



室蘭工業大学

学術資源アーカイブ

Muroran Institute of Technology Academic Resources Archive



## 自由表面をもつ定常排水うずの研究(1) : 速度および循環分布について

メタデータ	言語: jpn 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2014-07-28 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 貞広, 勝, 花岡, 裕 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10258/3705">http://hdl.handle.net/10258/3705</a>

# 自由表面をもつ定常排水うずの研究 (I)

—速度および循環分布について—

貞 広 勝・花 岡 裕

## Study of Steady Draining Vortex with Free Surface (I)

— On flow velocities and their circulation profiles —

Masaru Sadahiro and Yutaka Hanaoka

### Abstract

In order to study the characteristics of steady vortex generating as the water is simultaneously drained through the outlet at the bottom of tank, flow velocities and their circulation profiles were experimentally calculated by means of hydrogen-bubble technique and flow visualization with aluminum powders.

The results were obtained as follows : (1) The flow patterns of steady draining vortex were classified in three types. (2) The rate of drainage through these boundary layers near by the bottom of vortex vessel was estimated to be about 5% of total flow rate in the case of type I of flow pattern, about 30% in type II, about 13% in type III, respectively.

### 1 ま え が き

自由表面を有する水をタンク底面より排水するとうずが発生する。その旋回方向は、給水後の旋回成分が残らない程度に放置した場合には、地球の自転によるコリオリ力に基づくと考えられているが、タンク底面の境界層に影響され逆方向の転移もありえると言われている<sup>1),2)</sup>。

しかし、工学的問題として実際に遭遇するうずは、給水と同時に排水する定常な排水うずであることが多く、その給水による成分は、コリオリ力に比べて数百倍の慣性力を持っているので、排水うずの旋回方向は、ほとんど、その給水方式によって決まる。この報告でもそのような定常排水うずを対象としている。

排水うずの排水量が増すと自由表面上にくぼみを生じ、この種のうずは「くぼみうず」と呼ばれている。さらに排水量を増すと、タンク底面にまでくぼみが発達し、間欠的に排水管内に空気を吸い込むようになるが、これを「空気吸い込みうず」としてくぼみうずと区別している<sup>3)</sup>。

空気吸い込みうずになると、騒音、振動を伴ない、排水管系にポンプが装備されているとキャビテーションを引き起こし易くなる。また、排水管内は気液二相流となるため、圧力降下が増大し、エネルギー損失が大きくなる等の問題がある。

従来のうずの研究では、主にくぼみうずを対象に取り扱われることが多く、理論的側面からそれらを4つの領域、すなわち、主流流れ、うず軸近傍の流れ、うず容器底面境界層流れ、うず容器側面境界層流れに分類され個々に解析されている。これらの内、主流流れは、うず容器の底面、側面の境界を無視した流れであるが、これは、その現象を支配する微分方程式に含まれるパラメータを用いてべき級数展開によって解く方法や<sup>6a),7),8)</sup>既知の解に対して摂動により解く方法などが報告されている<sup>3),6b)</sup>。また、うず軸近傍の流れは、相似変数を用いた境界層流れとし解析されている<sup>9a)</sup>。しかし、他の2つの領域の流れは、排水うず流れを対象としたものではなく、排水のない円板上のうず流れや容器内の流れ<sup>10)~13)</sup>を扱っており、したがって、排水うず流れの全ぼうを把握し得るような統合された解析は、十分なされていない。また、うず流れ模様全体を把握するために、ロスビ数(排水量と旋回量の比)や流れの角運動量によってフローパターンを理論的に分類する試みもなされている<sup>9b),14)</sup>。実験的には、自由表面の速度分布を測定したもの<sup>3)</sup>が報告されているが、流れ内部の速度分布等の測定まで立入った報告は、あまり見られず、また、実験と理論の比較も少ない。一方、空気吸い込みうずでは、工学的に重要な意味を含んでいるにもかかわらず、その基礎となるくぼみうずの特性が十分把握されていないために、空気吸い込みの臨界条件に関する実験式<sup>1),3)</sup>や吸い込み防止<sup>15)</sup>に関する実験的な報告を散見するのみであり理論解析は、今後の課題になるものと思われる。

本報告は、以上の現状から、主にくぼみうずを対象に、うず流れの自由表面と内部の速度、循環分布を、アルミ箔や水素気泡法によって測定し、排水うずの特性を調べ、また、流れの可視化によってフローパターンを分類したものであり、さらに、実験結果より妥当と考えられる軸上境界条件の設定により、実験値とロスビ数の小さい流れを対象にした理論値との比較検討を試みたものである。

## 2 記 号

$r$ ; うず室中心からの半径 [mm],  $z$ ; 自由表面からの軸座標 [mm],  $u$ ; 半径方向速度 [mm/s],  $v$ ; 周方向速度 [mm/s],  $w$ ; 軸方向速度 [mm/s],  $p$ ; 圧力 [Pa],  $\rho$ ; 密度 [kg/m<sup>3</sup>],  $\nu$ ; 動粘性係数 [m<sup>2</sup>/s],  $\eta$ ; 無次元半径座標 [=  $(r/r_s)^2$ ],  $\xi$ ; 無次元軸座標 [=  $z/H$ ],  $2\pi\bar{\Gamma}_\infty$ ,  $2\pi\bar{\Gamma}_0$ : 自由うず領域における循環の実験値, 理論値 [cm<sup>2</sup>/s],  $2\pi\bar{\Gamma}$ ; 循環値 [cm<sup>2</sup>/s],  $\Gamma$ ; 無次元循環値 [=  $2\pi\bar{\Gamma}/2\pi\bar{\Gamma}_\infty$ ],  $\bar{\varphi}$ ; 流れ関数 [l/min],  $\Psi$ ; 無次元流れ関数 [=  $2\pi\bar{\varphi}/Q$ ],  $N$ ; 半径方向レイノルズ数 [=  $Q/(2\pi H\nu)$ ],  $Ro$ ; ロスビ数 [=  $Q/(2\pi H\bar{\Gamma}_\infty)$ ],  $\varepsilon$ ; 半径基準ロスビ数 [=  $\{Q/(2\pi r_s\bar{\Gamma}_\infty)\}^2$ ],  $\alpha$ ; 半径方向代表スケールと軸方向代表スケールの比 [=  $(r_s/H)^2$ ],  $Q$ ; 給水量 [l/min],  $H$ ; うずの水深 [mm],  $r_s$ ; 排水管半径 [mm],  $w_s$ ; 排水管内速度 [mm/s],  $\delta$ ; 無次元境界層厚さ [-],  $Q\delta$ ; 境界層内流量 [l/min]

### 3 排水うず速度分布に関する従来の理論

ここでは、排水うずの主流流れに関する従来の理論的取り扱いを述べるが、支配方程式を解く困難さのために、3次元的にうず流れを対象に解析されるようになったのは、比較的最近のことである。

Burgers<sup>4)</sup>は、後にも述べるように、 $u = -ar$ ,  $w = 2az$  ( $a$  は定数) の岐点流れで排水流れを表わし、運動方程式から、軸座標に独立な周方向速度を求めた。この周方向速度に関して、Rott<sup>4)</sup>が、粘性効果の著しい領域を示す粘性コアを評価したことによって、この解を用いて排水うず流れの一般的な特性の大要が把握できるようになった。Donaldson & Sullivan<sup>5)</sup>は、軸方向速度  $w$  に半径座標の影響を考慮してさらに一般化することによって、種々の排水うず流れのパターンが存在することを指摘した。これらの解は、運動方程式の厳密解を構成するが、 $\partial^2 p / \partial r \partial z = 0$  となるので実用性に乏しい。

以下、近似解として、流れの支配方程式に含まれるパラメータによるべき級数展開の手法が報告されている。Lewellen<sup>6a)</sup>は、後にも述べるように、半径基準ロスビ数  $\varepsilon$  の小さい場合、すなわち、排水成分に比して旋回成分が大きい場合に対して、解を  $\varepsilon$  のべき級数に展開して  $\varepsilon$  の1次のオーダーまでの解を得ている。Granger<sup>7)</sup>は、半径方向レイノルズ数  $N$  が大きい流れを対象にし、解を  $N$  の逆べき級数に展開し、中心軸上のうず度分布を境界条件として与えることにより解を得た。Pedley<sup>8)</sup>は、両者の手法を用いて、べき級数の展開パラメータとして  $\Gamma_\infty^2 H / Q\nu$  を選び、旋回成分に比べて排水成分の大きな流れを対象にして解析した。

また既知の解に対して摂動法を用いた例が報告されている。Lewellen<sup>6b)</sup>は、ロスビ数が大きい流れを対象に、Burgers うずの岐点流れに摂動を与え、弱い旋回成分が軸方向に減衰する流れを解析した。豊倉、赤池<sup>9)</sup>は、同様に Burgers うずの岐点流れを摂動することによって軸方向速度の半径方向こう配を境界条件とする解を得た。豊倉、赤池の手法に関しては、さらに種々の軸方向速度の半径方向こう配を設定した場合の解が報告されている<sup>1),16)</sup>。

以上、排水うず流れの解析方法には、種々の手法があるが、本報告では、ロスビ数の小さい流れを対象にした Lewellen<sup>6a)</sup> の手法をとり上げ、それについて次に検討する。

## 4 速度分布の理論解析

### 4-1 基礎方程式

定常な3次元軸対称、非圧縮粘性流れに対する連続の式と Navier-Stokes の方程式は、円筒座標系で、 $u$ ,  $v$ ,  $w$  を半径方向、周方向、軸方向速度、 $r$ ,  $z$  を半径、軸座標、 $p$  を圧力、 $\rho$  を密度、 $\nu$  を動粘性係数とすると、

$$\frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial(rw)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{u}{r^2} \right) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} = \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{v}{r^2} \right) \quad (3)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (4)$$

で表わされる。

(1) ~ (4) 式を循環  $\bar{\Gamma}$  (=vr) と Stokes の軸対称流れ関数  $\bar{\Psi}$  [ $u = (1/r) \partial \bar{\Psi} / \partial z$ ,  $w = -(1/r) \partial \bar{\Psi} / \partial r$ ] を用いて書き直し, さらに Lewellen<sup>6a)</sup> によって導入された次の無次元量

$$\eta = \frac{r^2}{r_s^2}, \quad \xi = \frac{z}{H}, \quad \Gamma = \frac{\bar{\Gamma}}{\bar{\Gamma}_\infty}, \quad \Psi = \frac{2\pi \bar{\Psi}}{Q} \quad (5)$$

で表わすと, 基礎方程式は (6), (7) 式となる。

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \frac{\partial \Gamma}{\partial \eta} - \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial \Gamma}{\partial \xi} = \frac{2\eta}{N} \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial \eta^2} + \frac{\alpha}{2N} \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial \xi^2} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \Gamma \frac{\partial \Gamma}{\partial \xi} = \varepsilon \left\{ 4\eta^2 \left[ \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial \eta^3} - \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial \xi \partial \eta^2} - \frac{2}{N} \left( 2 \frac{\partial^3 \Psi}{\partial \eta^3} + \eta \frac{\partial^4 \Psi}{\partial \eta^4} \right) \right] \right. \\ \left. + \alpha \left[ -\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} + \eta \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial \eta \partial \xi^2} - \eta \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial \xi^3} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{N} \left( 4\eta^2 \frac{\partial^4 \Psi}{\partial \eta^2 \partial \xi^2} + \frac{\alpha}{2} \eta \frac{\partial^4 \Psi}{\partial \xi^4} \right) \right] \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

ここで,  $N = Q / (2\pi H\nu)$ ,  $\varepsilon = \{Q / (2\pi r_s \bar{\Gamma}_\infty)\}^2$ ,  $\alpha = (r_s/H)^2$  である。

この基礎式より得られる基本的な解は, 前述したように, Rott-Burgers うずである。

排水を岐点流れ

$$\Psi = \eta \xi \quad (8)$$

と仮定すると (7) 式より,  $\Gamma = \Gamma(\eta)$  であることが解かり, (6) 式から

$$\Gamma = 1 - e^{\frac{\eta}{2} (\frac{r}{r_0})^2} \quad (9)$$

となり, 周方向速度  $v$  を無次元で表わすと,

$$\frac{v}{\bar{\Gamma}_\infty r_0} = \frac{1}{r/r_0} \left\{ 1 - e^{\frac{\eta}{2} (\frac{r}{r_0})^2} \right\} \quad (10)$$

となる。N=-4 と N=-10 の場合について図 1 に示す。うず軸中心近くでは (10) 式のマクローリン展開の第 1 項までとることにより

$$\frac{v}{\Gamma_{\infty}/r_0} \doteq \frac{N}{2} \frac{r}{r_0} \quad (11)$$

を得、これは剛体回転を表わす。また、半径の大きな所では、指数関数を無視すると (N は負の値である),

$$\frac{v}{\Gamma_{\infty}/r_0} \doteq \frac{1}{r/r_0} \quad (12)$$

となり、これは自由うずを表わす。このように Rott-Burgers うずは、剛体回転領域と自由うず領域、および 2 つの領域にまたがる遷移領域よりなっており、N の絶対値の増加によって自由うず領域が拡大し、v の最大値は増大することがわかる。

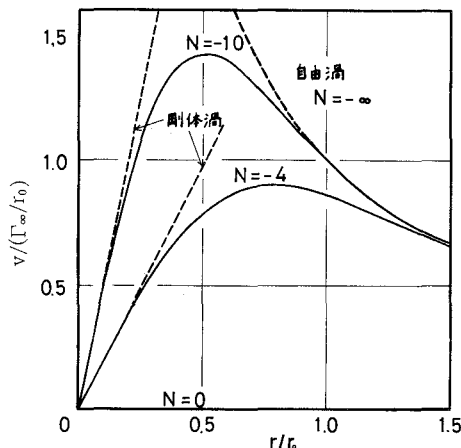


図-1 Rott-Burgers うずの周方向速度

#### 4-2 Lewellen の解の手法

Lewellen<sup>6a)</sup>は、ロスビ数の小さい流れを対象にし、(6)、(7) 式の基礎式における  $\Psi$ 、 $\Gamma$  を  $\varepsilon$  でべき級数展開、すなわち

$$\Psi = \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(\eta, \xi) \varepsilon^n \quad (13)$$

$$\Gamma = \sum_{n=0}^{\infty} \Gamma_n(\eta, \xi) \varepsilon^n$$

に置き、方程式を常微分化することによって  $\varepsilon$  の 1 次のオーダーまでの解を得た。

$\varepsilon$  の 0 次のオーダーの解  $\Psi_0$ 、 $\Gamma_0$  は、

$$\Psi_0 = f_{00}(\eta) + \xi f_{01}(\eta) \quad (14)$$

$$\Gamma_0 = \frac{\int_0^{\eta} \left[ \exp \left\{ \frac{1}{2} N \int_0^t \frac{f_{01}(\eta)}{\eta} d\eta \right\} \right] dt}{\int_0^{\infty} \left[ \exp \left\{ \frac{1}{2} N \int_0^t \frac{f_{01}(\eta)}{\eta} d\eta \right\} \right] dt} \quad (15)$$

と表わされる。ここで、 $f_{00}(\eta)$ 、 $f_{01}(\eta)$  は、 $\xi=0$  の自由表面と  $\xi=1$  の底面での流れ関数の値から境界条件として与えられなければならない。

Lewellen は、境界条件として、

$$\begin{aligned} f_{00}(\eta) &= 0 \\ f_{01}(\eta) &= 1 - e^{-\eta} \end{aligned} \quad (16)$$

と仮定した。著者らは、後にも述べるように、実験結果より妥当な境界条件を(23)～(25)式のように仮定した。これら両者の境界条件による循環の計算値と Rott-Burgers うずの循環値を、後に述べるフローパターンのタイプIIの代表例について図2に示した。Rott-Burgers うずの境界条件は

$$\begin{aligned} f_{00}(\eta) &= 0 \\ f_{01}(\eta) &= 1 \end{aligned} \quad (17)$$

と考えられるが、この図に見られるように、いずれの境界条件の場合にも循環の値は、ほぼ同じであり、主にNによって決定されている。これは、 $f_{01}(\eta)$ のオーダーが1であり、 $f_{01}(\eta)/\eta$ は一般に $\eta=0$ で有限の値をもつと考えられ、かつ $\int_0^1 (f_{01}(\eta)/\eta) d\eta$ は1のオーダーとなるので、 $\Gamma_0$ は主にNによって決定されることになるものと考えられる。

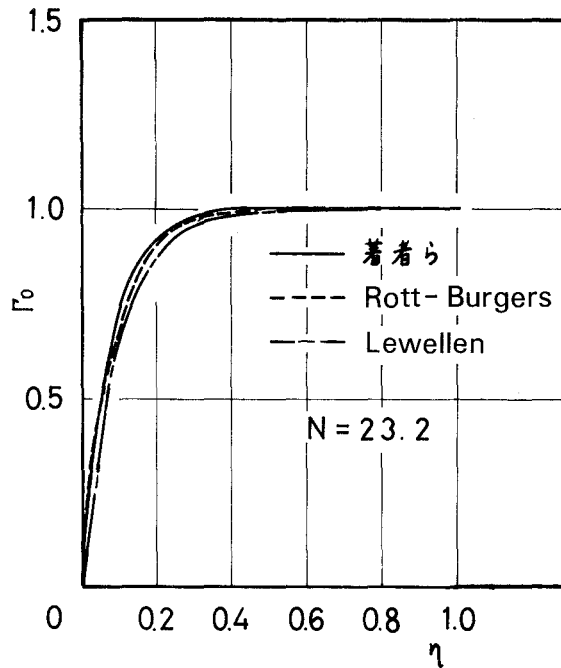


図-2 計算値による $\Gamma_0$ の分布

## 5 実験装置および方法

実験装置を図3に示す。うず容器⑥は、内径980mm、高さ1000mmの透明なアクリル樹脂製の円筒容器であり、底面上の側壁に沿って多孔性の給水管⑤と底面中央に内径25.4φの排水

管②が設けられている。給水管には、オーバーフロータンクを設け一定のヘッドをかけて給水管④と排水弁①を調節して排水うず流れを定常状態に保つようにした。

速度分布の測定方法は、自由表面ではアルミ箔を浮かべストロボ⑩・⑪によって流れに応じ

1.2~10Hz のパルス光で軌跡を写真撮影した。内部では、水素気泡発生装置⑫を用いて⑦の銅線電極間 (間隔約 7 mm, 銅線径 0.18  $\phi$ ) に、流れの速さに応じて 1~37.4 Hz のパルス電圧 (300 V) をかけ、水の電気分解によって発生する水素気泡をトレーサとしてその軌跡をカメラ⑨で撮影した。水素気泡発生状況の 1 例を写真 1 に示

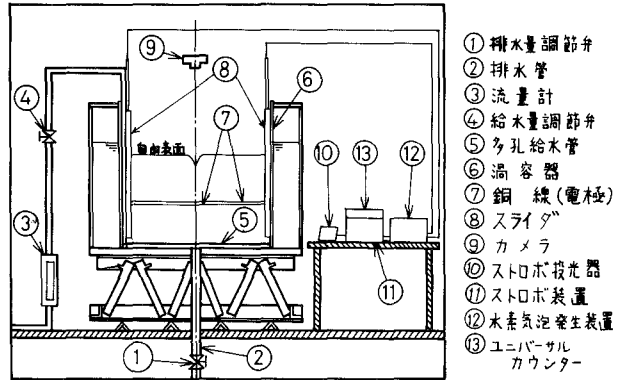


図-3 実験装置図

す。また、電極は、うず室容器側面に取り付けたスライダ⑧内を上下方向に移動できる構造とし、うず室内の所定の位置に設定することができる。水素気泡の発生状況が悪い時には、少量の水酸化ナトリウム溶液を加えた。

流れ全体の可視化には、アルミ粉末を少量の洗剤で溶かして流れ場の底面付近から注入し観察した。

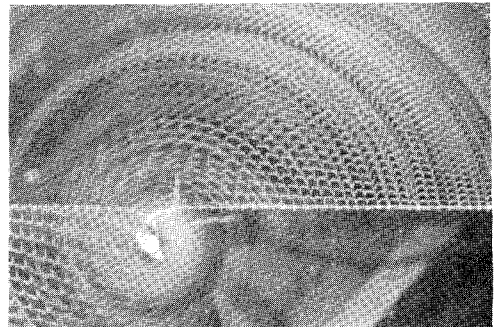


写真-1 水表面気泡発生状況

## 6 実験結果およびその考察<sup>17)</sup>

### 6-1 排水うずの特性値とフローパターンについて

実験条件は、流量 0.5~17.3 l/min, 水位 35~500 mm の範囲で行ない、得られた自由うず領域における循環値  $\bar{F}_0$  と半径方向レイノルズ数  $N$  の関係を図 4 に示す。  $N$  の増加とともに  $\bar{F}_0$  も増加することがわかる。また著者らの実験装置では、  $N$  に対して  $\bar{F}_0$  が一義的に決まる傾向にあり、さらに種々のうず流れに対応させるためには、同じ  $N$  に対して  $\bar{F}_0$  を、すなわち  $Ro$  数を広範囲にコントロールできるように、給水管に沿って案内羽根などを取り付け給水角度を変えられるようにする必要があると思われる。しかし、水位  $H$  が 150 mm 以下の低い水位では、  $N$  に対する  $\bar{F}_0$  の増加割合は、低くなっている (図 4 の点線の部分)。これは、図 5 のロス比数  $Ro$



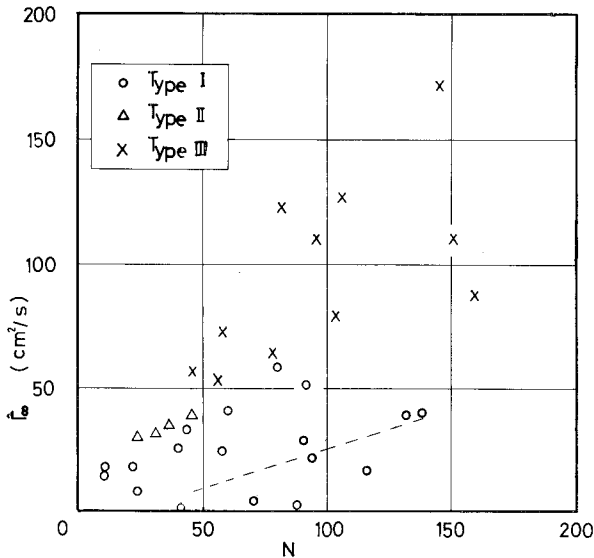


図-4 半径方向レイノルズ数Nと自由うず領域の循環値  $\Gamma_0$  の関係

と水位Hの関係に見られるように、水位が低いほどRo数が大きくなり、排水量に比べて旋回量が相対的に小さくなることによっても示されることから、水位が低い場合にはうず室底面の影響を受け旋回が弱くなるためであると考えられる。

一方、アルミ粉末を流れ場に注入し、流れの可視化を行なった結果、排水うずのフローパターンは3つに大別でき表1のように分類できることがわかった。その時のロスビ数Roと半径方向レイノルズ数Nの関係を図6に示す。この図より、それぞれのタイプは図上である一定の領域を占め、Ro数が大きいと

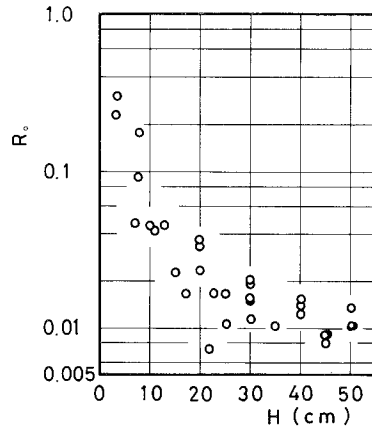


図-5 ロスビ数Roと水位Hの関係

表-1 タイプの分類

タイプ	流れの状態
I	アルミ粉末は、全体に拡散し、中心に3重から4重のコラムがあらわれる。
II	中心のコラムが上昇し、富士山型となり、Taylor's Wallsがあらわれる。
III	中心のコラムが渦中心から分離しアルミ粉末のない領域があらわれる。その周囲は、Taylor's Wallsで囲まれる。

Taylor's Walls<sup>(9c), (18)</sup>: 固体回転流れに、インクなどを落してわずかに乱れを与えると、中心軸に平行な薄い円筒状の幕ができる現象。

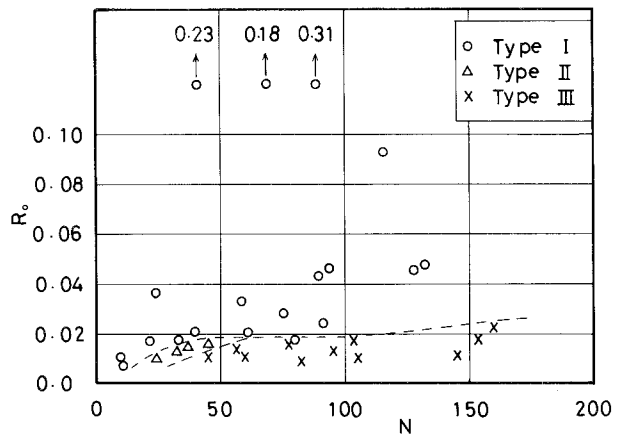
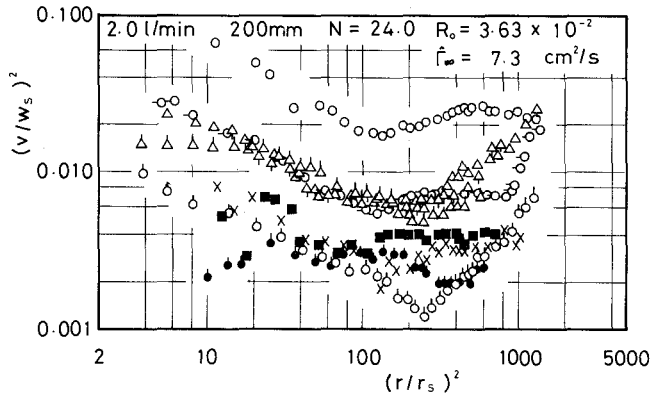
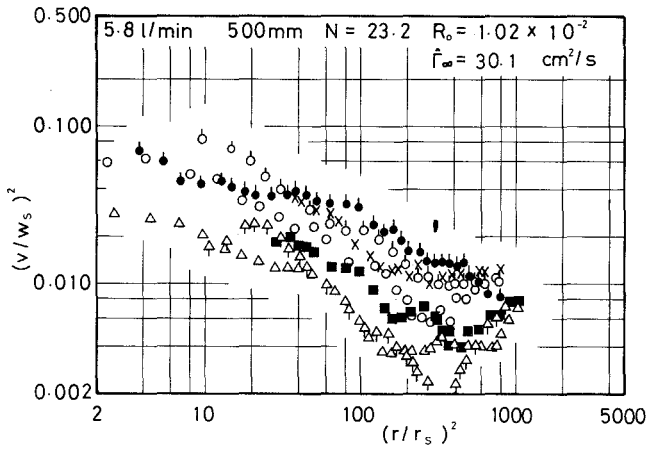


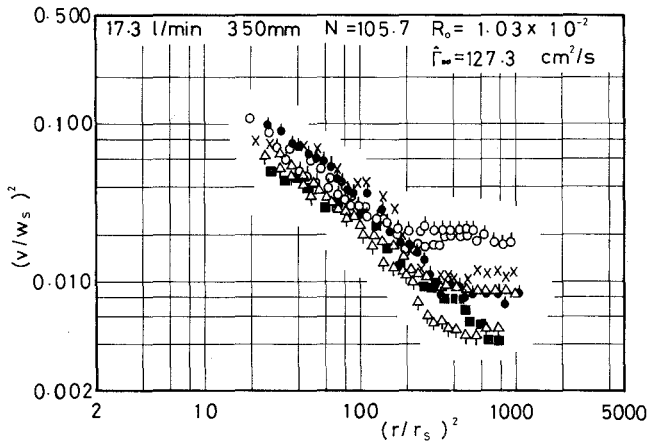
図-6 半径方向レイノルズ数Nとロスビ数Roの関係



(a) タイプIの代表例



(b) タイプIIの代表例



(c) タイプIIIの代表例

記号の説明	
○	$\xi = 0.0$
○	0.05
○	0.1
○	0.2
△	0.4
△	0.6
△	0.8
□	0.85
●	0.95
▲	0.975
■	0.99
×	0.995

以下図10・12・13  
を除いて同じ

図-7 半径座標  $(r/r_s)^2$  に対する周方向速度  $(v/w_s)^2$  の分布

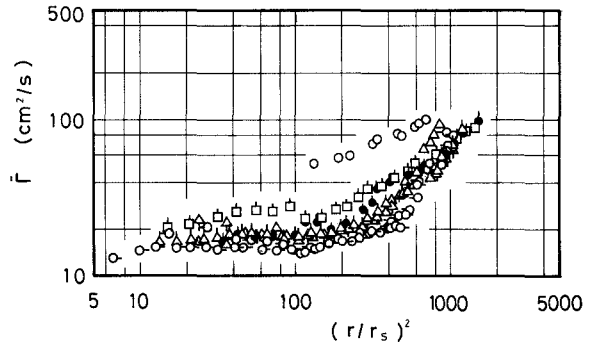
タイプIになり、Nが大きいとタイプIIIになる傾向があることがわかる。

### 6-2 速度および循環分布について

無次元周方向速度 $(v/w_s)^2$ と無次元半径 $(r/r_s)^2$ の関係をフローパターンのタイプ別の代表例について図7(a)～(c)に示す。これらの図は両対数グラフで書かれているので、剛体回転は傾き1の直線、自由うずは傾き-1の直線として表わされる。周方向速度は、一般に4-1でも述べたように、うず軸中心近傍の剛体回転運動が主となる超粘性領域と周辺部の自由うず領域を特徴とする非粘性領域およびこれらの領域にまたがる遷移的な粘性領域の3つの部分より構成されるが、図7においては、超粘性領域はうず中心のごく近傍であると思われ、この測定の範囲内では、表われておらず、遷移領域と傾き-1の自由うず領域よりなっている。さらにその外側には、剛体回転領域があるが、これは給水による影響と考えられる。図8に半径座標 $(r/r_s)^2$ に対する循環値 $\bar{\Gamma}$ の代表

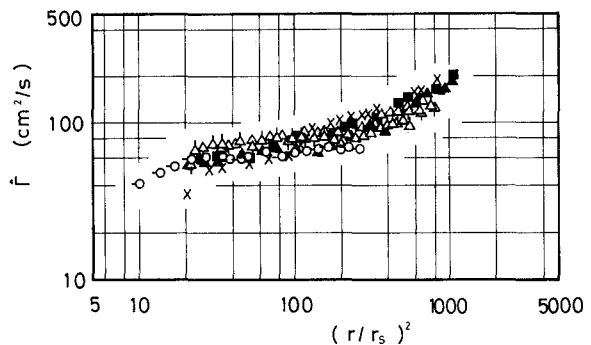
例を示す。(a)はタイプIで水位が低い場合、(b)はタイプIIIで水位が高い場合の例である。周方向速度と同様に循環は、遷移領域と一定値となる自由うず領域、および給水による傾き1の剛体回転領域よりなっていることがわかる。また、6-1でも述べたように(a)の場合は(b)に比べて半径方向レイノルズ数Nが大きいにもかかわらず、水位が低いために底面境界層の影響を受け循環が全体に低くなっている。

図9(a)～(c)に無次元半径座標 $r/r_s$ に対する無次元半径方向速度 $u/w_s$ の分布を示す。これらの図より半径方向速度は、ある半径で最大値を持ち、半径の増加とともに減少することがわかる。うず中心近くのデータは十分ではないが、速度の分布は、半径の減少とともに減少し、中心部では、軸方向に吸い込まれるので物理的にゼロになるものと考えられる。図10(a)



4.9 l/min 78 mm  
 $N = 116.1$   $\bar{\Gamma}_m = 18.0 \text{ cm}^2/\text{s}$   $R_o = 9.26 \times 10^{-2}$

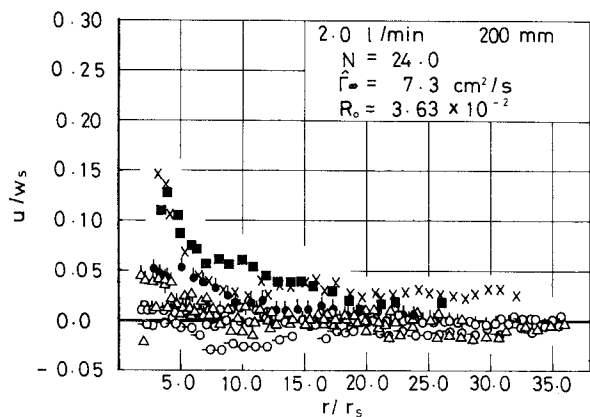
(a) タイプIの代表例



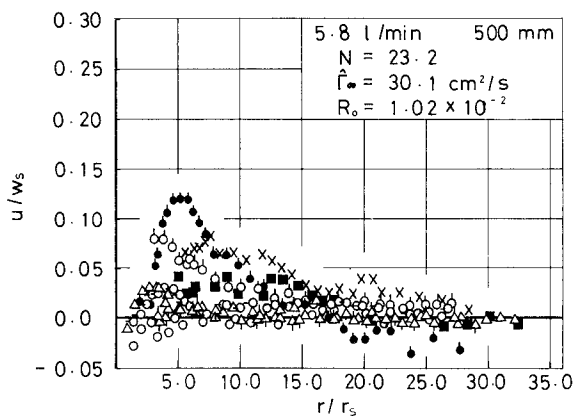
14.2 l/min 500 mm  
 $N = 58.4$   $\bar{\Gamma}_m = 73.0 \text{ cm}^2/\text{s}$   $R_o = 1.03 \times 10^{-2}$

(b) タイプIIIの代表例

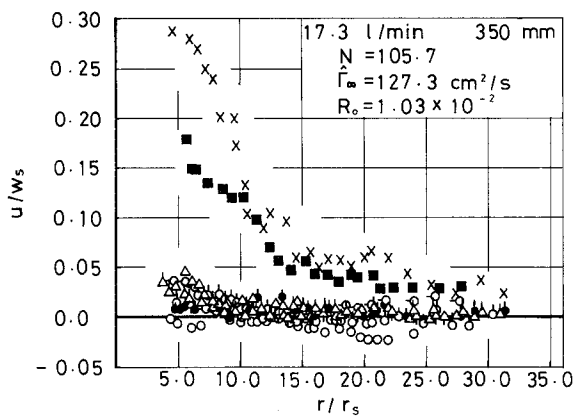
図-8 半径座標 $(r/r_s)^2$ に対する $\bar{\Gamma}$ の分布



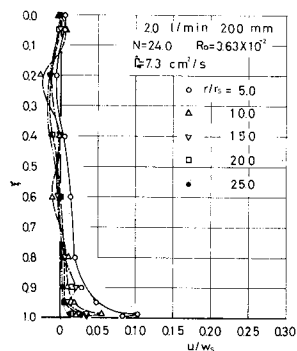
(a) タイプIの代表例



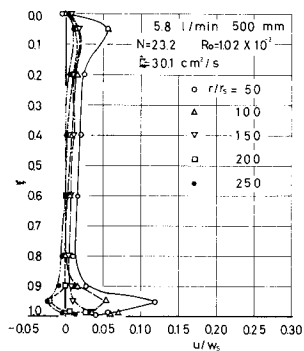
(b) タイプIIの代表例



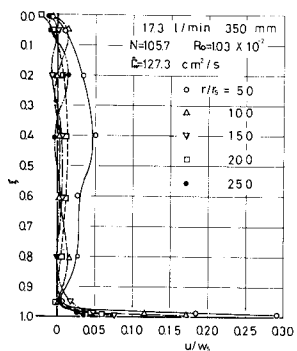
(c) タイプIIIの代表例



(a) タイプIの代表例



(b) タイプIIの代表例



(c) タイプIIIの代表例

図-9 半径  $r/r_s$  に対する半径方向速度  $u/w_s$  の分布

図-10 軸座標  $z$  に対する  $u/w_s$  の分布

～(c)に無次元軸座標  $\xi$  に対する無次元半径方向速度  $u/w_s$  の分布をタイプ別の代表例について示す。これらの図に見られるように、流れは自由表面近く ( $\xi \leq 0.05$ ) とうず室底面近く ( $\xi \geq 0.90 \sim 0.95$ ) を除けば、同じ半径に対する速度の軸方向の変化はあまりなく、この部分は2次元的なうず流れになっていると見られる。図9・10に見られるように、半径方向速度はうず室底面近くでは、他の部分に比べると、かなり大きくなっており、この部分は底面の固体壁に起因する境界層と考えられる。無次元境界層厚さ  $\delta$  を、それぞれのタイプの代表例について、図から読みとると、タイプI・IIIは0.05、タイプIIについては0.10である。

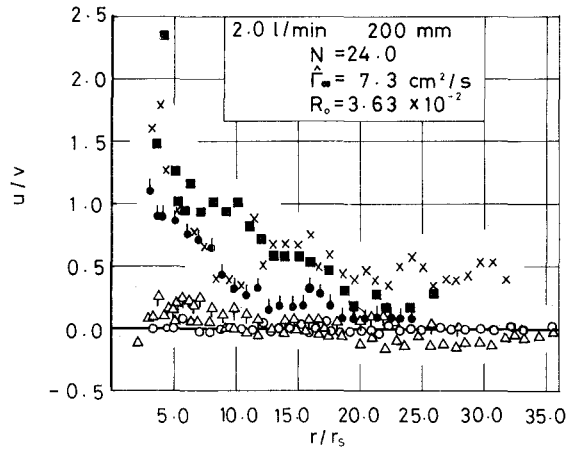
### 6-3 実験値と理論値の比較・検討

図11(a)・(b)に無次元半径  $r/r_s$  に対する半径方向速度と周方向速度の比  $u/v$  の分布を示す。 $u/v$  はロスビ数  $Ro$  の定義から見て、流れ場中のある点における局所ロスビ数と考えられ、

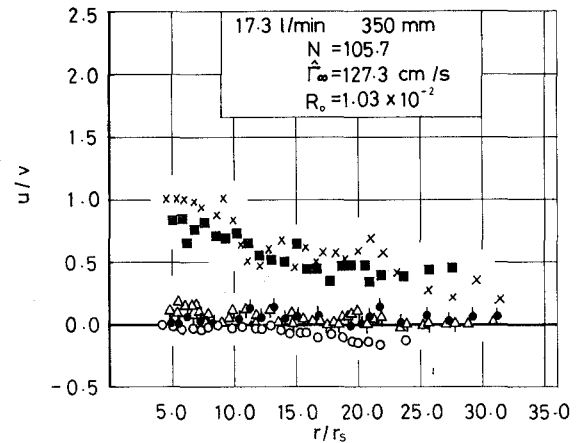
前述の境界層内では  $u/v$  の値は、他に比べて大きくなっており、したがって、ロスビ数の小さな流れ全体を対象にした Lewellen の理論を、この境界層内に適用することはできない。

この点に関し、Turner<sup>19)</sup>は、うず流れを主流と底面境界層流れの2つに分け、主流流れでは Lewellen の手法、境界層流れでは文献(11)の手法を用いて解析し、境界層外縁において両者の速度分布を一致させることにより、軸上境界条件を決定した。

著者らは、主流流れのロスビ数が小さいので、自由表面の条件と境界層外縁で測定結果より求めた境界層内流量に基づいて、軸上境界条件を設定し、Lewellen理論に関する  $\varepsilon$  の0次のオーダの解で流れを近似した。図12に無次元半径  $r/r_s$  に対する無次元境界層内流量  $Q\delta/Q$  の分布を示す。境界層内流量をある半径で最大値を持ち、中心および半径の無限遠でゼロになる

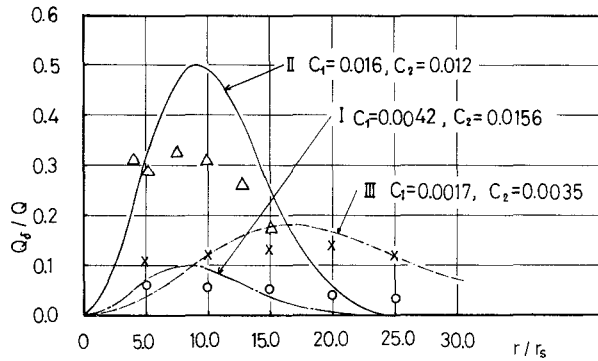


(a) タイプIの代表例



(b) タイプIIIの代表例

図-11 半径座標  $r/r_s$  に対する  $u/v$  の分布

図-12 境界層内流量  $Q_\delta/Q$  の半径方向分布

ものと仮定すれば,  $Q_\delta/Q$  は,

$$\frac{Q_\delta}{Q} = C_1 \eta e^{-C_2 \eta} \quad (18)$$

によって表わすことができ,  $C_1, C_2$  は流れによって決まる定数であるが, 測定結果との対応から, 図 12 の図上に示した定数  $C_1, C_2$  の値として近似できる。境界層外縁の  $\xi = 1 - \delta$  における流れ関数の値は, 全流量から境界層内流量を差し引いたものと全流量との比により表わされるから, (14) 式より,

$$\Psi_0 = f_{00}(\eta) + (1 - \delta) f_{01}(\eta) = \frac{Q - Q_\delta}{Q} \quad (19)$$

となる。しかし, 半径座標が排水管内にあるときは, 排水されるため全流量は  $Q$  とはならず, 半径の減少とともに減少する。排水管入口の軸方向速度を一様で排水管内速度  $w_s$  と等しいと考えれば,  $r < r_s$  での流れ関数は,

$$\Psi_0 = f_{00}(\eta) + (1 - \delta) f_{01}(\eta) = \frac{\eta Q - Q_\delta}{Q} \quad (20)$$

となる, また, 自由表面  $\xi = 0$  での流れ関数は,

$$\Psi_0 = f_{00}(\eta) \quad (21)$$

であり, 自由表面を通して流れる流量はないと考えられるから, 簡単のため

$$\Psi_0 = f_{00}(\eta) = 0 \quad (22)$$

とする。したがって、軸上境界条件は、(23) ~ (25) 式で表わされる。

$$f_{00}(\eta) = 0 \quad (23)$$

$$f_{01}(\eta) = \frac{1}{1-\delta} \left( \eta - \frac{Q_\delta}{Q} \right) \quad (\eta < 1) \quad (24)$$

$$f_{01}(\eta) = \frac{1}{1-\delta} \left( 1 - \frac{Q_\delta}{Q} \right) \quad (\eta \geq 1) \quad (25)$$

$f_{01}(\eta)$  の半径方向分布を図 13 に示す。図には同時に Rott-Burgers うずと Lewellen の設定した  $f_{01}(\eta)$  の値も示した。

以上の関係より得られる  $\Gamma_0$  の値と実験値の比較を図 14 (a) ~ (c) にタイプ別の代表例について示した。

理論値と実験値の相異については次の様に考えられる。①自由うず領域では、 $\varepsilon$  (Ro 数) が小さい程、理論値と実験値は、合うようになる。②理論値は  $\varepsilon$  の 0 次のオーダーまでしか計算していないので、さらに  $\varepsilon$  の高次の項まで計算する必要がある。③しかし、 $\varepsilon$  が小さいため高次の項を付け加えても理論値に大きな影響を与えないものと思われる。前述のフローパターンでアルミ粉末のない部分が表われることは、軸方向速度を測定していないので断定はできないが、垂直方向の 2 次流れがあることを示すものと思われる。しかし、前述のように  $\Gamma_0$  は主に  $N$  によって決まってしまう、 $f_{01}(\eta)$  を種々の流れに対応させるように考慮しても、その影響は、あまり入らない。したがって、この点に関しては、さらに、 $f_{01}(\eta)$  や  $\varepsilon$  の影響が入るように考慮されるべきであろう。

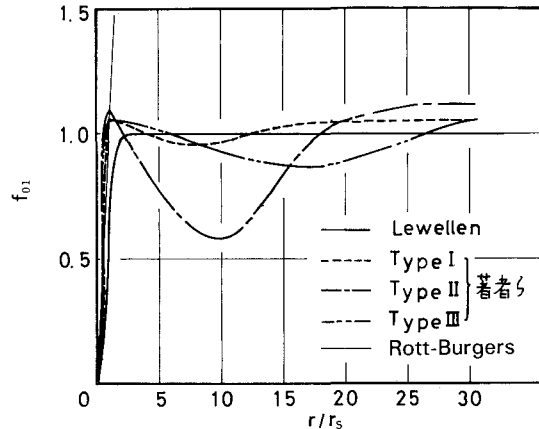


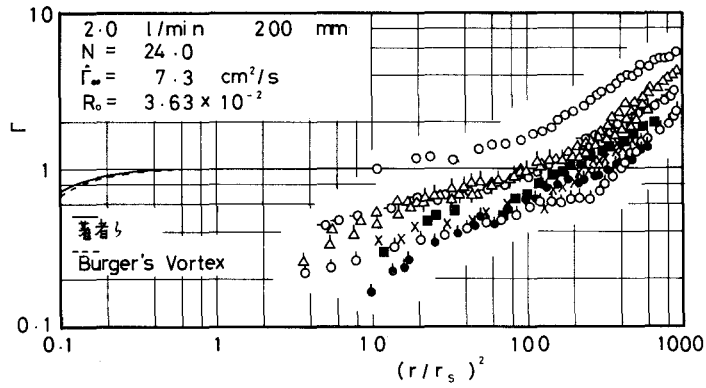
図-13 境界層外縁  $\delta$  における軸上境界条件  $f_{01}$  の半径方向分布

## 7 ま と め

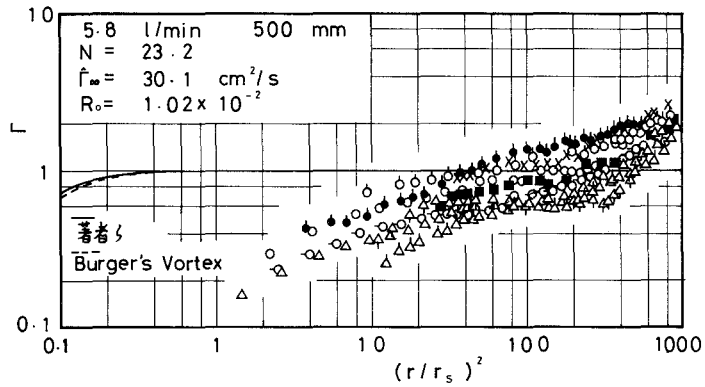
自由表面を有する排水うずについて、流れの可視化や速度および循環分布を測定した結果、その結論は以下のようにまとめられる。

①定常排水うず流れのフローパターンは、3つに分類できる。

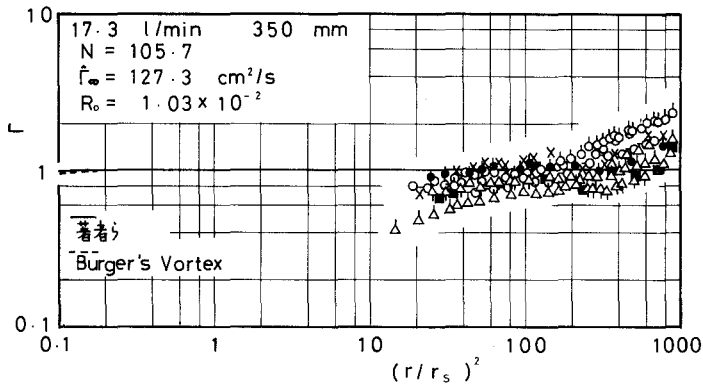
②定常排水うずの排水は、底面近くの境界層内を通して、タイプ I の場合は約 5%、タイプ II は約 30%、タイプ III については約 13% 排水され、タイプ I からタイプ III への遷移時に境界層内を經由する排水が最も多い。



(a) タイプ I の代表例



(b) タイプ II の代表例



(c) タイプ III の代表例

図-14 循環  $\Gamma$  の半径方向分布 理論値と実験値の比較



③適当な流れ関数を設定した理論と比較した結果、実験値との差が大きいことから、 $Ro$  数の影響をさらに考慮した理論の展開が望まれる。

今回の実験では、任意の給水量に対し、ロスビ数を大幅に変化させることはできなかったが、種々のうず流れ場を実現するためには、さらに案内羽根等の設置により、ロスビ数を広範囲にコントロールする必要がある。また、フローパターンの分類については、流体力学的な発生機構を明らかにする必要がある、さらに底面の境界層流れの挙動については、今後の追求すべき重要な研究課題と考えられる。

(昭和 54 年 5 月 19 日受理)

### 参 考 文 献

- 1) 花岡：流体工学 11 (2), 14 (1974)
- 2) M. Sibilkin: J. Fluid Mech, 14, 21 (1962)
- 3) 豊倉・赤池：日本機械学会論文集 35, 1466 (1969)
- 4) N. Rott: Z. A. M. P. 9, 543 (1958)
- 5) C. D. Donaldson & Sullivan: Proc. Heat Transfer & Fluid Mech. Inst. 16 (1960)
- 6) W. S. Lewellen: a) J. Fluid Mech 14, 420 (1962)  
b) A. I. A. A. J. 3, 91 (1965)
- 7) R. Granger: J. Fluid Mech 25, 557 (1966)
- 8) T. J. Pedley: ibid 36, 219 (1968)
- 9) R. R. Long: a) J. Meteorology 15, 108 (1958)  
b) Quart. J. Mech. Appl. Math. 9, 385 (1956)  
c) J. Meteorology 11, 247 (1954)
- 10) H. Schlichting: Boundary Layer Theory p. 93, 213 (Mc Graw-Hill Book Co. 1968)
- 11) M. H. Rogers & G. N. Lance: J. Fluid Mech. 7, 617 (1960)
- 12) R. Belcher et al.: ibid 52, 753 (1972)
- 13) K. Stewartson: ibid 3, 17 (1957)
- 14) M. Dunst: ibid 55, 301 (1972)
- 15) 田籠：エバラ時報 第 102 号, 2 (1977)
- 16) 東・花岡：機械学会北海道支部第 17 回講演論文集 (1974)
- 17) 貞広・花岡・前原：機械学会北海道支部第 21 回講演論文集 (1978)
- 18) G. I. Taylor: Proc. Roy. Soc. London A. 100, 114 (1921)
- 19) J. S. Turner: J. Fluid Mech. 25, 377 (1966)