



直流機の一般化整流理論： 無火花整流条件式の一般化

メタデータ	言語: jpn 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2014-07-24 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 松田, 敏彦 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10258/3626

直流機の一般化整流理論

(無火花整流条件式の一般化)

松 田 敏 彦

Generalized Commutation Theory of DC Machines

(On generalization of the equation elucidating
the conditions of sparkless commutation)

Toshihiko Matsuda

Abstract

This paper is an attempt to report the generalized equation elucidating the conditions of sparkless commutation.

The emphasis of the generalization is placed on ;

- (1) Releasing the assumption that the brush width is equal to the width of a commutator segment.
- (2) Adopting the contact voltages on the leading tip of the brush on the conditions of sparkless commutation.
- (3) Adopting spark-initiating voltage in current conductions of the carbon-copper sliding contact on the conditions of sparkless commutation.
- (4) Clarifying the relation between the generalized equation and the no-spark zones of commutation.

1. ま え が き

直流機における整流作用の良否は直ちにその機械の性能を左右する重要な問題であり、古くから数多くの研究がなされてきている。特に、整流の微分方程式により整流の性質を明らかにする試みは、主要な整流研究の一つとして、微分方程式の解を求めること、および整流終期の電流変化率により無火花整流条件を求めることについて間断なく続けられてきている。この内、無火花整流条件の研究は、古く 1898~99 年の頃 Arnold 氏らによって研究され¹⁾、近年も林・内藤氏の研究²⁾により、従来明確でなかった条件式が成立する条件について明らかにされている。しかし、この無火花条件式の理論は、1) 線形ブラシ接触特性の仮定の下に導びかれるものであり、非線形ブラシ接触特性を加味した安部氏の報告³⁾以後の近代整流理論^{4)~7)}との共通点が見出されないこと、2) 無火花整流帯の説明がなされえないこと、および、3) ブラシ幅が整流子片幅に等しいと仮定した場合の理論であること、などの不備を有し近代整流理論に対し古典的整流論と呼ばれてきている。

本報告は整流理論の一般化⁸⁾の続報をなすもので、動的ブラシ接触特性は十分に直線に近

い実験事実⁹⁾により線形ブラシ接触特性の仮定の下に、無火花整流条件式の理論に

- (1) ブラシ幅が任意である場合へ拡張を与える,
- (2) 整流開始時のブラシ入口接触電圧による無火花整流条件を加味する,
- (3) 炭素—銅間のすり接触通電の火花発生電圧条件を加味する,

などの一般化を行った結果を示すものである。

これらの一般化の結果、無火花整流条件式により

- (1) 整流主要パラメータの変化と整流特性との関係の吟味,
- (2) 整流終了コイルの実効インダクタンスの定義と計算,
- (3) 無火花整流帯理論との関係の説明, 更に無火花整流帯の算定,

などが可能になった。また、ブラシの整流子片被ふく数を任意とする一般化により

- (4) 実用直流機の整流性能評価への適用,

が可能となった。一般化に関連して、整流周期の終りにおけるコイル電流変化率の有限確定性について考察し、整流コイル実効インダクタンス L_e を用いて $R_b T/L_e > 1$ の条件の下で有限確定である結論を得た。

2. 無火花条件式の拡張

ブラシの整流子片被ふく数を任意とした、線形ブラシ接触特性による整流方程式について、 $t \rightarrow 0$ および $t \rightarrow T$ (T : 整流周期) の極限式を求める。この極限式をそれぞれブラシ入口接触電圧およびブラシ出口接触電圧を与える式に整理する。この両式の値がブラシ火花発生電圧 ($V_s \doteq 3V$) を越えないと置く不等式にして連立させ、拡張された無火花条件式をうる。

2. 1 線形化整流方程式

線形化整流方程式は、例えば筆者が先に報告した状態変数法¹⁰⁾により導びかれる。この定式化法は重ね巻機と波巻機とを問わず適用しうる組織的手法であり、複雑な整流回路を持つ機械を扱う場合に極めて有効である。しかし、記述の簡単化のために以下の仮定の下に導びかれた方程式を対象とするものとする。

- (a) 2層重ね巻機の場合で、多極機は等価2極機として取り扱う。
- (b) 整流コイルインダクタンスはブラシのコイル短絡数が一定である小区間中一定であるとする。
- (c) 整流起電力は電機子電流に比例するものとし、その値は各小区間の電圧値を要素とするベクトルで表わす。
- (d) ブラシは理想的すり接触を行うものとし、線形電圧—電流特性を仮定する。
- (e) 整流子片マイカ厚みおよびライザ抵抗を無視する。
- (f) 毎極対当りの整流子片数が奇数の場合で、ブラシの整流子片被ふく数 β が

$$\beta = (\nu/2) + \delta \tag{1}$$

ただし、 ν : 正の整数, $0 < \delta \leq 0.5$ で表わされる場合を扱う。

以上の仮定の下に重ね巻機の1極対部分を取り出し、整流回路を描くと第1図の整流回路を得る。図中、 R_1, R_2, \dots, R_{n+2} はブラシと整流子片間の接触抵抗である。この回路について、整流方程式が次式に導びかれる。すなわち、一般化整流方程式¹⁰⁾において $m=1$ とおいた式である。

$$L \frac{di}{dt} = F_{eL}^T e - [F_{rL}^T R_R F_{rL} + F_{rL}^T R_r F_{rL}, F_{rL}^T R_R F_{rL}] \begin{bmatrix} i \\ I \end{bmatrix} \tag{2}$$

ここに、 L : (n, n)次整流コイルインダクタンス行列, n : 短絡コイル数, $i = [i_1, i_2, \dots, i_n]^T$: 整流コイル電流ベクトル, 上付添字 T は転置行列を表わす。 $e = [e_1, e_2, \dots, e_n]^T$: 整流電圧ベクトル, $i_I = [I]^T$: 電機子並列回路電流ベクトル, I : 電機子並列回路電流, $F_{eL}, F_{rL}, F_{rL}, F_{rL}$: 第1図を参照して、添字の表わす素子相互間の接続関係を表わすカットセット行列主要部の部分行列である。また、 R_R および R_r は次式の抵抗行列である。

$$R_R = R_b T \text{diag} \left[\frac{1}{t}, \frac{1}{0.5T_c + t}, \frac{1}{T_c}, \frac{1}{T_c}, \dots, \frac{1}{(0.5 + \delta)T_c - t}, \frac{1}{\delta T_c - t} \right] \tag{3}$$

$$R_r = \text{diag} [r_1, r_2, \dots, r_n] \tag{4}$$

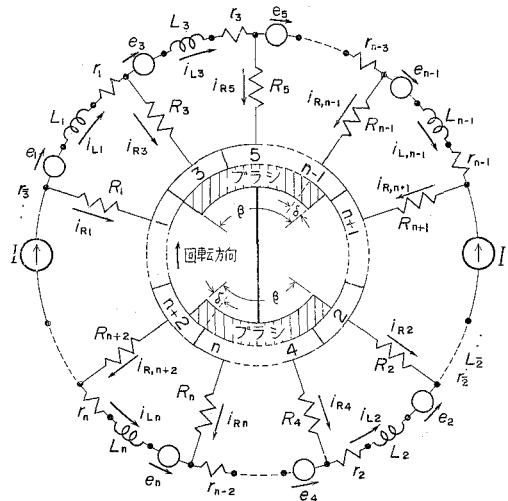
ここに、 R_b : $2I$ がブラシ全接触面に平等に分布して流れるときのブラシ接触抵抗, T_c : 整流子片周期, $T = \beta T_c$: 整流周期, δ : ブラシの整流子片被ふく数の小数部分, $r_1 = r_2 = \dots, = r_n = r$: 整流コイル抵抗

である。(2)式を整理要約して次式に書きかえる。

$$L \dot{i} = -e + v_B \tag{5}$$

ここに、 \dot{i} : 整流コイル電流の時間微分, e : n 次整流電圧ベクトルである。 v_B は n 次のブラシ-整流子片接触電圧ベクトルで(6)式で表わされる。ここで、整流過程の説明と使用する用語の定義を述べておく。

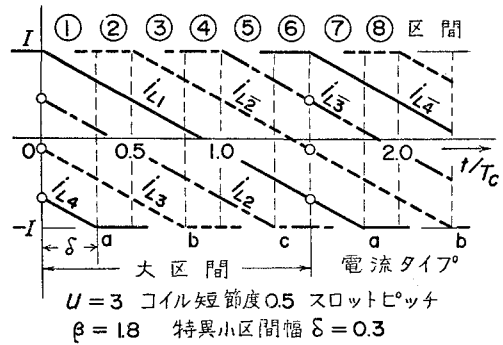
一般に、整流周期は第2図に示すように、更にいくつかの特異小区間と正則小区間からなる。特異小区間は整流を開始したコイルおよび整流を終了するコイルのある小区間であり、正則小区間はこの両コイルのない小区間である。整流方程式の解は、整流回路系が同一状態をくり返す1周期(大区間と呼ぶ)について求めら



第1図 一般整流回路

$$v_B = R_b T \begin{pmatrix} (I - i_1)/t & - (i_1 - i_3)/T_c & + ri_1 \\ (I - i_2)/(0.5 T_c + t) - (i_2 - i_4)/T_c & & + ri_2 \\ (i_1 - i_3)/T_c & - (i_3 - i_5)/T_c & + ri_3 \\ \dots & \dots & \dots \\ (i_{n-4} - i_{n-2})/T_c - (i_{n-2} - i_n)/T_c & & + ri_{n-2} \\ (i_{n-3} - i_{n-1})/T_c - (i_{n-1} + I)/[(0.5 + \delta) T_c - t] + ri_{n-1} \\ (i_{n-2} - i_n)/T_c - (i_n + I)/(\delta T_c - t) & & + ri_n \end{pmatrix} \quad (6)$$

れる。整流コイルはコイルのスロット内の位置により、最初に整流されるコイルから、コイルタイプ a, b, \dots, u と名付ける。各コイルタイプの整流特性は異なり、無火花整流条件や無火花帯は各コイルタイプについて求め、全コイルタイプの総合特性をもってその機械の整流特性とする。また、小区間はコイルタイプ a の整流終了（または整流開始）する小区間、コイルタイプ b の整流終了（整流開始）小区間と順次連続して



第2図 電流タイプと整流小区間

行く。これらの小区間別について解析手法上の差異はなく、以下の記述はコイルタイプを区別することなく、ある特異小区間を対象に進めて行く。(2) ~ (6) 式はすべて特異小区間について書いたものである。

2.2 一般化された無火花整流条件式

式(6)において、第1要素第1項がブラシ入口接触電圧を、第 n 要素第2項がブラシ出口接触電圧を表わし、それぞれ $t \rightarrow 0$ および $t \rightarrow T$ におけるこれらの値が主としてブラシ火花発生にかかわるものである。すなわち、無火花条件式は(5)式の $t \rightarrow 0$ および $t \rightarrow T$ (特異小区間についてみると $t \rightarrow \delta T_c$ であり、式中にはこの形で現われる) の極限をとりブラシ入口電圧およびブラシ出口電圧についてまとめて得られる。このとき、(6)式において $t \rightarrow 0$ で $i_1 = I$ であり、 $t \rightarrow \delta T_c$ で $i_n = -I$ である故、第1要素第1項および第 n 要素第2項の有限確定性が問題となる。これについて、 $\beta = 1$ の場合には前者は常に有限確定、後者は $R_b T/L > 1$ の条件の下に有限確定値をもつことが証明されている。 $\beta > 1$ の一般の場合については、第3章において $\lim_{t \rightarrow 0} (I - i_1)/t$ は常に有限確定値をもち、 $\lim_{t \rightarrow \delta T_c} (i_n + I)/(\delta T_c - t)$ は $R_b T/L_e > 1$ 、 L_e は後述の整流コイル実効インダクタンス、なる条件の下に有限確定値をもつことが示される。

簡単化のために、各量の極限值に次の記号を使用する。 $t \rightarrow 0$ の極限值には添字 0 を付し、 $t \rightarrow \delta T_c$ の極限值には添字 δ を付して表わす。

$t \rightarrow 0$ で

$$\mathbf{i} \rightarrow \mathbf{i}_0 = [I, i_{20}, i_{30}, \dots, i_{n0}]^T \quad (7)$$

$$\mathbf{e} \rightarrow \mathbf{e}_0 = [e_{10}, e_{20}, \dots, e_{n0}]^T \quad (8)$$

$$\dot{\mathbf{i}} \rightarrow \dot{\mathbf{i}}_0 = [i'_{10}, i'_{20}, \dots, i'_{n0}]^T \quad (9)$$

$t \rightarrow \delta T_c$ で

$$\mathbf{i} \rightarrow \mathbf{i}_\delta = [i_{1\delta}, i_{2\delta}, \dots, i_{n-1,\delta}, -I]^T \quad (10)$$

$$\mathbf{e} \rightarrow \mathbf{e}_\delta = [e_{1\delta}, e_{2\delta}, \dots, e_{n\delta}]^T \quad (11)$$

$$\dot{\mathbf{i}} \rightarrow \dot{\mathbf{i}}_\delta = [i'_{1\delta}, i'_{2\delta}, \dots, i'_{n\delta}]^T \quad (12)$$

のように有限確定値が求められるものとする。

2.2.1 ブラシ入口の無火花条件式 (5) 式について $t \rightarrow 0$ の極限をとると

$$\mathbf{L}_0 \dot{\mathbf{i}}_0 = -\mathbf{e}_0 + \mathbf{v}_{B0} \quad (13)$$

ここに、 $\mathbf{L}_0: \mathbf{L}$ 行列の (1, 1) 要素を $L_{11} + R_b T$ で置きかえた行列、 \mathbf{v}_{B0} : (6) 式の $t \rightarrow 0$ の極限をとり、第1要素第1項にド・ロピタルの法則を適用して生ずる $R_b T \times (di/dt)$ の項を左辺へ移項し、(7) 式の極限值記号を適用したベクトルである。(13) 式を i'_{10} について解き、 $R_b T$ を乗じて整流開始時のブラシ入口接触電圧 v_{10} を求めると

$$v_{10} = \frac{|M_0|/|L_{11}|}{1+1/\rho_0} \quad (14)$$

$$|M_0| = |-\mathbf{e}_0 + V_0, \mathbf{L}_{j2}, \mathbf{L}_{j3}, \dots, \mathbf{L}_{jn}| \quad (15)$$

ただし、 $|\cdot|$ は行列式を表わし、 \mathbf{L}_{jk} , ($k = 1, 2, \dots, n$): \mathbf{L} 行列の第 k 列、

$|\mathbf{L}_{11}|$: \mathbf{L} 行列の1行1列を除いた小行列の行列式、 ρ_0 は

$$\rho_0 = \frac{R_b T}{|\mathbf{L}|/|L_{11}|} \quad (16)$$

である。(14) 式がブラシ火花発生限界電圧 V_s ($\approx 3V$) を越えるとブラシ入口に火花を生ずることになる。従って、ブラシ入口が無火花であるための条件は (14) 式の v_{10} の絶対値が V_s を越えないことである。よって次式をうる。

$$[v_{10}]_{abs} = \left[\frac{|M_0|/|L_{11}|}{1+1/\rho_0} \right]_{abs} < V_s \quad (17)$$

ここに、 $[\cdot]_{abs}$ は絶対値を表わすものとする。

2.2.2 ブラシ出口の無火花条件式 ブラシ入口の無火花条件式を導びくのと全く同様に導びかれる。(5) 式の $t \rightarrow \delta T_c$ の極限をとると

$$\mathbf{L}_\delta \dot{\mathbf{i}}_{n\delta} = -\mathbf{e}_\delta + \mathbf{v}_{B\delta} \quad (18)$$

ここに、 $L_\delta: L$ 行列の (n, n) 要素を $L_{nn} - R_b T$ で置きかえた行列、 $v_{B\delta}: (6)$ 式の $t \rightarrow \delta T_c$ の極限をとり、第 n 要素の $R_b T \lim_{t \rightarrow \delta T_c} (di_n/dt)$ を左辺へ移項し、(10) 式の極限值記号を適用したベクトルである。(18) 式を $i'_{n\delta}$ について解くと

$$i'_{n\delta} = - \frac{|M_\delta|/|L_{nn}|}{R_b T - |L|/|L_{nn}|} \quad (19)$$

をうる。(19) 式に $-R_b T$ を乗じ、整流終了時のブラシ出口接触電圧 $v_{n+2,\delta}$ を求めると

$$v_{n+2,\delta} = - R_b T i'_{n\delta} = \frac{|M_0|/|L_{nn}|}{1 - 1/\rho_\delta} \quad (20)$$

$$|M_0| = |L_{j1}, L_{j2}, \dots, L_{j,n-1}, -e_\delta + v_{B\delta}| \quad (21)$$

$$\rho_\delta = \frac{R_b T}{|L|/|L_{nn}|} \quad (22)$$

である。ブラシ入口の場合と同様に、ブラシ火花電圧の条件を用いて、整流周期の終りににおけるブラシ出口が無火花であるための条件として次式が得られる。

$$[v_{n\delta}]_{\text{abs}} = \left[\frac{|M_\delta|/|L_{nn}|}{1 - 1/\rho_\delta} \right]_{\text{abs}} < V_s \quad (23)$$

(17) 式および (23) 式の両式を連立させたものが、 $\beta > 1$ の場合へ拡張された無火花整流条件式である。この条件式は第 6 章の数値例に示されるように、ブラシ火花発生限界電圧の条件が加味されたために、整流の主要パラメータの無火花整流範囲を与えるものとなった。すなわち、従来の条件式よりも一層厳しい条件が存在することを示す式になっている。

3. v_{10} および $v_{n\delta}$ の有限確定性の考察

2. 2 節の無火花条件式は、 $t \rightarrow 0$ および $t \rightarrow \delta T_c$ の極限において、それぞれ有限確定値 i'_{10} および $i'_{n\delta}$ を持つ場合に成立するものである。以下、 $\beta > 1$ の場合について、この有限確定性についての考察を行う。

まず、 v_{10} すなわち i'_{10} の値は、(14) 式によって常に有限確定値を持つことが知られる。すなわち、(14) 式で R_b および T はいずれも正実数であり、

$$|L|/|L_{11}| \geq 0 \quad (24)$$

であるから、分母が零となることはない。分子 $|M_0|$ の要素はすべて有限値からなる故、 $|M_0|$ は有限値となる。従って、 v_{10} すなわち i'_{10} は常に有限確定値を持つことが解る。

次に、 $i'_{n\delta}$ の有限確定性を (19) 式により考察する。(19) 式を書きかえて

$$i'_{n\delta} = \frac{|M_\delta|/|L|}{1 - \rho_\delta} \quad (25)$$

をうる。(25) 式の $|M_\delta|$ の一般式は

$$|M_\delta| = \begin{pmatrix} L_{11}, L_{12}, \dots, L_{1, n-1}, -e_{1\delta} + R_b T \left(\frac{I - i_{1\delta}}{\delta T_c} - \frac{i_{1\delta} - i_{3\delta}}{T_c} \right) & + r_1 i_{1\delta} \\ L_{21}, L_{22}, \dots, L_{2, n-1}, -e_{2\delta} + R_b T \left(\frac{I - i_{2\delta}}{(0.5 + \delta) T_c} - \frac{i_{2\delta} - i_{4\delta}}{T_c} \right) & + r_1 i_{2\delta} \\ L_{31}, L_{32}, \dots, L_{3, n-1}, -e_{3\delta} + R_b T \left(\frac{i_{1\delta} - i_{3\delta}}{T_c} - \frac{i_{3\delta} - i_{5\delta}}{T_c} \right) & + r_1 i_{3\delta} \\ \dots & \dots \\ L_{n1}, L_{n2}, \dots, L_{n, n-1}, -e_{n\delta} + R_b T \frac{i_{n-2, \delta} - i_{n\delta}}{T_c} & + r_1 i_{n\delta} \end{pmatrix} \dots (26)$$

である。 $|M_\delta|$ の値は I を一定とすると、 e_δ (e_δ により i_δ も変る) によって変化し、その変化によって整流状態が次のように変ることが線形化整流方程式の数値解から知られている。

- (1) $|M_\delta| = 0$ とする e_δ を $e_{\delta opt}$ とする。
この時 $i'_{n\delta} = 0$ (第3図曲線 a)
- (2) $e_\delta > e_{\delta opt}$ のとき $|M_\delta| < 0$, このとき $i'_{n\delta} > 0$ (第3図曲線 b)
- (3) $e_\delta < e_{\delta opt}$ のとき $|M_\delta| > 0$, このとき $i'_{n\delta} < 0$ (第3図曲線 c)

以上の事実は (25) 式の分母の値に左右されず成立する。従って

$$e_\delta \cong e_{\delta opt} \text{ で } |M_\delta| \cong 0 \quad (\text{複号同順})$$

である。その $|M_\delta|$ に対し

$$|M_\delta| \cong 0 \text{ に対し } i'_{n\delta} \cong 0 \quad (\text{複号同順}) (27)$$

であるためには常に

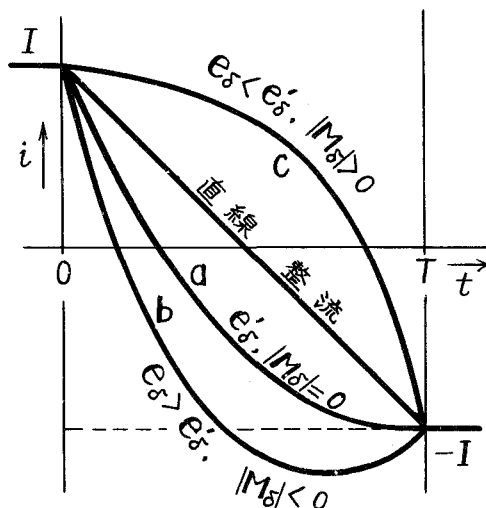
$$\rho_\delta = \frac{R_b T}{|L|/|L_{nn}|} > 0 \quad (28)$$

でなければならない。また、(19) 式において $G_\delta = -i'_{n\delta}$ とおいて書きかえると

$$G_\delta (\rho_\delta - 1) = Y_\delta \quad (29)$$

$$Y_\delta = |M_\delta| / |L| \quad (30)$$

となる。この関係を図に表わすと第4図となる。図中 G_δ を G と記している。 $Y_\delta > 0$ では直線 $\rho_\delta G$ ($\rho_\delta > 1$) と $G + Y_\delta$ は a 点のごとき $v_{n+2, \delta} > 0$ の交点をもつ。 e_δ を大にして Y_δ を減小させて行き、 $Y_{\delta 0} = 0$ すると $G + 0$ の直線となり、 $v_{n+2, \delta} = 0$ である。これより更に Y_δ を減小させ $Y_\delta < 0$ とすると交点は b 点のごとく $-v_{n+2, \delta}$ の側へ移る。このことは (27) 式と一致する。しかし、点直線のごとく $\rho_\delta G$ ($\rho_\delta < 1$) 直線と $G + Y_\delta$ 直線の交点は $Y_\delta < 0$ の場



第3図 整流曲線と $|M_\delta|$

合でなければ得られず、 $-Y_\delta$ に対し c 点のごとき $+v_{n+2,\delta}$ が対応し、(27) 式の事実と反する。以上により、整流の終りにおける $i'_{n\delta}$ (すなわち $v_{n+2,\delta}$) が有限確定値を持つためには $\rho_\delta > 1$ が必要条件であることが解る。

4. 無火花条件式と無火花整流帯理論との関係

筆者は先に線形化整流方程式による無火花整流帯の作図が、ブラシ火花発生限界電圧を使用することにより可能であることを報告した⁸⁾。また本文 2.2 節において、無火花整流条件式にブラシ火花発生限界電圧の条件を適用すべきことを提示した。これら二つの無火花整流に関する議論は同一基本式から出発するものであり、共通性を有することは当然であろう。その共通性を以下に示す。

無火花帯を求める整流方程式の運用は、(2) 式を $i'_{j\delta}$ についてまとめ、整流子片 $n+2$ とブラシとの接触電圧 $v_{n+2,\delta}$ を求めることであった⁸⁾。すなわち、(2) 式の $t \rightarrow \delta T_c$ の極限をとり、 L^{-1} 行列を左から乗じて整理すると

$$i'_{j\delta} = \sum_{k=1}^n \Gamma_{jk} \left[-\frac{1}{L_e} e_{k\delta} + \rho_\delta (G_{k\delta} - G_{k+2,\delta}) - \frac{1}{L_e} r_k i_{k\delta} \right], j=1, 2, \dots, n \tag{31}$$

ただし、 $\Gamma_{jk} : L_e L^{-1}$ の j 行 k 列要素、 $G_{k\delta}$ は行列形式で表わすと

$$G_\delta = [G_{1\delta}, G_{2\delta}, \dots, G_{n+2,\delta}] \\ = \left[\frac{I - i_{1\delta}}{\delta T_c}, \frac{I - i_{2\delta}}{(0.5 + \delta) T_c}, \frac{i_{1\delta} - i_{3\delta}}{T_c}, \dots, \frac{i_{n-1,\delta} + I}{0.5 T_c}, -i'_{n\delta} \right] \tag{32}$$

をうる。(31) 式の $j = n$ の式を整流子片 $n+2$ の接触電圧についてまとめると

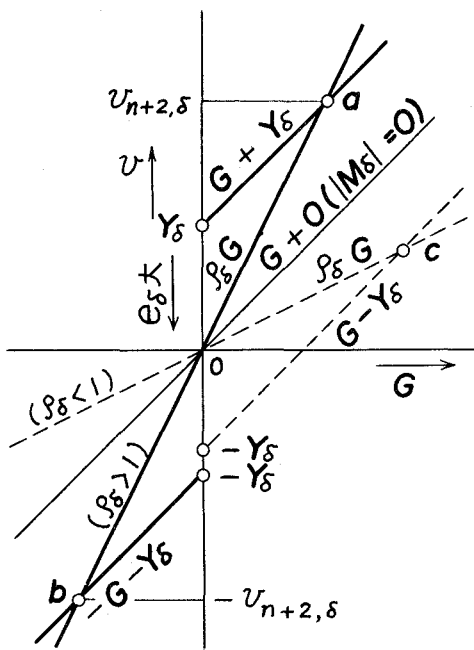
$$\rho_\delta \Gamma_{nn} G_{n+2,\delta} = G_{n+2,\delta} + Y_\delta \tag{33}$$

ただし、

$$Y_\delta = -y_\delta + z_\delta - w_\delta \tag{34}$$

$$y_\delta = (1/L_e \delta) \sum_{k=1}^n \Gamma_{nk} e_k \tag{35}$$

$$z_\delta = \rho_\delta \sum_{k=1}^{n-1} \Gamma_{nk} (G_{k\delta} - G_{k+2,\delta}) + \rho_\delta \Gamma_{nn} G_{n\delta} \tag{36}$$



第4図 整流回路の安定な電圧平衡点

$$w_\delta = (1/L_{e\delta}) \sum_{k=1}^n \Gamma_{nk} r_k i_{k\delta} \tag{37}$$

ここに、 $L_{e\delta} = |L|/|L_{nn}|$ ：整流終了コイルの実効インダクタンス、従って $\Gamma_{nn} = L_{e\delta} \times |L_{nn}|/|L|$ であるから $\Gamma_{nn} = 1$ である。さらに(33)式を書き直して

$$(\rho_\delta - 1)G_{n+2,\delta} = Y_\delta \tag{38}$$

をうる。整流子片 $n+2$ の整流周期終りの接触電圧は $R_b T G_{n+2,\delta}$ で

$$v_{n+2,\delta} = \frac{L_{e\delta} Y_\delta}{1 - 1/\rho_\delta} \tag{39}$$

と整理される。ここで、 $L_{e\delta} Y_\delta$ が $|M_\delta|/|L_{nn}|$ と同値ならば(39)式はブラシ出口無火花条件式(20)と同一式となり、本節の目的が達せられる。 $|M_\delta|$ の式(26)の第 n 列要素に簡単化のための記号 M_1, M_2, \dots, M_n を用いて

$$|M_\delta| = \begin{pmatrix} L_{11}, L_{12}, \dots, L_{1,n-1}, M_1 \\ L_{21}, L_{22}, \dots, L_{2,n-1}, M_n \\ \dots & \dots \\ L_{n1}, L_{n2}, \dots, L_{n,n-1}, M_n \end{pmatrix} \tag{40}$$

とかき、両辺を $|L_{nn}|$ で割って整理し、次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{|M_\delta|}{|L_{nn}|} &= (-1)^{n+1} M_1 \frac{|L_{1n}|}{|L_{nn}|} + (-1)^{n+2} M_2 \frac{|L_{2n}|}{|L_{nn}|} + \dots \\ &+ (-1)^{n+k} M_k \frac{|L_{kn}|}{|L_{nn}|} + \dots + M_n \end{aligned} \tag{41}$$

一方、(39)式の $L_{e\delta} Y_\delta$ は(34)式～(37)式から

$$\begin{aligned} L_{e\delta} Y_\delta &= \sum_{k=1}^n \frac{|L_{kn}|}{|L_{nn}|} e_{k\delta} + R_b T \sum_{k=1}^{n-1} \frac{|L_{kn}|}{|L_{nn}|} (G_{k\delta} - G_{k+2,\delta}) \\ &+ R_b T G_{n\delta} + \sum_{k=1}^n \frac{|L_{kn}|}{|L_{nn}|} r_k i_{k\delta} \end{aligned} \tag{42}$$

となる。(42)式は(26)式を参照して M_1, M_2, \dots, M_n についてまとめると、(41)式右辺と同一式が得られることは明らかである。以上により無火花帯の理論と従来無火花条件の式と呼ばれていた式の内容は同一であることが知られた。

5. 整流コイル実効インダクタンス

整流回路系の相互インダクタンスを考慮した整流終了時のコイルの実効インダクタンスを定義し、これを提案したい。古く、電機子巻線法の整流特性に関連して、Dreyfus氏が整流イン

ダクタンスの計算法¹¹⁾を報告しているが、計算式についての明確な理由づけはなされていない。

$\beta=1$ の場合の無火花条件式と対比して、2・3節(16)式および(22)式のインダクタンス

$$L_{e0} = |\mathbf{L}|/|\mathbf{L}_{11}| \tag{43}$$

$$L_{e3} = |\mathbf{L}|/|\mathbf{L}_{nn}| \tag{44}$$

をそれぞれ整流開始時の整流コイル実効インダクタンスおよび整流終了時の整流コイル実効インダクタンスと定義する。(19)式において

$$(|\mathbf{L}|/|\mathbf{L}_{nn}|) i'_{ns} = R_b T i'_{ns} + |\mathbf{M}_o|/|\mathbf{L}_{nn}| \tag{45}$$

として電圧平衡関係を見ることにより、その物理的意味が一層明らかになる。また、別の見地から、 i'_{ns} が有限確定値を持つ条件(28)式は行列式 $|\mathbf{L}_\delta|$ が

$$|\mathbf{L}_\delta| < 0 \tag{46}$$

なる関係におきかえられる。そこで、 L_{e3} とは(46)式で $R_b T$ を変数とした $|\mathbf{L}_\delta|=0$ の根に等しい。この関係を第5図に示す。

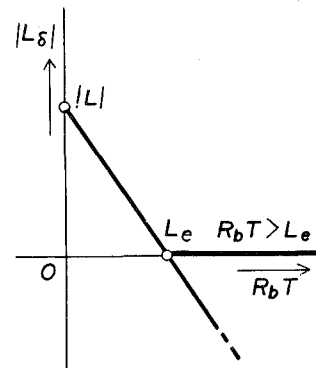
次に、同時に2個のコイルが整流を終了する場合、(18)式の行列 \mathbf{L}_δ には $(n-1, n-1)$ 要素および (n, n) 要素の両者に $-R_b T$ が存在する形になる。このとき $|\mathbf{L}_\delta|$ は

$$|\mathbf{L}_\delta| = |\mathbf{L}_{ll,nn}|(R_b T)^2 - (|\mathbf{L}_{ll}| + |\mathbf{L}_{nn}|)R_b T + |\mathbf{L}| \tag{47}$$

ここに、 $l = n-1$ 、 $|\mathbf{L}_{ll,nn}|$ ： \mathbf{L} 行列から l 行 l 列と n 行 n 列を除いた行列の行列式

とかかれる。行列式 $|\mathbf{L}_{ll}|$ 、 $|\mathbf{L}_{nn}|$ 、 $|\mathbf{L}_{ll,nn}|$ などはいずれも準正定値であり、 $R_b T$ は実数であるから、 $|\mathbf{L}_\delta|$ を零とする2根 L_{e1} 、 L_{e2} は常に正実根となり、次式で与えられる。

$$\left. \begin{matrix} L_{e1} \\ L_{e2} \end{matrix} \right\} = \frac{|\mathbf{L}_{ll}| + |\mathbf{L}_{nn}|}{2|\mathbf{L}_{ll,nn}|} \pm \left\{ \frac{(|\mathbf{L}_{ll}| + |\mathbf{L}_{nn}|)^2}{4|\mathbf{L}_{ll,nn}|^2} - \frac{|\mathbf{L}|}{|\mathbf{L}_{ll,nn}|} \right\}^{1/2} \tag{48}$$



第5図 整流コイル実効インダクタンス

6. 無火花条件式の図式表現と数値例

無火花条件式(17)式および(23)式の図式表現を求め、整流の主要パラメータ変化と整流特性の関係を表現する二つの例を示す。整流の主要パラメータは I_e 、 L (または L_e)、 R_b および T の5量である。図表現はこれらの量とブラシ接触電圧 v_o および v_s との関係を表わすもので、5量中2量のみが陽に表現しうる形になる。ここでは、 $\rho - |\mathbf{M}_\delta|$ と接触電圧との関係図および $I-e$ と接触電圧の関係図(すなわち、無火花整流帯)の例を示す。

6. 1 $\rho - V$ 特性図

第 (17) 式および (23) 式を次式に書きかえる。

$$\{ |M_o| / |L_{11}| \}_{abs} < \{ V_s(1+1/\rho_o) \}_{abs} \tag{49}$$

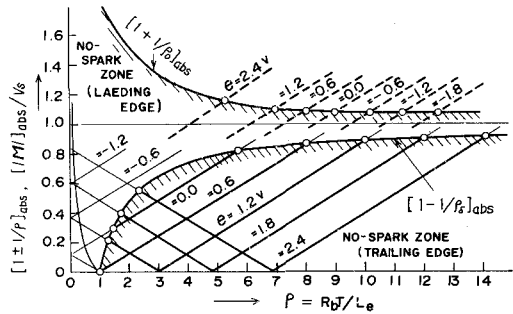
$$\{ |M_\delta| / |L_{nn}| \}_{abs} < \{ V_s(1-1/\rho_\delta) \}_{abs} \tag{50}$$

(49) 式および (50) 式の関係を保想直流機

$$I_F=15 \text{ [A]}, \beta=1, n=2, L_{11}=L_{22}=10 \text{ [\mu H]}, L_{12}=L_{21}=4 \text{ [\mu H]},$$

$$T=0.7 \text{ [ms]}, V_s=3 \text{ [V]}, e=ke_L, e_L=0.6 \text{ [V]} : \text{直線整流電圧}$$

について計算した結果を第 6 図に示す。図中 $\{ |M_o| / |L_{11}| \}_{abs}$ および $\{ |M_\delta| / |L_{nn}| \}_{abs}$ 直線のそれぞれ $\{ 1+1/\rho_o \}_{abs}$ および $\{ 1-1/\rho_\delta \}_{abs}$ 曲線により切られた下の部分に対応する ρ の範囲が、一定電機子電流で整流起電力を変えた場合の無火花範囲を与える。図について若干の性質をあげると



第 6 図 無火花整流の $\rho - e$ 関係

i) ブラシ出口特性について、 $\rho_\delta < 1$ の部分は意味をもたない。

ii) 整流電圧が約 -0.5 [V] 以下となると、ブラシ出口に無火花領域が存在しない。

iii) 電機子電流を変えると、 $\{ |M_o| / |L_{11}| \}_{abs}$ および $\{ |M_\delta| / |L_{nn}| \}_{abs}$ 直線の勾配が変化する。たとえば、 I を大とすると V 形直線の開き幅が狭くなる。

第 2 例として、仮想直流機

$$I_F=15 \text{ [A]}, \beta=1, n=2, L_{11}=L_{22}=15 \text{ [\mu H]}, L_{12}=L_{21}=6 \text{ [\mu H]},$$

$$T=0.7 \text{ [ms]}, V_s=3 \text{ [V]}$$

について、直線整流条件を常に満足させて電機子電流を変化させた場合のブラシ出口火花特性を第 7 図に示す。直線整流条件とは

$$\sum_{k=1}^n \Gamma_{jk} e_{Lj} = \frac{2L_e I}{T} \tag{51}$$

である。図から、電機子電流を増加して行き、定格電流 15 [A] の約 3 倍の電流において無火花領域が消滅することが知られる。これは、直線整流状態ではあるが、ブラシ全接触面が一様に火花発生電圧 3 [V] に達したことを示している。直線整流で更に $\rho_\delta = 1$ の場合には (51) 式の値はブラシ全面接触電圧 $2IR_b$ にも等しくなり、(50) 式は

$$\rho_\delta=1, \quad \{ |M_\delta| / |L_{nn}| \}_{abs} = \{ V_s(1-1/\rho_\delta) \}_{abs} = 0$$

となる。すなわち、 I の値にかかわらず $\{ |M_\delta| / |L_{nn}| \}_{abs}$ 直線は点 $(\rho_\delta = 1, 0)$ に接する。

6. 2 無火花整流帯

(17) 式および (23) 式を電機子電流 I および整流電圧の陽関数に表わすことはできないが、

数値計算により無火花帯を算出する。

その手順は

- i) e_o または e_δ をパラメータにとり、整流方程式の解を求める。
- ii) 上の解から (7) 式および (10) 式の i_o および i_δ を求める。

iii) i_o および i_δ を用いて $[|M_o|/|L_{11}|]_{abs}$ および $[|M_\delta|/|L_{nn}|]_{abs}$ を計算する。整流電圧を横軸にとり、これらの計算値をプロットすると第 8 図のような V 曲線が得られる。更に $V_s(1 + 1/\rho\delta)$ 線を引き、V 曲線との交点 A, A' および B, B' などを求めると、整流起電力範囲 $e_{A'} < e_o < e_A$ および $e_{B'} < e_\delta < e_B$ などが無火花整流帯幅を与える。

数値例として、仮想直流機

$$I_r = 15 \text{ [A]}, \beta = 1, n = 2, L_{11} = L_{22} = 10 \text{ [\mu H]}, L_{12} = 4 \text{ [\mu H]},$$

$$T = 0.7 \text{ [ms]}, R_b = 0.03 \text{ [\Omega]}, V_s = 3 \text{ [V]}$$

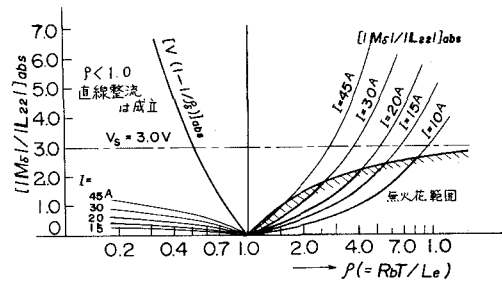
について計算した結果を第 9 図および第 10 図に示す。図から得られる結果は次の通りである。

- i) I が一定のとき $[|M_o|/|L_{11}|]_{abs}$ および $[|M_\delta|/|L_{22}|]_{abs}$ は整流電圧 e に比例し、電流値 I にかかわらず一定の傾きを有す。
- ii) ブラシ入口特性 $[|M_o|/|L_{11}|]_{abs}$ は e の増加関数であり、ブラシ出口特性 $[|M_\delta|/|L_{nn}|]_{abs}$ は e の减小関数である。
- iii) 第 10 図中の点 P, Q および S はそれぞれ第 9 図の次のような点である。

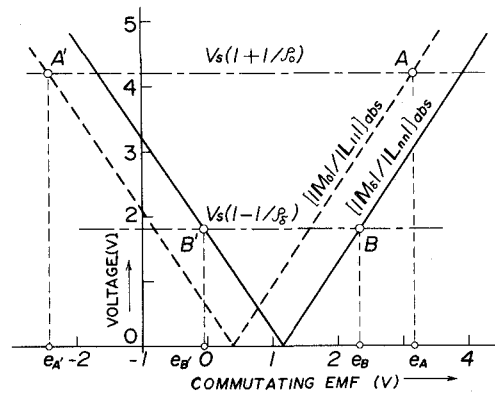
S : ブラシ出口特性 $[|M_\delta|/|L_{22}|]_{abs}$ が点 $[e_\delta = 0, V_s(1 - 1/\rho\delta)]$ と交わる場合の電流値を I_o とすると、 S 点の座標は $[I_o, e_\delta = 0]$ である。

P : ブラシ入口特性 $[|M_o|/|L_{11}|]_{abs}$ と直線 $V_s(1 + 1/\rho\delta)$ の交点のパラメータ (I_p, e_p) と ブラシ出口特性 $[|M_\delta|/|L_{22}|]_{abs}$ と直線 $V_s(1 - 1/\rho\delta)$ の交点のパラメータ (I_p, e_p) が一致する場合のそのパラメータを座標とする点である。第 9 図の P, P' 点がこれを示す。

Q : 点 P, P' と同一性質の交点がある一組存在する。第 9 図 q, q' 点がそれで、これらの交点のパラメータを座標とする点が Q 点である。

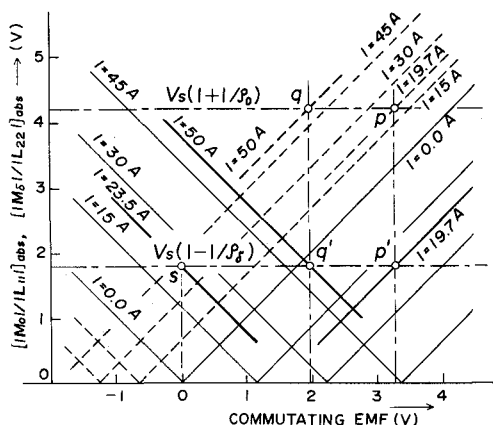


第 7 図 無火花整流の $\rho - I$ 関係 (直線整流の場合)

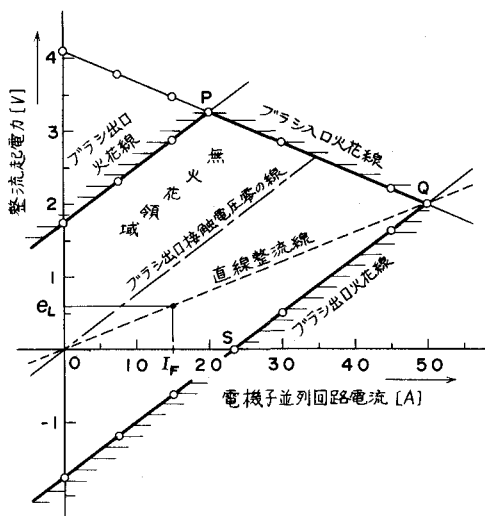


第 8 図 $e - I$ 特性と無火花帯幅

iv) 第10図について無火花整流帯の理論から知られる特性を付記すると、直線 OQ が直線整流線を与え、直線 OO' が無火花帯中心線、すなわち、ブラシ出口接触電圧を零とする整流起電力線を与える。無火花帯曲線は原点に対し対称である。第10図は右半面部分のみを示したものである。



第9図 $e-v$ 特性と無火花帯幅



第10図 仮想直流機の無火花帯

8. む す び

整流理論一般化の一部として、無火花条件式を、ブラシの整流子片被ふく数が1より大なる一般の場合へ拡張し、更にブラシ入口の火花発生に関する特性および炭素と銅のすり接触通電の火花発生限界電圧の条件を加味して、実用直流機の整流特性予測計算に適用可能な式に示した。

この結果に併せて

- a) 整流コイル実効インダクタンスの定義と計算法,
- b) 無火花条件式の理論と無火花帯理論との同一性,
- c) 整流終了時の整流終了コイル電流変化率の有限確定値が存在するための条件,
- d) 無火花条件式の図式表現の例,

などを明らかにした。なお、実用直流機についての理論検証は、無火花帯についての検証と合せて、追って報告する予定である。

最後に、日頃ご助言いただく北海道大学工学部内藤正本教授、藤原一教授、および本学電気工学科織笠桂太郎教授に感謝の意を表します。

(昭和50年5月10日受理)

文 献

- (1) E. Arnold: Elektrotechnische Zeitschrift. 1899 Heft5, 97.
- (2) 林邦雄・内藤正本: 電学誌 **79** (9), 1137 (1959)
- (3) 安部三郎: 電学誌 **60** (8), 203 (1940)
- (4) 林邦雄: 電学誌 **68** (2), 74 (1948)
- (5) 一木利信: 日立評論 **33** (3), 187 (1951)
- (6) 乙武一吉・玄地宏: 電学誌 **79** (6), 714 (1959)
- (7) 宮地邦夫: 電学誌 **82** (5), 807 (1962)
- (8) 松田敏彦: 電学論誌 **94-B** (10), 487 (1974)
- (9) 林・内藤・松田: 昭36電気四学会連大 No. 618
- (10) 松田敏彦: 電学論誌 **94-B** (10), 479 (1974)
- (11) L. A. Dreyfus: Arch. Elektrotech. **15**, 522 (1926).