.999853E+00 \qquad [1]$$
$$z_{3,4}=-0.500088E+00\pm i0.193641E+01 \qquad [1]$$
$$z_{5,6}=-0.200003E+01\pm i0.999853E+00 \qquad [1]$$
$$z_7=-0.500088E+00 \qquad [1]$$
$$z_8=-0.100001E+01 \qquad [1]$$
$$z_9=-0.150010E+01 \qquad [1]$$
$$z_{10}=-0.200003E+01 \qquad [1]$$

(ただし[ ]内の数値は根の重複度)

BAIR1S

$$z_{1,2}=-0.999999E+00\pm i0.100000E+01$$
$$z_{3,4}=-0.500000E+00\pm i0.193649E+01$$
$$z_{5,6}=-0.200000E+01\pm i0.999996E+00$$

$$z_7 = -0.499998E+00+i0.0$$
$$z_8 = -0.999994E+00+i0.0$$
$$z_9 = -0.150003E+01+i0.0$$
$$z_{10} = -0.199998E+01+i0.0$$

例 2. $z^5-15z^3-10z^2+60z+72=0$

真の根

$$z_{1,2} = 3$$
$$z_{3,4,5} = -2$$

本方法

$z_{1,2} = 0.299957E+01$ [2]

$z_{3,4,5} = -0.200020E+01$ [3]

BAIR1S

$$z_1 = 0.300019E+01+i0.0$$
$$z_2 = 0.299981E+01+i0.0$$
$$z_3 = -0.199575E+01+i0.0$$
$$z_{4,5} = -0.200213E+01 \pm i0.368713E-02$$

例 3. $z^5-6z^4+14z^3-20z^2+24z-16=0$

真の根

$$z_{1,2,3} = 2$$
$$z_{4,6} = \pm i\sqrt{2}$$

本方法

$z_{1,2,3} = 0.199975E+01$ [3]

$z_{4,5} = -0.346945E-17 \pm i0.141420E+01$ [1]

BAIR1S

求まらず

例 4. $z^5+10z^4+40z^3+80z^2+80z+32=0$

真の根

$$z_{1,2,3,4,5} = -2$$

本方法

$z_{1,2,3,4,5} = -0.200151E+01$ [5]

BAIR1S

$$z_{1,2} = -0.204624E+01 \pm i0.364682E-01$$

$$z_{3,4} = -0.197940\,E+01 \pm i0.504852\,E-01$$
$$z_5 = -0.194872\,E+01+i0.0$$

実際には特性方程式として上の例のようなものがあるかどうかは不明であるが，かなり極端な例について数値実験をしてみた。以上の例で，本方法は打切りきざみ幅 10^{-3}, BAIR1S では収束判定値は標準値とされている 10^{-5} で計算した結果である。 この結果から， 本方法は重根がある場合や根の重複度を求めたい場合には特に有効であり，精度についてもこの打切りきざみ幅 10^{-3} ではほぼ充分な結果が得られている。

IV. 結　　言

以上，主として制御の分野で利用される，各種の安定判別法を利用した特性根の計算方法について，原理，計算アルゴリズム，および数値例について述べた。

数値例にみられるように，本方法によれば他の方法と比較して，かなり重複度が高い根をもつ方程式についても満足できる解が得られた。

本方法では原理的には打切りきざみ幅を r とすれば判定円の直径は r とできるのであるが，実際には方程式の次数が高い場合は特に計算途中の過程で必らず通る行列式の値の計算段階での 0 判定の基準と密接な関連があるので，判定円の直径をあまり小さく選ぶことはできない。したがって判定円の直径より近接している根は重複根とみなされる。

今後に残された問題としては，計算の打切りきざみ幅と根の精度との関係および方程式の次数と判定円の直径の大きさとの関係などについて検討する必要がある。

またこの計算方法はアルゴリズムを少し修正することによって複素係数代数方程式の解法に利用することが可能である。

おわりに，日頃御指導いただく本学北村正一教授に深謝いたします。

(昭和 49 年 5 月 20 日受理)

参 考 文 献

1) 山内二郎他共編： 数理科学シリーズ I. 電子計算機のための数値計算法 I, 培風館, 44–49.
2) C. F. Chen and N. R. Strader: A normalized multidimensional Newton-Raphson method, INT. J. CONTROL, 1970, Vol. 12, No. 2, 273–279.
3) 市川邦彦： 自動制御の理論と演習, 産業図書, 99–101.
4) A. B. Macnee: Polynomial Factorization, IEEE Trans. on Circuit Theory, September 1967, 338–340.
5) 伊沢計介： 自動制御入門, オーム社, 130–131.
6) E. J. Jury 著・森 政弘他共訳： サンプル値制御, 丸善, 30–34.
7) ア・ペ・ミーシナ他共著・麻嶋格次郎訳： 現代応用数学ハンドブック ④, 高等代数, 総合図書, 190–191.
8) ア・ペ・ドモリヤード著・筒井孝胤訳： 基礎数学 3, 代数 I, 東京図書, 158–159.
9) 上記 7)： 188–189.

付録 1. Hurwitz の安定判別法 (右半面にある根の個数の数え方について)

特性方程式を (付 1) 式とする。

$$f(s)=a_0s^n+a_1s^{n-1}+a_2s^{n-2}+\cdots+a_{n-1}s+a_n=0 \tag{付 1}$$

(付 1) 式について Hurwitz の行列式 $H_i\ (i=1, 2, \cdots, n)$ を作る。

$$H_i=\begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \cdots & a_{2i-1} \\ a_0 & a_2 & a_4 & \cdots & a_{2i-2} \\ 0 & a_1 & a_3 & \cdots & a_{2i-3} \\ 0 & a_0 & a_2 & \cdots & a_{2i-4} \\ \vdots & & \cdots & & \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & a_i \end{vmatrix} \quad (a_k \text{ は } k<0,\ k>n \text{ のときは } 0 \text{ とする})$$

もしすべての H_i が 0 と異なるならば (付 1) 式の根で右半面にあるものの数 t は数列

$$a_0, H_1, H_2/H_1, H_3/H_2, \cdots, H_n/H_{n-1} \tag{付 2}$$

における符号の変化の回数に等しい。 H_i の中にいくつか 0 になるものが含まれている場合は文献 9) を参照のこと。

付録 2. Schur-Cohn の安定判別法 (単位円内の根の個数の数え方について)

サンプル値系の特性方程式を (付 3) 式とする。

$$F^*(z)=a_0+a_1z+a_2z^2+\cdots+a_{n-1}z^{n-1}+a_nz^n=0 \tag{付 3}$$

(付 3) 式について行列式 $D_k\ (k=1, 2, \cdots, n)$ を作る。

$$D_k=\begin{vmatrix} a_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_n & a_{n-1} & \cdots & a_{n-k+1} \\ a_1 & a_0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_n & \cdots & a_{n-k+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{k-1} & a_{k-2} & a_{k-3} & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & a_n \\ \bar{a}_n & 0 & 0 & \cdots & a_0 & \bar{a}_0 & \bar{a}_1 & \cdots & \bar{a}_{k-1} \\ \bar{a}_{n-1} & \bar{a}_n & 0 & \cdots & 0 & 0 & \bar{a}_0 & \cdots & \bar{a}_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \cdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{a}_{n-k+1} & \bar{a}_{n-k+2} & \bar{a}_{n-k+3} & \cdots & \bar{a}_n & 0 & 0 & \cdots & \bar{a}_0 \end{vmatrix} \quad (\bar{a}_k=a_k \text{ の共役数})$$

D_k が 0 でなければ単位円内の根の数 p は数列

$$1,\quad D_1, D_2, D_3, \cdots, D_n \tag{付 4}$$

の符号の変化の回数に等しい。

付録 3. 判 別 法 (3)

(付 1) 式が複素係数の場合, (付 1) 式の根の中右半面にあるものの数を定めるには $s=iy$ と変数変換する。その結果 (付 5) 式になる。

$$f(iy)=c_0y^n+c_1y^{n-1}+\cdots+c_n+i(d_0y^n+d_1y^{n-1}+\cdots+d_n) \tag{付 5}$$

(もし $d_0 \doteqdot 0$ ならば次の $2n$ 次の行列式 $A_i\,(i=2, 4, \cdots, 2n)$ を作る。

$$A_i = \begin{vmatrix} d_0 & d_1 & d_2 & \cdots & d_n & 0 & \cdots & 0 \\ c_0 & c_1 & c_2 & \cdots & c_n & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_0 & d_1 & \cdots & d_{n-1} & d_n & \cdots & 0 \\ 0 & c_0 & c_1 & \cdots & c_{n-1} & c_n & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{vmatrix}$$

もし $d_0=0$ ならば $f(iy)$ の代りに $if(iy)$ を作りそれに対応する行列式 A_i を作る。もし $A_{2n} \doteqdot 0$ ならば根の中右半面にある根の数 q は数列

$$1,\quad A_2, A_4, \cdots, A_{2n} \tag{付 6}$$

における符号の変化の回数に等しい。A_i の中に0になるものが含まれている場合は文献7)を参照のこと。

N形シリコンの陽極酸化に及ぼす光照射効果

岡田忠典・南条淳二
野村　滋・原　進一

The Effect of Light on the Anodization of n-Type Silicon

Tadanori Okada, Junji Nanjo, Shigeru Nomura, and Shin-ichi Hara

Abstract

The anodic oxidation phenomena of N-type silicon in the electrolyte of THFA have been studied in the dark and under the illumination, using the wafers of N-type silicon which are classified according to each resitivity into three groups, (A) low, (B) moderate, and (C) high. As the result of this study, we found the effect of light on the anodization different in each group. The reason is seemed to be this: after initial oxide growth, the strong electric field is generated at the interface of $Si–SiO_2$, and it causes the luminescence or impact ionization of electrons inside the oxide. The observed voltage-time curves are interpreted according as the dominant supplier of holes is this luminescence or impact ionization, or the illumination.

I. まえがき

我々はこれまでP形シリコンの陽極酸化について広範に研究してきた[1)~5)]。しかしこの陽極酸化技術を集積回路の作製に応用することを考慮すると，酸化される基板には種々のものが考えられるので基板の性質と成長される陽極酸化膜の性質との関連を調べておくことが重要である。シリコン基板ではP形の陽極酸化は容易であるが，N形では基板表面上に存在するエネルギー障壁のため，酸化を進行させるためには正孔の注入をする何らかの手段を講じなければならないなど，P形に比べるとそれほど容易でない。N形シリコンの陽極酸化は二・三の研究者[6)~9)]によって行なわれているが，酸化されるシリコン基板の種類を変えた実験は少ない。このような観点から我々はまず比抵抗の異なるN形シリコンを，光照射の下と暗闇中とで陽極酸化し，酸化機構に及ぼす光照射の効果，基板比抵抗の影響，およびP形との比較を調べる実験を試みた。比抵抗が異なると光の効果が異なること，またP. F. Schmidtら[6)]が用いた範囲の比抵抗では彼らの結果と一致するが，それ以外の試料ではその結論をあてはめることができないこと，またある範囲の比抵抗のN形試料はP形と全く同じ酸化の様相を示すなど興味ある結果が得られたのでここに報告する。

II. 実験方法

II-1. 用いた試料

本実験で使用したシリコンは比抵抗が0.15～0.18 [Ω-cm] のもの (A 群と称する), 3.7～4.3 [Ω-cm] のもの (B 群), 60 [Ω-cm] のもの (C 群) の N 形, (111), CZ ウェハーと, 3.0～5.0 [Ω-cm] の P 形, (111), CZ シリコンウェハーである。これらの試料の陽極酸化前の表面処理はポリッシングによる鏡面仕上げの後, 脱イオン水-メチルアルコール-トリクロルエチレン-メチルアルコール-脱イオン水の順で超音波洗浄し, 乾燥し, 使用直前に弗酸に漬け, 脱イオン水で洗浄する方法をとった。また暗中と光照射下での陽極酸化を比較するため, 同一ウェハーの両面を使用したが, これには片面をピセインで覆う方法をとった。同一試料ということでは一度酸化した試料上の酸化膜を緩衝酸化膜除去液でとり, 新しく出た面を用いるという方法もとった。弗酸：硝酸：酢酸の混合液によるエッチング面も使用したが, ポリッシング面と殆んど変わらない酸化膜が得られたので, 実験は殆どポリッシング試料を用いることとした。

II-2. 電　解　液

電解液には無水性の溶液を用いることとし, テトラヒドロ・フルフリルアルコール (以下 THFA と略す) に硝酸カリウムを入れ, 0.04 N としたものを用いた。無水性を用いたのは陽極酸化が水の量で大きく変化する[7),10)] ことから水の量の制御の困難さを省くためである。使用電解液の水の量はカールフィッシャ滴定法により調べられたが, いずれも0.5 重量パーセント以下であった。以下の実験結果は殆ど THFA 中で陽極酸化したものであるが, 電解液の違いによる酸化の違いを調べるため, 硝酸カリウムを溶質とする 0.04 N の N メチルアセトアミド (以下 NMA と記す) 溶液も用いてみた。

II-3. 電　解　槽

陽極酸化に使用した電解槽は Fig. 1 に示されるものを用いた。この槽は, 電解液が空気中の湿気を吸うことを防ぐ, 電解液の交換が容易である, 酸化される面積が常に同一, したがって電流密度も一定にし易いなどの点を考慮して設計されたものである。陰極には白金を用いている。

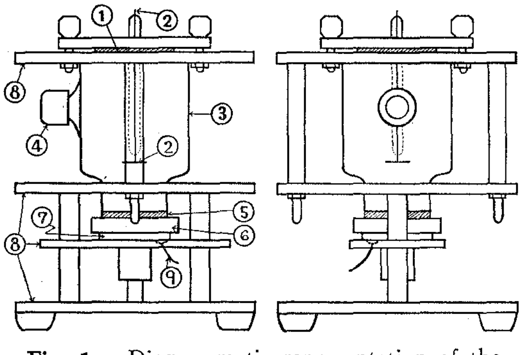


Fig. 1. Diagrammatic representation of the anodization cell.

1. Teflon packing. 2. Platinum electrode. 3. Polyene bottle. 4. Electrolyte outlet. 5. Teflon packing. 6. Silicon wafer. 7. Electrode. 8. Acrylic acid resin. 9. Lead wire.

II-4. 陽極酸化法

酸化に用いた回路は Fig. 2 の如くである。定電流法により, 電流密度は 7 mA/cm^2 とし, 最終形成電圧は大体 300 V まで

とした。陽極酸化時間と電圧の関係は X-Y レコーダーにて記録測定された。電圧はまたデジボルで同時に測定している。酸化時の光照射には，写真撮影の照明用 500 W レフランプを用い，スライダックで照度を変えて使用した。暗中の条件は電解槽を簡易暗室用の黒いビニール幕で覆い外界からの光を完全に遮断することによって実現した。

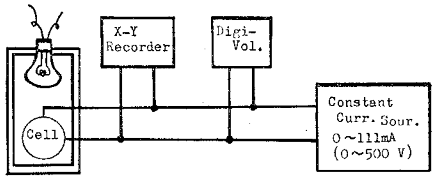


Fig. 2. The circuit diagram for anodization.

II-5. 酸化膜厚の測定

陽極酸化して得られた酸化膜の膜厚及び屈折率は我々の研究室で試作した He-Ne ガスレーザーを光源とするエリプソメーターで測定した。膜厚はまた干渉色，試料表面にアルミニウムを蒸着した試料での干渉顕微鏡による測定と比較した。現状でのエリプソメーターの精度は ±20 Å である。

III. 実験結果

上に述べた方法で A 群，B 群，C 群および P 形 Si を THFA 電解液中で，暗中および種々の照度での光照射下で陽極酸化を行なった。測定は陽極酸化時間と共に形成電圧がどのように変化するかを主に調べ，酸化終了後，形成膜表面の観察および膜厚，屈折率を測定した。陽極酸化時間と形成電圧の関係は P 形 Si および N 形 Si で一般的には Fig. 3 のような特性を示すが以後の説明のために，この特性曲線について幾つかの量を定義しておく。

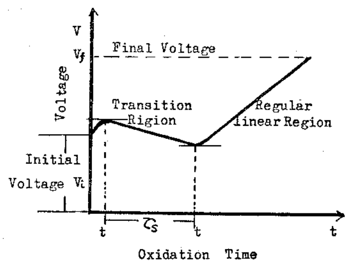


Fig. 3. The general oxidation time-Voltage curve.

i) 立ち上り電圧 Vi: これは試料を電解槽にセットし陽極酸化のための定電流源の電流を流すスイッチをオンにした瞬間に示す電圧である。

ii) 遷移領域 τ_s: これは立ち上がり電圧から初期には上昇し，すぐ後に極大に達し，その後下降し極小値を持つ，またその後直線的に上昇しているがこの初めの極大から次の極小に達するまでの時間である。

iii) 直線領域　遷移領域後の直線的に形成電圧が上昇する部分である。傾斜の目安として (dV/dt) の値で示す。

iv) 最終到達電圧 V_f: 酸化を終了したときに示している電極間電圧である。

v) 形成電圧 V: これは一般に $V=V_f-Vi$ で与えられている。

以上の定義にもとづき次に実験結果について述べる。

III-1. 暗中および一定照度下での形成時間―電圧特性の比抵抗による相異

III-1-1. 暗中での特性： A群，B群，C群の各試料を暗中(照度=0)で陽極酸化したときの特性はFig. 4の如くである。このFig. 4には立ち上がり電圧は矢印で示されている。この結果より，暗中ではB群のみが非常に異なった特性を示している。立ち上がり電圧はB, C, Aの順に高い。次の直線領域では，しかしAの方がCよりも高くなっている。1000 Lux照明下ではこの逆転は認められていない。これが本質的なものかはわからない。遷移領域はA, B, Cの順に短かくなっている。これは直線領域を重ねてみるとより明瞭にわかる。直線領域は三つの群の試料でほとんど同じ傾斜を有している。

III-1-2. 1000 Luxの照明下での特性： 次に照度を1000 Luxに固定し同様にA, B, Cの各試料につき酸化時間―電圧特性をとった結果がFig. 5である。ここでも暗中の場合と同様，B群のみ異なった特性を示している。立ち上がり電圧は暗中と同様B, C, Aの順となっている。遷移領域はBが最も長く，AとCは殆ど同じで，AとCについては立ち上がり電圧を除くと全ての特性が殆ど同じになっている。直線領域の傾斜はA, B, Cとも殆ど同じであり，これは暗中の場合と同様であると共に，その値も一致している。

III-1-3. 10000 Luxの照明下での特性

次に照度を更に高くし10000 Luxにしたときの特性をFig. 6に示す。この場合Bの特異

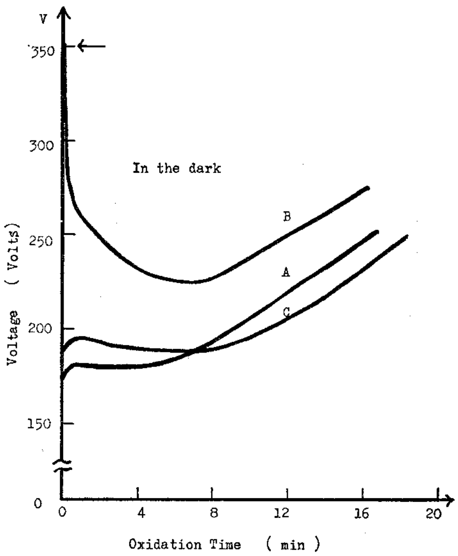


Fig. 4. The *V-t* curves of the anodization in the dark for different resistivity samples.

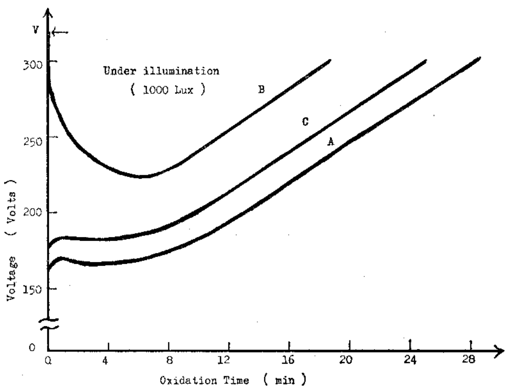


Fig. 5. The *V-t* curves of the anodization under illumination for different resistivity samples.

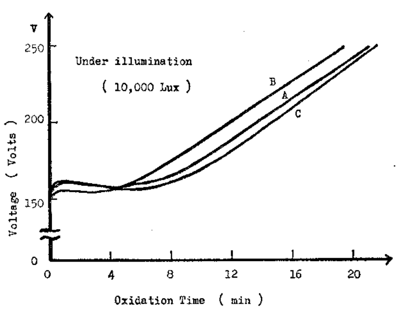


Fig. 6. The *V-t* Curves of the anodization (10000 Lux) under illumination for different resistivity samples.

性が消滅すると共に，A, B, C の差が殆どなくなっている。またこれらの特性は P 形 Si の特性とも一致している。遷移領域は僅かに B が短い傾向を有し，この点のみは前二者の傾向と逆転している。このことからある照度以上で B の特異性が消滅すると共に，B の遷移領域の長さも短縮され，A, C とは異なった光照射効果があることがわかる。

III-2. 照度をパラメーターとした特性

以上の結果を各比抵抗群の試料について照度をパラメーターとして書きなおしたものが Fig. 7 から Fig. 9 までである。この結果より各群について共通に認められることは，立ち上がり電圧が照度を増すと低くなることである。一方遷移領域の長さは，A 群では照度を増すと長くなるが B 群では逆に短かくなる。C 群ではこの中間の特性とも思え暗中と高い照度で同じになるがある照度のところで最も短かくなる。直線領域の傾斜は各群でほぼ同じであると共に群により相異もあまりない。これらのことは光照射効果と試料比抵抗の関係は酸化の初期にのみ大きな関連性があり，ある酸化膜厚以上ではその効果は消失することが推察される。また光照射の効果は B 群に対し最も大きく，次いで C 群で，A 群に対しては非常に効果が少なくなっていると思われる。

III-3. B 群試料の照度依存性

III-2 の結果より光照射の効果は B 群に

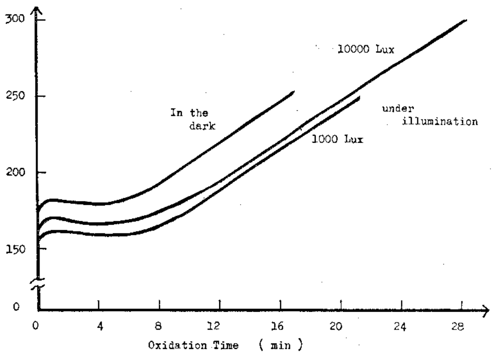


Fig. 7. The V-t curves as a function of illumination intensity, 0.15–0.16 ohm-cm n-type Si.

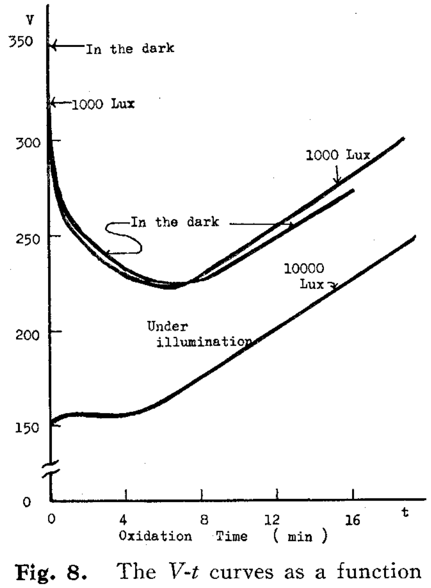


Fig. 8. The V-t curves as a function of illumination intensity, 3.7–4.3 ohm-cm n-type Si.

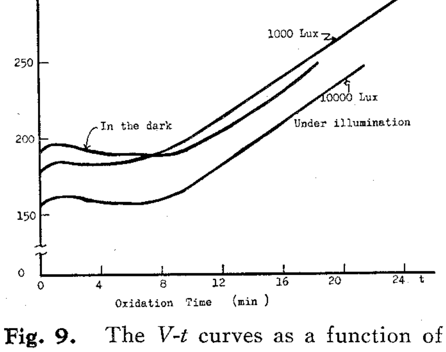


Fig. 9. The V-t curves as a function of illumination intensity, about 60 ohm-cm n-type Si.

対して最も顕著であることから，B群の試料についてのみ照度をいろいろ変えた場合の特性を調べてみた。その結果はFig. 10に示されている。これによると立ち上がり電圧は照度の増加と共に減少している。遷移領域は3700 Luxまでは短くなっていくが，それ以上の照度では再び長くなってくるという様相を示している。光照射の効果にはある照度の臨界が存在しているようである。その臨界照度以上ではほとんど効果は同一であり，またその場合はP形Siの酸化とも同一になるようである。直線領域の傾斜についてはFig. 10からも明らかなようにほぼ同じであり，このことから同一比抵抗試料に対する光照射の効果はやはり酸化の初期にのみ影響を与え，あるところ以上ではその効果は薄れているようである。A群，C群については暗中と10000 Luxの光照射下の場合が余り異ならないことから特にその照度依存性については測定していないが，この点については次の点滅実験の結果の判断に基づいている。

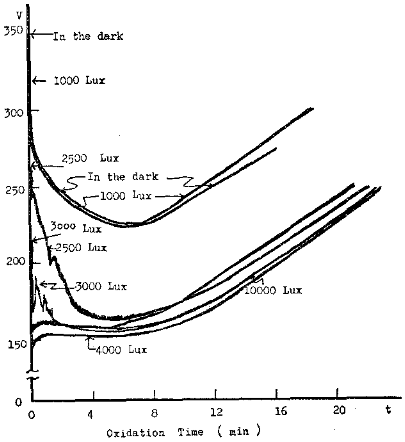


Fig. 10. The dependence of the *V-t* curves on illumination intensity, 3.7–4.3 ohm-cm Si.

III-4. 点 滅 特 性

暗中と光照射下とで時間—電圧特性に差がみられたので，次に各群の各々同一試料で，一定照度の点滅下での陽極酸化を行なってみた。点滅は10000 Luxの照度の光を10秒間隔で点灯，消灯を繰り返すことによって行なった。以下各群について得られた結果をFig. 11からFig. 13までに示す。この結果よりA群については点滅の効果は全くなく一本の特性曲線を描くだけであった。但し点滅による雑音と思われる振動が認められた。また暗中のみで行なった場合，および10000 Luxの連続照明下で行なった場合のFig. 7の結果では直線領域の電圧が一致していないがこの実験では全く一致しており，Fig. 7の結果は本来重なるべきものが，ほんの僅かな実験条件の相異によって特性がずれているものと解釈されそうである。この直線領域についてはB群にも同じことが言えそうであるが，C群は以下に述べる点滅特性から必ずしも当てはめることが出来ず差は本質的なものと思われる。B群の点滅特性はFig. 12の如くであるが，この場合暗中での特性と10000 Lux連続照射下での特性との間を正しく行き来している。またある時間（Fig. 12では約10分後）以後は重なり同一直線領域を示している。この

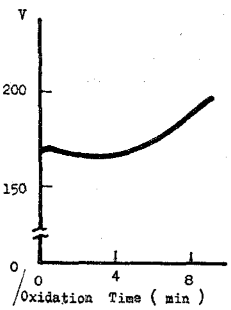


Fig. 11. The effect of light on and off on the *V-t* curves of 0.15–0.16 ohm-cm n-type Si.

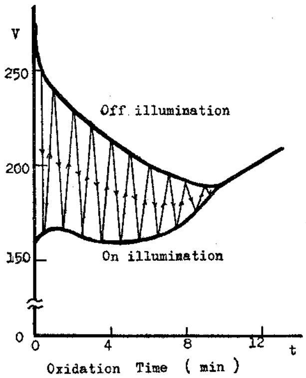


Fig. 12. The effect of light on and off on the *V-t* curves of 3.7–4.3 ohm-cm n-type Si.

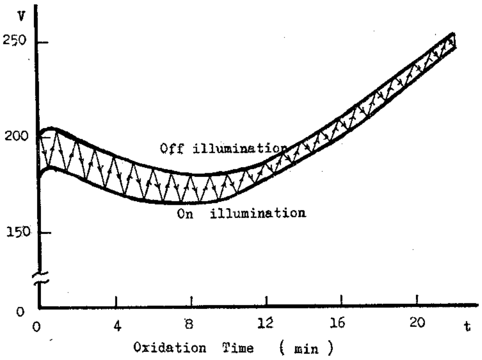


Fig. 13. The effect of light on and off on the *V-t* curves of about 60 ohm-cm n-type Si.

特性は P. F. Schmidt の結果と非常に良く似た特性となっている。C 群については Fig. 13 の点滅特性を示し，これも単独に暗中，10000 Lux 照度下の場合の特性間を行き来している。しかし実験した時間範囲（約 27 分）で両特性は一致せず，A, B の場合と本質的に異なるようである。直線領域の傾斜については A 群，B 群，C 群ともに大差なくまた暗中のみの結果，10000 Lux 光照射下の結果とも大差はない。

以上の結果に基づき次に光照射の効果，比抵抗の相異による光効果の差，およびそれらから推察される酸化機構について考察してみる。

IV. 考察および結論

N 形 Si を陽極酸化する場合，陽極電流の向きは逆方向となり，Si 上にはエネルギー障壁が存在する。酸化膜の成長速度はこの障壁を下げるための正孔の注入に依存する。Si と酸化物の界面に光を照射することにより正孔を発生することができるから，酸化膜成長は暗闇中と光照射下では異なり，時間—電圧特性も異なることになる。このことは前項の実験結果が正に相当していることで示されている。しかし，この正孔注入の光効果は酸化の初期のみで一定膜厚以後は光照射効果は消滅し，別の原因が酸化膜成長あるいは正孔の供給に寄与している。また試料の比抵抗あるいは不純物濃度の違いによって，この光の効果はほとんどない場合と非常に大きな影響を持つ場合とがある。我々の場合，A 群では暗中と光照射下の特性が，点滅実験の特性と合わせて考えるとほとんど同じであり，この比抵抗附近の N 形 Si では光によって正孔が供給されているのではないと思われる。したがって正孔供給の原因を別に考える必要がある。次に B 群の試料では暗中と光照射下の特性が異なり，初期の段階では明らかに光による正孔の供給が行なわれていると考えられる。しかしその効果もある時間（あるいはある膜厚）までであり，それ以後は光の効果は消失している。B 群の範囲の N 形 Si の陽極酸化は，P. F. Schmidt[6]

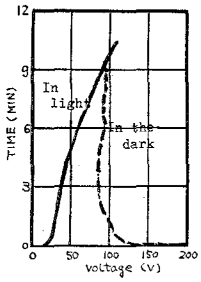


Fig. 14. Forming of n-type Si at a constant current density in darkness or under illumination. (from P. F. Schmidt et al's paper[6])

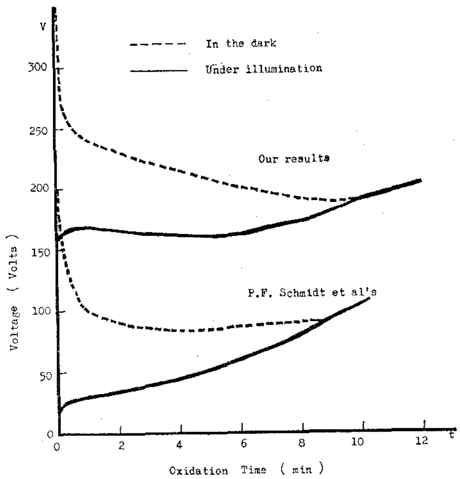


Fig. 15. Replotting curves of Fig. 12 and Fig. 14.

によって試みられているが，彼らが用いた試料は2～5 Ω-cm の (111) 面であり，電解液は NMA, 電流密度 7 mA/cm^2 であった。その結果は Fig. 14 のようであるが，これを我々の結果と共に書きなおしてみると Fig. 15 のようになる。用いた電解液が異なるので電圧の大きさは異なるが，暗中と光照射下の特性の変化は非常に良い一致を示している。このB群に入ると思われる試料については，E. F. Duffek ら[7] も 1～2 Ω-cm の N 形シリコンで光照射の実験を試みており，Schmidt と同じ結果を得たことを報告している。Duffek は N 形を直ちに陽極酸化するには光照射が必要であるが，清浄な新鮮なシリコンウェハー (HF につけた) でも，この効果は数秒から数分のうちでなくなり以後は酸化膜の成長と共に規則的に電圧が上昇すると述べている。光の効果が初期にあり，ある程度の膜厚になると消失することについて Schmidt は，最初の膜形成には光照射が必要だが，一旦膜が形成され，その厚さが N 形の場合 400 Åに達すると，酸化膜界面に強い電界ができ，その界面でエネルギーが消費されるとともにこの電界によって正孔が供給され，これによって光照射の効果が消失するとしている。また酸化時の試料の温度上昇を p-n 接合ダイオードを作製しその逆方向電流の大きさから求め酸化 30 秒後で 65°C になったことを示し，暗中での膜厚はこの温度効果のため光照射下の場合よりやや厚くなると説明している。我々も温度変化を電解液について酸化初めと終了時で測定したところ 25～30°C の上昇が，A, B, C のどの試料についても，また暗中でも光照射下でもあることをみた。また B 群で，暗中と光照射下の特性が一致する膜厚は点滅実験で Schmidt らの値 400 Å と一致していた。B 群の特性については以上のことから Schmidt の理論があてはまるようである。一方 A 群に比較的近い試料については W. Waring ら[8] が 0.002～0.003 Ω-cm の N 形 Si を用いて陽極酸化した結果を報告している。彼らは酸化中に暗中で，Si-SiO_2 界面より光が放出されるのを観測し，この光の放出は初期の薄い酸化膜の形成部分の一部で生じ，次第に全面に拡がると述べている。そしてこの放

出される光が正孔を発生する役割りを果し，外部からの光の効果は消失するとしている。発光は酸化膜にかかる強い電界による電界発光である。また2 Ω-cm のN形 Si ではこの発光は0.002～0.003 Ω-cm の試料に比べ電圧依存性が弱く，光度も弱くなることを示している。これらのことを考慮すると，B群に比較しA群がより強い内部発光をし，この発光のため光照射の効果が顕著に現われないことが説明される。最後にC群であるが，現在のところC群の範囲の比抵抗のN形シリコンを用いて陽極酸化した報告はない。我々の点滅実験では暗中と光照射の場合の特性は250 V，24分までは一致しない。このことは内部発光の光の効果と外部からの光照射の効果が共にまだ残り，どちらが優勢とも言えない状態にとどまっているものと思われる。外部から照射する光のエネルギーあるいは強度をもっと強いものを当てたならB群と同じような振舞いになるとも予想される。Schmidt は電界発光でなく強電界による電子の衝突電離によってB群の光効果の消滅を説明しているが，我々のC群の酸化膜は250 V で720 Å の膜厚になっていた。これより電界を求めると 3.48×10^7 V/cm となる。また立ち上がり電圧を考慮し形成電圧で計算した場合は，6.96×10^6 V/cm となる。一方 Schmidt の場合は 2.63×10^7 V/cm となるのでこのことから，衝突電離が生ずるには電界がまだ少し低く従って両者（暗中と光照射下の特性）は一致しないとも思われる。

以上の考察より次の結論が導き出される。比抵抗が小さいA群では陽極酸化の電流を流した瞬間にのみ光照射の効果を持つが，僅かでも酸化膜が形成されると，酸化膜—シリコン界面にかかる電界によって電界発光もしくは衝突電離によって正孔が発生し，直ちに外部からの光照射効果は消失する。電界発光，衝突電離を生ずるのに不純物濃度が高いことが何らかの効果を有している。比較的中間の比抵抗のB群では電界発光あるいは衝突電離がA群よりは生じにくく，ある膜厚あるいは電界になるまでは外部からの光照射効果を打ち消すほどにはならない。しかしその後は電界による正孔の供給が優勢となり，光照射の効果は消失する。さらに比抵抗の高いC群ではB群より不純物濃度も低く，電界発光，衝突電離が生じにくく，より高い電界に達するまでには長時間を要し，内部電界の効果と外部光照射の効果がいつまでも続いている。不純物の種類あるいは濃度がどのように内部電界の発生に寄与するかはまだ明らかでない。今後は初期の目的の如く陽極酸化される基板シリコンの詳細な検討を行なった上で，より広範な添加不純物および濃度について調べることが課題となると思われる。

（昭和49年5月21日受理）

文　献

1) 南条淳二・野村　滋・原進一：室蘭工業大学，研究報告，理工編，第6巻，第3号 (1969).
2) 井上泰一・南条淳二・野村　滋・原　進一：室工大，研究報告，理工編，第7巻，第1号 (1970).
3) 大竹信行・南条淳二・野村　滋・原　進一：室蘭工業大学研究報告，理工編，第7巻，第3号 (1972).
4) 大竹信行・南条淳二・野村　滋・原　進一：電気四学会北海道支部連大，昭和47年，62.
5) 南条淳二・野村　滋・原　進一：電子通信学会，電子部品・材料研究会資料 (CM 73-49 (1973-07)).

6) P. F. Schmidt, W. Michel.: J. Electrochem, Soc., Vol. 104, No. 4, p. 230 (1957).
7) E. F. Duffek, C. Mylroie, E. A. Benjamini.: ibid. Vol. 111, No. 9, p. 1042 (1964).
8) W. Waring, E. A. Benjamini.: ibid. Vol. 111, No. 11, p. 1256 (1964).
9) P. F. Schmidt: ibid. Vol. 115, No. 2, p. 167 (1968).
10) E. F. Duffek, E. A. Benjamini., C. Mylroie. Electrochem. Technol. Vol. 3, No. 3-4, p. 77 (1965).

超音波照射による円管内の音圧分布と流通系円管内の流動状態について

原　　弘・島田浩次

Sound Pressure Distribution in a Circular Tube and Flow Pattern in a ContinuousCircular Tube by Ultrasonic Iradiation

Hiroshi Hara and Koji Shimada

Abstract

Our experiments were performd to measure the sound pressure distribution of axis and radius direction in a circular tube and the outlet concentration time curve for the exit stream.

Then liquid in a continuous circular tube is degassed by ultrasonic irradiation. The following results were obtained.

The sound pressure in the direction of axis and radius in the tube may be constant, but the sound pressure in about 10 cm from the surface and the base in the tube was intricate. The sound pressure for over 50 cm tube length more or less decreased. The mixing state of the liquid in the tube was influenced by ultrasonic intensity and liquid velocity. Below the liquid velosity $U=2.8\times10$ cm/sec, the mixing coefficient E was in proportion to root of ultrasonic intensity. In over 7×10 cm/sec of liquid velocity, the mixing action of velocity was more efficient than that of ultrasonic waves. And the mixing in the tube was due to a circular flow. A blowing flow like jet flow generated by ultrasonic caused the circular flow to grow.

緒　　言

流通系円管で超音波操作を行う場合，円管内の音圧分布と流体の挙動についての知見は既往の文献からは見当らない。超音波によって発生するキャビテーションの影響を除いた流通系円管内の軸方向に超音波を照射した場合の軸および半径方向の音圧分布とパルス法による出口排出濃度の滞留時間分布曲線測定から，流体の混合状態の指標として表わした混合係数と超音波強度との間に実験的相関関係をみいだしたので報告する。

1.　実験装置および方法

実験に用いた円筒は直径 6 cm のアクリル樹脂製で，実験装置の概要を Fig. 1 に示した。使用したイオン交換水は先に述べた方法[1]で処理し，キャビテーションの影響を取り除いた。円管内の流量は，流動状態におよぼす超音波の効果を検討するために $2.8\times10^{-3}\sim7.0\times10^{-3}$ cc/sec の範囲で 5 点をえらび，温度 25±1°C で流通させた。流体の混合状態はパルス応答法による滞

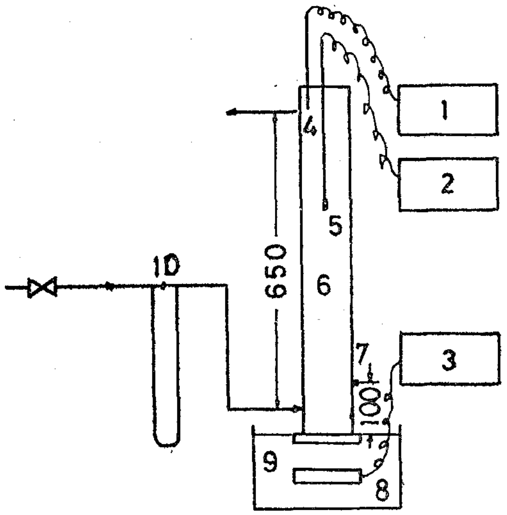


Fig. 1. Experimental Apparatus

留時間分布の測定から求めた。パルス液はKClを用い，主流との物性の差が無視しうる程度の濃度10^{-4} g/ccである。１回のパルス注入量はほぼ0.2 ccで，その排出出口濃度は白金黒電極を用いて測定した。またインキをパルス注入し，流体の挙動を観察した。

1.1 音圧分布

円管内の音圧は直径1 cmのチタン酸バリウム受音器で測定したが，チタン酸バリウム受音器を音響学的に検定することは困難であるのでFig. 2に示した方法で受音器の検定を行った。すなわち同一音場内に鉄球と受音器を静置し，その球にかかる放射圧から超音波強度を求め，超音波強度を介して受音器に発生した電圧値と対応させて音圧を検定した[2]。

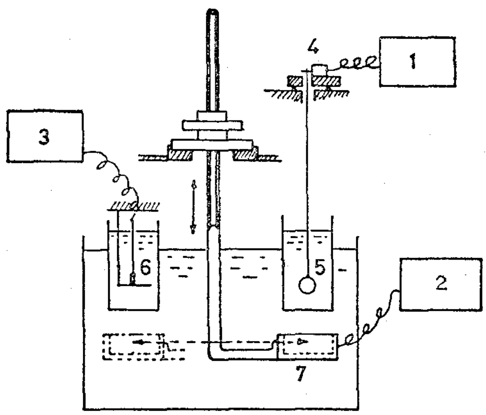


Fig. 2. Measurement apparatus of ultrasonic intensity

1.2 滞留時間分布曲線

後述するように管底面の音圧の影響が及ばない底面より10 cmの位置から，KClのパルスを注入し，排出出口濃度を測定して滞留時間曲線をえた。この曲線から分散σ^2をEq. 1により算出し，Eq. 2およびEq. 3をもちいて混合係数Eを求めた[4]。

$$\sigma^2=\int_0^\infty \theta^2 C(\theta)d\theta-1=\sum\theta^2 C(\theta)d\theta-1 \qquad (1)$$

$$\sigma^2=\frac{\tau}{Pe^2}(Pe-1+e^{-Pe}) \qquad (2)$$

$$Pe=\frac{E}{UL} \qquad (3)$$

ここで，$C(\theta)$ は排出濃度，U は流速，L は管長であり，$\theta=t/\tau$，τ は平均滞留時間を表わす。

2. 実験結果の考察

2.1 音圧分布

Figs. 3 および 4 にチタン酸バリウム受音器で測定した電圧値 V と球にかかる放射圧からえた強度 I の 1 例と，受音器の受音感度特性を示した。図から音圧に相当する電圧値と強度の関係は Eq. 4 であらわされ

$$V\propto I^{1/2} \qquad (4)$$

両者の検定関係は成立している。Fig. 5 に円管内軸方向の強度を示した。管長 30 cm 程度ではほとんど軸方向の音圧は減衰しないが，50 cm 以上に及ぶと音圧は多少減少の傾向にある。また底面および表面の両境面から 10 cm 以内の部分では多少複雑な音圧を示している。半径方向の音圧については受音器の直径が大きいため，管壁附近の音圧を厳密に測定することは困難であったが，測定範囲内ではほぼ一様とみなせた。

一般に，水中の音の伝搬を x 方向の平面波とした場合，その吸収係数 α は Eq. 5 であらわされるので

$$\alpha\propto\cdot\frac{f^2x}{\rho C^3} \qquad (5)$$

音の振幅が $1/e$ まで減衰する距離は，超音波周波数 f=2,000 kHz として試算すれば数百キロメートルになる。したがって本実験の管長範囲内では底面と表面部の媒質の境界面で発生する吸収およ

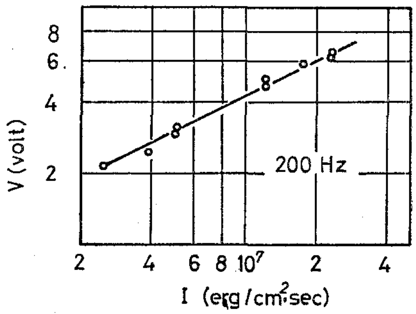


Fig. 3. V v.s I

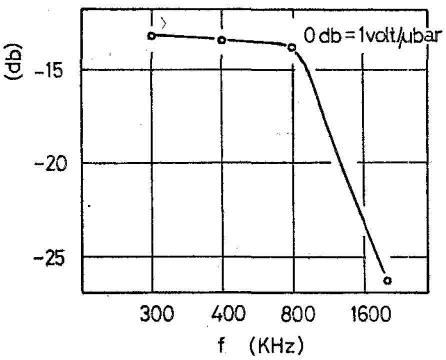


Fig. 4. Frequency Characteristic of Transducer

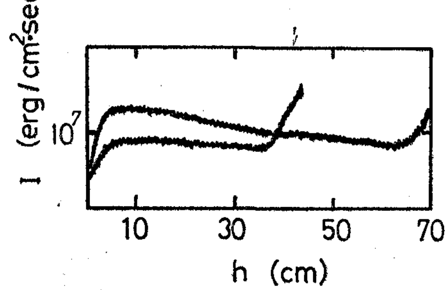


Fig. 5. The intensity of axis direction in a cicular tube

び反射の影響による音場のみだれを除いた部分以外は軸および半径方向の音圧をほぼ一様とみなしてさしつかえないと思われる。

2.2 円管内軸方向の流動状態

超音波照射中の流通系円管内に KCl のトレーサーをパルス注入し，その出口排出濃度すなわち滞留時間分布曲線について，超音波強度および管内流速の影響を示した一例を Fig. 6 および 7 に示した。図から，滞留時間分布は超音波強度および流速によって顕著に影響しているため，円管内の混合状態が流体の流速を無視しうる条件 $U=2.8\times10^{-3}$ cm/sec の場合について，Figs. 6 および 7 を Eqs. 1～3 にもとづいて整理してえられた混合係数を超音波強度と相関させた図を Fig 8 に示した。その関係は次式で表わされる。

$$E = 5\times15^5 I^{1/2} \tag{7}$$

以上のように，流速が 2.8×10^{-3} cm/sec のように比較的小さい範囲においては，円管内の混合

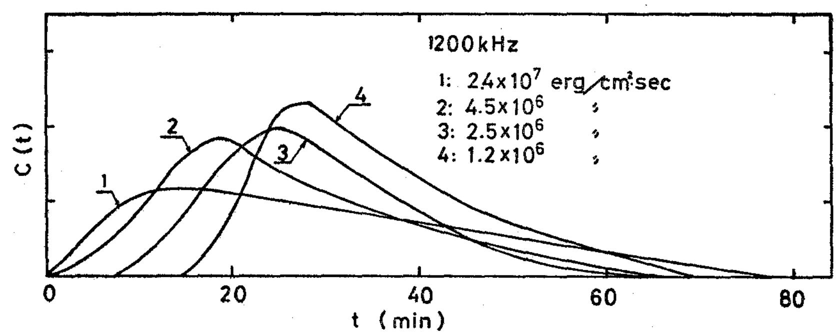


Fig. 6. The outlet concentration time curve for the exit stream

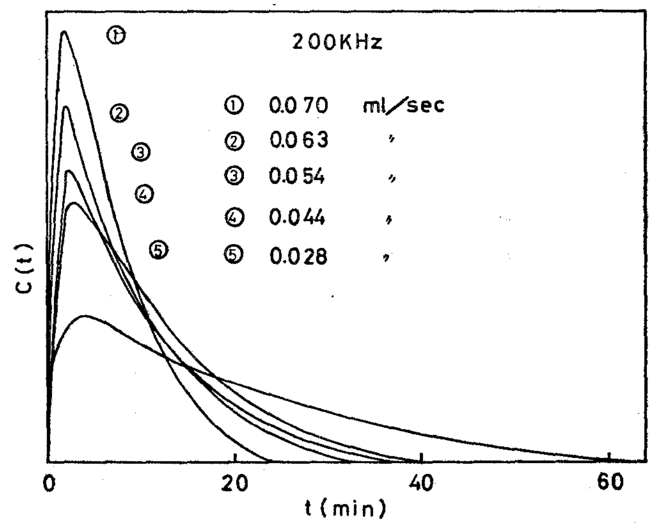


Fig. 7. The outlet concentration curve

状態は超音波強度の影響を顕著に受けるが，超音波周波数にはほとんど関与されていない。しかし，Fig. 9 に示すように円管内流速が 7×10^{-3} cm/sec 以上になると，流体に与える超音波混合作用よりも流速の影響が大きくなる傾向にあるため超音波の作用は無視しうるようになる。したがって，流通系の超音波混合操作においては，流速は限定した範囲で操作される必要があろう。円管内の流動状態を観察するためトレサーとしてインキをパルス注入し，その観察結果の概略を Fig. 10 に示した。図示したように超音波を照射しない場合は，図の矢印で示した部分すなわちトレサーとしてのインキの部分がそのまま混合しないでピストンフローとして系外に排出される。超音波を照射すれば，図示したようなジェット流的な吹き上げ流れが管内軸方

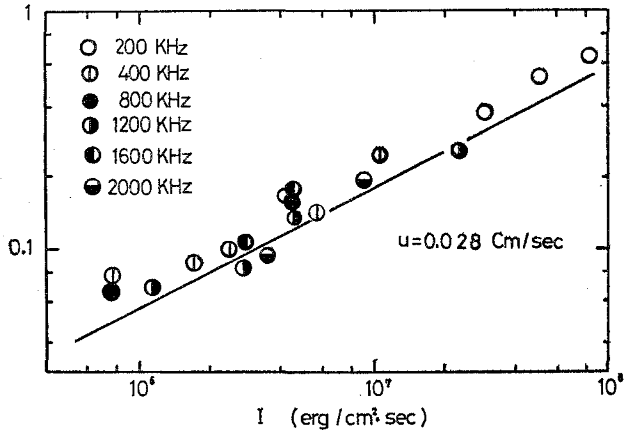


Fig. 8. Correlation between ultrasonic intensity and mixing coefficient

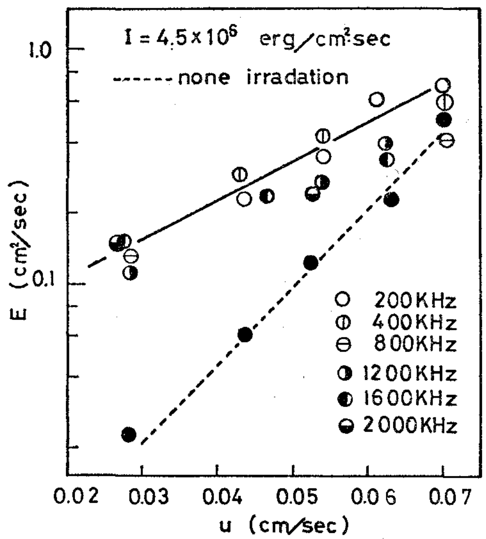


Fig. 9. Correlation between velocity and mixing coefficient

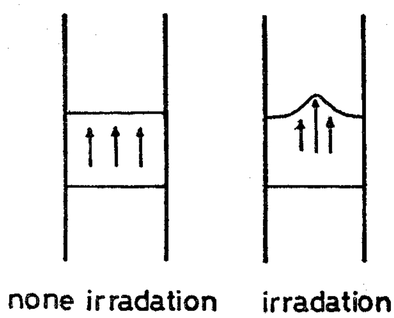


Fig. 10. Flow pattern

向に生ずる。この吹き上げ流れは超音波強度の増大によって，軸および半径方向にさらに広がることが観察される。したがって，超音波照射による管内混合は管内軸方向に発生するジェット流的な吹き上げ流れによって起きるがこの吹き上げ流れによる円管内混合状態への発達過程は，超音波によって発生したジェット流的な吹き上げ流れに周囲の流体を同伴し，対流による循環流れによるものと考えられる。したがって超音波強度が大きくなればその循環流れは円管全体に発展していくが，超音波による吹き上げ流れよりも円管内を流れる流速の方が早くなると，超音波の混合効果は無視されよう。

結　　言

流通系円管内の軸方向に超音波を照射した場合，円管内の音圧は表面部と底面部の上下ほぼ 10 cm 以外は，軸および半径方向とも一様とみなせるが，管長が 50 cm 以上になると多少の減衰を生ずる。流体の混合状態は超音波強度と流速によって影響され，流速 $U=2.8\times{}^{-3}$ cm/sec 以下では混合係数 E は超音波強度の 1/2 乗に比例する。しかし流速が 7×10^{-3} cm/sec 以上におよぶと超音波による混合作用よりも流速による混合作用が支配的になる。また超音波によるこの管内混合は超音波によって発生したジェット流的な吹き上げにともなう循環流によるものである。

(昭和49年5月21日受理)

文　　献

1) 原　　弘・遠藤一夫： 化学工学, **37**, 1052 (1973).
2) 原　　弘・遠藤一夫： 化学工学, **35**, 127 (1971).
3) 実吉純一ら： 超音波便覧, 617 (1960).
4) O. Levenspiel and L. B. Bischoff: Advan. Chem. Eng. **4**, 95 (1963).

Nomenclature

$C(t)$ = outlet concentration (g/cc)
C = sound velocity (cm²/sec)
E = mixing coefficient (cm²/sec)
I = ultrasonic intencity (erg/cm²·sec)
E = ultrasonic frequency (rad/sec)
L = tube length (cm)
P = sound pressure (db)
Pe = peclet number (−)
U = fluid velocity (cm/sec)
X = coordinate in direction of tube axis (cm)

Greek Letler

α = atteniuation coefficient (1/cm)
$\theta = t/\tau$ (−)
ρ = density of water (g/cm³)
σ^2 = variance (−)
τ = mean residence time (sec)

多孔質粉粒体の粒子密度測定と表層効果*

向 井 田 健 一

Density Measurement of Porous Small Particle by Mercury Porosimeter

Ken-ichi Mukaida

Abstract

Densities of several different sized and porous particles ranging from 5.0 to 0.06 mm in diameter were measured by a mercury porosimeter (AMINCO-60,000 P.S.I.).

The results obtained were as follows:

1) By this method the author could measure the density of such small particles as were unmeasurable using several conventional methods.

2) The particle density of porous material possessing relatively large pores in the external surface was changed with a mercury intrusion pressure.

1. 緒　　言

粉粒体の粒子密度は，触媒や吸着媒などの多孔質物質では，その細孔構造を表現したり解析する一物性であり，また一般の粒子としては，主として流体中の粒子運動速度の決定に不可欠な物性であり，正確な測定が要求される。比較的大きな粒径（たとえば直径数ミリメートル以上の粒径）では，多くの粒子密度測定法が考案され実用されている[1]。しかし，粒子径が小さくなるにつれて測定が困難になり，既存の測定法は上記の目的には供しえなくなる。本報告では多孔質粉粒体の粒子密度を水銀ポロシメータによって測定し，この方法の測定粒径範囲ならびに付随して起こる問題を検討した。一般に水銀を液体媒体として用いる方法は，水銀が有毒であり，取り扱いがやっかいであり，また高価でもあることに起因して，実測結果の報告や議論があまりなされていない。ここでは，本法により，細粒域にまで，精度よく粒子密度が測定できたこと，および多孔質粒体特有の粒子表層部の粗面形状が粒子密度値に与える影響をも検討した。

* 化学関係学協会連合東北地方大会研究発表講演済（昭和48年10月1日，弘前大学）

2. 多孔質粉粒体の粒子密度の定義

多孔質粉粒体とは，単位粒子(その粉体を構成する最小単位の粒子)が凝集または凝結した粒子であり，単位粒子が数十オングストロームから数十ミクロンにわたる比較的安定な物質でいろいろな形状をもつことから，その凝結粒子である多孔質粒子は広範な細孔構造をとりうる。本研究に用いたシリカやアルミナなどのゲル物質は典型的な多孔質物質であり，調製過程の条件や調製後の熱処理などによってその細孔構造は変化する。熱処理によって単位粒子が溶融する場合は内部に閉じられた穴が生じることがあるが，それより低温処理の場合，細孔は殆ど全部外部と連結しているとみてよい。

一方，密度は単位体積あたりの質量であるが，粒子密度とは粒子としてのそれである。三輪[2]によれば，粒子密度を“任意の粒子につき，裂け目や割れ目，洞穴などは空間として粒子の体積から除外し，一方閉じた空洞は粒子体積に含めて単位体積あたりの質量を求めたもの”としている。そしてこのような粒子密度を親和性液体に含浸させて測り，これを親液粒子密度と称している。これに対して，水銀などのように非親和性液体を用いて計測した粒子密度を疎液粒子密度と呼んでいる。

多孔質粉粒体の親液粒子密度は，外表面から内部につづいた粒内空孔体積の大部分が粒子体積から除外されてしまうため，結局，真密度(単位粒子の密度)を測定したことになってしまう。

ここに粒子としての体積の定義が問題となるが，著者は，粒子表面の狭い割れ目や洞穴などの体積も含めた粒子外郭体積が，粒子体積としてふさわしいものとの立場をとる。そして，その場合，粒子外面形状によってその凹部の曲率半径値に対応した粒子容積を知ることができれば，粒子容積を莫然としたものでなく定量的に把握したことになろう。水銀圧入法では，圧入圧力，すなわち凹部曲率半径の大きさに対応した粒子体積を測定できるのでつぎにその原理および方法を述べる。

3. 水銀ポロシメータによる粒子密度測定法

Fig. 1 では，任意形状の粒子のある断面について，粒子容積のとり方を点線で示した。多孔質粒子は，このように単純ではないが，概念は同じである。従来から実用されている水銀中に試料を県チョウさせる方法では，どの程度の粒子外郭容積を測定したのか不明である。水銀県チョウ法による粒子密度がバラツキをもつのはこのためであろう。

水銀ポロシメータによる試料測定の場合は，試料を充分脱気した後，水銀に包まれた試料は圧力 P によって，その試料外表面凹部に水銀が喰い入る曲率半径 r が反比例することを利用する。**Fig. 2** は多孔質粒子表層部における P と r の関係を示したものであり，定量的関係は，

Washburn[3] により (1) 式で示された。

$$rP=-2\varphi\cos\theta \tag{1}$$

θ および φ の値については多くの研究がなされたが[4]，ここでは θ を 130 度，φ を 485(dyne/cm) として，r(micron)，P(P.S.I.) で表わすと，(2) 式となる。

$$rP=90 \tag{2}$$

r(micron)，P(kg/cm^2) で表わすと次式となる。

$$rP=6.33 \tag{3}$$

これらの関係式により，P を r に換算することができるので，つぎに P 値に対応する粒子体積を求める

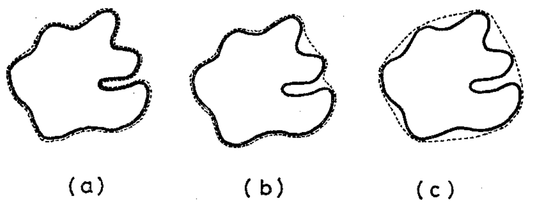


Fig. 1. Difference between a true density (ρ_t) and an apparent particle density (ρ_p). (a) gives a ρ_t and (b) or (c) gives ρ_p, where ρ_p in (b) is larger than in (c). Solid line and dotted one, respectively, show a surface of a particle and that of mercury.

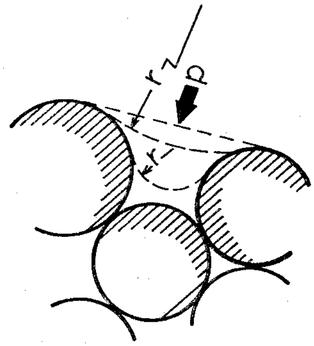


Fig. 2. Mercury intrusion into inner part of a porous matter, $rp=90$ where r is a curvature radius in micron and p is an intrusion pressure in Lb/in^2.

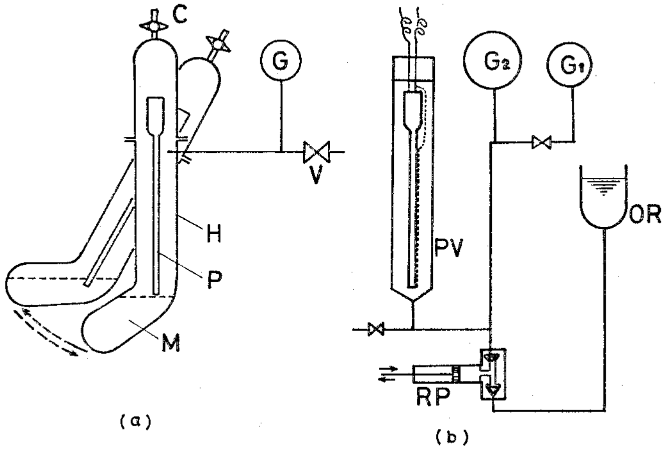


Fig. 3. Schematic diagrams of mercury porosimeter measuring for a hypobaric pressure (a) and for a hyperbaric pressure (b).

H: penetrometer holder, C: cock, M: mercury, V: valve, G, G_1, G_2: pressure gauge, PV: pressure vessel, OR: oil reservoir, RP: reciprocal pump, P: penetrometer

必要がある。これはピクノメータ法と同じ原理である。以下，測定ならびに計算手順を述べる。**Fig. 3** は水銀ポロシメータのフローシートである。図中ペネトロメータは，**Fig. 4** に示すように成形体用と粉末用があり，いずれも最小目盛0.002 ml で0.2 ml までの目盛付でガラス製である。

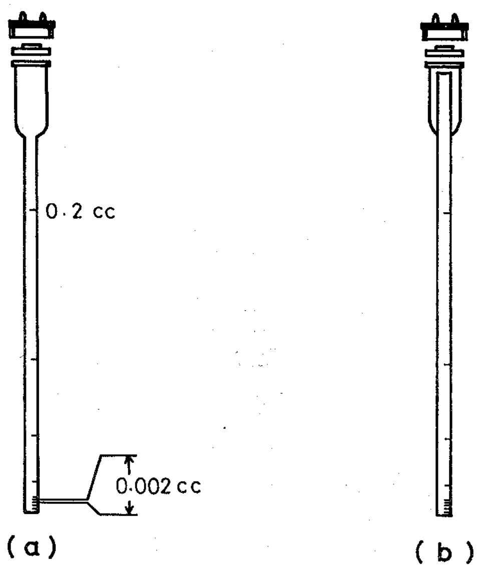


Fig. 4. Penetrometer for granule (a) and for powder (b).

ペネトロメータ（その質量を m_s(g) とする）に試料（質量 m_1(g)）を入れ，ペネトロメータホルダーにセットし，50×10^{-3} mmHg まで真空脱気し，全体を30度傾けるとペネトロメータ下端が水銀中に没する。バルブ V を閉じ，コック C から徐々に空気を導入し，ペネトロメータを垂直にしたとき水銀柱が示す静圧値になるよう加圧しておき，全体を垂直にもどす。このとき水銀はペネトロメータ内に充満しているが，試料表面には全外圧はかからない。また水銀柱下端はペネトロメータ下端面にあるが，更に C よりの加圧によって，水銀が試料粒子外表面から内部へ浸入した分だけペネトロメータの目盛で直読できる (Δv)。大気圧に至ったら，ホルダーからペネトロメータを取り出して計量する (m_3(g))。さらに加圧を要する場合は，このペネトロメータを加圧装置にセットして，さらに圧力と水銀柱変化を測定するが，今回の報告では，この加圧領域は行なわない。また別に同じペネトロメータに水銀だけを充満したときの質量 m_2(g) を測定しておく。これらのことから，ペネトロメータ内容積 V_p(cm^3)，水銀密度（温度により変化）ρ_m(g/cm^3) として，つぎの関係がえられ，粒子密度 ρ_p(g/cm^3) が求められる。

$$m_1 = v\rho_p \tag{4}$$

$$m_2 = m_s + V_p\rho_m \tag{5}$$

$$P = P_a - P_s \tag{6}$$

$$m_3 = m_s + m_1 + (V_p - v)\rho_m \tag{7}$$

$$\therefore \quad v = (m_1 + m_2 - m_3)/\rho_m \tag{8}$$

この v は(6)式の P が0のときの粒子全容積（m_1 の）であり，P_a（外圧）が上昇し，その結果ペネトロメータ水銀柱が Δv(cm^3) だけ短くなったときの水銀柱静圧 P_s との差 P における粒子全容積 v' は

$$v' = v - \Delta v \tag{9}$$

として表わされるから，粒子密度は

$$\rho_p=\frac{m_1}{v-\Delta v} \tag{10}$$

となる。$P=0$ で $\Delta v=0$ なら(10)式は(4)式と一致する。

このように，コック C より空気を導入し P_a を増加させ，Δv を読みとり，Δv 値を静圧 P_s に換算して，P を知り，(2)式または(3)式により r を求め，m_1, m_2, m_3 を計量することによって，r と ρ_p の関係を求めることが可能である。

4.　実験結果と考察

4-1　本法の再現性

本測定法によってえられるデータの再現性を明らかにするために，同一試料の繰り返し測定を行なった。試料には複雑な影響を避けるために，直径 11.2 mm のガラス球を用いた。その結果を **Table 1** に示す。標準偏差が 0.0110 で，相対誤差が 0.437% であり良好といえた。ただし，この試料については，圧力 P の影響は認められず，いずれも，$P=0.664$ (kg/cm²) すなわち，コック C は開放にして，P_a を大気圧とし，$\Delta v=0$ のときの P として求めた。同一測定者で，室温，大気圧の変化などが測定に影響していると考えられる。

Table 1. Reproducibility of the data — Particle density of glass bead 11.2 mmϕ —

2.5222	2.5321	2.5082
2.5238	2.5250	2.4999
mean value M.		2.5185
standard deviation S.D.		0.0110
error (100×S.D./M.)		0.435%

4-2　多孔質粒子の粒径の粒子密度値に与える影響

つぎに多孔質粒子として，シリカ，アルミナ（いずれも水沢化学工業(株)提供，シルビードNおよびネオビードC）およびXISシリカアルミナ触媒（丸善石油(株)提供）の3種を用いた。い

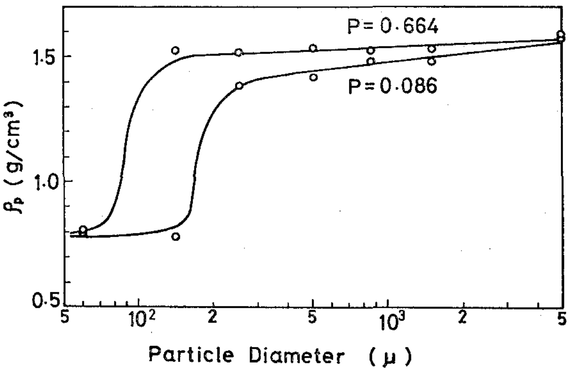


Fig. 5. Variation of particle density for silica gel (Silbead N) with its diameter at constant intrusion pressure.

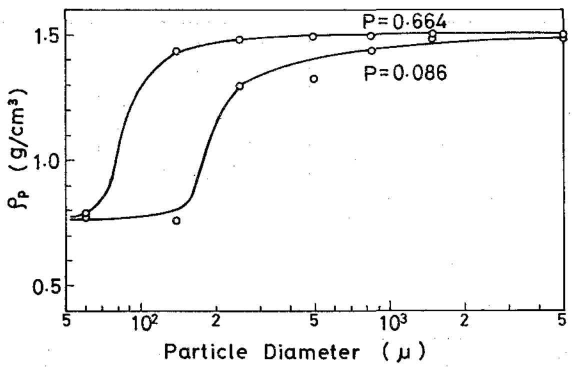


Fig. 6. Variation of particle density for alumina gel (Neobead C) with its diameter at constant intrusion pressure.

ずれも5 mm 径の成形品であるので，破砕，分級して8個の粒度にそろえた。**Fig. 5～7** に，3試料に対する粒子密度の粒子径による影響を示した。図中2本の曲線は，水銀押し込み圧P(Kg/cm^2)の違いを表わしており，粒子径が小さいほど，また圧力Pが低いほど，粒子密度値は急に小さくなることがわかる。これは粒子径が小さくなると，(1)式の関係からわかるように水銀が，粒子間空隙にも微圧では浸入できず，試料粒子が重なり合ったままの全体を取り囲み，嵩容積，嵩密度を測定しているにすぎない。したがって，このように細かい粉粒体の粒子密度を測定するには，粒子間隙に水銀が浸入できるだけのより高圧が必要となる。3つの試料は多孔質のゲル体でありながら，シリカおよびアルミナは，ヒドロゲルから自然に乾燥したもので，光沢をもつほど緻密でそろった細孔構造を有しており，シリカアルミナ触媒は実用触媒として通気性をよくするためかなりマクロな細孔をもちザラザラしている。試料による細孔組織の差異が，3試料の曲線の違いとなっているようであるが，粒径150ミクロンより粗い粒体ならば，大気圧でのP_aで測定できることがわかる。

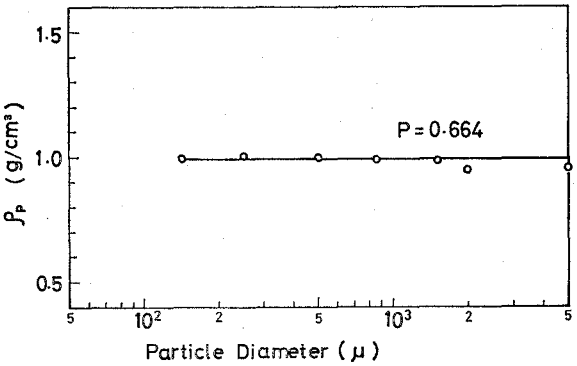


Fig. 7. Variation of particle density for silica alumina catalyst (XIS) with its diameter at constant intrusion pressure.

上記シリカおよびアルミナについて，細粒側，低圧ではかられた嵩密度は再現性があることがわかった。そこでその状態を解析してみた。**Table 2** にその結果を示す。いずれも破砕粒子であり，粒子密度が近似しているにもかかわらず，表面の性質か，外形のちがいかで粒子間空孔率に10% の差異がみられるのは興味深い。

Table 2. Particle density and bulk density in the finer particle

Samples	true density ρ_t	particle density ρ_p	bulk density ρ_b**	innerparticle porosity ε_1*	total porosity ε_2*	intraparticle porosity ε***
Silica (Silbead-N)	2.20	1.50	0.90	0.318	0.590	0.399
Alumina (Neobead-C)	3.30	1.58	0.80	0.521	0.758	0.495

* $\varepsilon_1=1-\rho_p/\rho_t$, $\varepsilon_2=1-\rho_b/\rho_t$
** ρ meassured in the lower pressure of the intrusion
*** $\varepsilon=(\varepsilon_2-\varepsilon_1)/(1-\varepsilon_1)$

4-3 ガラスビーズによる粒径の粒子密度に与える影響の検討

つぎに，球状ガラスビーズによって，粒子径の粒子密度に与える影響を多孔質試料と同様に検討してみた。試料は東芝ガラスビーズであり，水銀押し込み圧Pの値による変化もシリ

カ，アルミナ系と同様であった。**Fig. 8** にそれを示す。

4-4　表層効果

多孔質物質は微細な単位粒子の凝結物であり，とくに外表層部は内部より大きな空孔率をもっている。したがって，粒子密度測定の際，単位粒子の大きさによる表層部の容積をはかる境界に大きい影響を与え，押し込み圧 P によって粒子密度値に変動をもたらすことが考えられる。この効果を表層効果と仮称する。ここでは，溶融アルミナ2種についてこの効果が顕著であったので示す。**Fig. 9** において，粒子密度と押し込み圧力 P との関係を示す。試料1と2はノートン社のマクロポート（10 mm 径）で表面がザラザラしたものであり，これを1個ずつ測定すると，P が 0.13 付近に粒子密度の急激な変化がみられ，これより外表面に露出していた凹部直径は 168 (μ) と見積られた。試料3は別種の溶融アルミナで直径 5 mm，外表面が前者より滑らかであった。同様に細孔径 25 (μ) がえられた。

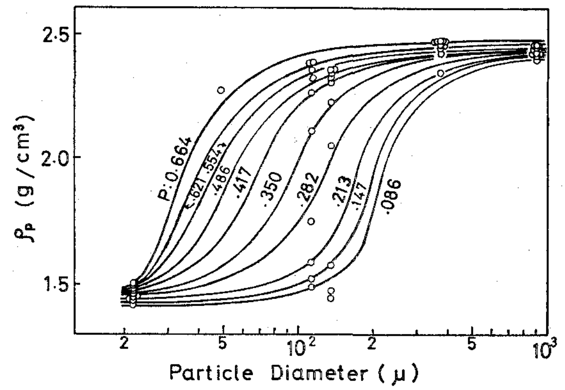


Fig. 8. Variation of particle density for glass bead (Toshiba) with its diameter at several intrusion pressures.

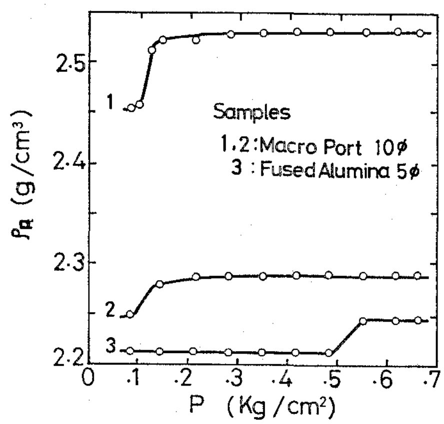


Fig. 9. Variations of particle densities against mercury intrusion pressure —in rough surface particles—

このような表層効果は，表面の孔径が，比較的そろっていて，調製段階でよくコントロールされた場合と考えられる。**4-2** において述べた多孔質試料では，このような増加がみられなかったことは，単位粒子径がはるかに小さいために表面凹凸が，この程度の圧力領域では現われないからと考えられる。また，試料1，2のようにマクロな細孔構造を有する場合の粒子密度は1個1個別々にはかれば，バラツキをもつことは，その充塡構造が調製段階でいくらよくコントロールされていてもやむをえないであろう。

5.　結　　論

水銀ポロシメータは，本来多孔質物体の細孔径分布を測定する装置であるが，本研究においては粒子密度の測定に応用して，従来測定困難であった粉状試料の測定を短時間（計算を含

めて1試料1時間以内）で，精度よく達成できることがわかった。有毒の水銀を用いる点は，装置の完備と細心の注意によって事故防止する外はないが，本法の利点がこれをうわまわるものと考える。また，外表面が粗い試料では，表層効果があらわれることもわかった。

本研究に際して，御助言いただいた渡辺治夫教授，小幡英二助手ならびに測定者の中村真人君に謝意を表します。また，試料を提供して下さった水沢化学工業株式会社，丸善石油株式会社，東京芝浦電気株式会社に謝意を表します。

使用記号

m_1:	試料質量	[g]
m_2:	ペネトロメータに水銀だけを充満したときの質量，(5)式	[g]
m_3:	ペネトロメータに試料を入れ，水銀で充満したときの質量，(7)式	[g]
m_s:	ペネトロメータ質量	[g]
P:	試料外表面にかかる水銀押し込み圧力 $(=P_a-P_s)$	[kg/cm^2, Lb/in^2]
P_a:	外　　圧	[kg/cm^2, Lb/in^2]
P_s:	水銀柱静圧 (P_a とは逆向きに作用する)	[kg/cm^2, Lb/in^2]
r:	試料細孔または凹部への水銀浸入時の曲率半径 (細孔半径と等しい)	[μ]
v:	試料粒子質量 m_1(g) あたりの $P=0$ における粒子全容積，(8)式	[cm^3]
v':	加圧状態 ($P>0$) における $v(=v-\Delta v)$	[cm^3]
Δv:	加圧することによって，試料みかけ容積の減少量	[cm^3]
V_p:	ペネトロメータの内容積	[cm^3]
θ:	水銀と試料表面との接触角	[deg]
ρ_m:	水銀の密度	[g/cm^3]
ρ_p:	粒子密度	[g/cm^3]
φ:	水銀の表面張力	[dyne/cm]

(昭和49年5月20日受理)

引用文献

1) 多孔材料 (技報堂, 1973).
間室　規： 粉体工学研究会誌, **5** (3), 1167 (1968).
2) 三輪茂雄： 粉体工学研究会誌, **6** (2), 115 (1969).
3) E. W. Washburn: Proc. Natl. Acad. Sci., **7**, 115 (1921).
4) N. M. Winslow and J. J. Shapiro: ASTM Bul, **236-39-44** (Feb. 1959).
H. L. Ritter and L. C. Drake: I. E. C., Anal. Ed, **17**, 782 (1945).

粘性土と砂質土の区分に関する実験的考察

沢 田 義 男 ・ 朝 日 秀 定

Some Experimental Considerations on Distinction between Sandy Soil and Cohesive Soil

Yoshio Sawada and Hideyasu Asahi

Abstract

In soil test, remoulded soil and sand-clay mixed soil are distinguished roughly between 'sandy soil' and 'cohesive soil' from appearance. Sometimes, Atterberg limits and triangular soil classification system are applied to the distinction.

We do some experiments on sand-clay mixed soil using direct shear apparatus, oedmeter and permeameter to distinguish soil sample. Four kinds of sand were used in these tests, *i. e.*, Toyoura standard sand and three kinds of Quartz sand in grain size.

The results of investigations are summarized as follows:

1) In initial void ratio and permeability test the soils containing more than 80% sand are sandy soil.

2) Making a comparison between the void ratio for sand phase in soil sample and the maximum void ratio in water, it is found that the soils containing more than 80% Toyoura standard sand and 70% Quartz sand belong to sandy soil.

3) The same results as described in 2) are obtained in shearing test and oedmeter test.

I. 緒　　言

土質試験においては粘性土と砂質土ではその取り扱い方が非常に異なる。たとえば圧密試験ではその理論的仮定から透水性の大きな砂質土には適用されないし，又セン断試験においても試験条件はまるで異なる。そこで粘性土と砂質土の境界を見出すことと，従来よりある区分方法以外の粘性土と砂質土を区分する基本的物性の表現の可能性について砂，粘土混合土を用いて実験的に考察した。

II. 試　　料

本実験に用いた原試料は市販カオリン粘土（石英59%，パイロフェライト26～29%，カオリン鉱物15～12%）と豊浦標準砂（石英＞長石類＞頁岩，安山岩，雲母の細粒）および石英砂（砕いて粒径により三種に分類）である。豊浦標準砂はほとんど円磨又は半円磨の粒子であり，石英砂は尖鋭不定形である。本実験では砂分の影響はその体積割合で考えるべきであると筆者

表—1　原試料の物性

砂名	記号	粒径 (mm)	有効径 (mm)	平均粒径 (mm)	均等係数	比重
豊浦標準砂	T	0.110～0.300	0.165	0.210	1.35	2.63
石英砂	QA	0.177～0.297	0.184	0.233	1.34	2.65
	QB	0.297～0.420	0.309	0.362	1.21	2.65
	QC	0.420～0.500	0.424	0.448	1.10	2.65

らは考えているため風乾した砂と粘土を10% vol. きざみで混合し，この混合土に対し液性限界に相当する水を加え蒸発のない様にして（含水比にして最大0.5% の減少がみられた）24時間静置したものを試料として用いた。

なお原試料の物性は**表-1** に示す通りである。以下の説明において豊浦標準砂をT砂，三種の石英砂を粒径の順にQA, QB, QC として説明をする。

水分の調整を液性限界にした理由は，早くはCasagrande に端を発すると思われるが，Hogentogler の実験より液性限界が粘土含有量に比例するという実験事実とWalker-Holtz の締固め仮定に立ち，更に砂粒子同士の接触によるメニスカス的保水量は微小であるとして液性限界 (LL) 下においては粘土相の物理的性状が試料によらず同じになり，従って粘土相の工学的性状は統一できるとしたからである。

III.　実　　験

III-1　液性限界測定： JIS (案) 1205-1970 に従った。

III-2　セン断試験： 一面セン断試験を行なった。セン断速度1 mm/min，垂直荷重を0.2, 0.4, 0.8, 1.6 kg/cm^2，垂直荷重増加速度0.2 kg/cm^2/min，圧密時間は圧密度50% となる時間の20～30倍（圧密試験より推定）に相当する12分間としその直後セン断を開始し，セン断はセン断応力が一定値に落着くか又は変位量が8 mm に達するまで続けた。

III-3　圧密試験： 土質工学会セン断試験法委員会案に従った。

IV.　結果および考察

IV-1　初期状態

A)　含水比（液性限界からの考察）

圧密試験に用いられた試料を例に示す。試料に対する液性限界 (LL) の測定が砂分70% 以上においては極めて困難になる。そこで本実験では横瀬の研究[1]にも見られる様に砂分60% 以下の砂分—含水比の関係を延長して含水比とした (**図-1**)。この図からも砂分70% 付近に何等かの基本的変化点があることが暗示される。

さてここで砂相の水分保有力が僅小であると仮定し，粘土相に対する含水比 (ω_c) を次の様に定義した。

$$\omega_c=\frac{W_\omega}{W_c}$$

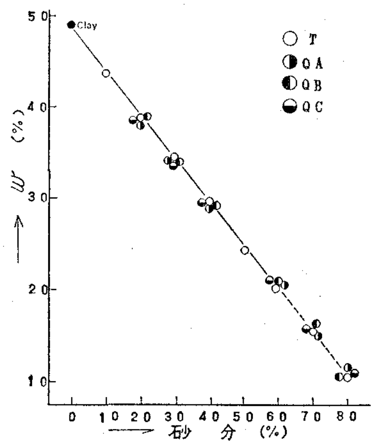
ここに用いられる文字は **図-2** に示す通りである。この式で定義された粘土相に対する含水比 ω_c を砂分との関係で **図-3** に示す。これより砂粒子の影響による保水性がわずかながらみられるが，一応粘土相の水分による力学的性状は一定化できたとした。

B) 初期間ゲキ比

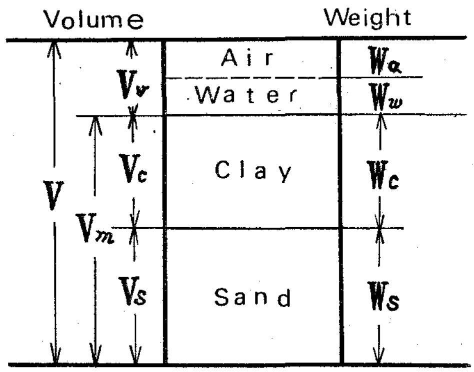
混合土の初期間ゲキ比をセン断試験を例に **図-4** に示す。各試料の粘土相に対する間ゲキ比 (e_c) を次式で定義する。

$$e_c=\frac{V_v}{V_c}$$

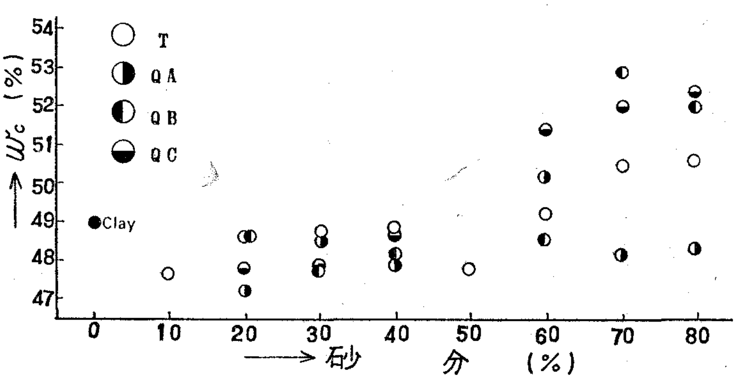
各試料について粘土相に対する初期間ゲキ比を **図-5** に示す。これらの図より砂分 80% 以



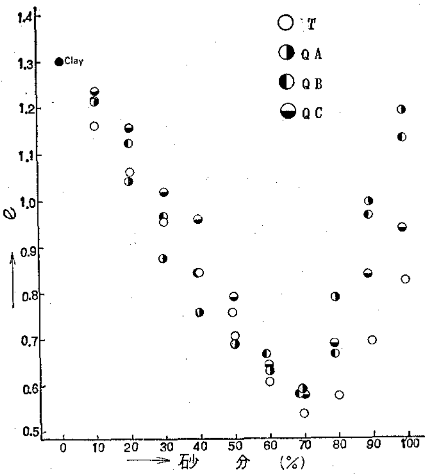
図—1　混合土の初期含水比



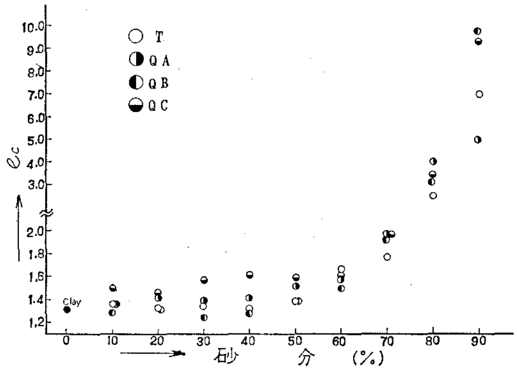
図—2　四相に区分した混合土の模式図



図—3　粘土相に対する初期含水比



図―4　混合土の初期間ゲキ比



図―5　粘土相に対する初期間ゲキ比

上より間ゲキ比が著しく増している。粘土相に対する含水比が一定であり，締固めエネルギー自体に変化はないと思われるにもかかわらず粘土相に対する間ゲキ比が増大していることは砂粒子が接触による間ゲキを構成し間ゲキ比を増大させているものと考えられるが，後述の様に確認はできなかった。

IV-2　セン断試験

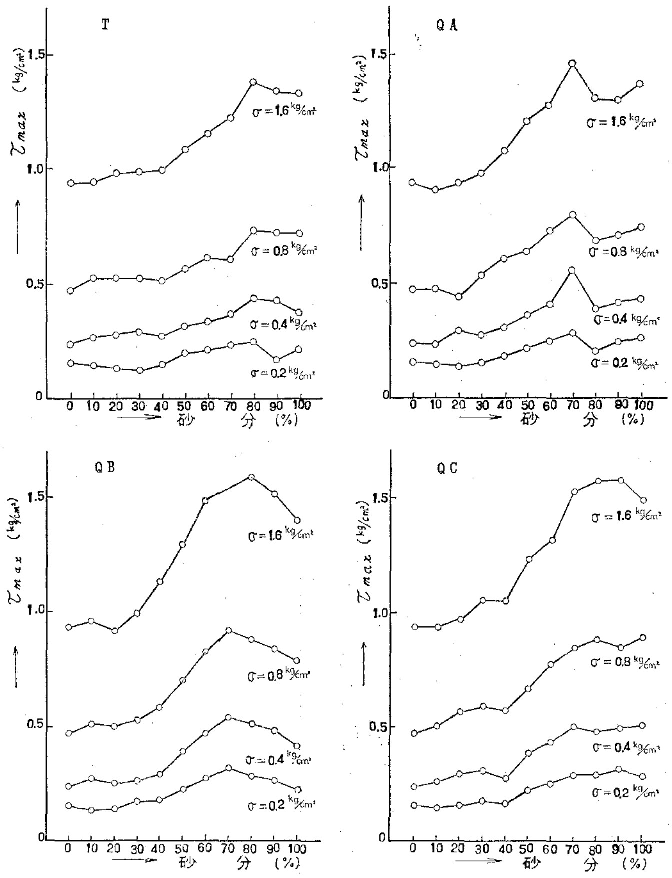
A)　セン断強度

各試料に対する砂分―セン断強度の関係を**図-6**に示す。T砂では砂分80%，QA, QB砂では砂分70%に明らかなピークが認められる。QCについては不明である。又T砂では砂分30%，QA, QB, QC砂では砂分40%の試料に変化点を見ることができ，鈴木等の豊浦標準砂についての実験報告[2)]と一致するが他の実験からは明確な結果は得られていない。但し砂種によりこの点が異なることは明らかである。

B)　垂直変位とセン断応力

セン断試験において用いられた最大垂直荷重1.6 kg/cm^{2}における垂直変位とセン断応力の関係を**図-7**に示す。図中○印と○印の間は水平変位量0.33 mmをあらわす。

T砂では砂分80%，QA, QB, QC砂においては砂分70%以上の試験にそれ以下のものとは曲線の性向に差異が見られ著しい膨張を示す。なおQB，QC砂には砂質土とも粘性土ともつかない傾向を示す砂分60%の曲線がある。又特徴的なものとしてT砂のセン断応力が低下しているが同様の傾向は他の試料にはみられない。この原因は明確にはできなかったが，T砂が他砂と比べて粒子形状が円磨されている，あるいは砂粒子の岩質の相違などが理由に考えられる。又試料によっては砂分20%くらいから膨張が現われているが，このことが鈴木等[2)]の変化点と結びつくかどうかは今後の検討課題としたい。



図—6　砂分—セン断強度

IV-3 圧密試験

A) 体積圧縮係数

体積圧縮係数 (m_v) を次式で定義する。

$$m_v=\frac{\varDelta\varepsilon}{\varDelta P}$$

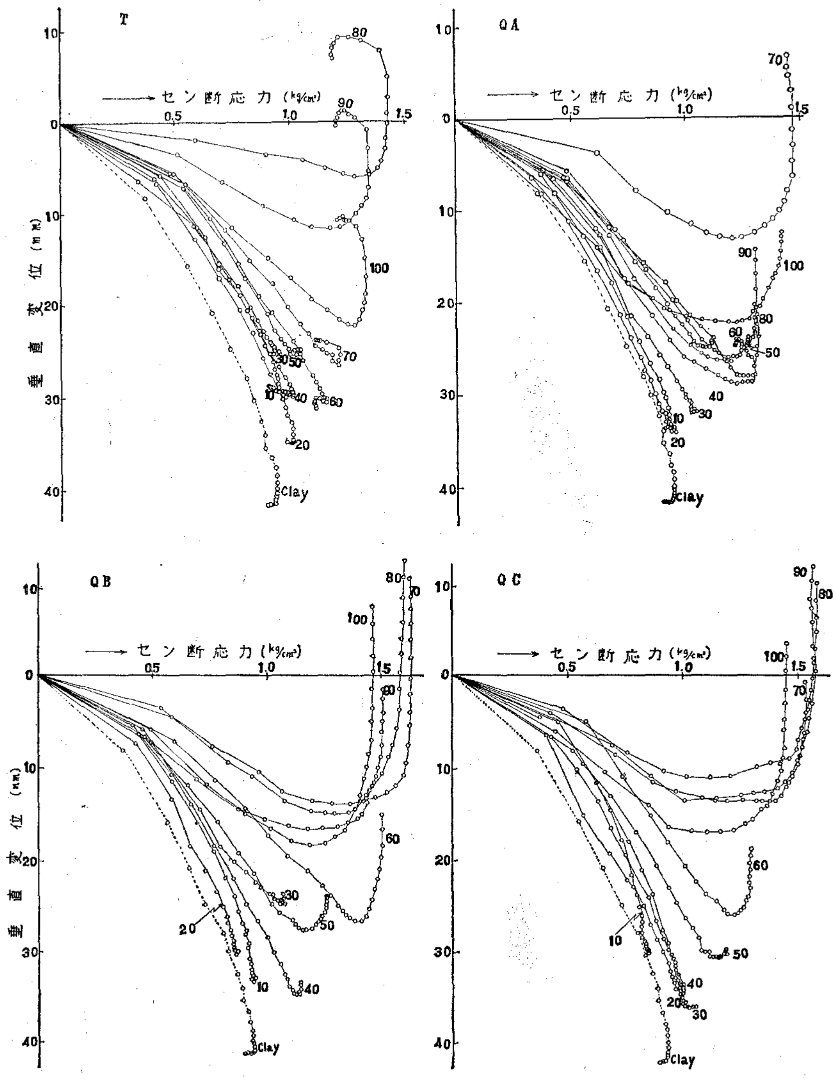
但し ε: 圧縮ヒズミ，P: 有効応力

土質力学では体積変化が大きいため次の様にヒズミ変化を考える。

$$\varDelta\varepsilon=\frac{V_1-V_2}{\frac{1}{2}(V_1+V_2)}$$

但し V_1: 荷重前の体積，V_2: 荷重後の体積

試料中の間ゲキを粘土相が保有するものとして体積変化（間ゲキの減少）を粘土相に対するヒズミとして全ヒズミを考えると，粘土相に対するヒズミ変化は



図—7 垂直変位—セン断応力

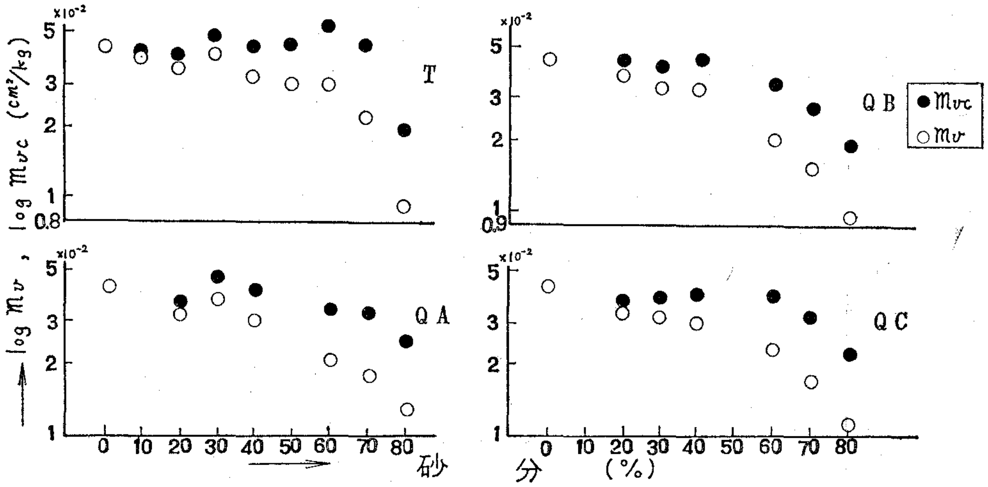
$$\Delta\varepsilon_c=\frac{V_1-V_2}{\left\{\frac{1}{2}(V_1+V_2)-V_s\right\}}$$

これより粘土相の圧縮係数を

$$m_{vc}=\frac{\Delta\varepsilon_c}{\Delta P}$$

と定義する。砂分と m_v, m_{vc} について**図-8** に示す。m_v についてみるとT砂では70%, QA, QB, QC 砂とも砂分 60% から圧縮性に変化が生じ小さくなっている。

すなわち粘土相に関する間ゲキ比が荷重に比例する値に減少して，Walker-Holtz の仮定

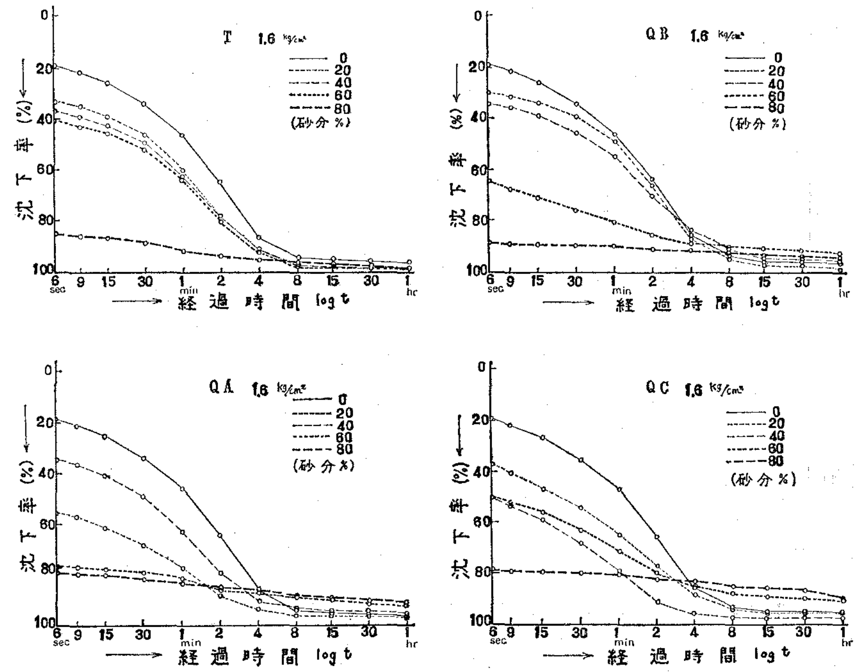


図—8　砂分—体積圧縮係数

が成立するのは，m_{vc} についてみると，T, QA 砂では砂分 80%，QB, QC 砂では砂分 70% 以上で減少しているので，T，QA 砂では砂分 70% 以下，QB，QC 砂では砂分 60% 以下ということになる。

B)　沈下の経時的変化

一般に間ゲキ比が大きくなれば透水性が大となり，従って沈下速度も大きくなる。今回の

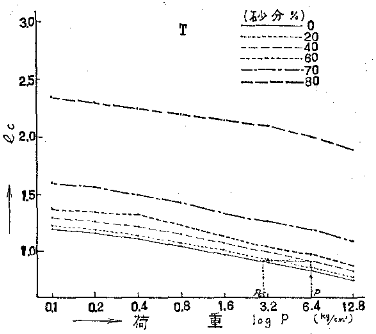


図—9　沈下の経時変化

実験の様に間ゲキが水で飽和されていない条件の下で透水性にかかわる問題を論ずるのは早計であるが，加重24時間後の沈下量に対する経時割合を荷重1.6 kg/cm^{2}を例に示す（**図-9**）。この図よりT砂は砂分80%，石英砂は砂分70%以上にその性向に差違がみられる。

C）粘土相による荷重分担

粘土相に対する間ゲキ比と荷重の関係をT砂を例に**図-10**に示す（説明の都合上一部の砂分量のものは除いてある）。

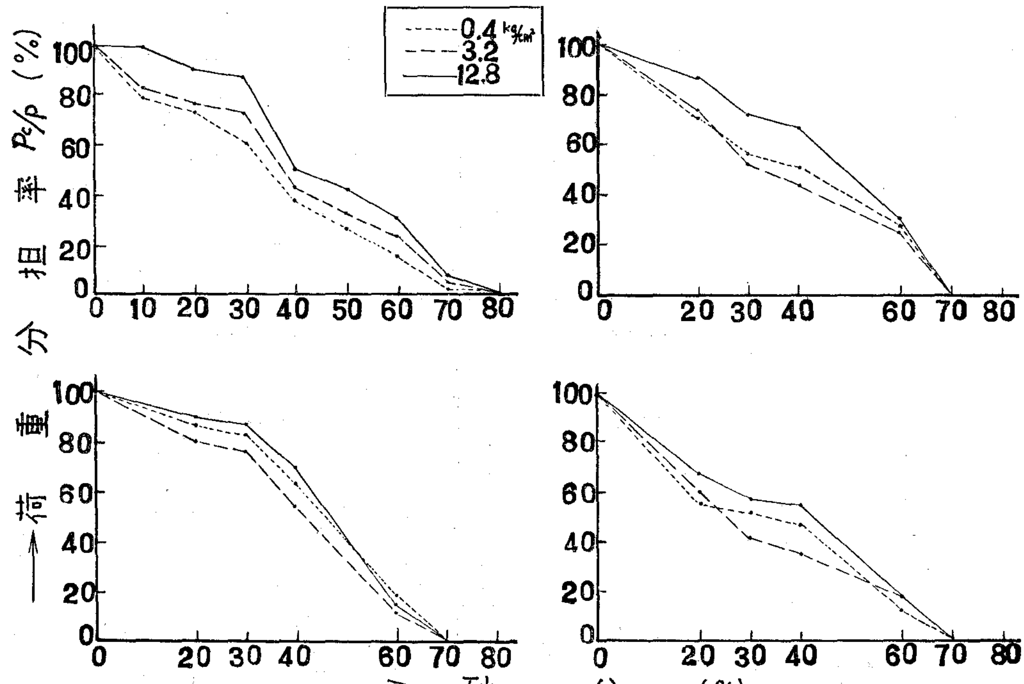


図—10　荷重—粘土相に対する間ゲキ比

ここで，粘土に対する間ゲキ比は外力について1対1の対応関係にあると考えると，ある砂分の試料の粘土相についてのある荷重での間ゲキ比と同一の間ゲキ比を有する粘土のみの実験による荷重値は結局その混合土における粘土相が分担する荷重と仮定できる。そこで倉田等[3]も示した様に，砂分割合と荷重分担の割合を**図-11**に示した。この図より粘土相が荷重を分担するのは，T砂で砂分80%まで，QA, QB, QC砂では粒径に関係なくいずれも砂分70%までであった。

IV-4　透水試験

透水試験の結果は初期間ゲキ比の結果とよく一致をみせており，いずれも砂分70%で透



図—11　粘土相による荷重分担率

水性は最小となっている (図-12)。

IV-5 砂の水中最大間ゲキ比と砂相に対する間ゲキ比

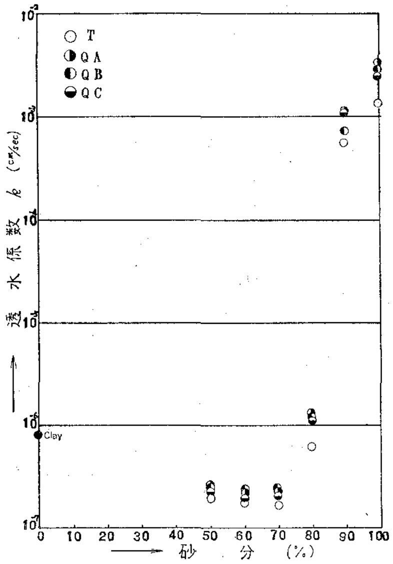
各砂の水中最大間ゲキ比を測ってみると**表-2**の様になった。そこで試料の砂相以外の間ゲキや粘土相は空ゲキと仮定して試料の砂相に対する間ゲキ比を定義する。

表—2 砂の水中最大間ゲキ比

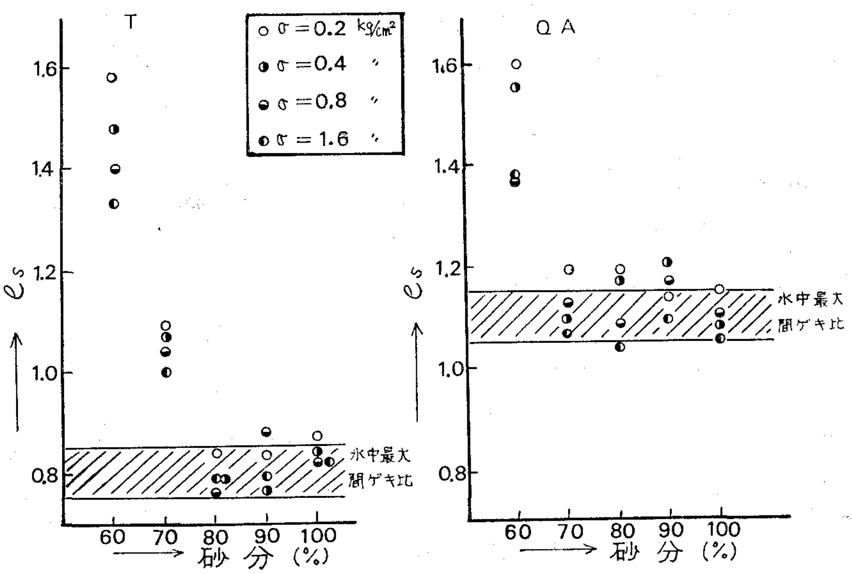
試料砂	T	QA	QB	QC
水中最大間ゲキ比	0.8±0.05	1.1±0.05	1.1±0.05	1.1±0.05

$$e_S = \frac{(V - V_S)}{V_S}$$

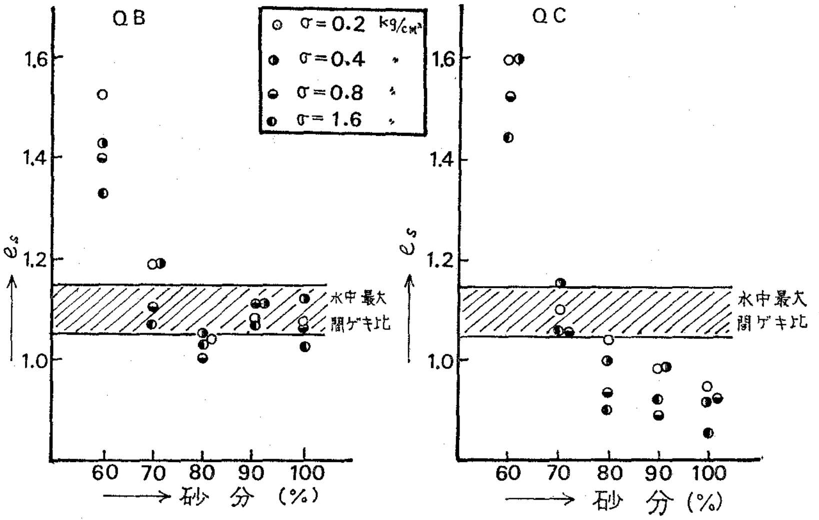
砂相に対する間ゲキ比をセン断試験における試料について計算し，**図-13**に示した。この図より試料の砂相に対する間ゲキ比は，T砂では砂分80%以上，QA, QB, QC砂では砂分70%以上を含む試料でほぼ等しい。このことからこれらの砂分以上で砂粒子の接触がある可能性は充分である。なお顕微鏡観察を行なった場合，接触点が同一面上にあることは極めて稀であるために砂のみにおいても接触は確認できなかった[4]。圧密試験結果については大荷重下では粒子間ゲキが狭められ水中最大間ゲキ比以下のものもあらわれるが，同上の結果が得られている。



図—12 砂分割合—透水係数



図—13 (a) 砂分割分—外力分担



図—13(b)　砂分割合—外力分担

V. 結　　言

以上を結論すると

1) 初期間ゲキ比に関する区分としては透水性からも砂分 80% 以上の試料は砂質土とされる

2) 初期間ゲキ比に支配される砂相に対する間ゲキ比は，水中最大間ゲキ比との比較により豊浦標準砂の試料では砂分 80% 以上，石英砂では 70% 以上が砂質土とされる

3) セン断試験，圧密試験でもほぼ同様の結果を得た

4) 試料中の砂分の水中最大間ゲキ比を測定し，供試体試料の砂相に対する間ゲキ比とこの水中最大間ゲキ比の比較において砂質土と粘性土に分け得る

更に又今後の問題として

5) 砂粒子形状，構成粒子の岩質の相違による影響の解明

6) 同一間ゲキ比（供試体作成過程において加えられるエネルギーの大小による問題も含まれる）試料による砂分の影響の解明

7) 砂分割合について，より密な混合割合の試料について実験を行なう

などについて今後更に実験を進める予定である。

終わりに原試料の分析鑑定を本学開発工学科白幡浩志助教授に，また平野富佐夫，佐藤潔，星野実の諸君に全面的御協力を頂いたことを記し，心から謝意を表する次第である。

【日本鉱業会北海道支部研究発表講演会 (1974 年 6 月，札幌) にて発表】

(昭和 49 年 5 月 20 日受理)

参 考 文 献

1) 横瀬広司： 土と基礎, **13** (12), 3 (1965).
2) 北郷　繁・鈴木輝之他： 土質工学会北海道支部技術報告資料, **12**, 29 (昭和 47 年).
3) 倉田　進・藤下利男： 運輸技術所報告, **11** (9), 1 (1960).
4) 沢田義男・鈴木節夫： 開発技報, **14**, 18 (1972).

教官学術研究発表集録

(昭和 48. 4. 1～49. 3. 31)

土　木　系 (土木工学科，建築工学科)

中村 作太郎	土木構造体とその構造法に関する一考察 —自然現象における生物力学の対比よりみた—	農業土木学会誌 **41, 6**	48. 6.
中村 作太郎 志村 政雄	繰り返し荷重を受けるＩ断面鋼桁の曲げ疲労破壊に関する基礎的研究	土木学会　第28回年次学術講演会講演概要集，I-140	48. 10. 1
中村 作太郎 土居 博史	室蘭港架橋計画試案について (2) —トラス系橋梁—	土木学会北海道支部昭和48年度論文報告集，30	49. 2. 14
中村 作太郎 志村 政雄	繰り返し荷重を受けるＩ断面鋼桁の曲げ疲労について	土木学会北海道支部昭和48年度論文報告集，30	49. 2. 14
中村 作太郎	科学の発達と測量学の歴史的変遷	日本測量協会機関誌"測量"，**24, 3**	49. 3.
尾崎 訒 西田 久	モノマー浸透法によるコンクリート・ポリマー複合体について	土木学会　第28回年次学術講演会講演概要集，V-98	48. 10. 3
Hideo Kondo	Wave Pressures on vertical wall with Porous Absorbers	土木学会論文報告集 223	49. 3.
新田 登	「ローラコンパクタに関する2，3の実験」	土木学会　第28回年次学術講演会講演概要集，V-120	48. 10. 2
新田 登 高橋 哲躬 (大林道路 KK)	「アスファルト混合物の室内締固め法に関する一考察」	土木学会　第28回年次学術講演会講演概要集，V-119	48. 10. 2
新田 登 高橋 哲躬 (大林道路 KK)	「アスファルト混合物の締固め特性について」	第11回　日本道路会議一般論文集	48. 11. 9
新田 登 新沼 正博	「アスファルト混合物の締固めに関する一考察」	第11回　日本道路会議一般論文集	48. 11. 9
能町 純雄 松岡 健一 沢田 知元	セル型天板構造の側方不安定解析について	土木学会　第28回年次学術講演会講演概要集，I-5	48. 10. 1
能町 純雄 松岡 健一	無限体中の円孔に部分分布力が作用するときの3次元応力解析について	土木学会　第28回年次学術講演会講演概要集，I-22	48. 10. 2
能町 純雄 松岡 健一 古路 太一	曲げに抵抗し，せん断力に対して滑る横材を有する格子構造について	土木学会　第28回年次学術講演会講演概要集，I-27	48. 10. 2
能町 純雄 松岡 健一 坂元 伸樹	Cross Diagonal を有する Truss によって補強された平板の曲げについて	土木学会　第28回年次学術講演会講演概要集，I-151	48. 10. 2

能町純雄 松岡健一	移動集中荷重をうけるトラスの振動解析について	第23回 応用力学連合講演会講演論文抄録集	48. 10. 30
能町純雄 松岡健一 沢田知元	軸方向にヒンヂ結合された鋼管よりなる基礎の応力解析について	第11回 日本道路会議一般論文集	48. 11. 8
能町純雄 松岡健一 坂元伸樹	トラスで補強された平板の応力解析について	第11回 日本道路会議一般論文集	48. 11. 8
能町純雄 松岡健一 佐藤隆 高薄松範	トポロジカル一致を利用した構造物の応力解析	第11回 日本道路会議一般論文集	48. 11. 8
能町純雄 松岡健一 小針憲司	立体トラスの固有振動解析について	第11回 日本道路会議一般論文集	48. 11. 8
能町純雄 松岡健一	無限体中の円孔に円形載荷されたときの三次元応力解析	土木学会 北海道支部論文報告集, 30	49. 2. 15
能町純雄 松岡健一 沢田知元	軸方向にヒンヂ結合された鋼管パネル基礎の固有振動解析	土木学会 北海道支部論文報告集, 30	49. 2. 14
能町純雄 松岡健一 高薄松範	トポロジカル一致を応用したグリッドプレートの解析	土木学会 北海道支部論文報告集, 30	49. 2. 15
能町純雄 松岡健一 古路太一	曲げのみに抵抗する横材を有するグリッドプレートの応力解析	土木学会 北海道支部論文報告集, 30	49. 2. 15
斎藤和夫 石井憲一	交通事故発生の危険性評価に関する研究 (II)	土木学会 第28回年次学術講演会講演概要集, IV-84	48. 10. 3
斎藤和夫	道路ネットワークにおける危険な区間の確認システムについて —道路安全性改善プログラム計画のための基礎システム—	土木学会 第28回年次学術講演会講演概要集, IV-85	48. 10. 3
斎藤和夫 石井憲一 浪越均 (長大橋設計センター)	都市規模別交通事故発生特性について	第11回 日本道路会議一般論文集	48. 11. 9
斎藤和夫	冬期交通事故発生に関する分析的研究	第11回 日本道路会議一般論文集	48. 11. 9
近藤俶郎 藤間聡	透過性傾斜構造物による波の変形に関する実験	土木学会 第28回年次学術講演会講演概要集, II-30	48. 10. 2
近藤俶郎 藤間聡	透過性構造物による砕波の変形	第20回 海岸工学講演会論文集	48. 11. 14
渡辺昇 杉本博之	骨組構造物の最適設計 (その4) —補剛アーチ桁の最適設計と構造特性—	土木学会 第28回年次学術講演会講演概要集, I-99	48. 10. 2
福島泰明 小幡守 大築和夫 高橋一芳	有限要素法による無限均等ラーメンの亀裂を考慮した解析	日本建築学会北海道支部 第40回研究発表会	48. 9.
荒井康幸 小幡守	有限要素法による鉄筋コンクリート部材の収縮応力解析について・I	日本建築学会大会学術講演会	48. 10.

小幡　守 荒井康幸	有限要素法による鉄筋コンクリート部材の収縮応力解析について・II	日本建築学会大会学術講演会	48. 10.
土屋　勉 小幡　守	有限要素法による基礎梁付きフーチングの応力解析について（鉛直荷重を受ける場合）	日本建築学会大会学術講演会	48. 10.
福島泰明 大築和夫	有限要素法によるラーメンの解析（腰壁，垂壁付き柱の水平剛性について）	日本建築学会大会学術講演会	48. 10.
土屋　勉 小幡　守 後藤英俊	有限要素法による基礎梁付長方形基礎の応力と変形について-3（基礎梁位置及び断面変化の場合）	日本建築学会　北海道支部第41回研究発表会	49. 3.
荒川　卓 武田　寛 小島雅樹	鉄筋コンクリート短柱の曲げせん断予備実験	日本建築学会大会学術講演梗概集（東北）	48. 10.
荒川　卓 武田　寛 四ノ宮建司 安田俊幸 山田　等	サブフープを有する鉄筋コンクリート柱の多数回繰返し実験（帯筋を等間隔に配置した場合）	日本建築学会　北海道支部第41回研究発表会	49. 3.
洪　悦郎 長谷川寿夫 後藤知以 横平　昭	気象条件の異なる北海道内4都市における各種コンクリートの暴露実験	セメント協会　セメントコンクリート No. 319	48. 9.
洪　悦郎 長谷川寿夫 後藤知以 横平　昭	気象条件の異なる北海道内4都市における各種コンクリートの暴露実験	セメント協会　セメント技術年報 XXVII	48. 12.
後藤知以	骨材の粒度表示に関する一考察	日本建築学会　北海道支部第41回研究発表会	49. 3.
真嶋二郎 本間良二	室蘭圏における住宅建設の地域的特性（1966–71）（室蘭圏における住宅建設および住宅需給構造に関する調査研究・その1）	日本建築学会　北海道支部第40回研究発表会論文集	48. 9.
真嶋二郎 大垣直明 本間良二	札幌市における住宅需給構造に関する調査研究 その1.　全国主要都市の住宅事情・都市構造における札幌市の位置	日本建築学会　大会学術講演会　梗概集	48. 10.
真嶋二郎 大垣直明 本間良二	札幌市における住宅需給構造に関する調査研究 その2.　札幌市における住宅建設の地域的特性	日本建築学会　大会学術講演会　梗概集	48. 10.
真嶋二郎 大垣直明 本間良二	札幌市における住宅需給構造に関する調査研究 その3.　住宅供給型別の需要者特性	日本建築学会　大会学術講演会　梗概集	48. 10.
大垣直明 真嶋二郎 住谷　浩 本間良二	札幌市における住宅需給構造に関する調査研究 II　住宅供給型別需要者特性からみた分析　その2.	日本建築学会　北海道支部第41回研究発表会論文集	49. 3.
泉　清人	騒音のやかましさに関する研究（I）—騒音閾（Threshold of Annoyance）に関するパイロットスタディー	日本建築学会大会学術講演	48. 10.
泉　清人	規則的継続音のやかましさモデル試案—騒音のやかましさに関する研究（7）—	日本建築学会　北海道支部第41回研究発表会	49. 3.
杉野目章	Effects of the Additional Steel for the Reinforced Concrete Corner	釧路工業高等専門学校紀要	48. 6.
杉野目章	鉄筋コンクリートL型隅角部の補強効果について（対称型が開脚方向に純曲げを受ける場合）	日本建築学会大会学術講演会梗概集（東北）	48. 10.

機　械　系（機械工学科，産業機械工学科，二部機械工学科）

内藤正鄰 浜田恒平 三橋秀信	パイプトラスの応力測定	日本機械学会　北海道学生会第3回卒業研究発表会	49. 3. 11
内藤正鄰 浜田恒平	自動車に関する人間工学的研究（模擬運転装置による正常時と飲酒時の特性比較）	日本機械学会　講演論文集 No. 730-14（第51期全国大会）	48. 10. 16
浜田恒平 内藤正鄰	衝撃引張試験における軟鋼の降伏点の測定	日本機械学会　北海道支部講演論文集 No. 732-1	48. 10. 7
斉当健一 星野悟 内藤正鄰	ねじ結合体のゆるみに関する研究（続報）	日本機械学会　北海道支部講演論文集 No. 732-2	48. 10. 7
Masashi Daimaruya Masachika Naito	A Transient Coupled Thermoelastic Problem in the Semi-Infinite Medium	Bulletin of the JSME Vol. 16, No. 100	Oct., 1973
奥田教海	水力輸送国際会議参加およびスラリ輸送施設視察報告	日本機械学会 第832回講演会講演要旨集	48. 7. 28
奥田教海	円管内の流れにおける球の浮遊と沈降に及ぼす管壁の影響	日本機械学会 第833回講演会講演論文集 No. 730-11	48. 8. 28
奥田教海	スラリー流動の取扱いについて	スラリー輸送研究会講演会資料	48. 9. 13
奥田教海	円管内における粒体の水力輸送　第7報	日本機械学会　北海道支部第16回講演会講演論文集 No. 732-3	48. 10. 7
東条徹 奥田教海 一場久美	直線翼列内の流れの特性とその流線追跡について　第2報	日本機械学会　北海道支部第16回講演会講演論文集 No. 732-3	48. 10. 7
奥田教海	円管内における粒体の水力輸送のモデル化実験　第1報	第23回応用力学連合講演会　講演論文抄録集	48. 10. 30
奥田教海	円管内における粒体の水力輸送に関する試験	北海道科学研究費による一般研究報告概要，第15集	49. 3.
奥田教海	水平円管内にのける粒体の水力輸送に関するモデル実験	日本鉱業会　昭和49年度春季大会研究および業績発表講演会講演要旨集	49. 3. 27
星野悟 井上平治	高力ボルトによる摩擦接合部の振動試験について	日本機械学会　北海道支部第16回講演会講演論文集，No. 732-2	48. 10. 7
徳田潔 星野悟 斎当建一	高張力ボルト摩擦接合継手に関する実験	日本機械学会　北海道学生会　第3回学生員卒業研究発表講演会	49. 3. 11
林重信 沢則弘 飴谷孟	小型2サイクル機関の燃料供給状態におよぼす給気管系の影響	日本機械学会　北海道支部第16回講演会講演論文集 No. 732-3	48. 10. 1

岩津　功	交走式索道曳索駆動力について	日本機械学会　北海道支部第16回講演会講演論文集	48. 10. 7
小松　一 戸井達三 笹本　茂 杉山　弘	衝撃波を伴わない遷音速流について（2次元わん曲ノズル内の流れ）	日本機械学会　北海道学生会第3回卒業研究発表会前刷集	49. 3. 11
山岸秀明 花岡　裕	核沸騰のデイジタル・シミュレーション	第10回日本伝熱シンポジウム講演論文集	48. 6. 1
花岡　裕	冷凍圧縮機の性能について	第7回空気調和・冷凍連合講演論文集	48. 4.
山岸英明 花岡　裕	核沸騰のデイジタル・シミュレーション（特に比較的簡単なモデルについて）	第10回日本伝熱シンポジウム講演論文集	48. 5.
花岡　裕	遠心および吸収式冷凍機組合せ方式の性能に関するエクセルギ的考察	昭和48年度空気調和・衛生工学会学術講演論文集	48. 10.
河岸　優 花岡　裕	形状の異なるラバール・ノズルからの飽和水噴射実験	日本機械学会　道支部第16回講演論文集	48. 10.
花岡　裕	冷凍用圧縮機の性能表示に関するエクセルギ的考察	日本冷凍協会誌　冷凍, Vol. 48 No. 553	48. 11.
石谷純一 橋　泰憲 東　康夫 花岡　裕	排水時の渦特性に関する実験	日本機械学会　北海道学生会第3回卒業研究発表会	49. 3. 11
岸浪紘機	円管外表面への水の凍結現象（第4報） —氷層形成の数値解と準定常解の検討—	日本機械学会　北海道支部第16回講演会講演論文集	48. 10. 7
菅原健史 上平恒生 岸浪紘機 斎藤　図 戸倉郁夫	曲率一定内面壁に沿う自然対流の実験的考察	日本機械学会　北海道学生会　第3回卒業研究発表会前刷集	49. 3. 11
宮村康夫 高野哲郎 横山　徹 斎藤　図 岸浪紘機 戸倉郁夫	垂直着霜面の自然対流熱伝達に関する実験	日本機械学会　北海道学生会　第3回卒業研究発表会前刷集	49. 3. 11
疋田弘光 小山昭一 三浦良一	2次形式評価関数及びシステム構造と閉ループ系の極の関係	計測自動制御学会第6回計測・制御に関する北海道研究集会講演論文集	48. 12. 22
小山歌二 斎藤　図 岸浪紘機 戸倉郁夫	吹出しをともなう自由対流熱伝達	日本機械学会　第50期通常総会講演会講演論文集 No. 730-5	48. 4. 4
戸倉郁夫 斎藤　図 岸浪紘機 横山　徹	垂直着霜面の自然対流熱伝達に関する実験	日本機械学会　北海道支部第16回講演会講演論文集 No. 732-3	48. 10. 7
竹花裕蔵 斎藤　図 岸浪紘機 戸倉郁夫	吸込みを伴う傾斜平板の自由対流熱伝達に関する研究	日本機械学会　北海道支部第16回講演会講演論文集 No. 732-3	48. 10. 7

斎藤 図	寒冷地を走行する自動車の暖房負荷と窓ガラスの曇りについて	日本機械学会 自動車（積雪寒冷地における諸問題）研究会成果報告書	48. 12. 5
横内弘宇 中島明一 前川克広 菊地千之	有限要素法による金属切削機構の解析（第3報） —定常塑性変形問題のデータ処理について—	昭和48年度精機学会春季大会前刷	48. 4. 4
横内弘宇 大谷寿史 舟見 準 菊地千之	工具切屑熱電対温度測定法の検討（第2報） —計算による検討—	昭和48年度精機学会春季講演会前刷	48. 4. 4
黒河久男 西井信次郎 横内弘宇 菊地千之	数値制御工作機械のテーブルの動作について	昭和48年度精機学会秋季講演会前刷	48. 10. 7
横内弘宇 吉田幸家 広瀬孝義 菊地千之	スナッギング研削の実験的研究（I） —砥石摩耗に及ぼす振動の効果について—	昭和48年度精機学会秋季講演会前削	48. 10. 7
菊地千之 横内弘宇 黒河久男 落合一雄	Zn-Al 共析合金の被削性について	日本機械学会 北海道支部第16回講演会論文集, No. 732-2	48. 10. 7
横内弘宇 菊地千之 滝田敏博	比研削抵抗に関する研究	精機学会 昭和48年度北海道支部学術講演会前刷	49. 2. 2
菊地千之 横内弘宇 黒河久男 津坂英男 石突寛男	Zn-22 Al 共析合金の被削性	精機学会 昭和48年度北海道支部学術講演会前刷	49. 2. 2
島武裕 増田秀栄 横内弘宇 菊地千之	スナッギング研削の研究（研削比について）	日本機械学会 北海道学生会第3回卒業研究発表会前刷集	49. 3. 11
滝田敏博 横内弘宇 菊地千之	比研削抵抗に関する研究	日本機械学会 北海道学生会第3回卒業研究発表会前刷集	49. 3. 11
津坂英夫 石突寛男 菊地千之 黒河久男	Zn-Al 合金の被削性について	日本機械学会 北海道学生会第3回卒業研究発表会前刷集	49. 3. 11
田村譲皃 横内弘宇 菊地千之	切削工具すくい面の摩擦抵抗について	日本機械学会 北海道学生会第3回卒業研究発表会前刷集	49. 3. 11
田下和男 小門純一（京都大） 藤中雄三（京都大）	斜坑巻索の安全性	日本鉱業会誌 **89**, 1030	48. 12.
佐々木昭士（九工大） 秋吉利男（九工大） 田下和男	衝撃荷重を受けたワイヤロープの安全性	日本鉱業会春季大会	49. 3.
村山 正 塚原 実	ディーゼルエンジンにおける NOx 低減に関する研究—燃焼の静粛化による NOx の低減—	自動車技術会論文集 No. 5	48. 6.

林　重信 塚原　実	積雪寒冷地における自動車機関の諸問題 （第1報　始動性能に関する実態調査）	日本機械学会自動車研究会成果報告書	48. 12. 5
塚原　実 林　重信	積雪寒冷地における自動車機関の諸問題 （第2報　低温始動性と排気ガスに関する実験）	日本機械学会自動車研究会成果報告書	48. 12. 5
塚原　実	ガソリン機関の低温始動性と排気ガスの制御	北海道科学研究費による一般研究報告概要，第15集	49. 3.
小田秀春 山中　勇 和田静明 塚原　実	直接噴射式ディーゼル機関における排気ガスの研究	日本機械学会　北海道学生会第3回卒業研究発表会前刷	49. 3. 11
谷口　允 水野忠治 榎　清	円管内での金属凝固層形成速度（第3報　円管内凝固金属の冷却時における垂直円管表面からの伝熱）	鶴岡工業高専研究紀要，7	48. 6.
水野忠治 海淵俊明 媚山政良 吉田　豊	圧縮式冷凍機とガスタービンの組合せサイクル （第1報　間接冷却の場合）	冷凍，**48**，549	48. 7.
水野忠治 吉田　豊 榎　清	高温空気流による氷の融解現象について	日本伝熱研究会　北海道グループ研究会	48. 11.
鈴木重雄 曽我幸夫 水野忠治 吉田　豊	円管内の氷層の成長について	日本機械学会　北海道学生会第3回卒業研究発表会前刷集	49. 3.
永田英昭 中野秀昭 水野忠治 吉田　豊	氷の融解現象と伝熱機構に関する実験的研究	日本機械学会　北海道学生会第3回卒業研究発表会前刷集	49. 3.
藤沢勝教 水野忠治 吉田　豊	ガスタービンと冷凍機の組合せサイクルについて	日本機械学会　北海道学生会第3回卒業研究発表会前刷集	49. 3.

数　物　系（一般教育数学，物理）

松村信男	室蘭における大気中の氷晶核（1962年10月2日～10月16日）	天気，1974，**21**，47-50	49. 1.

金属工学科

片山　博 宮本一道 田中章彦	合成クロマイトの水素還元反応	日本鉄鋼協会　日本金属学会　両北海道支部合同講演大会	48. 7. 6
片山　博 宮本一道 田中章彦	クロマイトの炭素還元過程および被還元性	日本鉄鋼協会　第86回講演大会	48. 10. 19
水戸正治 菅原英夫	475°C 脆化 Fe-Cr 合および Fe-Cr coupling 電極のアノード分極挙動	日本金属学会誌 **38** (1974), 22	
花見徹夫 上出英彦 菅原英夫	1N-H_2SO_4 中における 18% Cr 鋼のアノード分極挙動におよぼす C および Ni の役割	第9回腐食防食研究会	49. 2. 16
荘司　潔 菅原英夫	Au-Cu 合金の電気化学的性質	第9回腐食防食研究会	49. 2. 16

上出 英彦 下平 三郎	23 Cr フェライト系ステンレス鋼の応力腐食割れにおよぼす添加元素の影響	第20回腐食防食討論会	48. 5. 16
S. Shimodaira M. Takano Y. Takizawa H. Kamide	Mechanisms of Transgranular Stress Corrosion Cracking of Duplex and Ferritic Stainless Steels	International Conference in France S. C. C and H. E of Iron Base Alloys	48. 6. 10
上出 英彦 菅原 英夫 下平 三郎	143°C $MgCl_2$ 溶液中における 23 Cr-Ni フェライト系ステンレス鋼の割れについて	日本鉄鋼協会 日本金属学会 両北海道支部合同講演大会	48. 7. 5
上出 英彦 田中 敏明 菅原 英夫	25-20 ステンレス鋼の応力腐食割れ感受性におよぼす前歪と歪速度の関係	日本金属学会 昭和48年度秋期大会	48. 10. 19
Toshihei Misawa	The Thermodynamic Consideration for Fe-H_2O System at 25°C	Corrosion Science **13** (1973), 659-676	48. 9.
T. Misawa K. Hashimoto W. Suëtaka S. Shimodaira	Formation of Fe $(II)_1$-Fe $(III)_3$ Green Complex on Oxidation of Ferrous Ion in Perchloric Acid Solution	J. Inorg. Nucl. Chem. **35** (1973), 4159-4166	48. 12.
T. Misawa K. Hashimoto S. Shimodaira	Formation of Fe $(II)_1$-Fe $(III)_1$ Intermediate Green Complex on Oxidation of Ferrous Ion in Neutral and Slightly Alkaline Sulphate Solutions	J. Inorg. Nucl. Chem. **35** (1973), 4167-4174	48. 12.
T. Misawa K. Hashimoto S. Shimodaira	The Mechanism of Formation of Iron Oxide and Oxyhydroxides in Aqueous Solutions at Room Temperature	Corrosion Science **14** (1974), 131-149	49. 2.
T. Misawa K. Asami K. Hashimoto S. Shimodaira	The Mechanism of Atmospheric Rusting and the Protective Amorphous Rust on Low Alloy Steel	Corrosion Science **14** (1974), 279-289	49. 3.
三沢 俊平 橋本 功二	鉄さびの生成機構と耐候性さび層	防食技術, **23** (1974), 17-27	49. 1.
三沢 俊平 橋本 功二 下平 三郎	大気腐食における無定形オキシ水酸化鉄 (III) の役割	腐食防食協会 第20回大会	48. 5. 15
三沢 俊平 橋本 功二 下平 三郎	鉄さびの生成機構と耐候性さび層	日本鉄鋼協会 日本金属学会両北海道支部合同講演大会	48. 7. 6
三沢 俊平 末高 洽 橋本 功二 下平 三郎	過塩素酸鉄 (II) 溶液の酸化による Fe $(II)_1$-Fe $(III)_3$ 緑色錯体の生成	日本化学会 北海道支部1974年冬季研究発表会	49. 2. 1
三沢 俊平 橋本 功二 下平 三郎	中性硫酸鉄 (II) 溶液の空気酸化による Fe $(II)_1$-Fe $(III)_3$ 緑色錯体の生成と green rust II の組成	日本化学会 北海道支部1974年冬期研究発表会	49. 2. 1
井川 克也 田中 雄一 玉田 真幸	アルミニウム合金の凝固組織について	日本鋳物協会 第83回大会	48. 5. 23
井川 克也 田中 雄一 壹岐 博	球状黒鉛鋳鉄のフェライト粒度に関する実験	日本鋳物協会 北海道支部昭和48年度大会	48. 6. 22
鈴木 是明 井川 克也	溶融鋳鉄の粘性に及ぼす酸素の影響	日本学術振興会 第24委員会第2回会議	48. 7. 11
田中 雄一 井川 克也	Zn-Al 共析合金の超塑性挙動におよぼす Mg の影響	室蘭工業大学研究報告, Vol. 8 (1973) 59	48. 10. 15

井川 克也 坂本 光正 田中 雄一	球状黒鉛鋳鉄の拡散接合	日本鋳物協会 第84回大会	48. 10. 16
田中 雄一 井川 克也	球状黒鉛鋳鉄の超塑性における全伸び	日本金属学会 昭和48年度秋期大会	48. 10. 21
藤原 幹男 坂本 義継 田中 雄一 井川 克也	軟鋼のV型開先突合せ溶接における角変形の発生過程	日本鉄鋼協会 日本金属学会両北海道支部合同講演大会	48. 11. 15
田中 雄一 村田 幸雄 井川 克也	Zn–Al 共析合金の超塑性に及ぼす Cu の影響 —Zn–Al 共析合金の成形性 I—	塑性と加工, Vol. 14 (1973) 995	48. 12. 20
大平 五郎 井川 克也	鋳鉄のチル組織と共晶度および接種の関係	日本学術振興会 第24委員会第3回会議	49. 1. 19
井川 克也	溶接における金属学的諸問題	日本機械学会 北海道支部技術講演会	49. 1. 25
井川 克也 祐川 昭夫	球状黒鉛鋳鉄の伸びについて	日本鋳物協会 北海道支部鋳鉄研究会第10回会議	49. 3. 19
桑野 寿 師岡 保弘	フエライト系 17% Cr 鋼の粒界腐食	日本金属学会 昭和48年度春期大会	48. 4. 7
桑野 寿 師岡 保弘	Al および Cu の粒界内耗におよぼす結晶粒度の影響	日本金属学会 昭和48年度秋期大会	48. 10. 20
岩田 伸一 桑野 寿 師岡 保弘	フエライト系 17% Cr ステンレス鋼の熱処理による組織変化と粒界腐食	日本鉄鋼協会 日本金属学会両北海道支部合同昭和48年度夏季講演大会	48. 7. 5
田中 章彦 片山 博	MnO の炭素還元について	日本鉄鋼協会 第86回講演大会	48. 10. 19

1100°～1400°C において MnO と黒鉛との混合粉末を加熱還元した場合推定される反応を熱力学的に検討するとともに 2, 3 の予備試験を行なった。その結果主反応は次の 2 式で示す循還反応であると考えた。

$$7/13\, MnO + CO = 1/13\, Mn_7C_3 + 10/13\, CO_2 \quad (1)$$

$$CO_2 + C = 2\, CO \quad (2)$$

これにもとづいて実験を行ない，速度論的に検討した結果，律速因子は黒鉛の表面にて起る (2) で示す化学反応にあるものと考えた。

戸田 茂雄 太刀川 哲平	可鍛鋳鉄の溶融亜鉛メッキの合金層におよぼすインジウムの影響	日本金属学会 昭和48年度秋期大会	48. 10. 20
佐藤 忠夫 石川 達雄 緑川 林造	塩化アルミニウム～塩化アルカリ混合溶融塩中におけるアルミニウムの電気化学的溶解および析出，ならびにアルカリ金属の共析現象に関する研究	電気化学, **41**, 6	
佐藤 忠夫 安中 弘行 石川 達雄 緑川 林造	塩化アルミニウム～塩化ナトリウム系溶融塩における塩化銀の溶解度および銀照合電極の挙動	電気化学, **41**, 9	
佐藤 忠夫 石川 達雄 緑川 林造	$AlCl_3$–NaCl 混合溶融塩における各種イオン輸率	第7回溶融塩化学討論会および電気化学協会第40回大会	48. 8.

電　気　系（電気工学科，電子工学科，二部電気工学科）

松田敏彦	直流機の一般化整流方程式による整流特性の算定	電気学会　全国大会講演論文集	48. 4. 4
松田敏彦	大型直流機の一般化無火花帯理論	電気四学会　北海道支部連合大会講演論文集	48. 10. 20
松田敏彦	一般化線形整流方程式による直流機の無火花条件と無火花帯について	電気四学会　北海道支部連合大会講演論文集	48. 10. 20
松田敏彦 丹治辰男	波巻電機子直流機の整流解析について	電気学会　全国大会講演論文集	49. 3. 27
橋本一博 佐藤武敏 大窪協	球ギヤップのフラッシュオーバ電圧に対する一考察	電気四学会　北海道支部連合大会講演論文集	48. 10.
藤田義弘 図所忠則	誘導電動機の出力，トルク，力率とすべり，負荷角との関係	電気四学会　北海道支部連合大会	48. 10. 19
近藤修	無段変速同期機の非線形動特性（二機問題シミユレータ）	電気学会　全国大会講演論文集	48. 4.
近藤修	無段変速同期機の大信号動特性（速度制御時）	電気四学会　北海道支部連合大会講演論文集	48. 10. 20
織笠桂太郎	降雪による大気電導率の変化について	大気電気研究，9	48. 8.

本論文は大気汚染と大気イオンとの関係を明らかにすることを目的とした内容の研究報告（文部省特定研究 (1)・人間生存―降水による大気の自浄作用に関する研究―）の一部を掲載したもので，降雪によるエーロゾルの除去作用を大気イオン濃度の測定によって証明したもので，わづか乍らこの分野の先駆的役割を果したものである。

中尾好隆 桑原敏彦 服部耐吉	水中放電における破壊前の気泡の影響	電気学会　全国大会	48. 4. 5
石塚正義 中尾好隆 服部耐吉	水中放電における気泡について	電気四学会　北海道支部連合大会	48. 10. 20
岡野芳郎 中尾好隆 服部耐吉	水中火花放電における気泡進展状態の観測	電気学会　全国大会	49. 3. 29
南条淳二 野村滋 原進一	シリコン陽極酸化に及ぼす水の効果	電子通信学会　電子部品・材料研究会資料，資料番号 CPM 73-49 (1973-07)	48. 7. 19
平島昭二 山田進 南条淳二 野村滋 原進一	黄鉄鉱単結晶の成長と抽出について	電子通信学会　電子部品・材料研究会資料，資料番号 CPM 73-48 (1973-07)	48. 7. 19
森真人 金山昭佳 酒井修 高橋修 高橋収 野村滋 原進一	He-Ne レーザーを光源とするエリプソメータの試作とその誤差の検討について	電気四学会　北海道支部連合大会	48. 10. 20

南条淳二 野村滋 原進一	SiO_2 膜上に蒸着されたAlの陽極酸化	電気四学会 北海道支部連合大会	48. 10. 20
森山純臣 北村正一	C. M. Radar 等の式を拡張した乱数発生式	電気四学会 北海道支部連合大会講演論文集	48. 10. 19
松林和夫 岡希樹 山田攻 北村正一	グラフ作図システムについて	電気四学会 北海道支部連合大会講演論文集	48. 10. 19
山田攻 豊村明 北村正一	回線制御プログラムの自動作成(I)(有限オートマトン・モデルによる方式設計)	電気四学会 北海道支部連合大会講演論文集	48. 10. 19
山田攻 豊村明 北村正一	回線制御プログラムの自動作成(II)(室蘭工業大学におけるリモートバッチシステムへの適用例)	電気四学会 北海道支部連合大会講演論文集	48. 10. 19
山田攻 豊村明 牧栄一 北村正一	回線制御プログラムの自動作成に関する2つの試み	電子通信学会 電子計算機研究会 EC 73-60	49. 1.
上田勇治	ニッケル―銅合金単結晶電着膜の組成と結晶構造	電気化学協会 第40回大会	48. 8. 2
上田勇治	亜鉛単結晶電極の分極特性	電気化学協会 第40回大会	48. 8. 2
上田勇治	ニッケル電着膜のエピタキシャル性に及ぼす諸因子	電気四学会 北海道支部連合大会講演論文集	48. 10. 19
上田勇治 岡田国雄 佐藤正義	Cu-Ni 合金単結晶基板上のNi磁性薄膜	電気四学会 北海道支部連合大会講演論文集	48. 10. 19
上田勇治 村木広志	溶液中における亜鉛単結晶の電極現象	電気四学会 北海道支部連合大会講演論文集	48. 10. 19

化　学　系 (工業化学科, 化学工学科, 一般教育化学)

竹野昇 高野信弘 菅野正彦 森田睦夫	メチレンインデン誘導体およびメチレンフルオレン誘導体の酸化ポーラログラフに関する分子軌道法的研究	日本化学会誌 1297 (1973)

Molecular Orbital Study on the Polarographic Oxidation of Methyleneindene and Methylenefluorene Derivatives, Noboru Takeno, Nobuhiro Takano, Masahiko Sugano and Mutsuo Morita

Nippon Kagaku Kaishi, 1973, 1296

The oxidation halfwave potentials, $E_{1/2}$, of twenty-two methyleneindene-, methylenefluorene derivatives and six aromatic compounds have been determined in acetonitrile, using the Ag/Ag$^+$ reference electrode isolated from the test solutions. The values correlated with the adiabatic ionization petentials, I_ω, which were calculated on the basis of Ehrenson's methed. The correlation gave a linear relationship regardless of alternant or non-alternant compounds. On the other hand, the linear relationship between the $E_{1/2}$ of the six aromatic compounds and their photoionization potentials was found similar to the above case. We concluded that I_ω could be used to calculate not only the photoionization potentical itself, but also the unknown $E_{1/2}$ of the similar derivatives.

菖蒲　明己	$^{13}C_2H_4$とC_2H_4Oの共酸化反応	日本化学会　第28春季年会発表	48. 4. 4
菖蒲　明己 鈴木　祥史 加納　久雄 金塚　高次	エチレン酸化反応の定常状態—比表面積と活性	日本化学会　道支部 1973年夏季研究発表会	48. 7. 28
菖蒲　明己 鈴木　祥史 加納　久雄	銀触媒の加熱効果と触媒活性	日本化学会誌 1792–1794 (1973)	48. 9. 10

Heating Effects on Catalytic Activities of Silver Catalyst, Akimi Ayame, Yoshifumi Suzuki and Hisao Kano;
Nippon Kagaku Kaishi, 1973, p. 1972–1794

Relations between specific area of catalyst and heating time, initial catalytic activity, and atmosphere during heating at 250°C were studied on the oxidation of ethylene over $Ag-K_2SO_4$ catalyst. Specific area was measured by the method of Bliznakov et al and initial activity was determined by a flow system at 250°C.

The following results were obtained;

(1) Specific area is decreased with heating time and becomes a constant value after six hours.

(2) The initial activity increases with the specific area.

(3) Variations of both specific area and catalytic activity are quite similar on heating in vacuum (10^{-5} Torr), nitrogen and hydrogen.

(4) By heating in oxygen for 5 hours, the specific area and catalytic activity decrease to about 50% and 65% of the non-heated catalyst, respectively.

菖蒲　明己 加納　久雄	反応中の銀触媒に対する酸素，水，二酸化炭素吸着に関する一研究	触媒, **15**, 151 p (1973)	48. 10. 13

酸化エチレンによる触媒失活に対する酸素，水，二酸化炭素の抑制効果を流通系で測定し，これらの作用は触媒上への吸着に起因するとの観点から吸着等温式を導き，その適合性を調べた。その結果酸素，水は解離吸着，二酸化炭素は分子状吸着であることを示唆し，各吸着平衡定数は Van't Hoff 式を満足した。またエチレン酸化反応における水，二酸化炭素の反応阻害データおよび初期転換率と酸素分圧の関係に対し，吸着酸素量は酸素吸着速度に，活性は吸着酸素量に比例するとの仮定に基づく吸着等温式を導き適用したところ，上記と同じ結果をえた。

菖蒲　明己 渋谷　吉昭 吉田　忠 加納　久雄	銀触媒上のエチレン酸化反応と表面残留物	日本化学会誌 2063–2071 (1973)	48. 11. 10

Oxidation of Ethylene and Surface Residues on a Silver Catalyst, Akimi Ayame, Yoshiaki Shibuya, Tadashi Yoshida and Hisao Kano
Nippon Kagaku Kaishi, 1973, p. 2063–2071

The correlation between the reaction conditions in the oxidation of ethylene and the surface residues which remained during the oxidation over $Ag-K_2SO_4-Al_2O_3$ catalyst was studied. The amount of residues was determined by means of the oxidative desorption technique—that is, the catalyst after the reaction at 170～270°C was heated in helium and then in oxygen at 280°C. Further, the oxidative desorption using ^{18}O-enriched oxygen was carried out for the identification of surface residues. Gases released by this oxidative desorption were carbon dioxide and water. The amount of the irreversibly adsorbed carbon dioxide during the reaction was 14～16% of the total amount of released carbon dioxide. The amount of residues increased with reaction time up to a stationary value, and with partial pressure of ethylene oxide in the reaction products. Its maximum was observed at about 216°C.

Moreover, the following results were suggested by the analyses of the results obtained;

1) The amount of residues depends on the extent of the irreversibly adsorbed oxygen.

2) The amount of residues has an excellent relation to the catalytic activity,

3) The residue other than carbon dioxide is a compound containing two oxygen atoms and an ethylene molecule—probably glycol type.

4) Each residue occupies two active sites and decreases the catalytic activity.

菖蒲 明己 沼辺 明博 渡辺 雄三 加納 久雄	銀触媒によるエチレン酸化反応における酸素，二酸化炭素，水の被毒抑制効果	日本化学会誌 2071–2079 (1973)	48. 11. 10

Retardation Effect of O_2, CO_2 or H_2O on the Catalyst Deactivation in the Oxidation of Ethylene over a Silver Catalyst, Akimi Ayame, Akihiro Numabe, Yuzo Watanabe and Hisao Kano

Nippon Kagaku Kaishi, 1973, p. 2971–2079

The dependence of η on $P_{C_2H_4O}$, P_{O_2}, P_{CO_2} or P_{H_2O} was studied in the flow system at 230～280°C, where η was the magnitude of the deactivation due to C_2H_4O formed on silver potassium sulfate catalyst in the oxidation of ethylene. The measurements of the amounts of surface residue under various reaction conditions were also carried out by the oxidative desorption technique at 280°C. The amounts of surface residue paralleled η. The decrease in the catalytic activity was, therefore, assumed to be caused by the accumulation of surface residue.

The following empirical equations for η were obtained by analyzing the data in the flow system:

i) $\eta = k_{C_2H_4O} P^{m}_{C_2H_4O}$: for the deacivation induced by C_2H_4O.

ii) $\eta = k_i\, \eta_0/(1+\sqrt{K_iP_i})^2$: for the deactivation, which is retarded by O_2 or H_2O, being represented as i.

iii) $\eta = k_{CO_2}\, \eta_0 \exp(-nP_{CO_2})$: for the deactivation, which is retarded by CO_2.

In these equations, k, m and n are empirical constants, whereas K_i is an adsorption constant. η_0 is the η when $P_{C_2H_4O}=0.05$ atm and $P_{O_2}=0.20$ atm.

As to the retarding action of O_2 or H_2O for the catalyst deactivation due to C_2H_4O, the following mechanism was suggested: 1) at first, adsorption of C_2H_4O seemed to repel oxygen from the adsorption sites but it competed, in turn, with that of O_2 or H_2O, since the adsorption sites were common. 2) finally, the adsorption of O_2 or H_2O would occur dissociatively and consequently, the deactivation was retarded.

CO_2 would retard the catalyst deactivation probably by forming CO_3^{2-} or CO_3^-, but its effect was small in comparison with that of O_2 or H_2O.

Akimi Ayame Akihiro Numabe Takatsugu Kanazuka Hisao Kano	Stationary Activity of a Silver Catalysts for Oxidation of Ethylene	Bull. Japan Petrol. Inst., **15**, 142 (1973)	48. 11. 25

The decrease in activity and deactivation of silver catalysts were elucidated by measurement of surface area, determination of surface residues by means of oxidative desorption and analysis of the plot of η vs. p_i, where η is the degree of deactivation and p_i is the partial pressure of component i.

The decrease in activity due both to sintering of silver and the formation of some oxidized state of silver diminished within the first three hours. Another factor that decreased the activity was the formation of surface residues by adsorption of ethylene oxide. The formation of surface residues and adsorption of ethylene oxide were reduced in the presence of water, carbon dioxide and excess oxygen. The analysis of η vs. p_i gave some information as to the behavior of adsorption of oxygen, water and carbon dioxide on the catalyst.

Based on the results, a mechanism for the stationary activity of the catalyst has been suggested.

Akimi Ayame Hisao Kano Takatsugu Kanazuka Hiromu Baba	Kinetic Study for Oxidation of Ethylene over Silver Catalyst under Stationary State	Bull. Japan Petrol. Inst., **15**, 150 (1973)	48. 11. 25

A kinetic study for oxidation of ethylene was carried out using an integral reactor and a silver catalyst promoted by potassium sulfate under stationary state. Measurements were made under ordinary and higher pressures. Empirical rate equations were found to be:

$$r_{C_2H_4O} = k_1P^{0.33}C_{C_2H_4}C_{O_2}{}^{1/2} - k_3P^{0.24}C_{C_2H_4O}C_{H_2O}{}^{-1/2}$$

$$r_{CO_2} = k_2P^{0.32}C_{C_2H_4}C_{O_2},$$

where P is the total pressure, and k_i and C_i are the rate constant and mole fraction for component i, respectively.

金塚 高次	工程管理における測定誤差の影響	北海道 QC 研究会会報, No. 3, 3 (1974)	49. 3
境 幸夫 渡辺 寛人 室住 正世	1-(2-ピリジルアゾ)-2-ナフトールと界面活性剤を用いる亜鉛の吸光々度定量	日本化学会　分析化学道支部1973年夏季研究発表会	48. 7. 28
室住 正世 渡辺 寛人 境 幸夫	1-(2-ピリジルアゾ)-2-ナフトールと界面活性剤を用いる鉄，コバルトの吸光々度定量とマスキング条件の検討	日本化学会　分析化学道支部1974年冬季研究発表会	49. 1. 31
室住 正世 渡辺 寛人 松永 秀樹 境 幸夫	1-(2-チアゾリルアゾ)-2-ナフトールと界面活性剤とによるニッケルの吸光々度定量	日本化学会　分析化学道支部1974年冬季研究発表会	49. 1. 31
安孫子 勤	登別温泉における酸素同位体組成	地球化学討論会	48. 10. 1
室住 正世 中村 精次	カルシウムの同位体希釈質量分析	分析化学 **22**, No. 12 (1973) p. 1548-1553	
室住 正世 新名 朋次	チタンの表面電離質量分析とその地球化学的応用	化学の領域 **27**. No. 5 (1973) p. 39-42	
渡辺 治夫 佐藤 輝昭	上限修正対数正規粒径分布関数と平均径	化学関係学協会連合東北地方大会	48. 10. 1
渡辺 治夫 杉谷 照雄	スラリー傾斜沈降の水力学的および実験的解析	化学関係学協会連合東北地方大会	48. 10. 1

渡辺治夫 小幡英二	連続濃縮槽の槽高に関する理論的および実験的解析	化学関係学協会 連合東北地方大会	48. 10. 1
渡辺治夫	ボード工場の粉じん防止	紙パルプ技術協会誌 **28**, 2, 76-83 (1974)	
渡辺治夫	繊維と紙の構造の測定	紙パルプ技術協会誌 **27**, 6, 289-295 (1973)	
渡辺治夫 小幡英二	サイクロンについて	粉体と工業 **5**, 9, 27-40 (1973)	
高橋洋志 柳井弘	移動層排出口近傍における死領域の計算と二，三の考察	化学工学協会 第38年会講演要旨集 C 204	48. 4. 4
高橋洋志 柳井弘	単一粒子の挙動に基づく粒子群の流動モデル —移動層粒子による検討—	化学工学 **37**, 10, 1031 (1973)	
安藤公二 遠藤一夫	横型攪拌槽のガス吸収速度におよぼす槽長の影響	化学工学 **37**, 5, 528 (1973)	
福田隆至 佐藤光二 井戸川清 安藤公二 遠藤一夫	横型攪拌槽の特性におよぼす翼間隔の影響	化学工学協会 第38年会	48. 4. 3
安藤公二 伊坂晴紀 小笠原進 遠藤一夫	流通系邪魔板付き横型攪拌槽の液混合特性	化学工学協会 新潟大会	48. 7. 20
安藤公二 村守俊昭 白岩隆夫 遠藤一夫	邪魔板付き横型攪拌槽の混合時間	化学工学協会 新潟大会	48. 7. 20
原弘 島田浩次 遠藤一夫	単一球からの熱移動に及ぼす超音波の影響	化学工学協会 新潟大会	48. 7. 20
原弘 島田浩次 遠藤一夫	懸濁粒子の沈降速度に及ぼす超音波の影響	化学工学協会 新潟大会	48. 7. 20
原弘 島田浩次 遠藤一夫	溶解，凝集，分散に及ぼす超音周波の効果	第18回音波の物性と 化学討論会	48. 11. 8
原弘	超音波の化学人の応用	Mol **11**, 11, 53 (1973)	
原弘 遠藤一夫	脱気に及ぼす超音波の影響	化学工学 **37**, 10, 1052 (1973)	
Hiroshi Yanai Hiroshi Takahashi and Keiichi Ishiyama	Pattern of Pore Development in the Course of Mannfacturing Activated Carbon by Gas Activation	Journal of Chemical Engineering of Japan **6**, 5, 443-446 (1973)	

各種のチヤーを炭酸ガスにて賦活して活性炭を製造し，細孔構造の発生過程について研究した。活性炭の細孔は2段階によって生成する。第1段階においては，チヤーの残存揮発分が，ミクロポアの発生に重要な役割を演じている。第2段階においては，原料に起因するマクロポア，または，熱処理過程によって生成したマクロポアが重要な因子である。チヤーの揮発分が多い程，反応性が大きく，ミクロポア生成速度が早い。また，第1段階

において，マクロポア生成度が大きい程，次の過程において，ミクロポア生成に対する寄与が大きい。

柳井　弘	多段流動層による溶剤回収の閉回路操作	安全工学 13, 1, 29-37 (1974)	
柳井　弘	吸着剤の細孔構造と吸着等温線の形式	Mol 化学技術誌 p. 36-46	49. 4.

今日までの吸着分野の研究成果および情報を集成し，これを整理し，検討を加えた結果，吸着等温線に焦点をおいて，その特性から，これを気，液相吸着にわけ，一般的に応用することができる形式に分類することに成功している。したがって，これらの各等温線の本質が次第に明瞭になり，ある制限内において，これを利用することにより，吸着剤の細孔構造（細孔容積，比表面積，細孔径分布）を求めることが可能になっている。細孔構造の推定に利用できるような吸着等温線を得るために，合理的な気固ペアまたは液固ペアを選定する必要がある。また，特殊形状の吸着等温線または吸着剤に対する各種の処理による等温線形式の変化から，吸着剤の表面または細孔の構造を間接的に推定することが可能になっている。

柳井　弘	活性炭素生成反応と多孔性構造の発生	水処理技術，15, 4, 313-322 (1974)	48. 10.

吸着剤または固体触媒などの多孔性構造が発生する主要な諸形式をあげ，特に活性炭素生成反応について賦活の進行に伴う細孔構造の変化を追跡し，これらの形式のうち，主として，どの形式が主導的であるかについて論及し，次に所謂“賦活現象”を明確にすることをこころみた。また，現在，実用されている活性炭素生成反応プロセス，ガス賦活法および薬品賦活法による活性炭素生成理論，賦活プロセスの分類およびその特長についても総括的に述べた。

柳井　弘	① 野積原料の飛散機構とその防除 ② イオン交換性炭素質吸着剤による吸着サイクル（定置再生） ③ 液相吸着操作の設計	化学工業（別冊） p. 143-145 p. 162-163	
奥野政博 杉田治八郎	垂直環状路における温度助走区間での層流熱伝達	化学工学，37, 12, 1250-1252 (1973)	
伊藤良治 高山清英 秋吉　亮 杉田治八郎	円柱充塡層での固液抽出におよぼす流速の影響	化学工学協会　新潟大会	48. 7. 19
森　脇　理 大谷　卓 秋吉　亮 杉田治八郎	多孔平板からの固液抽出	化学工学協会　新潟大会	48. 7. 19
杉田治八郎	固液抽出（浸出）について	北海道化学装置懇談会	49. 2. 1
向井田健一	シリカアルミナ触媒調製法と酸性質・活性	日本化学会　北海道支部1973年夏季研究発表会	48. 7. 28
向井田健一	多孔質粉粒体のみかけ密度と表層効果	化学関係学協会　連合東北地方大会研究発表会	48. 10. 1
冨士川計吉 西山裕茂	ニッケル触媒によるエチレン水素化 —反応速度と反応中の吸着—	日本化学会　第28春季年会	48. 4. 1

冨士川 計 吉 佐 藤 俊 幸 喜 多 英 明	白金電極上でのエチレン電解還元	電気化学協会 第40回大会	48. 8. 1
K. Fujikawa A. Katayama H. Kita	Hydrogenation of Ethylene on Metal Electrodes Part 2 —Stracture of the Adsorption Layer on Platinum at Working Condetion on Open Circuit—	J. Chem. Soc., Faraday Trans. I, 1974, **70**, 1, 13	
下 田 信 男 田 中 裕 敏	臨海工業地帯(室蘭)の工業排水, 海水, 底質および貝類の化学組成の関連について	日本化学会 第28春季年会	48. 4. 2

開発工学科

前 野 良 久 香 川 義 郎 郷 浩 視	Breaker の一打撃行程に関する基礎的研究	開発技報 室蘭工業大学開発技術研究会	49. 3. 1
佐 藤 千 城	石炭の低温酸化における発生ガスと発熱との関係	炭砿ガスに関する総合的連絡研究報告	49. 3.
沢 田 義 男	北海道室蘭沖積低地の地下構造と地耐力	日本地質学会 80年々会講演要旨集	48. 3. 3
沢 田 義 男 石 井 洋 一	北海道根釧原野南部の地質と地下水	日本鉱業会北海道支部 室蘭工業大学開発技術研究会共催研究発表会講演要旨集	48. 8. 31
沢 田 義 男 朝 日 秀 定 佐 藤 潔	砂混合カオリン粘土の圧密特性について	日本鉱業会北海道支部 室蘭工業大学開発技術研究会共催研究発表会講演要旨集	48. 8. 31
沢 田 義 男 朝 日 秀 定 宮 崎 啓 一	垂直荷重下における砂質粘土の摩擦について	日本鉱業会北海道支部 室蘭工業大学開発技術研究会共催研究発表会講演要旨集	48. 8. 31
沢 田 義 男 石 井 洋 一	北海道根釧原野南部の地質と地下水	開発技報 **16**, 10 (1974)	49. 3.
沢 田 義 男 森 下 純	北海道北湯沢地区の岩石の熱伝導率について	開発技報 **16**, 21 (1974)	49. 3.
沢 田 義 男 朝 日 秀 定 佐 藤 潔	砂混合カオリ粘土の圧密特性 —特に圧密度と体積圧縮係数について—	開発技報 **16**, 4 (1974)	49. 3.
沢 田 義 男 朝 日 秀 定 宮 崎 啓 一	砂質粘土と砲金平面との摩擦特性 —特に摩擦係数について—	開発技報 **16**, 8 (1974)	49. 3.
沢 田 義 男 朝 日 秀 定 中 田 雅 夫	締固め不飽和粘土の圧縮性に関する2, 3の考察	開発技報 **16**, 13 (1974)	49. 3.
沢 田 義 男 朝 日 秀 定 藤 田 良 一	平板載荷による人工砂層の沈下についての2, 3の考察	開発技報 **16**, 17 (1974)	49. 3.

CONTENTS

Science and Engineering

Vol. 8, No. 2 Oct., 1974 Whole No. 24

昭和四十九年十月十日印刷
昭和四十九年十月十五日発行　【非売品】

編集兼発行者　室蘭工業大学

印刷者　山中キヨ
札幌市中央区北三条東七丁目三四二番地

印刷所　文栄堂印刷所
札幌市中央区北三条東七丁目三四二番地
T代 二三一-五五六〇・二三一-二七一一

Printed by
BUNYEIDO PRINTING CO.
No. 342, E. 7-chome, N. 3-jo, Chuo-ku, Sapporo, Japan
Tel.: 231-5560 · 231-2711