波巻電機子直流機の整流解析について

波巻電機子直流機の整流解析について

松　田　敏　彦

Contribution to Commutation Analysis in DC Machines with Wave Windings

Toshihiko Matsuda

Abstract

We can find few papers on the analysis of commutation of d-c machines with wave windings, because the wave-wound armatures have the multiformity on the rotating symmetry.

This paper describes an analysis procedure for predicting the commutation process in d-c machines with wave windings. The state differential equations of commutation are solved by iteration technique through the use of the rotation symmetry of the commutating circuts. This analysis procedure is applicable to evaluate the bar-brush contact voltages and the no-spark zones of d-c machines which have the short period of the rotating symmetry.

1. ま え が き

直流機の分野で現在残されている問題はほとんど整流に関するものであり，電子素子を援用する整流改善の研究なども行なわれている[1)~4)]。実用機の設計に当って定量的に整流の良否を予想したり，整流作用改善のために制御すべき要因が何であるかを適確に知りたいという要求がある。この要求にこたえるために整流方程式を解析して整流特性を明らかにする研究がなされてきている。重ね巻電機子直流機については，すでに T. M. Linville 氏らの報告[5)]を端緒にいくつかの報告[6)~9)]がなされて来ており，著者も先に状態変数法による解析法[10)]（以下，この解析法を整流の状態変数解析法と呼ぶ）および一般化整流理論と無火花整流帯の算定法[11)]について報告してきた。これに対し，波巻電機子直流機の整流解析は，整流回路系に回転対称性がないとして，これを取り扱った報告は見られないようである。ただ，6 極，130 kw 波巻直流機で，正負一対のブラシのみを置いた場合について解析した O. Г. Вегнер 氏の報告[12)]があるが，多極機の整流を一般的に解析することには言及されていない。

本報告は，整流の状態変数解析法を波巻機の整流解析へ適用範囲の拡張を与えるものである。本解析法は整流回路系の回転対称性を利用して解計算を行うものであり，計算実行可能な短周期回転対称性を持つ波巻機は本法により解析可能であることを示す。

実用機について，本解析法による解析実行の可否は，波巻巻線法などの設計条件によよら

ず，経済的にみた計算機計算時間の制約から決められるものである。整流解析に当り整流回路定数の算定は極めて重要で困難な問題である。しかし，本報告においてはこれらを既知であると仮定し，その測定法，算定法などについてはふれていない。

2．波巻機の整流解析

2・1　重ね巻機の場合と比較した波巻機の整流解析

整流の状態変数解析法は，整流中短絡コイル回路系が同じ状態をくり返す回転対称性を利用して，多点境界値問題となる整流方程式の数値解を求めるものである。すなわち，電機子の回転による整流回路系の変化に周期性があることがこの解析法適用可能の必要条件である。従って波巻機に対しても，整流回路系の回転対称性があるならば整流解析可能であることになる。しかるに，回転体である電機子は一回転を最大周期とする回転対称性を持つことは明らかである故，いかなる波巻機についても論理的には本法により整流解析可能であることになる。従って，以下に述べる波巻機の整流解析法の要点は

（1）　整流回路の回転対称性を解析し，対称性周期の長短から解析実行の可否を決める，

（2）　状態変数法により整流方程式を導びき，整流回路の対称性の一周期（これを計算大区間と呼ぶ）につき，その区間の短絡コイル電流の初期値と終期値が等しいことを利用して，反復計算により短絡コイル電流の解を求める，

（3）　短絡電流解から，ブラシ火花発生に関連するブラシ整流子片間接触電圧，無火花整流帯の諸量などを算定する，

ことである。しかし，波巻機においては重ね巻機の場合のように，一般的に多極機を等価2極機として取り扱うことはできず，上記（1）項の波巻電機子の対称性は極数，整流子片数，ブラシの整流子片被ふく数などによって異なり，対称性の解析判定は個々の機械ごとに行う必要

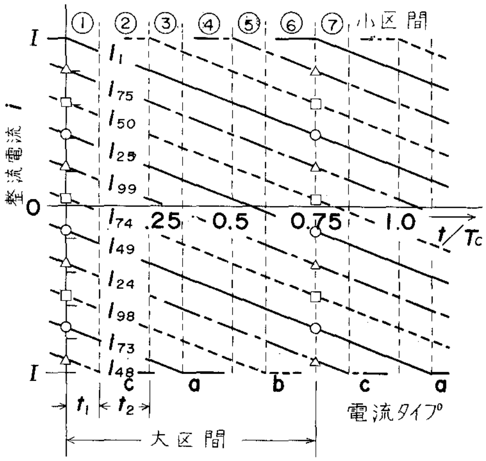
第1表　重ね巻機と比較した波巻機の整流解析条件

比較項目	波巻電機子直流機	重ね巻電機子直流機
電機子の回転対称性	一般的に，各機械ごとに異なる。	1/2スロットピッチ周期の回転対称性を有す。
多極機の等価2極機としての取り扱い	不可能である。多極機において，並列ブラシの有無は整流特性に関係する。	可能である。
整流回路の導出	一般に複雑である。等価2極機として取り扱えないため，短絡コイル数が多数となる。	容易であり，ブラシ整流子片接触の幾何学的実体を回路に描き込める。
整流周期	磁極対数個の同極性並列ブラシの総合的ブラシ幅で決まる。	1個のブラシ幅により決まる。
相隣り合う整流子片間の片間電圧	電機子を一周する直列コイルの合成不平衡電圧である。	一個の整流コイルの不平衡電圧である。
遊びコイル	存在し，これを厳密に取り扱うと巻線の短周期対称性が失なわれ，整流解析困難となる。	存在しない。

がある。例えば，波巻機の整流周期は一個のブラシ幅により定まらず，並列ブラシと整流子片の関係，すなわち毎極整流子片数に関連するものとなる。第1表に重ね巻機の場合と比較した波巻機の整流解析条件の特徴を示す。

2・2　波巻電機子の回転対称性

整流回路を導出し，整流方程式を構成する準備として，電機子の回転対称性解析を行う。まず用語の説明をする。計算大区間における整流コイル電流は第1図の例に示すような変化をする。図にみられるように，大区間内の整流コイル電流は更に小区間①，②，・・・に細分される。奇数番の小区間①，③，・・・は整流を開始したコイル電流および整流を終了するコイル電流が存在し，特異小区間と呼ぶ。偶数番の小区間②，④，・・・は整流を開始または終了するコイル電流は存在せず正則小区間と呼ぶ。整流回路は小区間が変るごとに構成が変化して行く。第1図は回転対称性の解析により求められる。その主な定数，数値関係などは



第1図　大区間と整流電流変化（直線整流の場合）
5 kW 直流発電機，$P=4$，$K=99$，$u=3$

（1）　大区間内の小区間数と特異および正則小区間長，

（2）　計算大区間内の整流コイルの番号と個数，そのコイルタイプおよび各電流タイプの計算大区間初期値と終期値の一致関係，

（3）　整流コイルインダクタンス行列の計算に参照する整流コイルのスロット内配列および整流順序図を描くために必要な，各小区間の整流コイル番号とその整流進み度，

などである。ここで固定子は毎極対周期で同一状態をくり返す対称性を仮定し，固定子に固定されたブラシ軸に対する整流子片位置の関係と，固定子の補極中心軸に対する整流コイル（それぞれの整流子片から出発したコイル）の位置との関係は完全に対応するものとする。（2）項のコイルタイプとは，同一スロット内で最初に整流されるコイルからコイルタイプ a, b, ・・・, u と呼び，コイルタイプ a, b, ・・・, u の短絡電流をそれぞれ整流電流タイプ a, b, ・・・, u と呼ぶものとする。

上記諸量を求めるために一般に行なわれる方法は，実体的巻線展開図を描き，ブラシを表わす紙片を整流子図上で移動させて目測することであろう。この作業は多極大形機の場合には極めて煩雑で，しかも正確を期しがたい。筆者はこの解析を完全に数値的に扱うことを試み好結果をえた。その解析手順を要約すると次の通りである。

（1）　任意のブラシ前端 (leading edge) と補極中心軸を一本の基準軸に想定して取り，ま

た回転子については，任意の a タイプコイルの整流子片（この整流子片がブラシに接触すると，子片に接続された a タイプコイルが短絡されるものとする）の前端を基準軸に取る。固定子および回転子の周上の位置および回転量などをすべて整流子片ピッチ単位で表わす。整流子片番号は基準に取った上記 a タイプコイルの整流子片から非交叉巻（交叉巻）の場合は逆回転方向（回転方向）へ1，2，・・・，k，・・・，K と付し，整流子片 k から出発し，逆回転方向（回転方向）へ進むコイルに子片と同一番号 k を付す。

（2） 整流子片の集合 $G_k=\{NK\mid$ ブラシに接触した整流子片番号$\}$ をスロット内横並び導体数 (u) を法とする剰余類

$$C_q=\{NK\mid NK\equiv q,\quad \mathrm{mod}\quad u\} \qquad (1)$$

$$q=1,\ 2,\ \cdots,\ u-1,\ 0$$

に分類する。$q=1,\ 2,\ \cdots,\ u-1,\ 0$ の剰余類がコイルタイプ $a,\ b,\ \cdots,\ u$ に対応する。

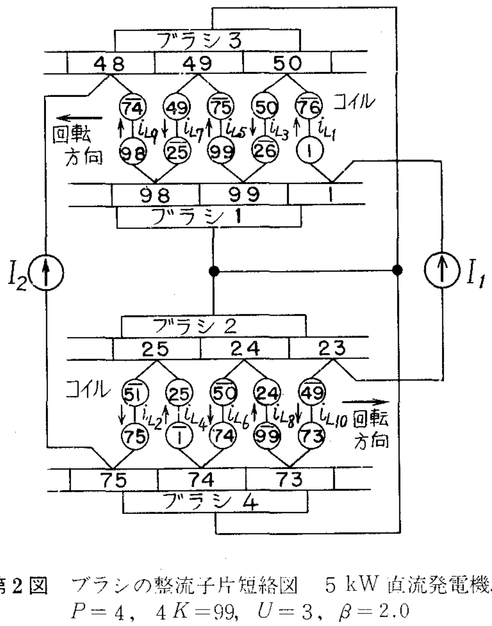
（3） 小区間①について，ブラシに接触する整流子片の番号の集合 G_k を求め，各子片の整流進み度，ブラシとの接触幅を算定する。G_k の要素 NK を整流進み度順に配列した行列 $NCOMM$（1，J）を作り，この行列に対応する整流進み度行列 $CINTV$（1，J），コイルタイプ記号行列 $KTYPE$（1，J）を構成する。同時に，小区間長，開放コイル番号，短絡開始コイル番号などが決定される。

（4） 小区間②，③，・・・，Ⓘ，・・・と整流を進め，各小区間について $NCOMM$（I，J），$CINTV$（I，J）および $KTYPE$（I，J）を構成して行き，回転対称性の判断は

$$KTYPE(1,\ \mathrm{J})=KTYPE(\mathrm{I},\ \mathrm{J}) \qquad (2)$$

なる条件で行なわれる。（2）式が成立したとき，指数 I－1 が大区間中小区間数である。

以上の計算は，小形機については手計算で容易に行いうるが，多極の大形機の場合には短絡コイル数が多く複雑になる。筆者は電子計算機処理プログラムを作成し好結果をえている。単重波巻機について計算機による対称性解析結果の若干の例を付表－1に示した。対称性解析結果から整流回路を導びく一段階として第2図に示すようなブラシの整流子片短絡図を描くと整流回路の構造およびその変化過程が理解しやすい。しかし，この図も多極機の場合は紙面上

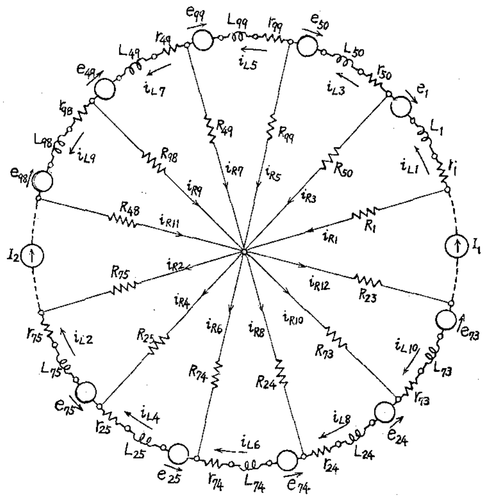


第2図 ブラシの整流子片短絡図 5 kW 直流発電機，$P=4$，$4K=99$，$U=3$，$\beta=2.0$

におけるブラシ相互接続関係が複雑になることはまぬがれない。

2・3　波巻直流機の整流回路と仮定

前節の対称性解析結果により第2図のごときブラシの整流子片短絡図を描きうる。また，整流回路の断続動作の詳細も対称性解析結果から決定されることを先に述べた。整流方程式の定式化は，ブラシの整流子片短絡図を書きかえて得られる整流回路を基礎に導びかれる。第1図および第2図の例にとった直流機の整流回路は，$\beta=2$のとき第3図となる。第3図において，各回路素子の記号の添字はコイル番号を付してあるが，一般には整流順番号を付すものとする。第3図における$\boldsymbol{i}_{Lj}$（短絡コイル電流）および$\boldsymbol{i}_{Rj}$（整流子片電流），$j=1, 2, \cdots$，のように，一般には次の記号を用いるものとする。



第3図　5 kW 波巻直流機整流回路
$P=4$，$u=3$，$K=99$，$\beta=2.0$

nを全ブラシにより短絡されたコイル数とし，短絡コイル番号は最後に短絡を開始したaタイプコイルから整流の進んだコイルへ順次1，2，・・・，nとし，コイル1に引き続いて短絡されるコイルをそれぞれ2，3，・・・とする。整流子片番号も子片1がブラシに接触開始したときコイル1の短絡が開始されるように付し，それぞれの整流子片とブラシの接触抵抗は子片番号を添字にR_j, $j=1, 2, \cdots, n+2$で表わす。その他の記号は，L_{jk}：短絡コイルインダクタンス，r_j：短絡コイル抵抗，e_j：整流起電力等価電圧源，I：電機子並列回路電流等価電流源，$\boldsymbol{i}_{Lj}$：短絡コイル電流，$\boldsymbol{i}_{Rj}$：整流子片電流である。ただし，$j, k=1, 2, \cdots$, n である。

整流方程式を導びくために以下の仮定をおく。

（1）　固定子は毎極対周期の磁気的対称性を有するものとする。

（2）　ブラシは幾何学的中性軸上に置かれ，正負両極性ブラシは同一接触特性をもつものとする。

（3）　単重波巻の場合のみを取り扱う。これは本論文の取り扱う範囲を定めたものであり，多重巻線や階段巻線などの場合は複雑度が増大するが本質的に単重波巻の場合と同様に取り扱うことができる。

（4）　短絡コイルインダクタンスおよび抵抗は整流回路構成が一定に保たれる小区間中で一定であると仮定する。

（5）　定常状態の整流を扱い，整流電圧は整流状態に無関係であるとする。また，非整

流中電機子コイルの整流コイルに対する作用は無視し，電機子並列回路電流はその電流値をもつ電流源により表しうるものとする。

（6）　ブラシは整流子より離れることなく理想的接触を行うものとする。

（7）　ブラシの接触動特性は次式で与えられるものとする。

$$\boldsymbol{v}_R = k[\boldsymbol{g}]^{1/m} \tag{3}$$

ここに，$k>0$，$m \geqq 1$はブラシ品種による定数であるとする。$\boldsymbol{v}_R$：ブラシと接触する整流子片の接触電圧ベクトル，$\boldsymbol{g}$：整流子片電流ベクトル，$[\boldsymbol{g}]^{1/m}$は$g_j^{1/m}$（$j=1, 2, \cdots, n+2$；nは短絡コイル数）を要素とする$n+2$次のベクトルを表わすものとする。

（8）　整流子片間マイカ厚さおよびライザー抵抗は無視する。

2・4　整流方程式

回路定数の算定をも含めて，整流回路が得られると整流方程式は状態変数法を適用して導びかれる。その方法は重ね巻機の場合と全く同様であるが，波巻機の場合は整流回路の規模が大きく複雑になることが多く，状態変数法による計算の組織化の利点は極めて大きい。重ね巻直流機の場合の例にならって，一般化整流方程式が次式に導びかれる[10]。

$$\boldsymbol{L}\frac{d\boldsymbol{i}_L(t)}{dt} = \boldsymbol{F}_{eL}\boldsymbol{e}(t) + \boldsymbol{F}_{RL}^T(2\gamma I_F)^{1-1/m}R_B[\mathcal{R}_R\{-\boldsymbol{F}_{RL}\boldsymbol{i}_L(t) - \boldsymbol{F}_{RI}\boldsymbol{i}_I\}]^{1/m} - \boldsymbol{F}_{rL}^T\mathcal{R}_r\boldsymbol{F}_{rL}\boldsymbol{i}_L(t) \tag{4}$$

ここに，n：短絡コイル数，$\boldsymbol{L}$：$n\times n$の短絡コイルインダクタンス行列，$\boldsymbol{i}_L$：n次整流コイル電流ベクトル，$\boldsymbol{i}_I=[I, I]^T$：電機子並列回路定格電流，$R_B$：ブラシ定格電流（$I_B$）がブラシ全接触面に平等に分布して流れるときのブラシ接触抵抗，$\gamma=I_B/2I_F$，$\boldsymbol{F}_{eL}$，$\boldsymbol{F}_{RL}$などは添字の表わす素子（第3図）間の接続関係を表わすカットセット行列主要部の部分行列，I_F：電機子並列回路定格電流である。上付添字Tは転置行列を表わす。

整流起電力はn次電圧源電圧ベクトル$\boldsymbol{e}$で表わされる。補極励磁磁束は電機子回路電流に比例するとし，$\boldsymbol{e}$は次式の内容をもつ。

$$\boldsymbol{e}(t) = \alpha\ [(1+k)\boldsymbol{e}_c - \boldsymbol{e}_a] + \boldsymbol{e}_l \tag{5}$$

ただし，$\boldsymbol{e}_c$：定格電機子回路電流の補極磁束によるn次短絡コイル誘起電圧ベクトル，$\boldsymbol{e}_a$：定格電機子回路電流の電機子反作用磁束によるn次短絡コイル誘起電圧ベクトル，$\boldsymbol{e}_l$：主極漏れ磁束による短絡コイル誘起電圧ベクトル，k：補極添加励磁起磁力の補極定格起磁力に対する割合，$\alpha=I/I_F$である。

行例$\mathcal{R}_R$および$\mathcal{R}_r$はそれぞれ（$n+2$）×（$n+2$）の対角線行列および$n\times n$の対角線行列であり

$$\mathscr{R}_R=\beta \mathrm{diag}\left[\frac{1}{W_1}, \frac{1}{W_2}, \cdots\cdots, \frac{1}{W_{n+2}}\right] \tag{6}$$

ここに，W_j, $j=1$，2，・・・，n：整流子片jのブラシとの接触幅で整流子片ピッチ単位で表わされる時変量，β：ブラシの整流子片被ふく数，

$$\mathscr{R}_r=\frac{1}{R_B}\mathrm{diag}[r_1,\ r_2,\ \cdots\cdots,\ r_n] \tag{7}$$

と表わされる。(6)式により，(3)式の整流子片電流密度ベクトル$\boldsymbol{g}$は

$$\boldsymbol{g}=\mathscr{R}_R \boldsymbol{i}_R/A \tag{8}$$

ただし，$\boldsymbol{i}_R$：$n+2$次整流子片電流ベクトル，A：ブラシ一杵当りのブラシ接触面積，と表わされる。(4)式は，更に諸量を次のように変換することにより正規化される。

$\boldsymbol{x}=\boldsymbol{i}/I_F$, $\tau=t/T_c$, T_c：整流子片周期，$\boldsymbol{\zeta}=\boldsymbol{i}_I/I_F$, $\boldsymbol{\Gamma}=L_e\boldsymbol{L}^{-1}$, L_e：正規化のための任意のインダクタンス値，$\rho=\beta R_B T_c,/L_e, \phi=\boldsymbol{e}/V_B$, $V_B=I_B R_B=2\gamma I_F R_B$とおいて次式を得る。

$$\frac{d\chi}{d\tau}=\frac{\rho}{\beta}\Gamma\{2\boldsymbol{F}_{eL}^T\phi+(2\gamma)^{1-1/m}\boldsymbol{F}_{RL}^T[\mathscr{R}_R(-\boldsymbol{F}_{RL}\boldsymbol{x}-\boldsymbol{F}_{RI}\zeta)]^{1/m}$$
$$-\boldsymbol{F}_{rL}^T\mathscr{R}_r\boldsymbol{F}_{rL}\boldsymbol{x}\} \tag{9}$$

(9)式はブラシの整流子片被ふく数が1より大であり，ブラシの非線形接触特性を算入しうる基本整流方程式である。特に，電機子定格電流とブラシ定格電流の差異を明確にし，ブラシ特性をパラメータR_Bおよびmによって容易に算入しうる形になっている。この式は重ね巻機に対して導びかれた式と全く同形であるが，重ね巻機へ適用の場合に比し

(1)　整流周期Tは一般に$\beta\times T_c$に等しくなく，並列におかれた$P/2$ (P：極数) 個の同極性ブラシの実効ブラシ幅により定まるものであること，

(2)　$\mathscr{R}_R$行列要素は極数と整流子片数の組合せ毎に異ったものとなること，

(3)　ブラシによる整流コイルの短絡は，そのブラシ自体と並列ブラシの両者により行なわれるなどの点で異なっている。しかし，(2)項のW_jの表現式の決定以外は(9)式に自動的に加味されており，特別な注意をはらう必要はない。

2・5　ブラシ整流子片間接触電圧および整流子片間電圧

ブラシと整流子片間の接触電圧が約3Vを越えるとブラシに火花を生ずることが知られており，筆者も実験によりこれを確かめた[13]。従って，この電圧値は整流の良否を判定する最も直接的量であり，また無火花整流帯算定の基本量となるものである。まず，ブラシと整流子片間接触電圧$\boldsymbol{v}_R$は，正規化整流電流$\boldsymbol{x}$が計算されると

$$\boldsymbol{v}_R(t)=(2\gamma)^{-1/m}V_B[\mathscr{R}_R(-\boldsymbol{F}_{RL}\boldsymbol{x}-\boldsymbol{F}_{RI}\zeta)]^{1/m} \tag{10}$$

で計算される。(10)式は(9)式の右辺第2項の正規化を解いた電圧で，(9)式の解計算と

全く並行して求められる。次に，整流子片間電圧 $\boldsymbol{v}_S$ は

$$\boldsymbol{v}_S(t)=(2\gamma)^{1/m}V_B\boldsymbol{F}_{RL}^T[\mathcal{R}_R(-\boldsymbol{F}_{RL}\boldsymbol{x}-\boldsymbol{F}_{RI}\zeta)]^{1/m} \tag{11}$$

で与えられる。先に述べたように，上式の整流子片間電圧は重ね巻機の場合のそれとは物理的内容が異る点に注意する必要がある。

2・6 整流方程式の数値解法

整流方程式（9）を解くことは，未知初期値を有する多点境界値問題となる。この問題の解法として，筆者は，整流電流ベクトルが計算大区間の初期値と終期値で一致することを利用する反復計算法を考案し良い結果を得た。この方法の計算手順を列記すると

（1） 平均リアクタンス電圧の概算値を求め，これを整流起電力として与へたときの整流が直線整流であると仮定して，短絡電流初期値 $\boldsymbol{x}_I^{(1)}$ を推定する。

（2） $\boldsymbol{x}_I^{(1)}$ を初期値として解計算を行い，短絡電流の大区間終期値 $\boldsymbol{x}_E^{(1)}$ を求める。第2回目積分の初期値として，$\chi_{I,1}^{(2)}=1$，$\chi_{I,j+1}^{(2)}=\chi_{E,j}^{(1)}$，$j=1,\ 2,\ \cdots,\ n-1$ をとり計算を続行する。

（3） 一般に，$k\ (=1,\ 2,\ \cdots)$ 回目の積分初期値，$\chi_{I,1}^{(k)}=1$，$\chi_{I,j+1}^{(k)}=\chi_{E,j}^{(k-1)}$ と k 回目積分終期値 $\chi_{E,j}^{(k)}$ について，$\chi_{I,j+1}^{(k)}=\chi_{E,j}^{(k)}$，$j=1,\ 2,\ \cdots,\ n-1$ が所定の誤差の範囲で成立しているか否かを判定し，成立しているならば計算を終了する。

計算は，重ね巻機の場合と同様に，一般に小区間ごとに整流回路が変り，整流方程式の変更を必要とする。解曲線は第1図の形状に得られ，全整流周期にわたる各タイプの整流電流変化曲線は，計算大区間内の同一タイプ電流曲線のすべてを縦続に連結して得られる。一般に，波巻機の場合は整流コイル数および大区間中小間数がともに多くなるため比較的長い計算時間を要することになる。インダクタンスの時間変化や整流起電力分布波形などは，個々の機械について一様ではないが，整流特性に対する決定的効果を持つものではない故，計算当初にはあまり細い条件を持込まぬ方が良い。

3．計　算　例

本法による実用機の整流解析例として，第2表の5 kw 直流発電機を取り扱う。電機子巻線の対称性解析結果は付表－1，第11例である。ブラシの整流子片被ふく数は $\beta=2$ であるため正則小区間は存在せず，計算大区間は3特異小区間（区間長 $l_1=0.25$）からなる。短絡コイルインダクタンスの計算は主としてLangsdorf 氏の書物[14]の式により，電機子スロットによるインダクタンス時変部は，その平均値をとり，一定値とみなした。

整流電圧分布波形は磁界描図法により，

a） 定格補極励磁のみによる補極空隙磁束密度分布，

b） 定格補極励磁および定格電機子電流による電機子反作用磁束の合成補極空隙磁束密度

第2表　計算例供試機諸定数

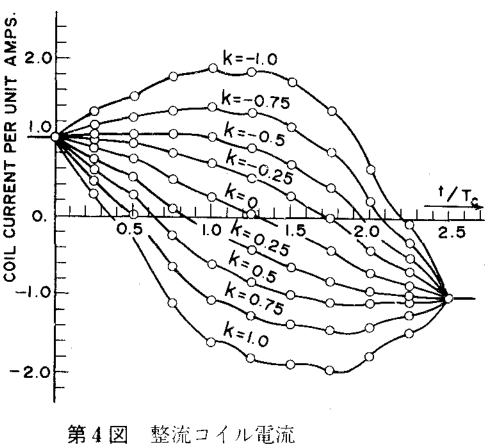
定数名	定数値	定数名	定数値	定数名	定数値
極数	4	電圧 (V)	100	整流コイル誘起電圧	付表－2
出力	5	電流 (A)	50	インダクタンス行列	付表－3
回転数 (rpm)	1800	整流子片数	99	整流回路	第3図
電機子外径 (mm)	220	子片ピッチ (mm)	5	毎杵ブラシ数	2
電機子周速 (m/s)	20.73	子片周期 Tc (ms)	0.332	ブラシ接触面積 (mm²)	10×15.5
電機子溝数	33	整流周期 T (ms)	0.829	ブラシ杵数	4
溝内導体数	6	大区間長 (ms)	0.243	R_B (mΩ)	2.0
コイル短節度	0.25	特異小区間長 (ms)	0.0829	m	1.4
コイル抵抗 (mΩ)	12	正則小区間長 (ms)	0	β	2.0

分布，および

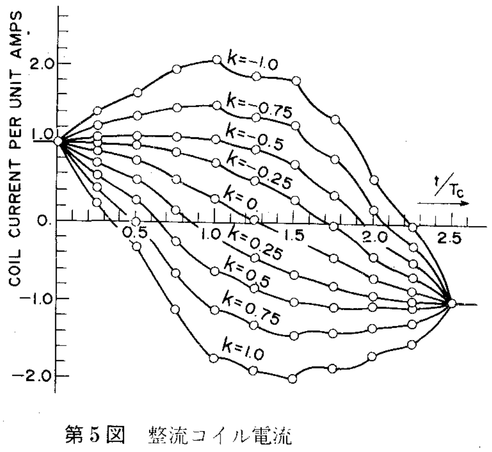
c）　上記両分布の差として求めた電機子反作用磁束密度分布，

を求め，これらの磁束密度分布から補極励磁磁束による短絡コイル誘起電圧および電機子反作用磁束による短絡コイル誘起電圧を求めた。後者の電圧値を求める理由は，補極添加励磁と整流作用の関係を計算するためである。補償巻線を持つ機械の場合はこの計算は不必要である。その他の計算における主要量，式などと共にインダクタンス行列，整流電圧値などを付録の2に示した。

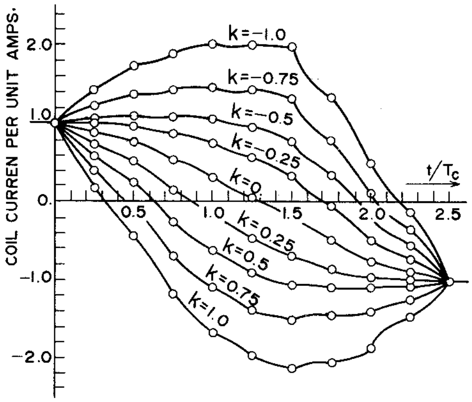
計算は，電機子電流および整流起電力の種々の値に対する整流コイル電流変化およびブラシ・整流子片間電圧を算出した。第4図～第6図は，定格負荷電流について，補極添加電流率（k）＝（補極添加起磁力）／（補極定格電流起磁力）を－1.0～＋1.0に変えた場合のコイルタイプa，bおよびcの整流電流変化曲線である。また，第7図～第9図は，それぞれ定格負荷電流，50%負荷電流および200%負荷電流における補極励磁強度とブラシ後端・整流子片間接触電圧変化曲線である。図中kは補極定格電流起磁力に対する添加励磁起磁力の割合であるから50%負荷のk=0.5（あるいは，－0.5）および200%負荷のk=2.0（あるいは―2.0）は，いず



第4図　整流コイル電流
I=25〔A〕，コイルタイプ　a



第5図　整流コイル電流
I=25〔A〕，コイルタイプ　b



第6図　整流コイル電流
$I=25$〔A〕，コイルタイプ　c

れも補極励磁の100％の増磁（あるいは減磁）になっている。50％負荷電流および200％負荷電流時における整流電流曲線は，図示を省略したが，正規化電流曲線で比較し第4図～第6図と大きな差異のない形状であった。第7図～第9図で整流火花の発生を予測すると，50％および定格負荷では100％増磁または減磁により火花を生じない。200％負荷においては75％増磁あるいは50％減磁で火花を発生することが知られる。

これらの計算結果は，重ね巻機の場合の計算結果と測定値との比較の例[10)]から推測して，満足しうるものであると考えられるが，計算結果の実験検証は追って報告する予定である。計算結果による本供試機の整流特性の要点について付言すると次の通りである。

（i）　定格補極励磁でほぼ直線整流を行う。すなわち，整流調整は良好である。

（ii）　定格負荷運転においては，ほとんど火花を生ずることはなく，無火花整流帯幅も広いと推測される。本機の整流設計は比較的高い安全率を取っていると判断される。

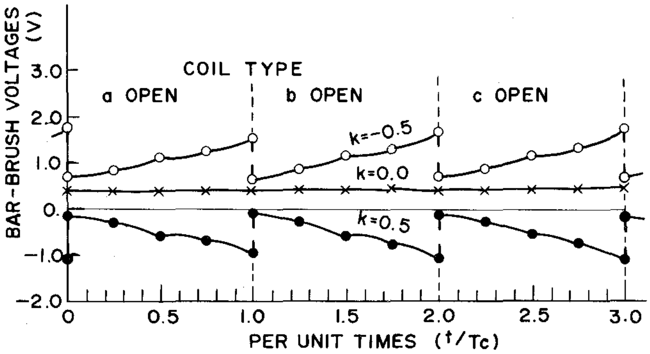
（iii）　コイルタイプa，bおよびcとの間に整流特性の大きな差異は認められず，コイルタイプcの整流が他の2タイプより若干悪いようである。

4．む　す　び

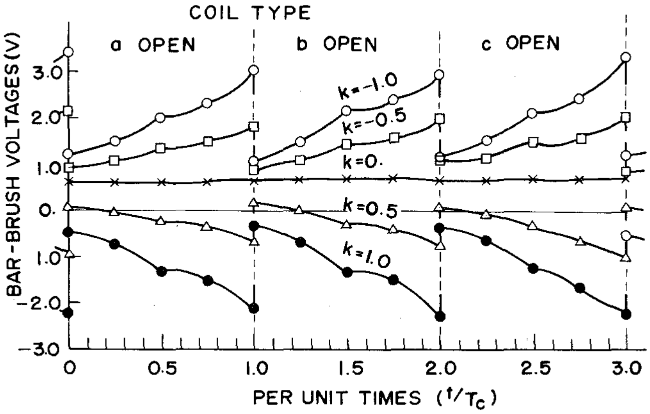
従来，波巻電機子直流機には，一般的に，電機子に回転対称性がなく，その整流解析は困難であるとされていた。本報告は，波巻機の整流解析も重ね巻機の場合と同様に，電機子の回転対称性が見い出され，周期的変化整流回路が導びかれると解析可能であることを指摘し，回転対称性の解析および状態変数法による整流方程式の構成およびその数値解法を明らかにした。本解析法による実用解析実行の可否は，巻線方法などの設計条件によらず，計算機計算時間の経済的制約により決められる。本解析法は整流特性に対する，補極磁極片形状効果，巻線の短節巻または長節巻の効果，ブラシ幅および並列ブラシの有無の効果，無火花整流帯の決定などの計算に応用することができる。実際の機械についての計算経験を積むならば，整流の最適設計に対する豊富な知見が得られるものと考えている。

終りに，日頃のご助言および整流試験機利用のご便宜をいただいた北海道大学工学部内藤正本教授，ならびに日頃御激励いただく本学電気工学科織笠桂太郎教授に謝意を表します。

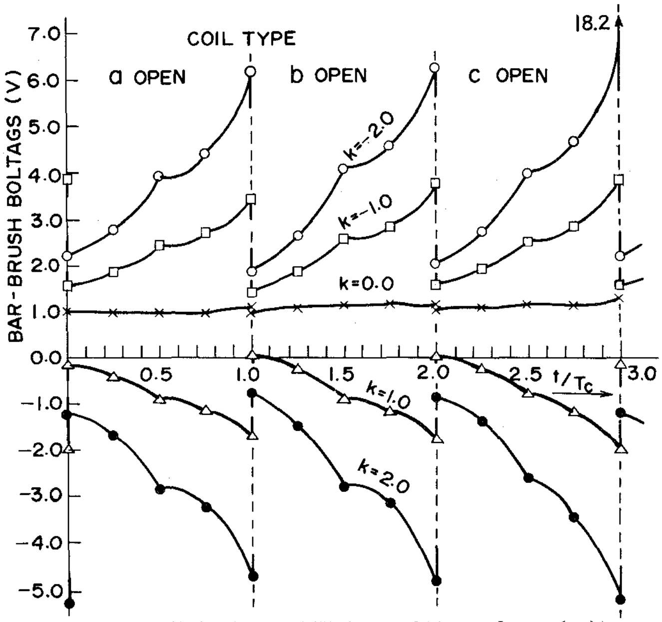
（昭和50年5月10日受理）



第7図　ブラシ後端一整流子片間電圧(50%負荷, $I=12.5$〔A〕)



第8図　ブラシ後端一整流子片間電圧(定格負荷, $I=25$〔A〕)



第9図　ブラシ後端一整流子片間電圧(20%負荷, $I=50$〔A〕)

文　　献

1) J. J. Bates: Proc. IEE, **115** (6), 791 (1968).
2) J. J. Bates, et al.: Proc. IEE, **117** (2), 387, (1970).
3) 曾根　悟: 電気学会雑誌, **89** (1), 123 (1969).
4) H. I. Andrews: Proc. IEE, **116** (5), 763 (1969).
5) T. M. Linville, et al.: Trans. AIEE, **71**, Pt.III, 326 (1952).
6) J. R. M. Alger, et al.: Trans. AIEE, **76**, Pt.III, 399 (1957).
7) M. Tarkanyi, et al.: Proc. IEE, **109**, Pt. C, 488 (1962).
8) 乙武一吉: 東芝レビュー, **16** (8), 1030 (1962).
9) J. S. Ewing, et al.: IEEE Trans., PAS-91, 1663 (1972).
10) 松田敏彦: 電気学会論文誌, **94-B**, 479 (1974).
11) 松田敏彦: 電気学会論文誌, **94-B**, 487 (1974).
12) О. Г. Вегнер: Изв ВУЗ Злектромеханика, **9** (4), 400 (1966).
13) 松田敏彦: 室工大研報, **6** (3), 409 (1969).
14) A. S. Langsdorf: Principles of Direct Current Machines, (1959).

付　　録

1. 波巻直流機の整流回路の回転対称性解析例

若干の単重波巻々線に対する整流回路の回転対称性解析結果を付表－1に示す。解析は2・2節の方法で電子計算機を利用して行った。巻線例は二，三のものを除いて実用機の巻線例ではなく，極数p=2～10，スロット内横並び導体数u=1～4の範囲で，ブラシ幅と毎極当り整流子片数の小数部を考慮して，可能な巻線定数を任意に選んだものである。表中，次の記号を用いている。

SL：スロット数，K：整流子片数，WB：ブラシの整子片被ふく数，Δ：短，長節巻の区別，SP：短節巻，LP：長節巻，Y：巻線ピッチ（整流子片ピッチ単位），t_1，t_2，t_3：それぞれ，特異，正則および計算大区間長（整流子片ピッチ単位），n：特異小区間の短絡コイル数，n_0：同時に整流を終えるコイル数，n_l：大区間中小間数。

付表－1　波巻直流機整流回路の回転対称性解析例

No.	P	SL	u	K	WB	Δ	Y	t_1	t_2	t_3	n	n_0	n_I
1	2	23	1	23	2.0	SP	22	0.5	0	0.5	2	1	1
2	2	23	1	23	2.3	SP	22	0.3	0.2	0.5	3	1	2
3	2	23	1	23	2.5	SP	22	0.5	0	0.5	3	1	1
4	2	23	3	69	2.3	SP	68	0.3	0.2	1.5	3	1	6
5	4	35	1	35	2.3	SP	17	0.05	0.2	0.25	12	1	2
6	4	39	1	39	2.5	LP	22	0.25	0	0.25	4	1	1
7	4	57	1	57	2.0	SP	28	0.25	0	0.25	10	1	1
8	4	57	3	171	2.5	SP	85	0.25	0	0.75	12	1	3
9	4	51	3	153	2.5	LP	77	0.25	0	0.75	12	1	3
10	4	51	3	153	2.3	LP	77	0.05	0.2	0.75	12	1	6
11	4	33	3	99	2.0	SP	49	0.25	0	0.75	10	1	3
12	4	33	3	99	2.3	SP	49	0.05	0.2	0.75	12	1	6
13	6	44	1	44	2.5	LP	15	$0.1\dot{6}$	$0.1\dot{6}$	$0.\dot{3}$	20	2	2
14	6	44	1	44	2.3	LP	15	$0.0\dot{3}$	$0.\dot{3}$	$0.\dot{3}$	18	2	2
15	6	53	1	53	2.5	LP	18	$0.1\dot{6}$	0	$0.1\dot{6}$	20	1	1
16	6	53	1	53	2.3	LP	18	$0.1\dot{3}$	$0.0\dot{3}$	$0.1\dot{6}$	18	1	2
17	6	49	1	49	2.5	SP	16	$0.1\dot{6}$	0	$0.1\dot{6}$	20	1	1
18	6	49	1	49	2.3	SP	16	$0.1\dot{3}$	$0.0\dot{3}$	$0.1\dot{6}$	18	1	2
19	6	52	1	52	2.5	SP	17	$0.1\dot{6}$	$0.1\dot{6}$	$0.\dot{3}$	20	2	2
20	6	58	2	116	2.8	LP	39	$0.1\dot{3}$	0.2	$0.3\dot{6}$	22	2	2
21	6	56	2	112	2.3	SP	37	0.3	$0.0\dot{3}$	$0.\dot{3}$	18	2	2
22	6	43	4	172	2.3	SP	57	0.3	$0.0\dot{3}$	$0.\dot{3}$	18	2	14
23	6	41	4	164	2.3	LP	55	0.3	$0.0\dot{3}$	$0.\dot{3}$	18	2	14
24	8	97	1	97	2.3	SP	24	0.05	0.075	0.125	25	1	2
25	8	99	1	99	2.3	LP	25	0.05	0.075	0.125	25	1	2
26	8	59	3	177	2.5	SP	44	0.125	0	0.375	26	1	3
27	8	61	3	183	2.5	LP	46	0.125	0	0.375	26	1	3
28	8	57	3	171	2.8	LP	46	0.05	0.075	0.375	7	1	6
29	10	131	1	131	1.8	SP	26	0.1	0	0.1	26	1	1
30	10	134	1	134	1.8	LP	27	0.2	0	0.2	26	2	1
31	10	72	2	144	2.3	LP	29	0.1	0.1	0.4	32	2	4
32	10	73	2	146	2.3	SP	29	0.1	0.1	2.0	32	2	10
33	10	47	3	141	2.8	SP	28	0.1	0	0.3	36	1	3
34	10	78	3	234	2.8	LP	47	0.2	0	0.6	37	2	3
35	10	73	3	219	2.8	LP	44	0.1	0	0.3	36	1	3
36	10	71	4	284	2.3	LP	57	0.1	0.1	4.0	32	2	40
37	10	69	4	276	2.8	SP	55	0.1	0.1	2.0	38	2	20

2．　計算機入力諸量

（1）　整流回路接続行列

$$
\boldsymbol{F}_{RL}=\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccccc} L_1 & L_2 & \cdot & \cdot & L_{12} \end{array} \\
\begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ R_{11} \\ R_{12} \end{array} &
\left[\begin{array}{ccccc}
1 & & & & \\
0 & 1 & & \mathbf{O} & \\
-1 & 0 & \cdot & & \\
 & -1 & \cdot & \cdot & \\
 & & \cdot & \cdot & 1 \\
 & \mathbf{O} & & \cdot & 0 \\
 & & & & -1
\end{array}\right]
\end{array},
\qquad
\boldsymbol{F}_{RI}=\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{cc} I_1 & I_2 \end{array} \\
\begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ R_{11} \\ R_{12} \end{array} &
\left[\begin{array}{cc}
-1 & 0 \\
0 & -1 \\
0 & 0 \\
\cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot \\
0 & -1 \\
-1 & 0
\end{array}\right]
\end{array}
$$

$$\boldsymbol{F}_{eL}=\mathrm{diag}[1,\ 1,\ \cdots,\ 1],\qquad (10\times10\text{行列})$$

$$\boldsymbol{F}_{rL}=\mathrm{diag}[-1,\ -1,\ \cdots,\ -1],\qquad (10\times10\text{行列})$$

$$\mathcal{R}_R=\mathrm{diag}\left[\frac{\beta}{\tau},\ \frac{\beta}{0.25+\tau},\ \frac{\beta}{0.5+\tau},\ \frac{\beta}{0.75+\tau},\ \beta,\ \beta,\ \beta,\ \beta,\ \frac{\beta}{1.0+\tau},\ \frac{\beta}{0.75-\tau},\ \frac{\beta}{0.5-\tau},\ \frac{\beta}{0.25-\tau}\right]$$

$$\mathcal{R}_r=(r/R_B)\,\mathrm{diag}[1,\ 1,\ \cdots,\ 1],\qquad (10\times10\text{行列})$$

（2）　整流コイル誘起電圧　磁界描図法により算出した整流電圧要素を付表−9に示す。

付表−2　5 kw 直流発電機整流電圧要素値

補極中心軸からの距離〔mm〕	整流時間〔ms〕	基準化時間 $\tau=t/Tc$	補極磁束誘起電圧 ec〔v〕	電機子反作用磁束誘起電圧 ea〔v〕	各コイルタイプの小区間番号と整流電圧との対応*
-14.0	0.0	0.0	0.498	-0.335	$a-1$
-12.25	0.084	0.25	0.572	-0.416	$a-2$
-10.50	0.168	0.50	0.646	-0.473	$a-3$
-8.75	0.253	0.75	0.713	-0.514	$a-4$
-7.00	0.337	1.00	0.745	-0.566	$a-5$
-5.25	0.421	1.25	0.786	-0.606	$a-6$　$b-1$
-3.50	0.505	1.50	0.821	-0.634	$a-7$　$b-2$
-1.75	0.589	1.75	0.844	-0.668	$a-8$　$b-3$
0.0	0.673	2.00	0.866	-0.687	$a-9$　$b-4$
1.75	0.758	2.25	0.871	-0.694	$a-10$　b-5　$c-1$
3.50	0.842	2.50	0.871	-0.694	$b-6$　$c-2$
5.25	0.926	2.75	0.866	-0.687	$b-7$　$c-3$
7.00	0.010	3.00	0.844	-0.668	$b-8$　$c-4$
8.75	1.094	3.25	0.821	-0.634	$b-9$　$c-5$
10.50	1.178	3.50	0.786	-0.606	$b-10$　$c-6$
12.25	1.263	3.75	0.745	-0.566	$c-7$
14.00	1.347	4.00	0.713	-0.514	$c-8$
15.75	1.431	4.25	0.647	-0.473	$c-9$
17.50	1.515	4.50	0.572	-0.416	$c-10$

＊　短絡コイルの回転方向へ先行するコイル辺位置と整流電圧の対応

（３）　整流コイルインダクタンス行列　　5 kw 波巻直流発電機の整流コイルインダクタンス計算値を付表-3に示す。表において，左上部10行10列，中心部10行10列，および右下部10行10列がそれぞれ小区間①，②および③に対するインダクタンス行列である。

付表-3　5 kw 波巻直流発電機整流回路インダクタンス行列（単位　μH）

1.079	0.039	0.0	0.333	0.104	0.019	0.0	0.039	0.104	0.039				
0.039	1.079	0.333	0.0	0.333	0.948	0.333	0.0	0.333	0.948				
0.0	0.333	1.079	0.333	0.0	0.333	0.948	0.039	0.0	0.333	0.104	0.039		
0.333	0.0	0.333	1.079	0.039	0.0	0.333	0.104	0.039	0.0	0.039	0.039		
0.104	0.333	0.0	0.039	1.079	0.333	0.0	0.333	0.948	0.333	0.0	0.333	0.948	0.039
0.019	0.948	0.333	0.0	0.333	1.079	0.333	0.0	0.333	0.948	0.039	0.0	0.333	0.104
0.0	0.333	0.948	0.333	0.0	0.333	1.079	0.039	0.0	0.333	0.039	0.039	0.0	0.039
0.039	0.0	0.039	0.104	0.333	0.0	0.039	1.079	0.333	0.0	0.333	0.948	0.333	0.0
0.104	0.333	0.0	0.039	0.948	0.333	0.0	0.333	1.079	0.333	0.0	0.333	0.948	0.039
0.039	0.948	0.333	0.0	0.333	0.948	0.333	0.0	0.333	1.079	0.039	0.0	0.333	0.104
		0.104	0.039	0.0	0.039	0.039	0.333	0.0	0.039	1.079	0.333	0.0	0.333
		0.039	0.039	0.333	0.0	0.039	0.948	0.333	0.0	0.333	1.079	0.333	0.0
				0.948	0.333	0.0	0.333	0.948	0.333	0.0	0.333	1.079	0.039
				0.309	0.104	0.039	0.0	0.039	0.104	0.333	0.0	0.039	1.079