



室蘭工業大学

学術資源アーカイブ

Muroran Institute of Technology Academic Resources Archive



## 室蘭工業大学研究報告. 理工編 第10巻第1号 全1冊

メタデータ	言語: eng 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2014-05-16 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10258/2965">http://hdl.handle.net/10258/2965</a>

正 誤 表

誤	正
目次 上から2行目 級国谷 芳雄	紀国谷 芳雄
目次 上から6行目 and Exlension Thecrems”	and Extension Theorems”
p 12 下から6行目 $T_2 T_1 = T_1 T_2$ whenever	$T_2 T_1 = T_1 T_2$ whenever
p 12 下から1行目 $\left\{ \sum_{\mu=1}^m T^\mu(y+c) < \eta \right\}$	$\left\{ \sum_{\mu=1}^m T^\mu(y+c) < \eta \right\}$ .
p 20 上から3行目 行ったものであり	行ったものであり
p 23 表-3 第一欄上から 1400, 1450, 1500	1450, 1500, 1550
p 23 縦軸 $\Delta Nc_{\max}^{\text{Fe}}$	$-\Delta Nc_{\max}^{\text{Fe}}$
p 23 左下図 (c)	(b)
p 23 右下図 (b)	(c)
p 25 図-4 縦軸 $\Delta Nc_{\max}^{\text{Si}}$	$-\Delta Nc_{\max}^{\text{Si}}$
p 53 上から10行目 date obtained	data obtained
p 58 下から8行目 原因が圧密係数	原因を圧密係数
p 58 下から2行目 共に一層に	共に一層
p 65 上から8行目 $\iint N_i \frac{k^{\rho}}{\mu} \sum_{k=1}^4 \rho_k N_k dx dy$	$\iint N_i \frac{k^{\rho}}{\mu} \sum_{k=1}^4 \rho_k N_k dx dy$
p 148 上から12行目 空白 (論文受理月日の記載もれ)	(昭和54年5月19日受理)
CONTENTS 上から5行目 and Exlension	and Extension

Editing Committee の訂正

M. Yoshida	President	<i>Chairman of the Committee</i>
K. Orikasa	Prof.	<i>Electrical Engineering</i>
N. Takeno	Prof.	<i>Industrial Chemistry</i>
Y. Sawada	Prof.	<i>Mineral Development Engineering</i>
S. Ozaki	Prof.	<i>Civil Engineering</i>
C. Mizuno	Prof.	<i>Mechanical Engineering</i>
K. Ikawa	Prof.	<i>Metallurgical Engineering</i>
J. Sugita	Prof.	<i>Chemical Engineering</i>
K. Kikuchi	Prof.	<i>Industrial Mechanical Engineering</i>
M. Obata	Prof.	<i>Architecture and Building Engineering</i>
S. Hara	Prof.	<i>Electronic Engineering</i>
Y. Takeuchi	Prof.	<i>Literature</i>
N. Kojima	Prof.	<i>Science</i>
N. Nishida	Prof.	<i>Applied Material Science</i>
T. Watabe	Prof.	<i>Mechanical Engineering</i> <i>(Evening Session)</i>
K. Ikawa	Prof.	<i>Chief Librarian</i>

(ISSN 0580-2415)  
(CODEN:MKDKBC)

室 蘭 工 業 大 学

研 究 報 告

理 工 編

第 十 卷 第 一 号

昭和五十五年一月

---

MEMOIRS

OF

THE MURORAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY

Science and Engineering

---

---

VOL. 10 NO. 1  
JAN. 1980

---

---

MURORAN HOKKAIDO  
J A P A N

## Editing Committee

<b>M. Yoshida</b>	President	<i>Chairman of the Committee</i>
<b>K. Orikasa</b>	Prof.	<i>Electrical Engineering</i>
<b>N. Takeno</b>	Prof.	<i>Industrial Chemistry</i>
<b>Y. Sawada</b>	Prof.	<i>Mineral Development Engineering</i>
<b>S. Ozaki</b>	Prof.	<i>Civil Engineering</i>
<b>C. Mizuno</b>	Prof.	<i>Mechanical Engineering</i>
<b>K. Ikawa</b>	Prof.	<i>Metallurgical Engineering</i>
<b>J. Sugita</b>	Prof.	<i>Chemical Engineering</i>
<b>K. Kikuchi</b>	Prof.	<i>Industrial Mechanical Engineering</i>
<b>M. Obata</b>	Prof.	<i>Architectural Engineering</i>
<b>S. Hara</b>	Prof.	<i>Electronic Engineering</i>
<b>Y. Takeuchi</b>	Prof.	<i>Literature</i>
<b>N. Kojima</b>	Prof.	<i>Science</i>
<b>N. Nishida</b>	Prof.	<i>Mechanical Engineering (Evening Session)</i>
<b>K. Ikawa</b>	Prof.	<i>Chief Librarian</i>

---

All communications regarding the memoirs should be addressed to the chairman of the committee.

These publications are issued at irregular intervals. They consist of two parts, Science and Engineering and Cultural Science. When they amount to four numbers, they form one volume.

室蘭工業大学研究報告 第10巻 第1号

理 工 編

目 次

Super-objectivist Conception and the Rudiments of Mathematics .....	級国谷 芳 雄	1 ( 1 )	1
Invariant Extensions for Linear Functionals and Supplement to the Paper “Totally Ordered Linear Space Structures and Extension Theorems” .....	岩 田 一 男	1 ( 11 )	11
Mn, Mn-Fe, Mn-Si ならびに Mn-Fe-Si 系合金 溶液の炭素飽和溶解度 .....	田 中 章 彦	1 ( 19 )	19
PULSED OXIDATION REACTION OF CO OVER WO <sub>3</sub> CATALYST .....	金 木 則 明 海 野 達 夫 島 田 浩 次 原 本 義 弘 城 本 義 光	1 ( 33 )	33
Mineral Composition of Clay from the Minami-Shiraoi mine, Southwestern Hokkaido .....	白 幡 浩 志 関 口 逸 馬 山 口 義 明	1 ( 41 )	41
圧密係数についての一実験 .....	沢 田 義 男 朝 日 秀 定	1 ( 53 )	53
The Application of Galerkin Finite Element Model to Salt Water Dispersion in Porous Media .....	藤 間 聡	1 ( 61 )	61
衝撃性騒音のやかましさに関するパイロットスタディ .....	佐 藤 哲 身	1 ( 71 )	71
4 サイクルガソリン機関の マニフォールドブレーキに関する研究 .....	林 重 信 澤 則 弘	1 ( 101 )	101
放射熱伝達の解析 (第2報 低温および低温度差における 放射, 対流共存熱伝達の解析) .....	媚 山 政 良	1 ( 111 )	111
自由表面をもつ定常排水うずの研究 ( I ) —— 速度および循環分布について —— .....	花 岡 裕 貞 広 勝	1 ( 121 )	121
未知入力を持つ線形系に対する状態推定器 .....	疋 田 弘 光	1 ( 137 )	137



# Super-objectivist Conception and the Rudiments of Mathematics

Yoshio Kinokuniya\*

## Abstract

Beyond the elementary results produced by the finite combination of primitive procedures promised in the original construction of an objectivism, if we try to extend them we must inevitably use the method of abstraction. The concepts which are abstracted but are not yet convincingly accepted, are said to be super-objectivist. Some of these concepts may reasonably be accepted and incorporated with the construction, though sometimes may possibly cause a revision of the system. Some concepts current in the classical lectures may thereafter turn out to be regarded as nonsensical.

## O. Introduction

In the late current of developing the mathematical logic, has been raised the metalanguage, which has partly fostered a world of concepts and statements to be left uncertain over the practical realm, apparently concocting a sort of fictive awareness, which might be called '*pseudo-awareness*'. That some authors in this line use the word 'crisis'. seems to suggest their actual feeling of apprehensions for the direct connection with the pseudo-awareness. This paper is intended to clear up these dubious conceptions and to obtain a totally pellucid aspect of awareness.

In an objectivism (or an objectivist theory), if an event  $a$  fulfils a qualification (or a specifying property)  $S$ , then we write

$$a \subset S,$$

and the locus

$$C(S) = \{s | s \subset S\}$$

is admitted as a (determinate) set of events if and only if the following conditions are satisfied :

- (1)  $S$  is given by a precise description (or a precise formulation) ;

---

\* 紀國谷 芳雄



(2) there previously is given a (determinate) universal set of events (or a universe)  $U$  and  $C(S)$  is destined to be contained in  $U$ ;

(3)  $\forall a \in U : a \subset S . \vee . a \not\subset S$ .

When (3) is satisfied,  $S$  is said to be *descriptive*. If all of (1), (2) and (3) are satisfied,  $U$  is called the *level* of  $S$ . Even when  $S$  is not found descriptive,  $C(S)$  may yet be called a *class* in the current usage. If the condition (1) is admitted, we shall take  $C(S)$  as an assembly, whether  $S$  is descriptive or not.

In an objectivism the primitive universe is very essential and ‘observation’ is taken to be developed over the events concretely defined on the universe. As the observation advances, it will possibly be elevated toward the objects of higher level therefrom defined. The total construction made up by the axioms, definitions and the results therefrom attained is the *proto-construction*<sup>1)</sup> (of the intended objectivism), which shall possibly be revised in the future if needed. Sets, classes and assemblies suggested in the proto-construction will naturally build up a set theory which is called the *annexed set theory*<sup>2)</sup> (to the intended objectivism). Propositions composed and announced in the annexed set theory will inversely be interpreted into propositions in the proto-construction. However, these interpreted propositions may not always present significant contents.

If a concept put forward in reference to the proto-construction cannot candidly be considered to promise a content convincingly determinate, then it is called a *super-objectivist concept* or a *super-concept*, and the conception of such one is taken as a *super-objectivist conception*. If a super-concept is proved to give no objection, in application, to the proto-construction, then it may be additionally incorporated into the proto-construction as an *objectivist result*.

### 1. Source of Recognition

The term ‘*finitary*’ proposed by D. Hilbert has, by most authors, been introduced simply to mean ‘*intuitively convincing*’. However, for instance, by G. T. Kneebone, what Hilbert explained when he firstly introduced this word is interpreted as follows<sup>3)</sup> : We shall always use the word ‘finitary’ to indicate that the discussion, assertion, or definition in question is kept within the bounds of through-going producibility of objects and through-going practicability of processes, and may accordingly be carried out within the domain of concrete inspection.

The word ‘intuition’ may possibly cause a world of unavailing difficulties if we work with it in the general sense used in philosophy. This word may not be

explained out but dialectically, and its action may be put in rational inspection (under rational restrictions) only in connection with the intellectual awareness. It may not be denied that even a mere delusion has its composition to be caused through the action of 'intuition', while its falsity is revealed only when it is related to the intellectual awareness. Conversely, the intellectual awareness cannot be separated from 'intuition'. For instance, natural integers, volumes, and sizes are all considered as possible concepts based on the facts intuitively convincing.

Hilbert's 'concrete inspection' may be regarded to be possible only in that the intended formal system has a concrete model. Thus an accumulation of estimated results cannot produce but a pseudo-awareness unless a formal system is proved to have a model containing these results. However, in an objectivism, its substantial model is precedently given, so that the pseudo-awareness may be precluded.

An assembly, as an object merely abstracted from the annexed set theory, may not be but a pseudo-concept (i.e. a super-concept) unless it proves to correspond to a (determinate) set of events in the proto-construction. When a super-concept can be regarded to be an additional concept as an objectivist result, it is that the concept is admitted at least to be manipulatively<sup>4)</sup> convincing in reference to the proto-construction. Such a concept may possibly be said to be intuitively convincing, that is, to give a finitary one. On the other side, it is asserted, in the *empiricist pragmatism*<sup>5)</sup>, that a mere abstract object must be renounced unless any way is found to accept it as an objectivist result. However, if no objection is found against the propriety of the object in question but mere sceptic one which has no rudiment in the proto-construction, then the object may be considered as manipulatively convincing and be accepted.

## 2. Benefit of the Super-objectivist Conception

For example, the content of the assumption "there can be but a finite number of prime numbers", which Euclid posited as a hypothetical premise, was but super-objectivist, and from this was concluded a contradiction, so that it was convinced that there must be infinitely many prime numbers. All members involved in this argument could be found within the proto-construction which Euclid had had, except the above-mentioned hypothetical premise. Thus there was left no way but renounce the premise, to avoid the contradiction. Such a decision is the key of a 'reduction to absurdity', and it is notable that, in this sort of argument, renounceable premise is always supplied through super-objectivist conception.

A substantially objectivist concept should, in actual practice, designate an objectivist set of events. However, the set thereby designated must necessarily be but a finite set. Thus the conception of an infinite set is essentially super-objectivist. But, if an infinite set is, in any way, convinced to be undeniable, then it may be incorporated with the proto-construction as an objectivist result (with epistemologically sufficient explanation).

In acceptance of the concept of  $\Omega$  the initial number (or the cardinal) of the 3rd class, following two facts are necessarily accompanied :

(i) the class or the ordinal numbers of the 2nd class makes up a well-ordered set, which must be admitted as determinate if to be accepted ;

(ii)  $\Omega$  cannot be the limit of an enumerable sequence of sections of it.

Both (i) and (ii) are, at this stage, may not be considered but give super-objectivist conceptions. Because of the historical property of the ordering process, it seems rather impertinent to regard  $\Omega$  exactly to be a determinate class. The condition (ii) apparently prevents us from attaining  $\Omega$  by means of an enumerable stepping which is considered, in an objectivism, to be the only way to reach an infinite set as a limiting destination.

As an example of an assembly of the type  $\Omega$ , we have the family of Borel sets, but there has not yet been discovered any determinate example of the type  $\Omega$  in the domain of real numbers.\*

The concept of  $\omega$  the initial number of enumerable infinity may not be considered to be so easy a one, either. In effect every remainder of this aggregate has the same size with the original body. However, this aggregate is considered to provide the primitive model of the human process of numeration (i.e., the natural numeration). So, if renounce this, mathematical devices will extremely be limited. Being pushed out to the stage not bounded by any finite integer, we have decided to take it up in the meaning that the  $(n+1)$ th element is determined when the  $n$ th is given. This may be taken as an objectivist result in methodology.

Given a set  $M$ , if there is found a sequence of disjoint subsets  $M_k (k=1, 2, \dots)$  such that

$$(\forall x \in M)(\exists k)(x \in M_k)$$

is proved, then the family  $(M_k) (k=1, 2, \dots)$  is a partition of  $M$ , so that  $M$  is

---

\* ) This view is made in that we should not admit any oracle which produces the answers only by 'historical option'.

considered as the union of  $(M_k)$  and is written as

$$M = \cup M_k.$$

However, in our objectivism,  $M$  is not said to be the sum of  $(M_k)$  but for the assurance that the size (adequately defined) of the remainder

$$M - \bigcup_{k=1}^n M_k$$

tends to zero as  $n$  tends to  $\infty$ .

Let us observe the assembly  $\mathbf{C}$  of real-valued functions which are defined in the interval  $[0, 1]$  and are continuous there. Let an enumerable set  $\{x_1, x_2, \dots\}$  ( $\subset [0, 1]$ ) be everywhere dense in  $[0, 1]$ . Then, for any two functions  $f$  and  $g$  from  $\mathbf{C}$ , if

$$\forall k=1, 2, \dots : f(x_k) = g(x_k)$$

we have, as well-known, that

$$\forall x \in [0, 1] : f(x) = g(x).$$

So the elements  $f$  of  $\mathbf{C}$  correspond one-to-one with the sequences (of real numbers)

$$(f(x_1), f(x_2), \dots). \tag{2. 1}$$

Thus, if we want to admit  $\mathbf{C}$  to be a set, the only objection which we may possibly meet will be that the sequence (2. 1) may not be considered as a determinate element (because it might rather be a super-objectivist concept). Nevertheless, if we renounce this objection, we may regard  $\mathbf{C}$  to be a set.

Now we take up the assembly  $\mathbf{V}$  of propositions whose validities in reference to the proto-construction have been or will possibly in the future be proved. In this case, since the assembly  $\mathbf{V}$  is the class caused by provability, it appears as if only one super-objectivist conception (i.e., the provability in the future) is involved. But, on thinking over the matters, we find it is not so simple. In effect, the ways of proof are generally not so simple as arithmetic operations, but may possibly need some assumptions which are originally super-objectivist. In addition, if some trial of proving a proposition comes across undecidable elements, the proto-construction itself must possibly be changed out. If then, at least some propositions will have their validities to be promised only by the proofs in terms of the new construction.

If the above assembly  $\mathbf{V}$  is taken up primarily with the intention of examining the dominating extent of the present proto-construction, then the revised construction may not worth notice. So then, propositions to be proved in the new construction may make only a redundant part for the examination. However, if this part is omitted, the intended objectivism will lose its sense that it must proceed its developing through the revision of the proto-construction if needed.

### 3. Hypothetical Scheme of Universal Assemblies

Let  $U_1$  be the class of events which can be produced by a finite number of elementary operations (given in the intended objectivism) from the primitive universe  $U_0$ , and  $U_2$  be the class of events which can finitely be produced in terms of the language promised on  $U_1$ , and so on. Then, through the iteration of the definition, we have a sequence of assemblies

$$U_0, U_1, U_2, \dots \quad (3. 1)$$

If these assemblies are admitted as objectivist results, they are considered to give universes. Thus, in this sense, we have a hierarchy of universes by (3. 1).

If  $P$  is a proposition produced by combination of a finite number of operations and terms involved in the language promised on  $U_0$ , then there will be assumed an assembly  $E(P)$  of events such that

$$E(P) \subseteq U_0 \cup U_1,$$

on the question if

$$(\forall a \in E(P) | a \subset P) \wedge (a \in E(P) \Rightarrow a \not\subset P) \quad (3. 2)$$

is verified or not. If  $E(P)$  is existent as a (determinate) set fulfilling (3. 2), then  $P$  is an *objectivist proposition*. However, what we should at the primary stage inquire is “what event  $a$  is to be examined on the relation

$$a \subset P$$

?”. The assembly  $L(P)$  of such  $a$ 's is called the *level of P*.

If  $L(P)$  is either proved to be a set or admitted to be regarded as an objectivist result, then  $P$  is called a *general proposition* (in the intended objectivism). If a general proposition  $P$  fulfils the condition

$$\forall a \in L(P) : a \subset P. \vee. a \not\subset P \quad (3. 3)$$

(hence  $\sim(a \subset P. \wedge. a \not\subset P)$ ), then  $P$  is an *objectivist* (or *descriptive*) *proposition*.

$L(P)$  may apparently be regarded as a universe, and it is clear that

$$L(P) \subseteq U_1 \cup U_0.$$

Yet we may not always have

$$L(P) = U_0. \vee. L(P) = U_1.$$

We thus see that the construction of  $U_1$  may not be so simple. Incidentally, when (3. 3) does not hold, it must be that there exists at least one event  $a \in L(P)$  for which whether  $a \subset P$  or not is undecidable. In this case  $P$  is an *undecidable proposition*.

#### 4. Incompleteness

The proposition (in the theory of numbers) “there exist infinitely many pairs of twinprime numbers” must, independently of the human speculation, be either true or otherwise false. A proposition which must, like this example, be absolutely and univalently destined to be true or otherwise false is called a *solid proposition*. If a theory based on certain axiomatics cannot clarify the truth value of at least one solid proposition occurring in it, it is said to be *incomplete*.

If any of the proposition  $Q$  or its negation  $\sim Q$  can be added to the axioms without violating the consistency, then  $Q$  is an *undecidable proposition* for the original theory. Therefore, if a proposition  $Q$  is undecidable,  $Q$  can neither be true nor false, so that it may not be solid.

The assembly  $V$  of valid\* propositions (\*: i.e., provable of its truth) referred to the proto-construction may contain not only the actually known valid propositions, but also ones which will possibly in the future turn out to be valid. So,  $V$  is essentially a super-concept, whereas, if  $V_0$  is the total collection of the actually known valid propositions,  $V_0$  is at most a (determinate) finite set.

To tell the truth, the content of the assembly  $V - V_0$  is all but nonsensical. If a proposition  $Q$  is certainly such that

$$Q \in V - V_0, \quad (4. 1)$$

then  $Q$  must turn out actually to be valid through the proof ascertaining (4. 1),

so that it must be that  $Q \in V_0$ . This being so,  $V$  may not be regarded as an objectivist result, but rather be regarded to be a mere abstract object as a historical extension of  $V_0$ . Similarly, the same thing may be concluded about the assembly of invalid propositions.

In an objectivism, valid propositions and invalid ones may both be regarded as solid. Hence, that a proposition  $Q$  cannot be solid must mean that  $Q$  is undecidable, if not renounced. Since 'validity' is now considered as a historical concept, the essential problem left in here is of undecidability.

Incompleteness and inconsistency (of an objectivism) do not essentially interact each other. The problem of inconsistency cannot be thought so essential. If an objectivism is factually found inconsistent, it must be caused by some human carelessness on selecting the axioms or the definitions.

A solid proposition which is left unsolved may be considered important for the intention to discover an evidence of incompleteness of the proto-construction. However, even though it is certainly unsolvable in the proto-construction, it may possibly turn out to be solvable in a revised construction in the future. Thus, the problem of incompleteness may not be more than a historical pending one. In effect, if we take the example of the twinprime numbers, we may not say "no precise solution can be expected now on through".

In conclusion it shall be noted that an objectivism may be proceeded along a smooth developing course except for the following treatments :

- (i) if we come across a contradiction, we eliminate it by adequate revision of the axioms or the definitions ;
- (ii) if a proposition  $P$  which cannot be laid aside unsettled is found undecidable, then we add to the construction either  $P$  or  $\sim P$  as an axiom to settle the construction.

These treatments appear to be not only very artificial but rather optional policies. If we yet are to research for any rudiment justifying them, it may not be done in other place than epistemology. On the like stand the treatment of super-objectivist subjects should generally be deeply associated with epistemology.

If a proposition  $Q$  is proved to be undecidable, either  $Q$  or  $\sim Q$  is to be added to the proto-construction as an axiom, so that  $Q$  is turned out to be a solid proposition in the new construction. Thus the solidity of a proposition may be considered to be a historical concept relative to the improvement of the construction. However, the discourse may emphatically be thought to produce a branch after the addition of the new axiom, and the part prior to the addition may be taken as the

proper part of the intended objectivism. If the construction revised by the addition of  $Q$  is found to be inconsistent, then it may be concluded that  $Q$  is, in fact, not an undecidable proposition at all, on the proper part.

*Mathematical Seminar of the Muroran Inst. Tch., Hokkaido*  
(Received Apr. 20, 1979)

### References

- 1) Kinokuniya, Y., Mem. Muroran Inst. Tch. 9(1), 327 (1976).
- 2) Ibid., 328.
- 3) Kneebone, G. T., *Mathematical Logic and the Foundations of Mathematics*, 205 (Van Nostrand Co. Ld., 1963).
- 4) Ibid., 360.
- 5) e. g., Kinokuniya, Y., Mem. Muroran Inst. Tch. 9(1), 333 (1976).





# Invariant Extensions for Linear Functionals and Supplement to the Paper

“Totally Ordered Linear Space Structures and Extension Theorems”

Kazuo IWATA

## Abstract

By modifying the preceding short work [33], some results for invariant extensions for linear functionals are furnished. A supplement is added to my [31].

**Introduction.** This paper has two aims. First, as a sequel to [33], from the viewpoint of the totally ordered linear space structures of  $E \times \mathbf{R}$ , some problems for invariant extensions of linear functionals are discussed. Subsequently, a correction to a part of my [31], is applied for. As for the former, our hypotheses introduced here seem to be somewhat general. To say more precisely, though e. g. in [33], Cor. 2],

1.  $\mathcal{T}$  is a semigroup of linear transformations of  $E$  into  $E$ ,
2.  $p(T(y)) \leq p(y)$  holds for  $y \in E$ ,  $T \in \mathcal{T}$ ,
3.  $f$  is invariant under  $\mathcal{T}$ ,

were assumed, but this time they are weakened to

1.  $\mathcal{T}$  is a set of linear transformations of  $E$  into  $E$ ,
2.  $p$  is merely a gauge function on  $E$ ,
3.  $f$  is merely a linear form on  $M$ .

The main purpose of this part is just to enlarge [33], Cor. 2] in such directions. In consequence, our results relate to Klee [8], ( $\alpha$ ) $\Leftrightarrow$ ( $\delta$ ) of (2. 2) Theorem] and to Edwards [14], 3. 3. 2 Remark], and cover them. Some of our results are given in terms of ideals (right or left) of  $\mathcal{T}$ .

For reference, as is apparent, our approaches to extension problems are (were) all based on the following self-contained angle (for this and for its topological version, cf. [21], Th. 2], [26], p. 46, foot-note and Suppl. to Th. 3], [32], Th. 1]).

**THEOREM.**<sup>†</sup> *Let  $E$  be a real linear space,  $C$  a subset of  $E$ . Let  $M$  be a linear subspace of  $E$ ,  $f$  a non-identically-zero linear form on  $M$ . Designated by*

( $\>$ )  *$f$  can be extended to a linear form  $F$  on  $E$  so as to  $F(c) > 0$  for  $c \in C$ ,*

---

<sup>†</sup> The latter statement of this theorem is a Krein type extension theorem. This part, non-topological version of Bauer-Namioka theorem (cf. [17], (V, 5. 4])), and the some case of Anger-Lembcke [29], Th. 3. 2] are equivalent.

- ( $\geq$ )  $f$  can be extended to a linear form  $F$  on  $E$  so as to  $F(c) \geq 0$  for  $c \in C$ ,<sup>†</sup>
- (1) there exists a t.o.l.s.  $(E, \mathcal{A})$  such that
- (i)  $A \cup C \subset (E, \mathcal{A})^+$ , where  $A = \{x \in M: f(x) > 0\}$ ,
  - (ii)  $(E, \mathcal{A})^+$  is absorbing at some point of  $M$ ,
- (2) there exists a convex absorbing (at the origin) set  $U$  in  $E$  such that  $A \cup C \cup (U + a_0)$  is positively independent in  $E$ , where  $f(a_0) = 1$ ,
- ( $>$ )  $\Rightarrow$  (2)  $\Rightarrow$  (1)  $\Rightarrow$  ( $\geq$ ) holds. If  $C$  is a non-pointed convex cone (i.e.,  $C \ni \bar{0}$ ), ( $\geq$ ), (1), (2) are equivalent.

It was at this point (the first statement of this theorem) that we were free from the convexity of  $C_{pC\mathcal{L}}$  in the proof of [33], Cor. 2]. This like is given in the present work too. With this fact, it appears to me that this angle (including its proof) is somewhat good for our discussion.

To present this note, for the first part, the author was motivated by Agnew-Morse [6], Lemma 2.01], and 8), 14) above cited. For these instructive informations, he is deeply grateful to them.

**Preliminaries.** For convenience, unless otherwise specified, let the notations and terminology employed in 21), 26), 30), 32), and 33) be available. Especially for  $E, C, K, M, f, \mathcal{L}, L$  refer to the statement of [33], Theorem 1]. Denote by  $\mathbf{N}$  the set of all positive integers. We introduce

- DEFINITION 1. a) Let  $q$  be a gauge function on  $K$ .
- b) By  $\mathcal{E}$  is meant a set ( $\neq \emptyset$ ) of linear transformations of  $E$  into  $E$  such that  $T(K) \subset K$  and  $q(T(y)) \leq q(y)$  ( $y \in K$ ) for all  $T \in \mathcal{E}$ .
- c) By  $\mathcal{F}$  is meant a set ( $\neq \emptyset$ ) of linear transformations of  $E$  into  $E$  such that  $T(K) \subset K$  for all  $T \in \mathcal{F}$ .
- d) The identity map of  $E$  to  $E$  is written by  $I$ . Since (1. 0) below is synonymous relative to  $\mathcal{F}$  and  $\mathcal{F} \cup \{I\}$ , throughout,  $\mathcal{F}$  is taken to be  $\mathcal{F} \cup \{I\}$  to our advantage. So is the case for  $\mathcal{E}$ .
- e) Let  $T_1, T_2, T_3 \in \mathcal{F}$ .  $T_2(T_1(y))$  ( $y \in E$ ) is written by  $T_2 T_1(y)$ . Obviously, composite mapping  $T_2 T_1$  is a linear transformation of  $E$  into  $E$ , and  $T_3(T_2 T_1) = (T_3 T_2) T_1$  holds. By  $T_1^m$  ( $m \in \mathbf{N}$ ) is meant as usual.  $\mathcal{F}$  is called Abelian if  $T_2 T_1 = T_1 T_2$  whenever  $T_1, T_2 \in \mathcal{F}$ . A subset  $\mathcal{I}$  of  $\mathcal{F}$  is called a right (resp. left) ideal of  $\mathcal{F}$  if  $\mathcal{I} \mathcal{F} \subset \mathcal{I}$  (resp. if  $\mathcal{F} \mathcal{I} \subset \mathcal{I}$ ), where  $\mathcal{I} \mathcal{F} = \{T_2 T_1 : T_1 \in \mathcal{I}, T_2 \in \mathcal{F}\}$  and such.

DEFINITION 2. a)  $J_{qC\mathcal{E}}$  is another (the 2nd) quasi-epigraph of gauge function  $q$  on  $K$  with respect to  $C$  and  $\mathcal{E} : J_{qC\mathcal{E}} = \left\{ (y, \eta) : \text{there exist } c \in C, T \in \mathcal{E}, m \in \mathbf{N}, \text{ such that } y + c \in K \text{ and } \frac{1}{m} q \left( \sum_{\mu=1}^m T^\mu(y + c) \right) < \eta \right\}$

<sup>†</sup> Our symbol " $\geq$ " is syn. with " $\geq$ ".

b)  $K_{gC\mathcal{T}}$  is the (3rd) quasi-epigraph of gauge function  $g$  on  $K$  with respect to  $C, \mathcal{T}, \mathcal{S}$ :  $K_{gC\mathcal{T}} = \left\{ (y, \eta) : \text{there exist } c \in C, T \in \mathcal{T}, m \in \mathbf{N}, \text{ such that } y + c \in K \text{ and } \frac{1}{m} \sup_{S \in \mathcal{S}} g\left(\sum_{\mu=1}^m ST^\mu(y+c)\right) < \eta \right\}$ , where  $\mathcal{S}$  is a certain non-void fixed subset of  $\mathcal{T}$ .

c) If  $C = \{0\}$ ,  $J_{qC\mathcal{S}}, K_{gC\mathcal{T}}$  are resp. abbreviated to  $J_{q\mathcal{S}}, K_{g\mathcal{T}}$ .

We use  $K_{gC\mathcal{T}}$  in (1. 1) below. In this case it is well-defined, i.e.,  $K_{gC\mathcal{T}} \subset L$ . We note in advance that unlike  $C_{gC\mathcal{S}}, K_{gC\mathcal{T}}$  is not necessarily convex even if  $\mathcal{T}$  is Abelian.

**Statement of the results.** Some modifications of the preceding [33], Theorem 1] establish the following. This theorem simultaneously relates to [8], ( $\alpha$ ) $\Leftrightarrow$ ( $\delta$ ) of (2, 2) Theorem] and to [14], 3. 3. 2 Remark].

**THEOREM 1.** *Under the hypothesis of [33], Theorem 1], let  $\mathcal{L}$  be rescinded and let  $\mathcal{S}$  be considered in place of it. Then the following are equivalent :*

(1. 0) *The statement (1. 0) thereof remains valid for  $\mathcal{T}$ .*

(1. 1) *There exist a gauge function  $g$  on  $K$  and a non-void subset  $\mathcal{S}$  of  $\mathcal{T}$  such that  $g(ST^\mu(y)) \leq q(y)$  for  $y \in K, T \in \mathcal{T}, S \in \mathcal{S}, \mu \in \mathbf{N}$ , and there exists a t.o.l.s.  $(L, \mathcal{R})^+$  whose  $(L, \mathcal{R})^+$  is absorbing at  $(0, 1)$  for  $L$  for which*

$$B_f \cup K_{gC\mathcal{T}} \subset (L, \mathcal{R})^+.$$

(1. 2) *There exist a gauge function  $g$  on  $K$  and a non-void subset  $\mathcal{S}$  of  $\mathcal{T}$  such that  $g(ST^\mu(y)) \leq q(y)$  for  $y \in K, T \in \mathcal{T}, S \in \mathcal{S}, \mu \in \mathbf{N}$ , and there exists a convex absorbing set  $U$  in  $E$  for which  $B_f \cup K_{gC\mathcal{T}} \cup (U \times \{1\})$  is positively independent in  $L$ .*

**PROOF** is done routinely : (1. 0) $\Rightarrow$ (1. 2): Letting  $g$  be the restriction of  $F$  to  $K$ , choose a non-void subset  $\mathcal{S}$  of  $\mathcal{T}$ . Then (1. 0) entails that  $F(y) \leq \frac{1}{m} \sup_{S \in \mathcal{S}} g\left(\sum_{\mu=1}^m ST^\mu(y+c)\right)$  for  $y+c \in K, y \in E, c \in C, T \in \mathcal{T}, m \in \mathbf{N}$  and that  $g(ST^\mu(y)) = g(y) \leq q(y)$  for  $y \in K, T \in \mathcal{T}, S \in \mathcal{S}, \mu \in \mathbf{N}$  which show that  $g, \mathcal{S}$  and  $U = \{x \in E : F(x) < 1\}$  are as required. For (1. 2) $\Rightarrow$ (1. 1), under  $g, \mathcal{S}$  of (1. 2), appeal to [30], Rem. 2] (an analogue of) and to [21], Lemma 1]. (1. 1) $\Rightarrow$ (1. 0) : Likewise as in the case of [30], Th. 1 ("if" part)], indeed we obtain an  $F_0 \in E^*$  such that extending  $f$  and satisfying  $F_0(y) \leq \frac{1}{m} \sup_{S \in \mathcal{S}} g\left(\sum_{\mu=1}^m ST^\mu(y+c)\right)$  ( $y+c \in K, y \in E, c \in C, T \in \mathcal{T}, m \in \mathbf{N}$ ).  $F_0$  meets the (b) of (1. 0) is clear.  $F_0$  does the (c) of (1. 0) is obtained thanks to but *mutatis mutandis* from the final part of the proof of Agnew-Morse [6], Lemma 2. 01]. (For the details,  $F_0(y - T(y)) \leq \frac{1}{m} \sup_{S \in \mathcal{S}} g\left(\sum_{\mu=1}^m ST^\mu(y - T(y))\right) = \frac{1}{m} \sup_{S \in \mathcal{S}} g(ST(y) - ST^{m+1}(y)) \leq \frac{1}{m} \{q(y) + q(-y)\}$  follows for  $y \in K, T \in \mathcal{T}, m \in \mathbf{N}$ .)

**REMARK 1.** Compare the above estimate with the original.

Needless to say,

REMARK 2. [33], Theorem 1] is essentially found (is proved by) in this theorem. The Hahn-Banach extension theorem itself is as well found in this theorem.

Theorem 1 enables us to generalize [33], Corollary 2 to Theorem 1] in three directions :

COROLLARY. *Let in particular  $K = E^\dagger$ ,  $C = \{0\}$  in Theorem 1. Then<sup>††</sup> (1. 0) and the following statements are equivalent :*

- (P 1) *There exist a gauge function  $g$  on  $E$ , a non-void  $\mathcal{S} \subset \mathcal{T}$  and an  $F_1 \in E^*$  extending  $f$  such that*
- (i)  $\sup_{S \in \mathcal{S}} g(ST^\mu(y)) \leq \sup_{S \in \mathcal{S}} g(S(y)) \leq p(y)$  for  $y \in E$ ,  $T \in \mathcal{T}$ ,  $\mu \in \mathbf{N}$ ,
  - (ii)  $F_1(T_1 T_2 \cdots T_{j-1} T_j \cdots T_k(y)) = F_1(T_1 T_2 \cdots T_j T_{j-1} \cdots T_k(y))$  for  $y \in E$ ,  $T_s \in \mathcal{T}$ ;  $j, k \in \mathbf{N}$  ( $2 \leq j \leq k$ ), and they are equal to  $f(y)$  if  $y \in M$ .
  - (iii)  $F_1(y) \leq \sup_{S \in \mathcal{S}} g(S(y))$  for  $y \in E$ .
- (1. 2)' *There exist a gauge function  $g$  on  $E$  and a non-void  $\mathcal{S} \subset \mathcal{T}$  such that  $\sup_{S \in \mathcal{S}} g(ST^\mu(y)) \leq p(y)$  for  $y \in E$ ,  $T \in \mathcal{T}$ ,  $\mu \in \mathbf{N}$ ; and  $B_f \cup K_{g, \mathcal{S}}$  is positively independent in  $L$ .*

PROOF. Since  $K_{g, \mathcal{S}} \supset C_p$ , by Theorem 1, it suffices to prove (1. 0)'  $\Rightarrow$  (P 1)  $\Rightarrow$  (1. 2)'. Assuming  $g = F_1 = F$ , choose a non-void subset  $\mathcal{S}$  of  $\mathcal{T}$ , and the first implication is self-evident. (P 1)  $\Rightarrow$  (1. 2)' is done under  $g$  and  $\mathcal{S}$  of (P 1) : To begin with, let  $x + \alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2 = 0$  for  $(x, \xi) \in B_f \cup \{(0, 0)\}$ ;  $(y_1, \eta_1), (y_2, \eta_2) \in K_{g, \mathcal{S}}$ ;  $\alpha_1, \alpha_2 > 0$ ; where say  $\frac{1}{m} \sup_{S \in \mathcal{S}} g\left(\sum_{\mu=1}^m ST^\mu(y_1)\right) < \eta_1$ ,  $\frac{1}{n} \sup_{S \in \mathcal{S}} g\left(\sum_{\nu=1}^n ST_2^\nu(y_2)\right) < \eta_2$  for some  $m, n \in \mathbf{N}$ ;  $T_1, T_2 \in \mathcal{S}$ . Then since part (i) of the hypotheses guarantees<sup>†††</sup>

$$(*) \quad \frac{1}{m} \sup_{S \in \mathcal{S}} g\left(\sum_{\mu=1}^m ST_1^\mu(y_1)\right) + \frac{1}{n} \sup_{S \in \mathcal{S}} g\left(\sum_{\nu=1}^n ST_2^\nu(y_2)\right) \\ \geq \frac{1}{mn} \sup_{S \in \mathcal{S}} g\left(\sum_{\mu, \nu=1}^{m, n} (ST_2^\nu T_1^\mu(y_1) + ST_1^\mu T_2^\nu(y_2))\right),$$

it follows from the hypotheses that

$$\xi + \alpha_1 \eta_1 + \alpha_2 \eta_2 > f(x) + \frac{1}{mn} \sup_{S \in \mathcal{S}} g\left(\sum_{\mu, \nu=1}^{m, n} (ST_2^\nu T_1^\mu(\alpha_1 y_1) + ST_1^\mu T_2^\nu(\alpha_2 y_2))\right) \\ \geq f(x) + \frac{1}{mn} F_1\left(\sum_{\mu, \nu=1}^{m, n} (T_2^\nu T_1^\mu(\alpha_1 y_1) + T_1^\mu T_2^\nu(\alpha_2 y_2))\right) \\ = f(x) + \frac{1}{mn} \sum_{\mu, \nu=1}^{m, n} F_1\left(T_2^\nu T_1^\mu(\alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2)\right) \\ = f(x) + f(-x) = 0.$$

† In this case,  $q$  is written by  $p$ .

†† In this case, (1. 0) is written by (1. 0)'.<sup>†††</sup>

††† The original form of this estimate is due to Agnew-Morse [6], pp. 21-22].

Now that thus the above is all correct, let us generalize (\*) by the induction, and the proof is carried out in line with the above.

The following remarks are immediate consequences of this corollary.

REMARK 3. If we are concerned with the case when  $\mathcal{S}$  has a right ideal  $\mathcal{I}$ , (P 1) may take the shape of

- (P 2) *There exist a gauge function  $g$  on  $E$  and an  $F_1 \in E^*$  extending  $f$  such that*
- (i)  $F_1(y) \leq \sup_{S \in \mathcal{I}} g(S(y)) \leq p(y)$  for  $y \in E$ ,
  - (ii) (ii) of (P 1) holds, where  $Ts \in \mathcal{I}$ ,  $k=2$ .

And if, moreover,  $\mathcal{S}$  is  $\mathcal{E}$ , (i) is weakened to

$$F_1(y) \leq p(y) \text{ for } y \in E.$$

REMARK 4. Sometimes  $F_1$  is substituted<sup>†</sup> for  $g$  in (P 1). In this case it should be noted that (iii) thereof is dispensable (reconsidering the proof above (cf.  $\mathcal{S} \subset \mathcal{S}$ )). Thus, if  $\mathcal{S}$  has a left ideal  $\mathcal{I}$ , (P 1) may take the shape of

- (P 3) *(Klee type condition) There is an  $F_1 \in E^*$  extending  $f$  such that*
- (i)  $F_1(S(y)) \leq p(y)$  for  $y \in E$ ,  $S \in \mathcal{I}$ .
  - (ii) (ii) of (P 1) holds.

This means that letting in particular  $\mathcal{S}$  be a semigroup (for composite, and so on) and  $f$  be invariant thereunder, the present corollary *a fortiori* supplies an alternative proof to Klee [8], ( $\alpha$ ) $\Leftrightarrow$ ( $\delta$ ) of (2.2) Theorem]. We note in passing that under some modifications, the method of [6], Lemma 2.01] acquires (P 3).

On the other hand

REMARK 5. In this corollary, let in particular  $\mathcal{S}$  be replaced by  $\mathcal{E}$ . Then in a sense that  $g=p$  and  $\mathcal{S}=\{I\}$ , (P 1) takes the shape of

- (P 4) *There exists an  $F_1 \in E^*$  extending  $f$  such that*
- (i) (ii) of (P 1) holds,
  - (ii)  $F_1(y) \leq p(y)$  for  $y \in E$ .

As a result, letting in particular  $f$  be invariant, the present corollary proves the substance of Edwards [14], 3.3.2 Remark] (qua left  $s$ ) without difficulty. Reasons are known by appealing to  $\Gamma_i$  by  $2^{j-2}$  ( $2 \leq j \leq k$ ) times. By the way, for short [33], Cor. 2] proves the same as well. The reason is that this problem is synonymous relative to  $\mathcal{E}$  and  $\langle \mathcal{E} \rangle$ , where  $\langle \mathcal{E} \rangle$  is the generated semigroup of  $\mathcal{E}$ . For reference, if we are concerned with (1.2)', viewing  $p$  as  $g$ , noticing that  $K_{p\mathcal{E}\mathcal{E}} = J_{p\mathcal{E}}$ , it is simplified by

$$(1.2)'' \quad B_f \cup J_{p\mathcal{E}} \text{ is positively independent.}$$

We note again that unlike  $C_{pC\mathcal{E}}$ ,  $J_{pC\mathcal{E}}$  is not always convex even if  $\mathcal{E}$  is Abelian.

REMARK 6. Let in particular  $\mathcal{S}$  be  $\langle \mathcal{E} \rangle$ . Then (P 1) is reduced to :

<sup>†</sup> To avoid meaninglessness, let  $\mathcal{S} \neq \{I\}$ .

- (P 5) *There exists an  $F_1 \in E^*$  extending  $f$  such that*
- (i)  $F_1(T_1 T_2(y)) = F_1(T_2 T_1(y))$  for  $y \in E$ ;  $T_1, T_2 \in \langle \mathcal{E} \rangle$ ,
  - (ii)  $F_1(T(x)) = f(x)$  for  $x \in M$ ,  $T \in \langle \mathcal{E} \rangle$ ,
  - (iii)  $F_1(y) \leq p(y)$  for  $y \in E$ ,

which corresponds to [33], Cor. 1 (with  $C = \{0\}$ ). And if  $f$  is invariant, (P 5) (whence it is equiv. to [33], (1. 0)' of Cor. 2]) is equivalent to [8], ( $\varepsilon$ ) following (2. 2) Theorem] (as was given *ibid*) and to :

$$(1. 2)'' B_f \cup C_{pC} \text{ is positively independent, where } C = \left\{ \sum_{i=1}^k (S_i T_i y_i - T_i S_i y_i) : S_i, T_i \in \mathcal{T}; y_i \in E, k \in \mathbf{N} \right\}.$$

If  $\langle \mathcal{E} \rangle$  is Abelian, (P 5) is reduced to :

- (P 6) *There exists an  $F_1 \in E^*$  extending  $f$  such that*
- (i)  $F_1(T(x)) = f(x)$  for  $x \in M$ ,  $T \in \langle \mathcal{E} \rangle$ ,
  - (ii)  $F_1(y) \leq p(y)$  for  $y \in E$ ,

which corresponds to [33], Cor. 4 (with  $C = \{0\}$ ). If  $f$  is invariant, (P 6) is reduced to :

- (P 7) *There exists an  $F_1 \in E^*$  extending  $f$  such that  $F_1(y) \leq p(y)$  for  $y \in E$ .*

This is equivalent to " $f(x) \leq p(x)$  for  $x \in M$ ".

We close the first part of this paper with the following.

REMARK 7. Replacing  $E$ ,  $F \in E^*$ ,  $U$ , etc. by preordered linear topological space  $E$ ,  $F \in E'$ , 0-neighbourhood  $U$  etc. respectively, we can state and prove the topological version of Theorem 1 with ease. We call this Theorem 2.

And, I here, with an apology, submit a part of 31) for correction :

SUPPLEMENT. Each proof of

- 1° the 1st and the 2nd assertions of Cor. 1 of Th. 1,
- 2° the 1st and the 2nd assertions of Cor. 1 of Th. 2,
- 3° Cor. 2 of Th. 1,

in my paper 31) is defective (the assertions themselves are available). I wish to correct them as follows.

PROOFS OF 1°. For the 1st assertion, it suffices to examine the logical equivalence of the following conditions, where  $f \neq 0$ .

- ( $\alpha$ ) *There exists a convex absorbing set  $U$  in  $E$  such that  $A \cup C \cup (U + a_0)$  is positively independent, where  $f(a_0) = 1$ .*
- ( $\beta$ ) *There exists a convex absorbing set  $V$  in  $E$  such that  $B_f \cup C_c \cup (V \times \{1\})$  is pos. ind.*

( $\alpha$ ) $\Rightarrow$ ( $\beta$ ) : Pos. independence of  $A \cup C$  is inherited to that of  $B_f \cup C_c$  (and *vice versa*). Clearly  $C_c \cup ((-U) \times \{1\})$  is pos. ind. Let now  $x - c + v = 0$  for  $x \in X$ ,  $c \in C \cup \{0\}$ ,  $v \in -U$ . Then since  $A \cup C \cup \{-v + a_0\}$  is pos. ind., so is  $A \cup C \cup \{x - c + a_0\}$  which induces  $f(x + a_0) \geq 0$ , i.e.,  $f(x) \geq -f(a_0) = -1$ . These mean that  $-U$

is suited for  $V$  of  $(\beta)$ . For the converse, since  $f(-a-a_0) \leq -1$  ( $a \in A \cup \{0\}$ ,  $a_0 \in A$ ,  $f(a_0) = 1$ ), by hypothesis, it never happens that  $(-a-a_0) - c - u = 0$  ( $c \in C \cup \{0\}$ ,  $u \in -\frac{1}{2}V$ ). This means that  $-\frac{1}{2}V$  is suited for  $U$  of  $(\alpha)$ . The 2nd assertion is now clear via  $(\alpha)$ .

The proofs of  $2^\circ$  are analogized.

PROOF OF  $3^\circ$ . To answer this via  $(\beta)$ , we employ an absolutely convex absorbing set  $V$  of  $E$  such that  $|f(x)| < 1$  for  $x \in X \cap V$ .

(Received May 18, 1979)

### References

- 1) E. STIEMKE : Über positive Lösungen homogener linearer Gleichungen. Math. Ann. 76 (1915), 340-342.
- 2) W. B. CARVER : System of linear inequalities. Annals of Math. (2) 23 (1922), 212-220.
- 3) L. L. DIENES : Definite linear dependence. Annals of Math. 27 (1925), 57-64.
- 4) S. BANACH : Sur les fonctionnelles linéaires II. Studia Math. 1 (1929), 223-239.
- 5) S. MAZUR : Über konvexe Mengen in linearen normierten Räumen. Studia Math. 4(1933), 70-84.
- 6) R. P. AGNEW and A. P. MORSE : Extensions of linear functionals, with applications to limits, integrals, measures, and densities. Ann. of Math. (2) 39 (1938), 20-30.
- 7) V. L. KLEE : Convex sets in linear spaces. Duke Math. J. 18 (1951), 443-466.
- 8) ————— : Invariant extensions of linear functionals. Pacific J. Math. 4 (1954), 37-46.
- 9) P. C. HAMMER : Maximal convex sets. Duke Math. J. 22 (1955), 103-106.
- 10) R. J. SILVERMAN : Means on semigroups and the Hahn-Banach extension property. Trans. Amer. Math. Soc. 83 (1956), 222-237.
- 11) I. NAMIOKA : Partially ordered linear topological spaces. Mem. Amer. Math. Soc. no. 24 (1957).
- 12) N. DUNFORD and J. T. SCHWARTZ : Linear operators, Part I, chaps. II and V. Wiley (Interscience Publishers), Inc., New York, 1958.
- 13) J. L. KELLEY, I. NAMIOKA and CO-AUTHORS : Linear topological spaces, chaps. 1 and 4. D. Van Nostrand Co. Inc., Princeton, 1963.
- 14) R. E. EDWARDS : Functional analysis ; theory and applications, chap. 3. Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York, 1965.
- 15) BOURBAKI, N : Espaces vectoriels topologiques, chap. I et II. Éléments de mathématique, livre V. Hermann, Paris, 1966.
- 16) G. KÖTHE : Topologische lineare Räume, I, § 16, § 17. Springer-Verlag, Berlin, 1966.
- 17) H. H. SCHAEFER : Topological vector spaces, chaps II and V. The Macmillan Co., New York, 1966.
- 18) MATH. SOC. OF JAPAN : Iwanami Sūgaku-Ziten (Encyclopedic Dictionary of Mathematics), 2nd ed., p. 598, p. 768. Iwanami Shoten, Publishers, Tokyo, 1968.
- 19) V. L. KLEE : Separation and support properties of convex sets—a survey, control theory and the calculus of variations. Academic Press Inc., New York, (1969) 235-303.
- 20) G. JAMESON : Ordered linear spaces, chaps. 1, 2. Springer-Verlag, Berlin, 1970, Lecture note in mathematics, No. 141.
- 21) K. IWATA : Totally ordered linear space structures and separation theorem. Hokkaido Math. J. Vol. I, No. 2 (1972), 211-217.



- 22) M. M. DAY : Normed linear spaces, 3rd ed. chaps I ; V, § 2. Springer-Verlag, Berlin, 1973.
- 23) C. E. MOORE : Concrete semispaces and lexicographic separation of convex sets. Pacific J. Math. Vol. 44, No. 2 (1973), 659-670.
- 24) S. K. BERBERIAN : Lectures in functional analysis and operator theory, chap. 3, Springer-Verlag, Berlin, 1973.
- 25) R. LARSEN : Functional analysis ; an introduction, chaps. 4, 5. Marcel Dekker, Inc., New York, 1973.
- 26) K. IWATA : Totally ordered linear space structures and separation theorem in real linear topological spaces. Mem. Muroran Inst. Tech. Vol. 8, No. 1 (1973), 43-48.
- 27) M. COTLAR and R. CIGNOLI : An introduction to functional analysis, chap. III, 1, 2. North-Holland Pub. Co., Amsterdam, The Netherlands, 1974.
- 28) B. ANGER and J. LEMBCKE : Hahn-Banach type extension theorems for hypolinear functionals. Math. Ann. 209 (1974), 127-151.
- 29) ————— : Hahn-Banach type theorems for hypolinear functionals on preordered topological vector spaces. Pacific J. Math. Vol. 54, No. 1 (1974), 13-33.
- 30) K. IWATA : Totally ordered linear space structures and Hahn-Banach type extension theorem. Mem. Muroran Inst. Tech. Vol. 8, No. 2 (1974), 429-434.
- 31) ————— : Totally ordered linear space structures and extension theorems. Mem. Muroran Inst. Tech. Vol. 8, No.3 (1976), 737-744.
- 32) ————— : A supplement on the paper "Totally ordered linear space structures and extension theorems". Mem. Muroran Inst. Tech. Vol. 9, No. 1 (1976), 335-341.
- 33) ————— : Several further extension criteria. Mem. Muroran Inst. Tech. Vol. 9, No. 3 (1978), 793-800.

# Mn, Mn-Fe, Mn-Si ならびに Mn-Fe-Si 系合金

## 溶液の炭素飽和溶解度

田 中 章 彦

### Carbon Solubilities in Mn, Mn-Fe, Mn-Si and Mn-Fe-Si Alloy Solutions

Akihiko Tanaka

#### Abstract

In order to obtain the essential data for the thermodynamical study of the smelting reaction of the high carbon ferro-manganese and silico-manganese, the solubilities of carbon in the Mn, Mn-Fe, Mn-Si and Mn-Fe-Si alloy solutions were measured at the temperature up to 1600°C. The results can be summarized as follows :

(1) The solubilities of carbon in the pure liquid manganese obtained were in fair agreement with the value reported by Schenck et al.

(2) On the basis of the observed values of the carbon solubilities in the Mn-Fe and Mn-Si solutions, the interaction parameters of Fe and Si for the activity coefficient of carbon were obtained respectively.

(3) By the use of the interaction parameters obtained above, the solubilities of carbon in the Mn-Fe-Si ternary alloy solutions were calculated. These values calculated showed a good agreement with the experimental values where the concentrations of both Fe and Si in the solution were low.

(4) The experimental equation showing the relationship between the carbon solubility and chemical composition was derived on the basis of the measurement of carbon solubilities in the Mn-Fe-Si alloy solutions.

#### I 緒 言

合金溶液の炭素飽和溶解度については従来つぎの2つの目的から数多くの研究が行なわれている。

(1) 低濃度の第3元素の添加による飽和炭素量の変化を検討し、相互作用係数を求める理論的研究

(2) 実用合金の組成域における炭素溶解度を知ることにより、技術上の諸問題の解決に役立たせるための実用的研究

Mnを主成分とする合金溶液の炭素飽和溶解度については既にTurkdoganら<sup>(1)</sup>、Schenckら<sup>(2)</sup>、Skiredjら<sup>(3)</sup>、およびBurylevら<sup>(4)</sup>などによる報告が見られるが、いずれも測定された組成域が狭く、個々の報告に相当の差が見られる。とくに、多元系、高濃度域においては不十分

であるように思われる。

本研究は高炭素フェロマンガ、シリコマンガなどの実用合金鉄の製錬反応の物理化学的研究の一環として行なったものであり、純Mn, Mn-Fe, Mn-SiならびにMn-Fe-Si系合金溶液の炭素飽和溶解度を比較的広い組成域にわたって実測し、従来の諸報告の結果と比較検討し、かつ補足したものである。

## II 実験方法

本研究は実験ならびに結果の取扱いの便宜上、つぎの4段階にわけて行なった。

- (1) 各温度における純マンガの炭素飽和溶解度の測定
- (2) Fe, Si 低濃度域における Mn-Fe, Mn-Si 系合金溶液の炭素飽和溶解度の測定
- (3) Mn-Fe-Si 系合金溶液の測定と(2)より導かれた稀薄溶液についての計算式の適用検討
- (4) 1500°C における Mn-Fe-Si 系合金溶液の測定と実験式の誘導

上記各段階における実験はすべて図-1に示す高周波誘導加熱式溶解炉中で行なった。この炉は図示されるように誘導コイルならびにルツボを容器中に密閉し、完全に外気と遮断した雰囲気のもとで試料を溶解することができる。あらかじめ配合調製した合金試料を黒鉛ルツボ内に収め、所定温度まで加熱後一定時間その温度に保持し、合金溶液に炭素を十分に飽和させた。

(1), (2)の大部分および(3)の段階の実験はArガス雰囲気中で溶解保持した。予備試験の結果、2, 3の合金試料ならびに最高の炭素飽和溶解度をもつと推定される純Mn試料はいずれも30~50 min. で完全に炭素を飽和することが確かめられたので、すべての試料に対し

て保持時間を90 min. とした。この保持時間経過後、試料溶液を石英管中に吸上げ急冷し、全組成に対して化学分析を行ない、炭素飽和溶解度を決定した。

(2)の実験の一部ならびに(4)の実験は別報<sup>(5)</sup>のスラグとの平衡実験を合わせて行なったため、1500°C においてメタル、スラグ両相が完全に平衡に達するに要する時間120 min. を保持させた。この場合の雰囲気ガスは精製COであり、試料は吸引法によらず、全試料をルツボに収めたまま急冷し、その破砕物より採取した。

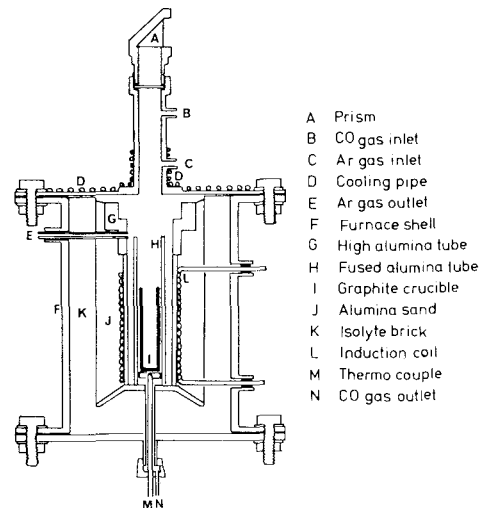


図-1 溶解炉の内部構造

表-1 溶製原料の化学分析ならびに工業分析値 (wt %)

	Mn	C	Si	P	S	Fe
Electrolytic manganese	99.96	0.007	0.007	0.001	0.019	0.001
Electrolytic iron	0.005	0.005	0.005	0.003	0.003	99.9
Metallic silicon	—	0.10	98.00	0.05	0.05	0.70
Graphite powder	Fixed carbon	Moisture	Ash	Volatile matter		
	99.13	0.25	0.19	0.43		

本実験試料の合金溶製には電解マンガ、電解鉄ならびに塊状金属ケイ素を用いた。それぞれの化学分析値、および黒鉛ルツボの工業分析値を表1に示す。

## II 実験結果とその検討

### 1 純マンガンの炭素飽和溶解度

黒鉛ルツボ中で電解マンガンを溶融し、1400~1650°Cの各温度において炭素を飽和させた試料の化学分析値ならびに炭素の原子分率  $N_c^0$  の値を表-2に示す。これより  $N_c^0$  の対数を絶対温度  $T$  の逆数に対してあらわすと図-2に示す直線関係が得られる。

Schenckら<sup>(2)</sup>およびTurkdoganら<sup>(1)</sup>も同様の実験を行なった。それぞれの結果も図-2中に示した。Schenckらは本実験より幾分純度の低い試料を用いているが、本実験結果と近似した結果を得た。Turkdoganらの結果は本実験ならびにSchenckらの結果と比較していちじるしく高い。彼ら

の報告には試料ならびに実験法に対する詳細な記述がなく、この値の是非を判断することができない。図-2に示した本研究ならびに各研究者による結果を最小自乗法により、炭素飽和溶解度と絶対温度との関係式であらわすと式(1)、(2)および(3)になる。

$$\text{本研究: } \log N_{c(\max)}^0 = -390 / T - 0.338 \quad (1)$$

$$\text{Schenckら: } \log N_{c(\max)}^0 = -375.8 / T - 0.347 \quad (2)$$

表-2 炭素飽和 Mn 溶液の化学分析値と C の原子分率

No.	Temp. (°C)	C, (%)	Mn, (%)	$N_c^0$ max	
A	1	1407	7.40	92.60	0.263
	2	1463	7.68	92.32	0.275
	3	1497	7.74	92.26	0.277
	4	1531	7.75	92.25	0.277
	5	1553	7.90	92.10	0.282
	6	1587	7.94	92.06	0.283
	7	1643	8.07	91.93	0.287

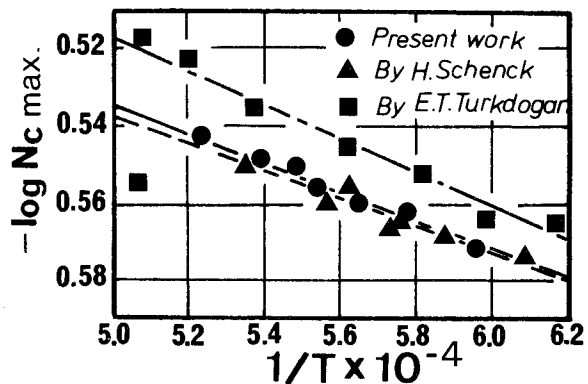


図-2 純 Mn の炭素飽和溶解度の測定結果と従来の諸報告の結果との比較

$$\text{Turkdogan ら} : \log N_{c(max)}^{Fe} = -460 / T - 0.285 \quad (3)$$

本研究の測定値は他の研究者の測定値と比較して、きわめて精度よく一直線上に分布しているので、(1)式を用いて次節以降の結果の検討の基準にする。

## 2 低濃度 Mn-Fe 系合金溶液の炭素飽和溶解度

1400, 1450 および 1500°C における Mn-Fe 系合金溶液の炭素飽和溶解度の測定結果を表-3 に示す。この表における  $\Delta N_{c(max)}^{Fe}$  は式(4)から計算される。

$$\Delta N_{c(max)}^{Fe} = N_{c(max)}^{Fe} - N_{c(max)}^0 \quad (4)$$

この式において  $N_{c(max)}^{Fe}$  … Mn-Fe 溶液における炭素飽和溶解度  
 $N_{c(max)}^0$  … 純 Mn 中の炭素飽和溶解度

この  $\Delta N_{c(max)}^{Fe}$  と  $N_{Fe}$  との関係を示すと図-3の(a)(b)および(c)になる。Schenckら<sup>(2)</sup>による 1600°C における同様な測定結果を同図(d)に示す。測定値に多少の散乱が見られるが  $\Delta N_{c(max)}^{Fe}$  値は明らかに  $N_{Fe}$  の増加とともに減少する。これをほぼ直線関係にあると見なして最小自乗法により処理すると図-3においてⒶで示された鎖線が得られる。この直線の延長は当然原点を通過すべきであるが少しはずれている。これは電解 Mn 中に含まれる不純物の作用によるものと見ることができる。とくに前節における試料電解 Mn にはわずかな Fe を含み、したがって、(4)式の計算に用いた  $N_{c(max)}^0$  の値は正確に言えば Fe を微量含む系の合金溶液の炭素飽和溶解度を示すものであり、これに対して Mn-Fe 合金溶液試料の場合は飽和溶解後の分析値より計算しているため、不純物として含まれる Fe も横軸の  $N_{Fe}$  中に加えられている。この差があらわれたものと解釈することができる。(d)の Schenck らの線は実測値より得られた直線を外挿し、 $N_{Fe} = 0$  軸との交点をもって  $N_{c(max)}^0$  としている。本実験の結果も同様な処理を行えば直線は原点を通過し、Schenck らの結果にきわめて近い線になる。

本実験結果を詳細に見ると、 $\Delta N_{c(max)}^{Fe}$  と  $N_{Fe}$  とはむしろ 2 次関数関係にあると見るのが適当に思われる。小島ら<sup>(5)</sup>は Ni-C-X 系および Co-C-X についての同様な実験において、2, 3 の系に対して 2 次曲線として処理している。本研究のデータについても再計算を行なった結果、図-3にⒷとして示した曲線が得られた。

以上より、1 次および 2 次関数関係として表現した  $\Delta N_{c(max)}^{Fe}$  と  $N_{Fe}$  との関係式はそれぞれ (5) ~ (10) 式になる。

A 1 次関数関係として表現した場合

$$\Delta N_{c(max)}^{Fe} \text{ at } 1450^\circ\text{C} = -0.07 N_{Fe} - 4.04 \times 10^{-3} \quad (5)$$

$$\Delta N_{c(max)}^{Fe} \text{ at } 1500^\circ\text{C} = -0.10 N_{Fe} - 2.80 \times 10^{-3} \quad (6)$$

$$\Delta N_{c(max)}^{Fe} \text{ at } 1550^\circ\text{C} = -0.11 N_{Fe} - 3.31 \times 10^{-3} \quad (7)$$

B 2 次関数関係として表現した場合

$$\Delta N_{c(max)}^{Fe} \text{ at } 1450^\circ\text{C} = 0.97 N_{Fe}^2 - 0.23 N_{Fe} \quad (8)$$

表-3 Mn-Fe 溶液の炭素飽和溶解度の測定結果

Temp. (°C)	No.	Mn, %	Fe, %	C, %	$N_{Fe}$	$N_c$	$-\Delta N_{C_{max}}^{Fe}$
1400	A 1	91.90	0.59	7.51	0.005	0.270	0.003
	2	91.24	1.29	7.47	0.010	0.269	0.004
	3	90.78	1.83	7.39	0.014	0.267	0.006
	4	88.08	4.56	7.36	0.036	0.267	0.006
	5	83.49	9.38	7.13	0.074	0.261	0.012
	6	78.24	14.58	7.18	0.114	0.262	0.011
	7	74.54	18.37	7.09	0.145	0.259	0.014
1450	B 1	91.70	0.62	7.68	0.005	0.276	0.001
	2	91.31	1.12	7.57	0.009	0.273	0.004
	3	89.79	2.74	7.47	0.021	0.270	0.007
	4	86.88	5.62	7.50	0.044	0.270	0.007
	5	84.28	8.38	7.34	0.065	0.266	0.011
	6	77.96	14.74	7.30	0.115	0.265	0.012
	7	75.50	17.39	7.11	0.137	0.259	0.018
1500	C 1	91.61	0.57	7.82	0.004	0.280	0.001
	2	91.11	1.15	7.74	0.009	0.277	0.004
	3	89.98	2.40	7.62	0.019	0.274	0.007
	4	87.36	5.09	7.55	0.039	0.272	0.009
	5	83.24	9.33	7.53	0.073	0.269	0.012
	6	78.29	14.45	7.26	0.113	0.264	0.017
	7	75.40	17.32	7.28	0.135	0.265	0.016

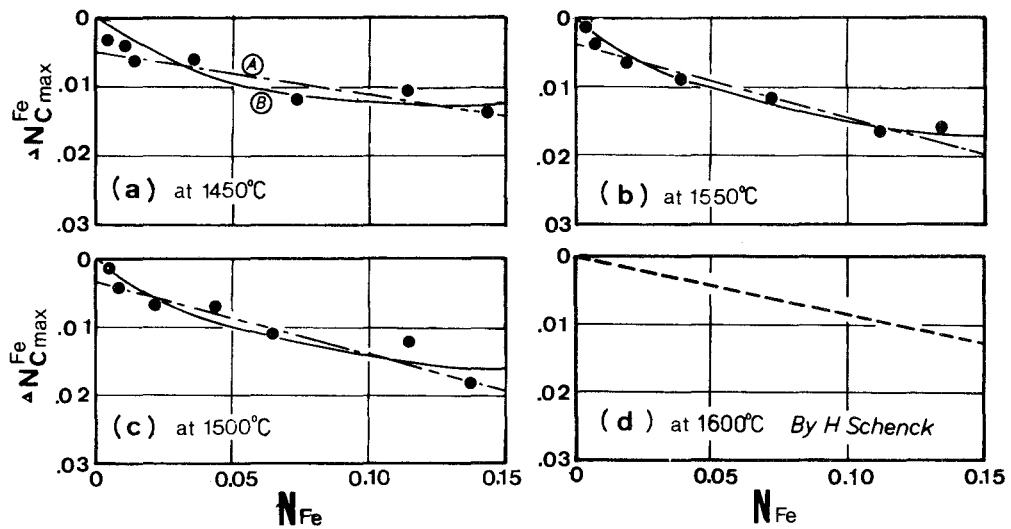


図-3 Mn の炭素飽和溶解度におよぼす Fe の影響

$$\Delta N_{\text{C}}^{\text{Fe}}(\text{max}) \text{ at } 1500^{\circ}\text{C} = 0.83 N_{\text{Fe}}^{\%} - 0.23 N_{\text{Fe}} \quad (9)$$

$$\Delta N_{\text{C}}^{\text{Fe}}(\text{max}) \text{ at } 1550^{\circ}\text{C} = 1.17 N_{\text{Fe}}^{\%} - 0.28 N_{\text{Fe}} \quad (10)$$

### 3 低濃度 Mn-Si 系合金溶液の炭素飽和溶解度

Mn-Si 系合金溶液の炭素飽和溶解度の測定結果ならびにこれより前節同様の方法で計算した  $N_{\text{Si}}$ ,  $N_{\text{C}}^{\text{Si}}(\text{max})$  および  $\Delta N_{\text{C}}^{\text{Si}}(\text{max})$  の値を表-4 に示す。また  $\Delta N_{\text{C}}^{\text{Si}}(\text{max})$  の値と  $N_{\text{Si}}$  の値との関係を示すと図-4 になる。図において■印を付した諸点は前章で説明した平衡実験を同時に行なった場合の測定値である。

この系においても測定点が軽微ながら2次曲線上に分布しているとも見られるので、前節の場合と同様に2とおりの処理を行ない、つぎに示す式(11)～(16)の関係式を得た。また、図-4のⒶおよびⒷはそれぞれの関係式にもとづく線である。

A 1次関数関係として表現した場合

$$\Delta N_{\text{C}}^{\text{Si}}(\text{max}) \text{ at } 1400^{\circ}\text{C} = -0.72 N_{\text{Si}} - 10.86 \times 10^{-3} \quad (11)$$

$$\Delta N_{\text{C}}^{\text{Si}}(\text{max}) \text{ at } 1450^{\circ}\text{C} = -0.68 N_{\text{Si}} - 7.61 \times 10^{-3} \quad (12)$$

$$\Delta N_{\text{C}}^{\text{Si}}(\text{max}) \text{ at } 1550^{\circ}\text{C} = -0.71 N_{\text{Si}} - 2.56 \times 10^{-3} \quad (13)$$

表-4 Mn-Si 系溶液の炭素飽和溶解度の測定結果

Temp. (°C)	No.	Mn, %	Fe, %	C, %	$N_{\text{Si}}$	$N_{\text{C}}$	$-\Delta N_{\text{C}}^{\text{Si}}(\text{max})$
1400	A 1	92.65	0.27	7.08	0.004	0.258	0.011
	2	92.60	0.41	6.99	0.006	0.255	0.014
	3	92.11	1.07	6.82	0.017	0.249	0.020
	4	90.24	3.77	5.99	0.059	0.219	0.050
	5	88.22	7.73	4.05	0.124	0.152	0.117
	6	84.79	12.33	2.88	0.197	0.108	0.161
	7	81.99	15.42	2.59	0.243	0.096	0.173
1450	B 1	92.51	0.25	7.24	0.004	0.263	0.010
	2	92.31	0.45	7.24	0.007	0.262	0.011
	3	91.96	1.23	6.81	0.019	0.248	0.025
	4	90.04	3.82	6.14	0.059	0.224	0.049
	5	87.01	7.78	5.21	0.121	0.189	0.089
	6	84.02	12.46	3.52	0.196	0.129	0.144
	7	81.87	15.49	2.64	0.244	0.097	0.176
1550	C 1	91.93	0.23	7.84	0.004	0.280	0.001
	2	91.84	0.76	7.40	0.012	0.269	0.007
	3	91.62	0.97	7.41	0.015	0.266	0.015
	4	89.35	4.55	6.10	0.070	0.216	0.065
	5	86.52	7.80	5.68	0.119	0.203	0.078
	6	84.56	11.60	3.82	0.182	0.140	0.141
	7	81.54	15.33	3.13	0.238	0.114	0.167

B 2次関数関係として表現した場合

$$\Delta N_c^{Si(max)} \text{ at } 1400^\circ\text{C} = 1.77 N_{Si}^2 - 1.12 N_{Si} \quad (14)$$

$$\Delta N_c^{Si(max)} \text{ at } 1450^\circ\text{C} = 0.24 N_{Si}^2 - 0.77 N_{Si} \quad (15)$$

$$\Delta N_c^{Si(max)} \text{ at } 1550^\circ\text{C} = 0.35 N_{Si}^2 - 0.80 N_{Si} \quad (16)$$

#### 4 低濃度 Mn-Fe-Si 系合金溶液の炭素飽和溶解度

Mn-Fe-Si-C 系の合金溶液において溶媒金属の Mn が低濃度の溶質成分 Fe, Si, C をそれぞれ  $N_{Fe}$ ,  $N_{Si}$ , ならびに  $N_c$  含有するとき, C の活量係数  $\gamma_c$  は Wagner の導いた式を適用すると式 (17) になる。

$$\ln \gamma_c(N_c, N_{Fe}, N_{Si}) = \ln \gamma_c^\circ + N_c \frac{\partial \ln \gamma_c^\circ}{\partial N_c} + N_{Fe} \frac{\partial \ln \gamma_c^\circ}{\partial N_{Fe}} + N_{Si} \frac{\partial \ln \gamma_c^\circ}{\partial N_{Si}} \quad (17)$$

炭素飽和系においては C の活量がすべて 1 であるので, 式 (17) より最終的に式 (18) を導くことができる。

$$N_{c(max)} = N_c^\circ - N_c^\circ (N_{Fe} \epsilon_c^{(Fe)} + N_{Si} \epsilon_c^{(Si)}) \quad (18)$$

この式における  $\epsilon_c^{(Fe)}$ , および  $\epsilon_c^{(Si)}$  はそれぞれ式 (19) によって定義される相互作用母係数であ

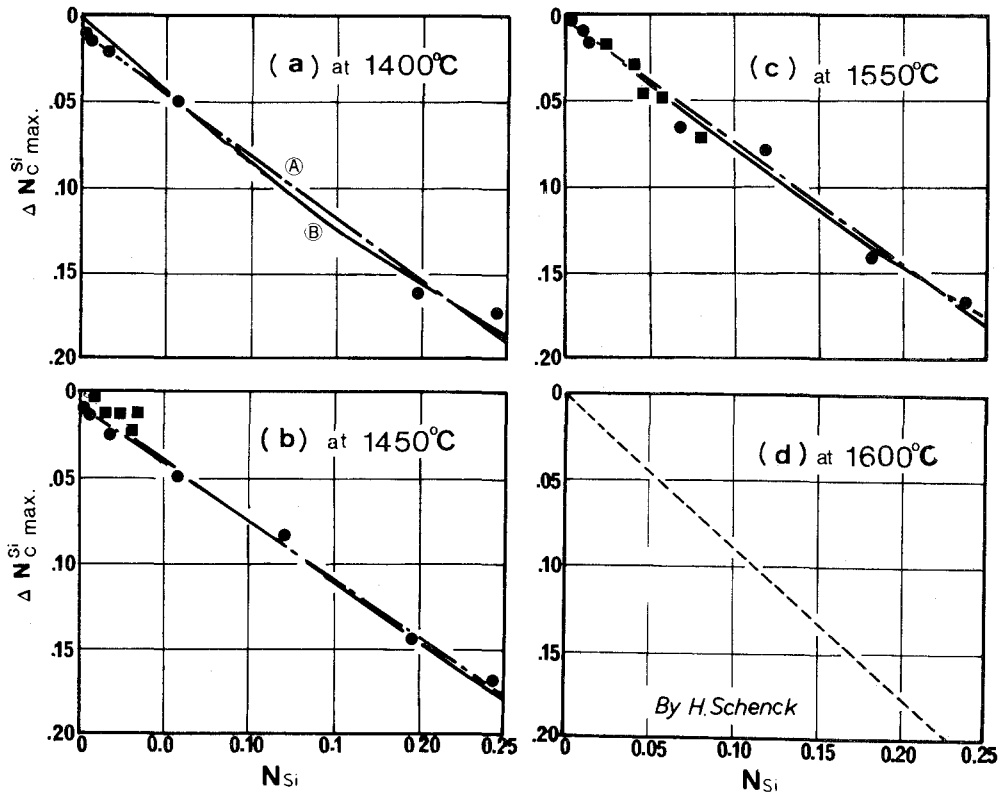


図-4 Mn の炭素飽和度におよぼす Si の影響



る。

$$\epsilon_c^{(Fe)} = \frac{\partial \ln \gamma_c}{\partial N_{Fe}} = \frac{\partial (-\ln N_c)}{\partial N_{Fe}} \quad (19)$$

$$\epsilon_c^{(Si)} = \frac{\partial \ln \gamma_c}{\partial N_{Si}} = \frac{\partial (-\ln N_c)}{\partial N_{Si}}$$

すなわち、これらの相互作用母係数は前述の Mn-Fe 系ならびに Mn-Si 系合金溶液の炭素飽和溶解度の測定値の対数を溶質成分の原子分率に対してプロットすることにより得られる曲線の勾配より求めることができる。図-5 および図-6 はそれぞれ Mn-Fe 系ならびに Mn-Si 系の  $(-\ln N_c) - N_x$  曲線の低

濃度直線域を示す。図-7 はこれらの低濃度域の直線部の勾配から計算した Fe および Si の C の活量係数に対する相互作用母係数  $\epsilon_c^{(Fe)}$  および  $\epsilon_c^{(Si)}$  の温度による変化を示す。両成分とも高温になる程相互作用母係数の値は高くなる傾向が見られた。また  $\epsilon_c^{(Si)}$  に比較して  $\epsilon_c^{(Fe)}$  はきわめて低く Fe の作用は場合により無視することができる。

これらの相互作用母係数を用いて (18) 式より Mn-Fe-Si 系合金溶液の 1400, 1500 および 1600°C における炭素飽和溶解度を計算し、等炭素溶解度曲線を描くとそれぞれ図-8 の (a), (b) ならびに (c) に示した右方すなわち高 Fe 側が低下する斜めの各線で示される。低濃度溶液を仮定して

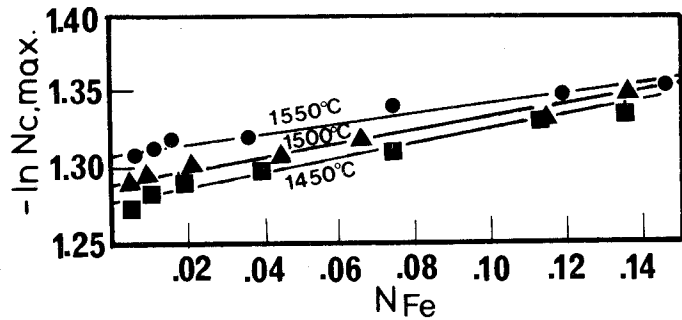


図-5 Mn-C-Fe 系における炭素飽和溶解度と Fe 濃度との関係

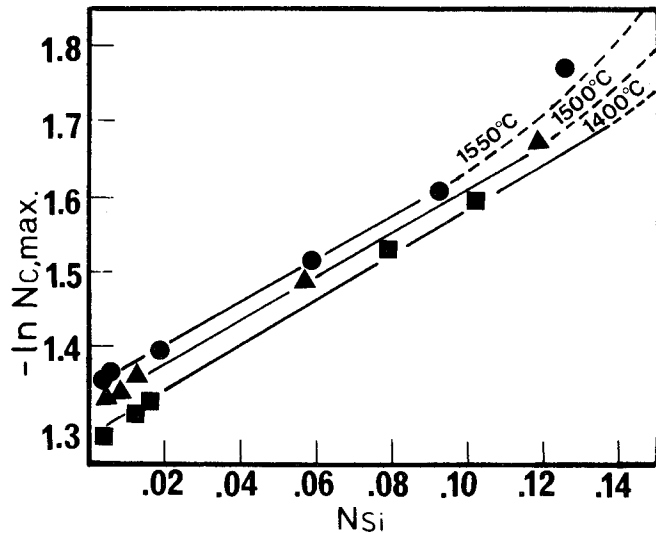


図-6 Mn-C-Si 系における炭素飽和溶解度と Si 濃度との関係

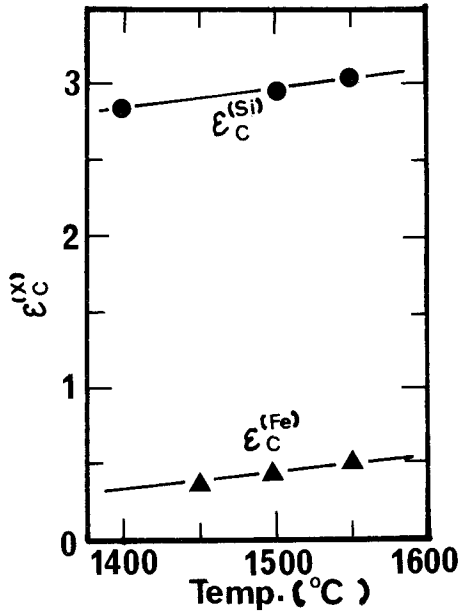


図-7 Mn-C-Fe系およびMn-C-Si系におけるCの活量係数に対するFeならびにSiの相互作用母係数

導いた(18)式がどの程度の濃度域まで適用できるかを検べることを目的として、Mn-Fe-Si系合金溶液の炭素飽和溶解度の実測した結果を、同図に合わせ示した。これによると低Si, 低Fe濃度では飽和炭素溶解度の計算値と実測値はほぼ近似するが、高濃度になるにしたがい、炭素飽和溶解度の実測値が計算値より高くあらわれる。これは図-3ならびに図-4の曲線の傾向から予測されたところであり、このMn-Fe-Si系合金溶液においては(18)式の適用できる濃度範囲は $N_{Fe}$ ,  $N_{Si}$ ともに0.1以下程度と思われる。とくに1600°Cの場合、 $\epsilon_C^{(Fe)}$ および $\epsilon_C^{(Si)}$ 値は外挿値を用いたことにもよるが、高濃度側の炭素飽和溶解度の計算値と実測値との差が甚しい。

#### 5 Mn-Fe-Si系合金溶液の炭素飽和溶解度についての実験式の誘導

前節に述べたように、Mn-Fe, Mn-Siの低濃度溶

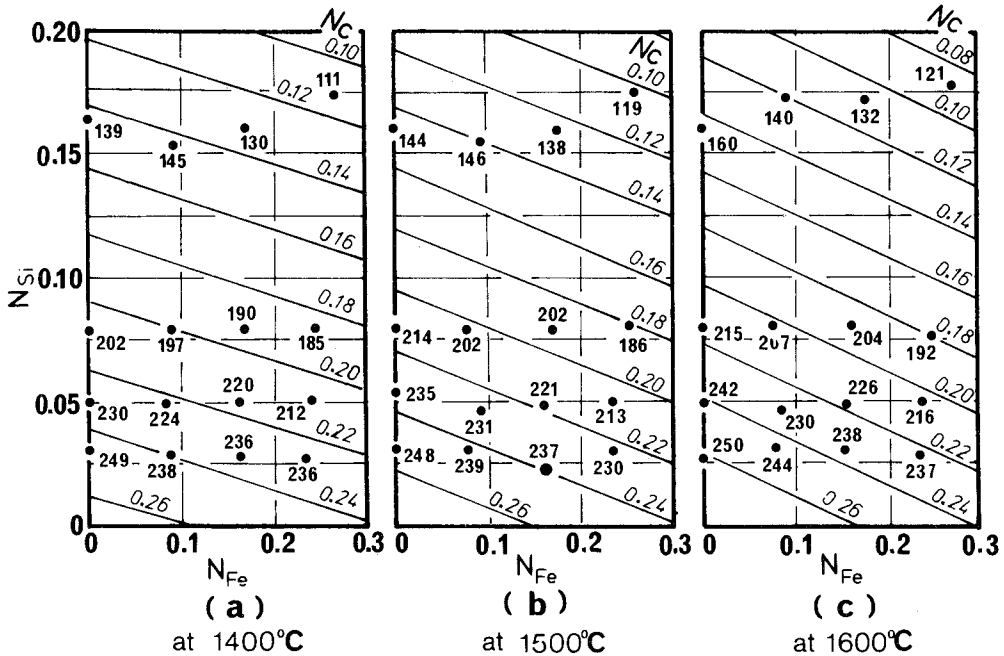


図-8 Mn-Fe-Si系合金溶液における炭素飽和溶解度の計算値と実測値(数字は $\times 10^{-3}$ )

液の炭素飽和溶解度の測定結果から得られたそれぞれの相互作用母係数より Mn-Fe-Si 合金溶液の炭素飽和溶解度の計算はきわめて Fe, Si の低濃度域に限られ、一般には適用できない。また図-3 および図-4 の各点の分布が2次曲線としても表現できることに着目し、修正式を得ることを試みたが満足すべき結果が得られなかった。

実用組成域における Mn-Fe-Si 合金溶液の炭素飽和溶解度については西村ら<sup>(7)</sup>および Skiredj ら<sup>(3)</sup>の報告がある。前者は測定温度が1350°Cに限られており、後者は1400~1600°Cの高温で測定されているが Si の低濃度のものに限られている。したがって、上記の諸研究結果を検討するとともに、温度域および濃度域をさらに拡大する目的で、本研究においては1300~1600°C, 0~20% Si の測定条件でこの系の溶液の炭素飽和溶解度を測定した。ただし、この実験では Fe/(Fe+Mn)比を0.25に一定にするように配合したが、分析の結果この比は0.244~0.273の間に分散した。この程度の Fe/(Fe+Mn)の差は炭素飽和溶解度にほとんど影響を与えないと考えられるのでこの差を無視して検討することとする。図-9はこの測定結果である。炭素飽和後の試料の分析結果、Siの百分率もわずかな散乱が見られた。このよう

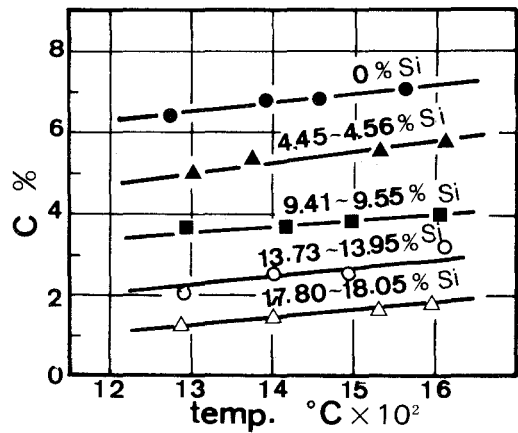


図-9 Mn-Fe-Si 系合金溶液の炭素飽和溶解度の温度による変化

な Fe および Si の含有率の変動にもかかわらず、この系の溶液の炭素飽和溶解度は各 Si 含量において温度に対してきわめて良好な直線関係にあることが認められた。したがってこの図の各直線を基準として炭素飽和溶解度を Si % に対してプロットすると図-10になる。この図における破線は Skiredj ら<sup>(3)</sup>の測定範囲と結果を示す。彼らの測定濃度域内では本研究結果と数値的に大きな差がないが、彼らの導いた直線は傾

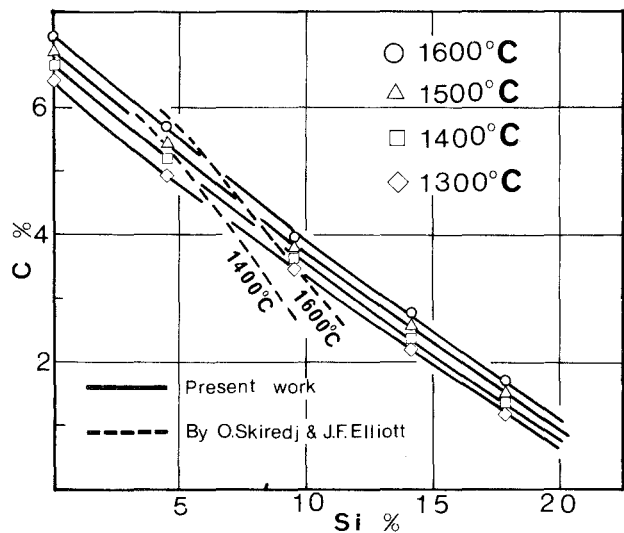


図-10 各温度における Mn-Fe-Si 系合金溶液の炭素飽和溶解度の Si 含量による変化

きが本研究結果といちじるしく差があるので、高 Si 域まで外挿し適用すると差が大きくなる。西村らの結果は概して本研究の結果より低い値を示しているが、彼らは Si の増加分だけ Fe を低くする試料系について得られた結果であり、 $Fe/(Fe+Mn)$ 比をほぼ一定にした本実験の結果とは直接に比較し、図-10に表示することはできない。なお図-9ならびに図-10は従来の報告と比較するために原子分率ではなく百分率表示を行なった。

以上の結果は高炭素フェロマンガンを対象として実用的な目的から  $Fe/(Fe+Mn)$ 比を一定として実験を行なった結果であり、Mn-Fe-Si 系合金溶液において全濃度域にわたりその炭素飽和溶解度を知るにはきわめて多数の実験が必要になる。著者は別にこの系の合金溶液と各系のスラグとの平衡について多くの実験を行ない、炭素飽和合金試料の分析値を得ている<sup>(5)</sup>。これらのデータは前述の諸実験に比較していく分精度が劣るが長時間定温に保持し黒鉛ルツボより十分に炭素を飽和溶解させたものであり、これを統計処理することにより、合金溶液の組成と炭素飽和溶解度との間の関係式が得られる。

図-11は 1500°C における Mn-Fe-Si 合金溶液の  $N_{Fe}$  のほぼ同一レベルごとに炭素飽和溶解度と  $N_{Si}$  との関係を表示したものである。いくつかの試料に明らかに炭素粉の混入によるものと思われる異常値が見られたが、このような点を除くと  $N_{Fe}$  に多少の差があるにもかかわらず、炭素飽和溶解度は  $N_{Si}$  の増加とともに直線的に減少することが認められる。これらの関係を式であらわすと式 (20) ~ (24) の 5 式になり、図-11 の(a)~(e)にそれぞれ実線によって示した。

$$0. \sim 0.03 N_{Fe} \text{ の場合 } N_{c(max)} = -0.716 N_{Si} + 0.274 \quad (20)$$

$$0.04 \sim 0.07 N_{Fe} \text{ の場合 } N_{c(max)} = -0.758 N_{Si} + 0.289 \quad (21)$$

$$0.08 \sim 0.11 N_{Fe} \text{ の場合 } N_{c(max)} = -0.591 N_{Si} + 0.268 \quad (22)$$

$$0.12 \sim 0.15 N_{Fe} \text{ の場合 } N_{c(max)} = -0.971 N_{Si} + 0.297 \quad (23)$$

$$0.16 \sim 0.19 N_{Fe} \text{ の場合 } N_{c(max)} = -1.081 N_{Si} + 0.300 \quad (24)$$

これらの各式を見ると式 (22) を除いて右辺の各項の係数は  $N_{Fe}$  に対してそれぞれ直線関係にあるように思われる。図-11 の(c)は見られるように実測点が少なく、 $N_{Si}$  の分布域も狭いのでこの直線の信頼性は低いものと思われる。したがって、この式を除く 4 式の各係数と  $N_{Fe}$  との関係を求め、前記 5 式の各係数を修正すると (25) より式 (29) までの 5 式になる。

$$0. \sim 0.03 N_{Fe} \text{ の場合 } N_{c(max)} = -0.725 N_{Si} + 0.290 \quad (25)$$

$$0.04 \sim 0.07 N_{Fe} \text{ の場合 } N_{c(max)} = -0.810 N_{Si} + 0.292 \quad (26)$$

$$0.08 \sim 0.11 N_{Fe} \text{ の場合 } N_{c(max)} = -0.895 N_{Si} + 0.294 \quad (27)$$

$$0.12 \sim 0.15 N_{Fe} \text{ の場合 } N_{c(max)} = -0.980 N_{Si} + 0.296 \quad (28)$$

$$0.16 \sim 0.19 N_{Fe} \text{ の場合 } N_{c(max)} = -1.065 N_{Si} + 0.298 \quad (29)$$

これらの関係を図-11 の各図に破線をもって示した。(c) 図を含めて各測定点はこれらの修正式による破線の周辺にほぼ納得できる分布を示していることが認められる。つぎに上記各式

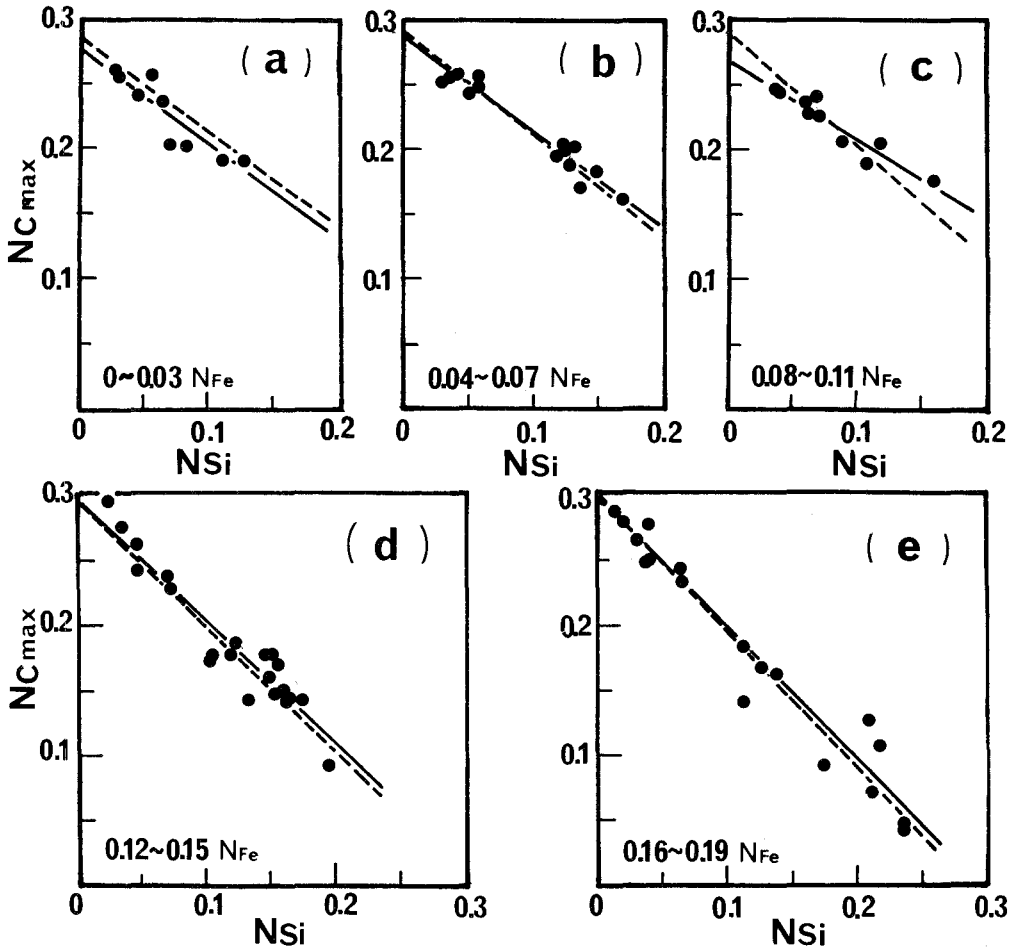


図-11 1500°Cにおけるスラグとの平衡実験により得られた Mn-Fe-Si 系合金の炭素飽和溶解度

の右辺の各項の係数と  $N_{Fe}$  との関係から 1500°C における Mn-Fe-Si 系合金溶液の各成分の濃度と炭素飽和溶解度との間につきの関係式を導くことができる。

$$N_{C(max)} = -2.125N_{Fe}N_{Si} - 0.693N_{Si} + 0.043N_{Fe} + 0.290 \quad (30)$$

#### IV 総 括

Mn-Fe-Si 系合金溶液の炭素飽和溶解度については従来いくつかの報告もあるが希薄溶液であるかあるいは比較的狭い濃度範囲に限られている。また Mn は純度の高い試料を得難く、高い蒸気圧をもち、化学的にきわめて活性であるなどの理由により、炭素飽和溶解度の精度の高い実測が困難であり、諸報告の間にはかなりの相違が見られる。本研究はこれらの結果を検討するとともに、市販のフェロマンガ、シリコマンガの組成域を含めて広い濃度域にわたる

測定を試みたものである。得られた結果はつぎのようにまとめることができる。

1) 1400~1650°C で純 Mn の炭素飽和溶解度を測定した結果、つぎの式であらわされる関係が見出された。

$$\log N_{c(max)} = -390/T - 0.338$$

これは Schenck らの得た結果に近似している。

2) 1400~1550°C で Mn-Fe 系ならびに Mn-Si 系合金溶液に炭素を飽和溶解し、 $N_{Fe}$  および  $N_{Si}$  と炭素飽和溶解度との低濃度における関係式を導いた。さらにこの関係の直線域の傾きよりそれぞれの系の炭素の活量係数に対する Fe および Si の相互作用母係数  $\epsilon_c^{(Fe)}$  および  $\epsilon_c^{(Si)}$  の値を各温度について計算した。

3) 得られた  $\epsilon_c^{(Fe)}$  および  $\epsilon_c^{(Si)}$  を用いて Mn-Fe-Si 系合金溶液の炭素飽和溶解度を計算し、この3元系の合金溶液の炭素飽和溶解度の実測結果と比較検討し、限られた低濃度域についてはきわめて近似した結果を得ることを確かめた。

4) 高炭素フェロマンガンの実用組成に近い  $N_{Fe}/(N_{Fe}+N_{Mn}) \approx 0.25$ ,  $N_{Si} = 0 \sim 0.25$  の Mn-Fe-Si 系合金溶液の炭素飽和溶解度を実測し、各温度におけるその変化を検討した。

5) 別に行なった炭素飽和 Mn 合金と各系のスラグとの平衡実験により得られた多数の分析値を利用し、1500°C における各成分の濃度と炭素飽和溶解度との関係を検討し、つぎの一般式を導いた。

$$N_{c(max)} = -2.125 N_{Fe} N_{Si} - 0.693 N_{Si} + 0.043 N_{Fe} + 0.290$$

本報告は室蘭工業大学金属工学科の職員ならびに多数の学生諸君の協力によるものであることを付記し深謝する次第である。

(昭和 54 年 5 月 19 日受理)

## 参 考 文 献

- 1) E. T. Turkdogan, R. A. Hancock, S. I. Herlitz: J. Iron Steel Inst., 74, 274, (1956).
- 2) H. Schenck, M. G. Froberg, E. Steinmetz: Arch. Eisenhüttenwes., 34, 37, (1963).
- 3) O. Skiredj, J. F. Elliott: Trans. AIME., 227, 536, (1963).
- 4) B. P. Burylev: Izv. Vysshikh Uchebn. Zavedenii Chern. Met., 7, 5, (1964).
- 5) 田中章彦: 鉄と鋼 (投稿中)
- 6) 小島康, 佐野幸吉: 鉄と鋼, 51, 1122, (1965).
- 7) 西村秀雄, 渡辺暁: 鉄と鋼, 28, 897, (1961).
- 8) F. Neumann, H. Schenck, W. Patterson: Giesserei, 23, 1217, (1959).



# PULSED OXIDATION REACTION OF CO OVER WO<sub>3</sub> CATALYST

Noriaki Kaneki, Tatsuo Unno, Hiroshi Hara,  
Koozi Shimada, and Yoshiteru Jomoto

## Abstract

The pretreatment of WO<sub>3</sub> catalyst used for the CO oxidation reaction was shown to require that it should be degassed under vacuum (10<sup>-6</sup>torr), for 8 hours at room temperature. An unsteady state pulsed reaction rate, having a decay fraction for CO oxidation over WO<sub>3</sub>, was also proposed.

## Introduction

WO<sub>3</sub> has been extensively studied as a catalyst and co-catalyst. The most important properties are antiferroelectricity and n-type semiconductor. It is used extensively as a catalyst in hydrogenation, polymerization, isomerization of olefins, hydrolysis and esterification of alcohols, and pyrolysis of other compounds. It was reported that the temperature coefficient of electrical resistance of WO<sub>3</sub> ceramics, change from negative to positive by oxygen gas adsorbed on the surface of WO<sub>3</sub> at about 400°C.<sup>1</sup>

This paper reports a preparation conditions producing a catalyst having high activity for oxidation of CO and an unsteady reaction rate equation for CO oxidation over WO<sub>3</sub> by a convenient pulse technique. This reaction simultaneously involves a catalytic reaction and a decreased activity reaction because the two types of sites on the catalytic surface show different adsorption rates.

## Methods

WO<sub>3</sub> catalyst samples were prepared from a high purity p-tungsten ammonium powder. The powder was mixed in a ball mill for 2 hours, pressed into pellets at 1000Kg/cm<sup>2</sup>, calcined in air at 300°C and screened at 24~60 Tyler mesh range.

The fixed reaction apparatus included a convenient gaschromatograph, a reactor and a vacuum manifold as shown in Fig. 1. A pure He gas(99.99999%) was flowed through the reactor as a carrier gas. Both the reactant gases, CO, and O<sub>2</sub>, were also purified by a usual technique. Gases were analyzed by gaschromatography using a squalancesilicagel and an activated charcoal column.

Experimentally it was found by this study that the relations between catalyst amount or pulse volume and product gas volume were directly proportional under the operating conditions chosen. The following sets of operating conditions were specified: pulsed volume: 0.5ml, catalytic amount: 0.5g, reaction temperature: 500°C and flow volume of carrier gas in the reactor: 40ml/min. The pulse length was less than 1% of the tube length of the reactor. The pulsed reaction was carried out as follows: after the catalyst was placed in the reactor,



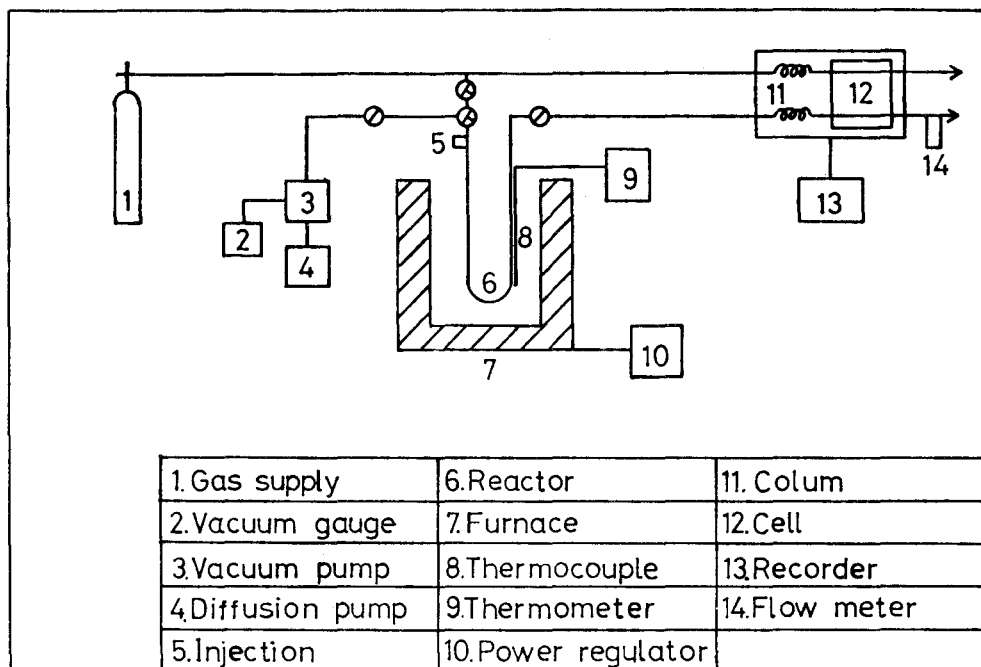


Fig. 1

the atmosphere inside the reactor was changed from air to the following alternative conditioning treatments : (1) Helium at room temperature for approximately 1 hour, followed by heating for a 3 hour period until a temperature of 500°C was reached. (2) Air at room temperature for approximately 1 hour, followed by heating for a 3 hour period until a temperature of 500°C was reached. (3) vacuum ( $10^{-6}$  torr) at room temperature for 8 hours, followed by heating for a 3 hour period until a temperature of 500°C was reached. (4) Hydrogen at room temperature for approximately 1 hour, followed by heating for a 3 hour period until a temperature of 500°C was reached. At the end of the conditioning period, the carrier gas is flowed through the reactor at a flow rate of 40 ml/min. and a mixed gas 0.5 ml is pulsed into the reactor with a millilitersyringe. The pulsed reactant gas was a mixture of carrier gas combined with CO and O<sub>2</sub>. A 2:1 ratio of CO to O<sub>2</sub> was used in the gas mixture. The conversion ratio of product gas CO<sub>2</sub> obtained by a pulsed test is defined by the following relation:

$$\text{conversion ratio [\%]} = \frac{\text{product CO}_2 \text{ in pulse}}{\text{reactant CO in pulse}} \times 100$$

### Result

The first conversion of product CO<sub>2</sub> by the first pulse depends on the pretreatment of the sample under the variable atmosphere. The first conversion results obtained by the first pulse were given in Table 1. Vacuum pretreatment was thus chosen as the reference

Table 2 Effect of contaminative gas Table 1 Conversion vs. atmosphere

contaminative gas	conversion (%)
no contamination	5.2
CO <sub>2</sub>	5.2
CO	5.0
O <sub>2</sub>	0.8

pulse gas ; CO:O<sub>2</sub> = 2:1  
 reaction temp ; 500 (°C)

atmosphere	conversion (%)
He	3.4
Air	0.8
Vacuum	5.2
H <sub>2</sub>	0.3

calcining temp. ; 300 (°C)  
 reaction temp. ; 500 (°C)  
 calcining temp. atmos. ; air  
 pulse gas ; CO:O<sub>2</sub> = 2:1

condition for effect of contaminant gas. After pretreatment of the sample under vacuum, the sample was fully contaminated with each gas(CO, CO<sub>2</sub> and O<sub>2</sub>) by the pulse technique. The first conversion results obtained by the first pulse were listed in Table 2. However, it was found that contaminated samples degassed under vacuum completely recovered the catalytic activity. Fig. 2 shows the conversion of CO<sub>2</sub> as influenced by pulse time and oxygen molar fraction [(O<sub>2</sub>mol)/(CO+O<sub>2</sub>)mol].

### Discussion

According to the results shown in Table 1 and 2, the first conversion of CO<sub>2</sub> of the samples pretreated under He and vacuum was higher than the CO<sub>2</sub> conversion of the samples under Air and H<sub>2</sub>. Furthermore, no inhibition of the first conversion of CO<sub>2</sub> was observed by the addition of CO and CO<sub>2</sub>, but O<sub>2</sub> gas had the inhibition effect. It seems that CO and CO<sub>2</sub> gases are seldom adsorbed on the surface of WO<sub>3</sub>, but O<sub>2</sub> gas is easily adsorbed. On the other hand, in the pretreatment with a reducing gas such as H<sub>2</sub>, the first conversion of CO<sub>2</sub> is noticeably reduced. This may due to the fact that reduced WO<sub>3</sub> has less catalytic activity because the H<sub>2</sub> may have changed WO<sub>3</sub> into other compounds such as W<sub>2</sub>O<sub>3</sub> and WO<sub>2</sub> that don't show catalytic activity for the CO oxidation reaction. The results for Fig. 2 reveal that the first conversion of CO<sub>2</sub> increased with a increasing oxygen partial pressure in the first pulse, but, also, on the second and later pulses, the conversion of CO<sub>2</sub> decreased with increasing pulse time. Thus it would seem that the WO<sub>3</sub> sample from which a part of oxygen is degassed, shows enhanced catalytic activity of CO oxidation. The reaction is enhanced with increasing oxygen partial pressure of the pulse. The discrepancy between surface with pretreating under vacuum and without was not observed by X-ray diffraction. It appears that the surface on the catalyst WO<sub>3</sub> was reduced under vacuum because the color of the surface on the catalyst pretreated under vacuum changed from yellow to dark green. It is a necessary operation that a WO<sub>3</sub> oxidation catalyst be partially degassed under vacuum or inert gas. Our experiment found that WO<sub>3</sub> has higher activity under vacuum than under He.

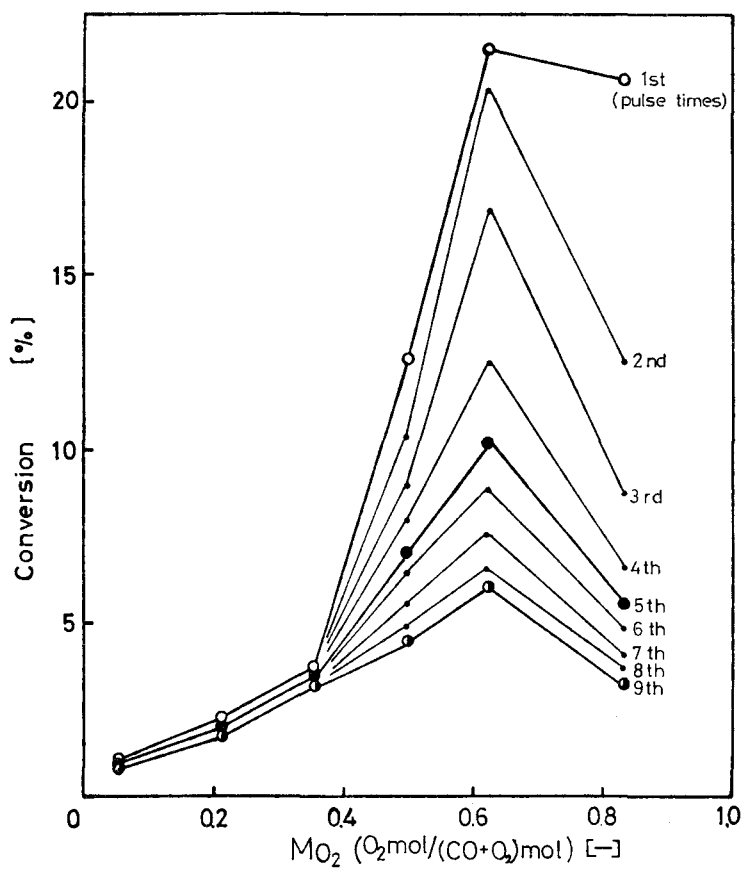


Fig. 2

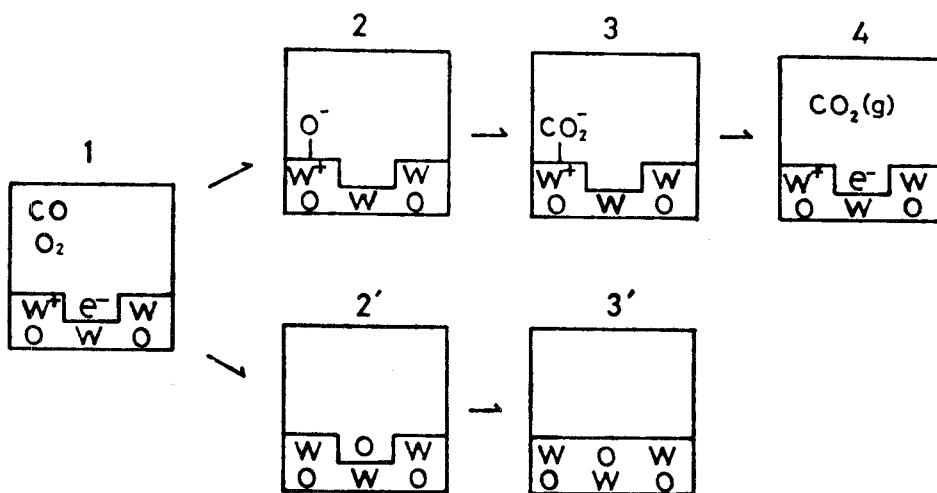


Fig. 3

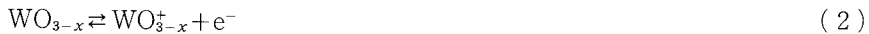
From the above experimental results, although the reaction mechanism of CO oxidation over WO<sub>3</sub> has to be discussed in more detail, for this discussion, it is assumed that the oxidation reaction is proceeded as in Fig. 3. A picture of formation of oxygen defect on the surface of WO<sub>3</sub> that degassed under vacuum is shown in the block 1 of Fig. 3. When a gas mixture of CO and O<sub>2</sub> was introduced on the active catalyst WO<sub>3</sub> by a pulse, a donor molecular oxygen is first adsorbed on the surface of ionized metal, as shown on block 2. Block 3 reveals that the oxygen shown in the block 2 reacts with an electron acceptor molecular CO. In block 4, a produced CO<sub>2</sub> releases from the surface of WO<sub>3</sub> and the resulting surface state for the catalytic reaction is similar to that of starting block 1. The results shown in Fig. 2 also reveal that the catalytic activity was decreased with an increase of pulse time. We offer that any reaction path other than the process shown in blocks 1 to 4 in Fig. 3 would occur in parallel. The parallel reaction ( blocks 2' and 3') reduced catalytic activity at the same time as the catalytic reaction took place as shown with blocks 1 to 3' in Fig. 3. The blocks in Fig. 3 showed that O<sub>2</sub> gas is again adsorbed on the same site of the oxygen defect formed under vacuum as shown in a block 2' and the state of WO<sub>3</sub> prior to the vacuum pretreatment is reduced in block 3'. The WO<sub>3</sub> shown in block 3' in Fig. 3 showed less catalytic activity. But the WO<sub>3</sub> will be again recovered by treatment by vacuum. A distinction of oxygen between 2 and 2' in Fig. 3 is believed to be due to different isomeric oxygen species. However, in this paper, the distinction is not clearly explained.

If the catalytic reaction proceeds according to the model discussed above, the model that was proposed to explain the reaction may be written in the following reaction form. The state on the surface of WO<sub>3</sub> pretreated under vacuum is



where, WO<sub>3-x</sub> shows the state of WO<sub>3</sub> pretreated under vacuum, but the value x is small enough to be neglected.

The WO<sub>3-x</sub> that is electrically in equilibrium is



The ionized metal reacts with O<sub>2</sub> gas, and so, a complex compound is produced



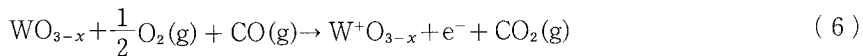
The complex also reacts with CO gas



After reaction, the produced gas CO<sub>2</sub> is released



Thus, the total catalytic reaction is



If the rate determining step is assumed to be the oxygen adsorption in equation 3 in our experimental results, then the first pulsed reaction can be:

$$V_1' = k_1' [W^+O_{3-x}] [e^-] P_{O_2}^{1/2} \quad (7)$$

Equation 2 allows the derivation of equation:

$$[W^+O_{3-x}] = [e^-], \quad K = [W^+O_{3-x}] [e^-] \quad (8)$$

Equation 8 can be rearranged to yields:

$$V_1' = k_1' K P_{O_2}^{1/2} \quad (9)$$

Where,  $k$  is a reaction rate constant, and  $K$  is an equilibrium constant.

Below, we now write the other poisoning reaction mechanism shown in blocks 1 to 3' of Fig. 3 for the above catalytic reaction. We can write:



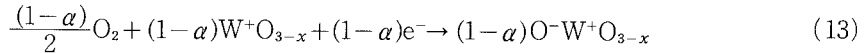
Then the reaction rate is presented

$$V_1'' = k_1'' [W^+O_{3-x}] [e^-] P_{O_2}^{1/2} \quad (11)$$

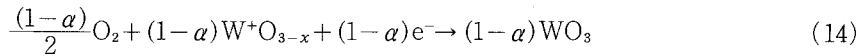
thus, the reaction rate which is really observed by the first pulse will be the differences between the equation 9 and 11

$$V_1 = K(k_1' P_{O_2}^{1/2} - k_1'' P_{O_2}^{1/2}) \quad (12)$$

then, in the second pulse or much more, we must consider that the fraction of active sites decreased by the each pulse. Let term  $\alpha$  be the fraction of active sites that disappeared by a pulse. Then, in the second pulse reaction, the catalytic reaction is



where  $1-\alpha$  is the fraction of active species. Similarly, the reaction occurred between the surface of  $WO_3$  and oxygen gas in the second pulse is



then, in the second pulse, the net reaction rate observed is:

$$V_2 = K^{(1-\alpha)} (K_2 P_{O_2}^{1-\alpha} - K_2'' P_{O_2}^{\frac{(1-\alpha)x}{2}}) \quad (15)$$

Thus, in the  $n$ -th pulse, the reaction rate is:

$$V_n = K^{(1-\alpha)^{n-1}} (k_n' P_{O_2}^{\frac{(1-\alpha)^{n-1}}{2}} - k_n'' P_{O_2}^{\frac{(1-\alpha)^{n-1}x}{2}}) \quad (16)$$

If we put  $x \ll 1$  and the second term is smaller than the first term in right side of the equation 16, that is, when the amount of degassed oxygen on the surface of  $WO_3$  under vacuum is smaller, the equation 16 can simplify to:

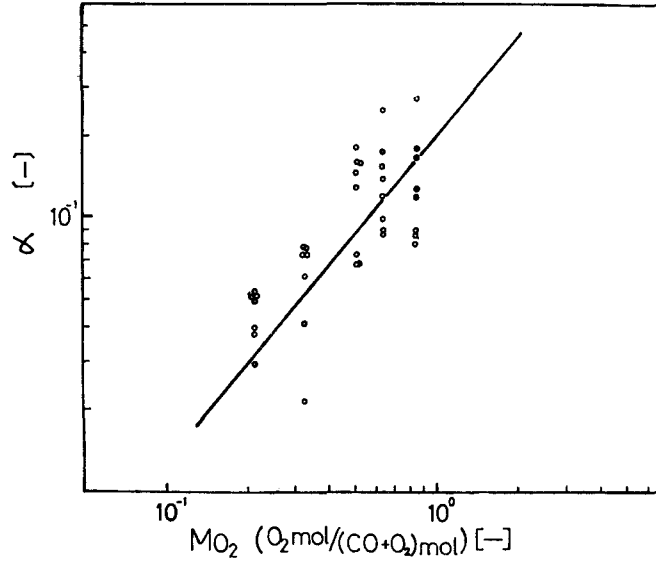


Fig. 4

$$V_n = K' P_{O_2}^{\frac{1-(n+1)\alpha}{2}} \tag{17}$$

where,  $K' = k'_n K^{(1-\alpha)^{n-1}}$

Fig. 4 reveals the relation between the fraction of active sites disappeared  $\alpha$  and oxygen molar fraction  $Mo_2$  [ $O_2 \text{ mol} / (O_2 + CO) \text{ mol}$ ]. The correlation equation that was fitted to these data is about

$$\alpha = 0.2 Mo_2^{1.15} \tag{18}$$

where,  $\alpha [-] = \frac{A_n - A_{n+1}}{A_n}$

$A_n$  and  $A_{n+1}$  are present with  $CO_2$  conversion of  $n$  th and  $(n+1)$ th pulse. According to equations 17 and 18 and Fig. 2, in the same pulse times, a pulse reaction increases with increasing oxygen partial pressure in a pulse. But, the fraction of decreased active sites,  $\alpha$ , also increases with increasing oxygen partial pressure, as shown in Fig. 4. Furthermore, the reaction for oxygen partial pressure will increase with increasing oxygen partial pressure up to a peak value, and then decrease thereafter as shown in Fig. 2. On the other hand, for a given pressure, increasing the pulse times causes the slope of the decay curve to increase.

From these experimental results as shown in Fig. 2, a quantitative comparison of the model developed in this paper with the results obtained experimentally is extremely difficult because of the problems that arise in the precise evaluation of such parameters as  $k$  and  $K$  in an experimental reaction. However, the qualitative comparison of theoretical and experimental results is not difficult. Representative curves from these experimentals are shown in Fig. 2. These feature qualitatively the characteristic of model presented herein as indicated by the equation 16. In view of the model presented here, it seems that the rate-determining

step is a oxygen adsorption process on the surface of the  $\text{WO}_3$  catalyst and the unsteady state reaction rate is given by an equation having a decay fraction because of the existence of two types of sites on the catalytic surface, may show different adsorption reaction rates.

### Conclusions

A technique for pretreating of  $\text{WO}_3$  catalyst under vacuum ( $10^{-6}$ Torr), for 8 hours, at room temperature was shown.  $\text{WO}_3$  preteated had a high catalytic activity and an unsteady state equation having a decay function for the  $\text{CO-O}_2$  pulsed reaction over  $\text{WO}_3$  was obtained.

(Received May.9.1979)

### Nomenclature

A=CO <sub>2</sub> conversion		[%]
k=rate constant of reaction	[mol · cm <sup>3</sup> /sec · atm <sup>1/2</sup> ]	
K=equilibrium constant		[cm <sup>-6</sup> ]
M <sub>O<sub>2</sub></sub> =molar fraction of oxygen		[·]
P <sub>O<sub>2</sub></sub> =partial pressure of oxygen		[atm]
V=rate of reaction	[mol/cm <sup>3</sup> · sec]	
α=decay fraction		[·]

subscripts

1, 2, n = pulse time

superscripts

'=active reaction

"=reaction of poisoning

### Literature Cited

1) Kaneki, N., H. Hara, K. Shimada and T. Shimizu : J. Amer. Ceramics Soc., 59, 368 (1976)

# Mineral Composition of Clay from the Minami-Shiraoi mine, Southwestern Hokkaido\*

Hiroshi Shirahata, Itsuma Sekiguchi\*\*  
and Yoshiaki Yamaguchi\*\*

## Abstract

The results of X-ray diffraction, DTA, and infrared absorption spectroscopy showed that kaoline clay from an altered green tuff of the Neogene Tertiary, forming the basement of the Kuroko-type Minami-Shiraoi ore deposit, consisted mainly of kaolinite, quartz, and pyrite. On the basis of both normative composition in the raw clay sample and X-ray reflection intensities characteristic of the major minerals, quantitative mineral compositions in six successive particle-size fractions were estimated. Kaolinite was abundant in the coarser fractions, reaching 84% by weight in the 10-5 $\mu$  fraction, while a small but significant amount of pyrite remained even in the <3 $\mu$  fraction. It is inferred from X-ray fluorescence, DTA, and chemical analysis that material containing heavy metals, probably in the form of sulphide or sulfate, are concentrated in the <3 $\mu$  region. To efficiently purify kaolinite in the clay by flotation, it is necessary to first remove the sulphides in the fine fractions, particularly in the <3 $\mu$  fraction. Physical elimination of these sulphides is beneficial in order to avoid environmental contamination by such heavy metals as Cu, Zn, Pb, Ni, and As, which are concentrated in the <3 $\mu$  fraction.

## Introduction

The Minami-shiraoi mine, which is located about 13km northeast of the National railroad station at Shiraoi in southwestern Hokkaido, has yielded barite and kaoline clay. In the past barite, after purification by hand-picking and flotation, has been supplied as a material for chemical reagents, while attention had not been paid to the use of kaoline clay until several years ago. Today, however, the clay has become of major importance at the mine. The mined clay ore is separated from most of the sulphide minerals contained in it by flotation, since the presence of the sulphides greatly reduces value of the clay. Chemical treatment with a sodium hydrochlorite solution is also employed to eliminate the sulphides remaining in the flotation product as well as to whiten it. In 1976 raw clay ore was mined at the rate of about 1800 tons a month, and the purified kaoline clay was shipped at the rate of about 700 tons a month to a paper-making factory. The grain-size distribution of clay used in the manufacture of paper is required to be within a relatively narrow range, and the amount of

---

\* Presented at the Annual Hokkaido Meeting of the Mining and Metallurgical Institute of Japan, held at Sapporo, Japan in June 1977.

\*\* Government Industrial Development Laboratory, Hokkaido, 41-2 Higashi-Tsukisamu, Sapporo, Japan.



halloysite or metahalloysite, which is frequently found in kaoline clay, needs to be sufficiently low that the quality of the clay is not adversely affected. Data on grain-size distribution of principal minerals in the clay is essential not only for effectively separating kaoline from other minerals but also for more extensive utilization of kaoline clay.

For these reasons, we began to determine the quantitative mineral composition of the black clay mined recently at Minami-Shiraoi. The results which appear in later sections, are not conclusive because of the necessity for more extensive examination. This paper, however, provides fundamental data for the purification of kaoline.

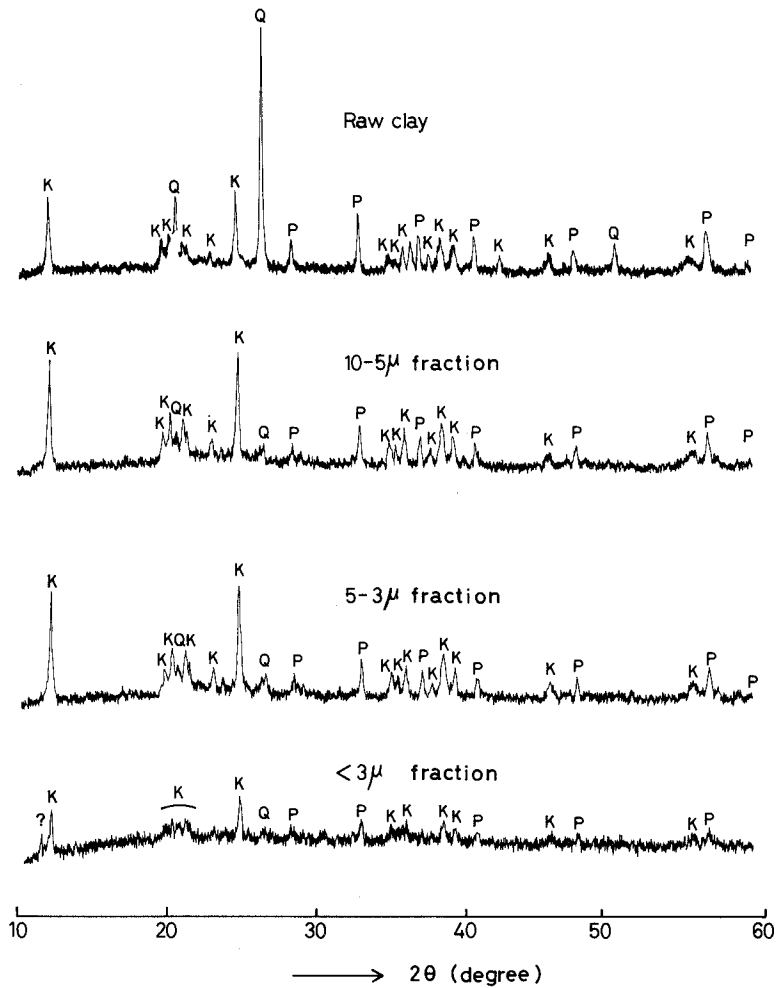
### **Outline of geology of the ore deposit**

The Minami-Shiraoi ore deposit is of the Kuroko type. Lenticular ore bodies, consisting of sulphide minerals and silicate minerals associated with barite, occur in a green tuff of the Neogene Tertiary. The major ore body, consisting of barite and silicate minerals, is elongated in the direction of N40-50°E and dips towards the SE. Small sulphide bodies also occur in the kaoline zone underlying the main ore. The green tuff surrounding the ore bodies was altered to clay containing kaolinite and montmorillonite by a hydrothermal solution at the time the ore deposit was emplaced. Welded tuff of the Quarternary period unconformably overlies the green tuff. Although Sugimoto<sup>1,2)</sup> and Sugimoto and Shoya<sup>3)</sup> consider that the ore deposit is of a hydrothermal metasomatic type, Sato and Aragane<sup>4)</sup> suggests that it is also possible to infer a syngenetic origin. The dominant mineral in clay zone of the northeastern part of the silicate-barite ore body is montmorillonite. While kaoline minerals are predominant in the southwestern part. In the basement of the ore bodies there are two distinctive clays, a white and a black: the former exists near to the ore bodies; the latter occurs in a deeper zone. The boundary between them is not well-defined, though there are scattered white clay lenses in the black clay zone adjacent to the white zone.

### **Sample preparation and mineral analysis**

*Sample preparation.* Clay samples were collected from several spots on outcrops of the black clay layer at a depth of about 20 meters below the ground surface. The consolidated clay specimens were loosened and well-mixed with water in a tank equipped with a rotator. The mineral particles under  $44\mu$  in diameter were then sieved in water. To determine the mineral composition of individual grain-size fractions, the sieved materials under  $44\mu$  were divided into a series of particle-size ranges:  $44-30\mu$ ,  $30-20\mu$ ,  $20-10\mu$ ,  $10-5\mu$ ,  $5-3\mu$ , and  $<3\mu$ . The settling-tube method was employed for this separation, and meta-sodium phosphoric acid was used as a dispersion reagent. The mineral particles, suspended in a dilute solution in the tube, were transferred to a beaker with an andreasen pipet after sufficient settling time for separation into each grain-size fraction. Samples were then dried in air at room temperature.

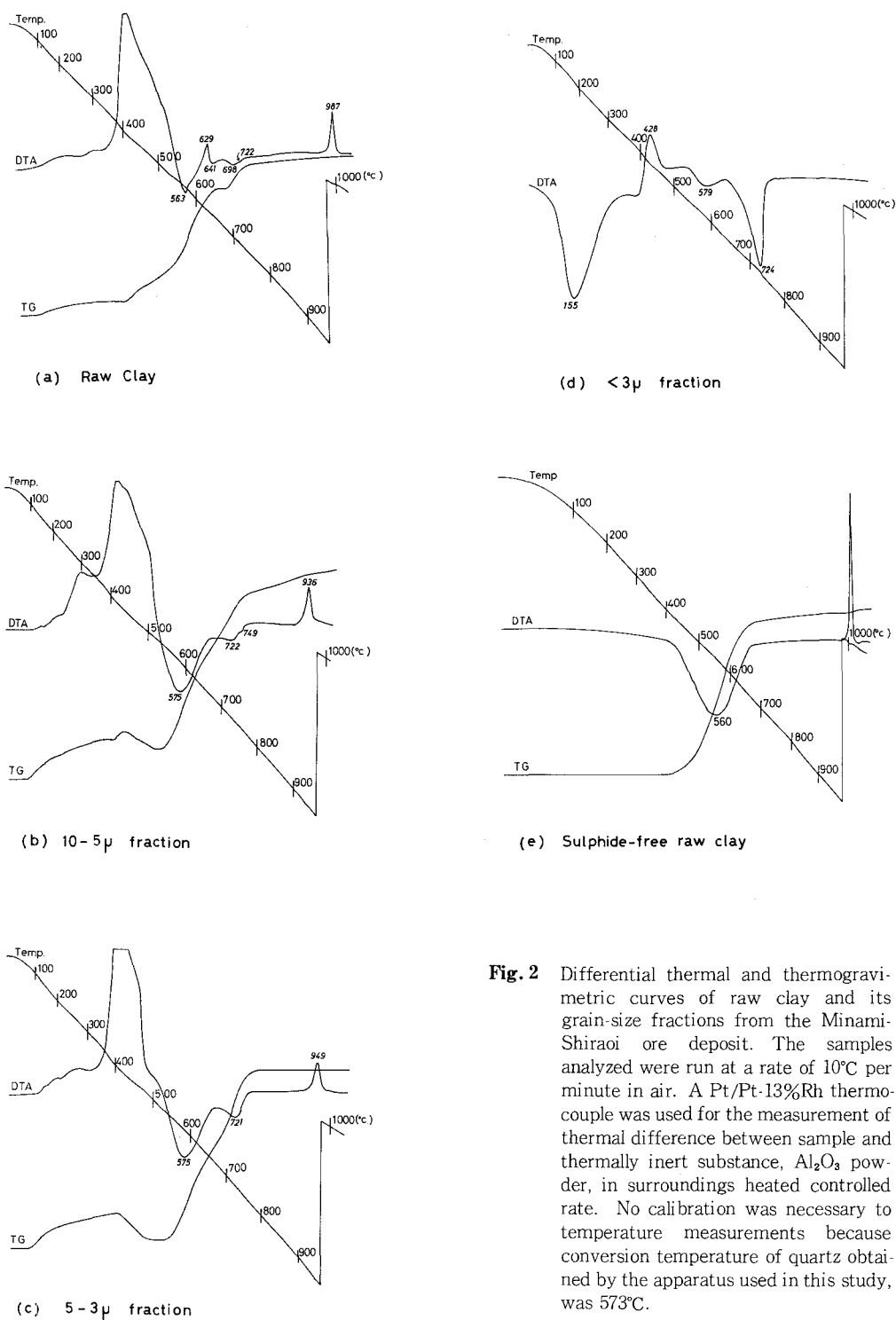
*Mineral identification.* X-ray powder diffraction data indicates the clay from the black



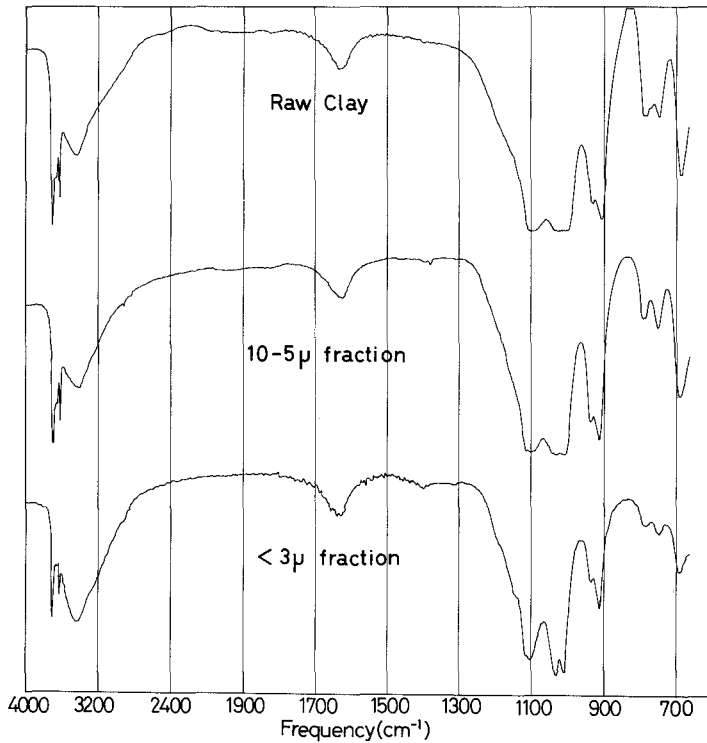
**Fig. 1** X-ray diffraction patterns of raw clay and its grain-size fractions from the Minami-Shiraoi ore deposit.

The letters stand for the minerals in the samples :

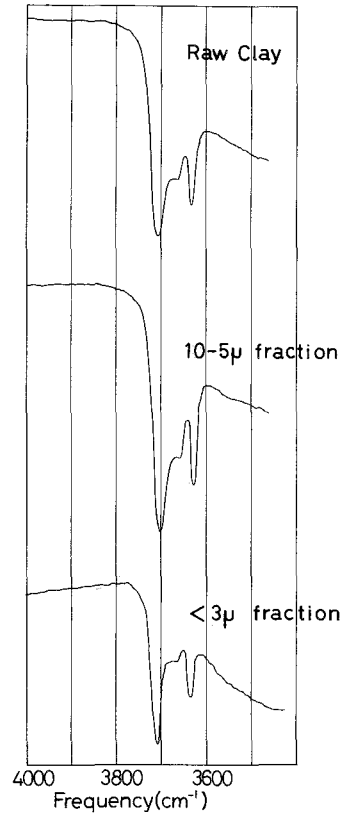
K for kaolinite, Q for quartz, and P for pyrite. Experimental condition : Cu K $\alpha$  (Ni), 35KV, 15mA, Slits 1°-0.15mm-1°, Time constant 2sec., Full scale count 1000 cps, Scanning speed 1°/min.



**Fig. 2** Differential thermal and thermogravimetric curves of raw clay and its grain-size fractions from the Minami-Shirai ore deposit. The samples analyzed were run at a rate of 10°C per minute in air. A Pt/Pt-13%Rh thermocouple was used for the measurement of thermal difference between sample and thermally inert substance, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> powder, in surroundings heated controlled rate. No calibration was necessary to temperature measurements because conversion temperature of quartz obtained by the apparatus used in this study, was 573°C.

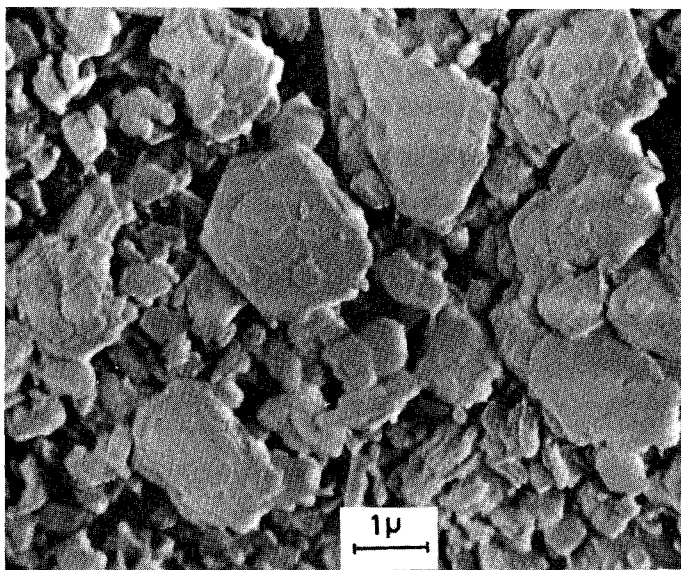


**Fig. 3a** Infrared absorption spectra of selected clay samples.



**Fig. 3b** Infrared absorption spectra of selected clay samples in the range of 4000 to 3400 $\text{cm}^{-1}$ .

zone is composed mainly of kaolinite, quartz, pyrite, and occasionally marcasite (Fig. 1). Although Ushizawa<sup>5,6</sup> reported that, in addition to kaolinite, dickite and nacrite were contained in clays from the ore deposit, differential thermal curves in air of samples from the black clay zone show the endothermic peak in the 560-580°C region to be dehydroxylation of kaolinite (Fig. 2). The hydroxyl water of kaolinite is dehydrated at a somewhat lower temperature than that of dickite and nacrite<sup>7,8,9</sup>. Typical dehydroxylation for kaolinite, dickite and nacrite appears to take place in the respective ranges of 550-600°C, 600-650°C, and around 700°C<sup>10</sup>. The DTA for a portion of the raw clay sample, in which the sulphides had been chemically removed after purification by flotation, reveals the typical pattern of kaolinite. The infrared absorption spectra (Fig. 3a) of clay samples clearly show the characteristic vibration profile of kaolinite. The hydroxyl stretching bands of the kaolinite subgroup within range from 3700 to 3600 $\text{cm}^{-1}$  occur at 3697, 3669, 3652, and 3620 $\text{cm}^{-1}$  in kaolinite; 3704, and 3622 $\text{cm}^{-1}$  in dickite; and 3701, 3652, and 3622 $\text{cm}^{-1}$  in nacrite<sup>11</sup>. Moreover, in



**Fig. 4** Scanning electron microphotograph of kaolinite in the  $< 3 \mu$  fraction.

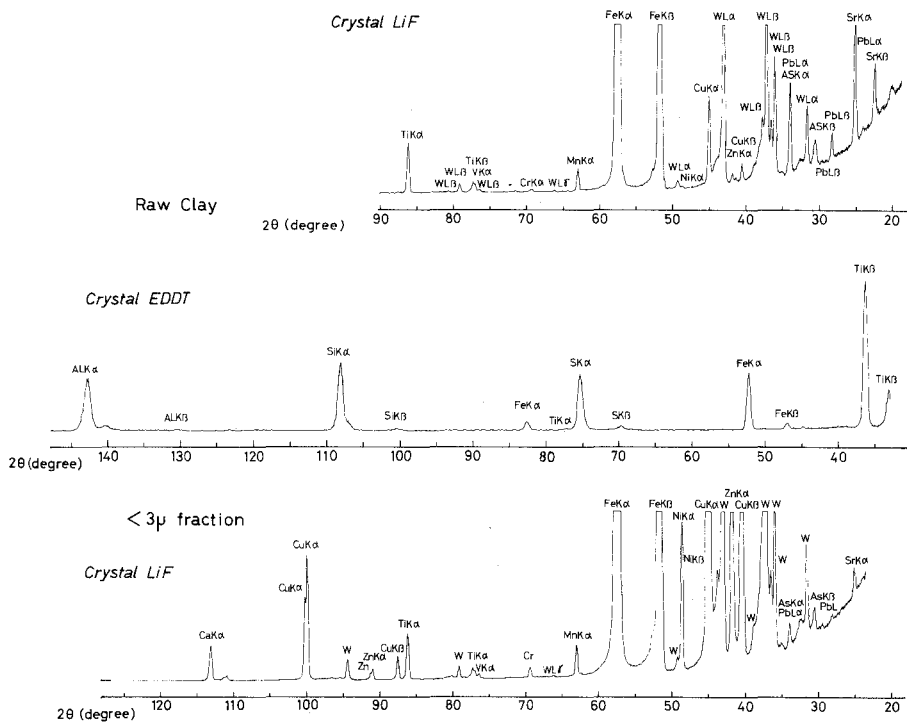
kaolinite the O-H stretching band at about  $3700\text{cm}^{-1}$  is the strongest peak among the four, whereas in dickite and in nacrite the absorption band at  $3622\text{cm}^{-1}$  becomes deeper than that at  $3700\text{cm}^{-1}$  <sup>12)</sup>. In spite of the apparent lack of a  $3669\text{cm}^{-1}$  peak, the O-H vibration patterns represented in Fig. 3b can nevertheless be ascribed to the characteristic pattern of kaolinite. The spectrum of the  $<3\mu$  fraction has a tiny absorption band comparable to the  $3669\text{cm}^{-1}$  band. Scanning electron microphotography (Fig. 4) suggests this kaolinite is relatively thick. This is a possible explanation for the lack of a  $3669\text{cm}^{-1}$  peak.

The X-ray powder diffraction pattern of the  $<3\mu$  sample records several reflection peaks which can not be assigned to the major minerals. These peaks can not yet be positively identified with reflections of specific clay minerals nor sulphides until a more extensive examination is completed.

*Chemical analysis.* A combination of classical wet chemistry <sup>13)</sup> and atomic absorption spectrophotometric method <sup>14)</sup> for Ca, Mg, Na and K was applied to the chemical analysis of the clay. Sulphide sulphur was analyzed by a gravimetric technique: sulphur was precipitated as  $\text{BaSO}_4$  by adding a dilute  $\text{BaCl}_2$  solution to the weakly acidified sample solution, which had previously been extracted with a mixture of liquid bromine and carbon tetrachloride; ferric iron in the solution was removed as iron-hydroxylate; the small amounts of sulphur dissolved from the  $\text{BaSO}_4$  precipitates during washing with hot water were also recovered from the washings. The results given in Table 1 imply that the clay consists of relatively pure kaolinite since the concentrations of alkali and alkaline earth metals are very low. Normative composition based on the ideal formulas of possible coexisting minerals in the clay, was calculated from chemical analysis, and is tabulated in Table 1. The small

**Table 1** Chemical analysis of raw clay from the Minami-Shiraoi mine.

SiO <sub>2</sub>	53.47%	Normative minerals	
TiO <sub>2</sub>	0.66		
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	20.42	Kaolinite	51.5%
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.03	Quartz	29.3
FeO	0.20	Pyrite	14.5
MnO	—	Albite	0.4
MgO	0.02	Orthoclase	0.1
CaO	0.07	Ilmenite	0.4
Na <sub>2</sub> O	0.05	Apatite	0.1
K <sub>2</sub> O	0.02	Rutile	0.4
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	0.07		
H <sub>2</sub> O+	9.07		
H <sub>2</sub> O-	0.66		
Fe	6.77		
S	7.99		
Total	99.50		



**Fig.5** X-ray fluorescence patterns of raw clay and the  $< 3 \mu$  fraction. Experimental condition : Target W, 40KV, 30mA, Time constant 0.5sec., Scanning speed  $1^\circ/\text{min.}$ , Full scale count 8000 cps.

excess of sulphur remaining after the allocation of an appropriate amount to make normative FeS<sub>2</sub> may denote the presence of other sulphides or sulfates. In fact, relatively strong peaks of chalcophile heavy metals, such as Pb, Ni, Zn, Cu, and As were detected in the X-ray fluorescence spectrum of the raw clay (Fig. 5).

### Estimate of quantitative mineral composition in respective particle size regions

The quantitative major mineral composition of the particular particle-size fractions chosen for this study was estimated by a comparison between X-ray diffraction intensities of

**Table 2** Relationship between the coefficient of variation (C.V.) for X-ray intensity measurements and the counting time interval.

Time	Average*	Range	C. P. S.	C. V.(%)
10 sec	4394 cpm	4229-4648 cpm	439.4	14.6
20	8566	8494-8621	428.3	2.4
30	13004	12909-13153	434.5	3.2
40	17293	17110-17471	432.3	3.5
50	21568	21274-21782	431.4	3.5
60	25813	25618-25921	430.2	1.7
120	51624	51245-52051	430.2	2.2

**Table 3** Reproducibility of X-ray intensity on specific reflection peaks during repeated mountings of the clay sample on the same Al-holder.

No.	Average *	Range	C. P. S.	C. V.(%)
1	24340 cpm	23994-24569 cpm	406	1.7
2	24212	24052-24394	404	1.7
3	24387	24258-24471	406	1.7
4	25438	25307-25609	424	1.7
5	24454	24400-24562	408	1.7
6	24145	23938-24278	402	1.7
7	24506	24444-24597	408	1.7
8	23818	23690-23888	397	1.7
9	24324	24290-24445	405	1.7
10	24869	24769-24967	414	1.7

\* Each number is mean value of 10 runs and is subtracted from background which is averaged over both X-ray counts on high and low-angle baselines close to the peak measured.

minerals in the raw clay and those in sample powders of various size fractions. All the clay samples except the  $5\text{-}3\mu$  and the  $<3\mu$  fractions were ground to  $<5\mu$  in an agate mortar to minimize possible error due to the effects of particle-size on the intensity measurement of reflected X-ray peaks<sup>15)</sup>. The fixed-time counting method was employed for the measurement of the peak height at the (002) spacing plane in kaolinite, the (1011) in quartz, and the (002) in pyrite. In the clay samples, the diffracted peaks of these lattice planes were free from interferences that were due to the presence of other closely spaced peaks. The intensity of every reflection in each of these three minerals was measured by using a Geiger-counter at the peak maximum as determined by stepwise scanning at an interval of 0.02 degrees ( $2\theta$ ). To find a suitable counting-time interval, the coefficient of variation of the count intensity of the basal plane (002) of kaolinite was examined at various running intervals. A sixty second counting-time gave about 2% in C.V.(Table 2). The reproducibility of a given X-ray diffraction peak intensity was also checked by a sample powder mounted repeatedly onto an Al-specimen holder. The  $10\text{-}5\mu$  clay powder was put onto an Al-holder, which had been placed on a finely flosted glass plate; pressed with a finger as tightly as possible; set on a goniometer; and then the intensity on the peak maximum of the (002) of kaolinite was counted for 60 seconds. The number obtained was subtracted from an estimated background strength that was averaged over backgrounds of both low and high-angle site of the (002) peak. As given in Table 3, this procedure can be expected to yield an accuracy of about 2 per cent in the measurement of a given reflection line. The peak height of the particular diffraction-peak intensity of kaolinite, quartz, and pyrite in the clay powder was determined by this method. The results are tabulated in Table 4. The estimated

**Table 4** X-ray intensity count of characteristic reflections of kaolinite, quartz and pyrite.

Sample	Kaolinite(002)	Quartz(1011)	Pyrite(002)
Raw clay	13451 cpm	42161 cpm	10744 cpm
44-30 $\mu$	14944	19180	13224
30-20	18972	9140	12189
20-10	20464	6186	11302
10-5	22016	2053	7750
5-3	18900	3044	7451
<3	9061	1687	3278

Each number is mean value of 10 runs and is corrected for average background.

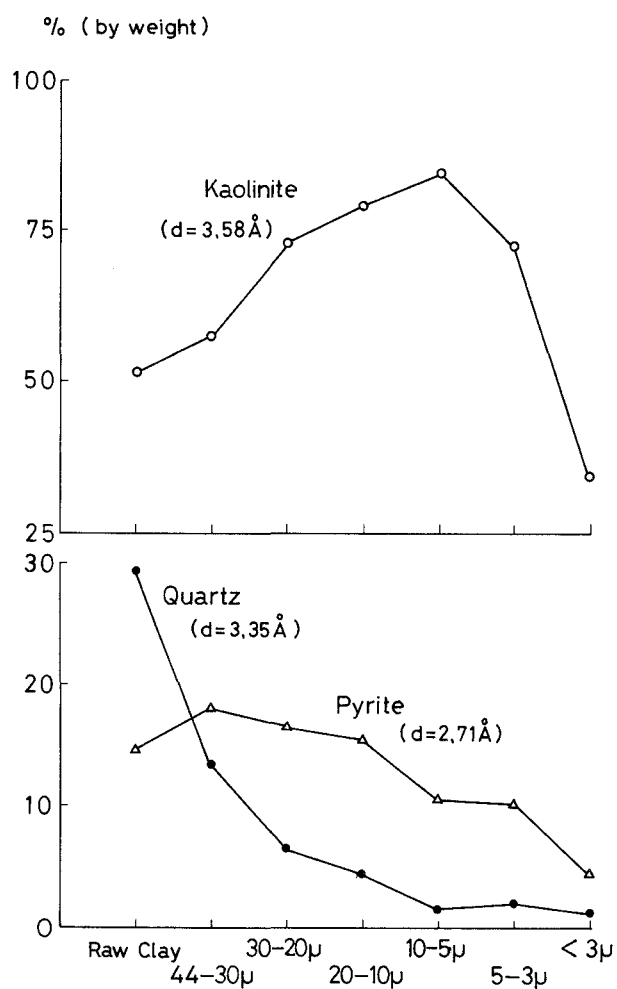
Experimental condition: Radiation  $\text{CuK}\alpha$ (Ni filter), 35KV, 15mA, Slits  $1^\circ\text{-}0.15\text{mm}\text{-}1^\circ$ , Time constant 2sec., Fixed-time count 60sec.



**Table 5** Concentrations of Cu, Pb, Zn and Ni in raw clay and <math><3\mu</math> fraction samples.

	Raw clay	<math><3\mu</math> fraction
Cu	490 $\mu\text{g/g}$	46000 $\mu\text{g/g}$
Pb	350	310
Zn	81	3400
Ni	27	54

The metals in the samples were analyzed by using atomic absorption spectrometry.

**Fig. 6** Variation in the estimated quantities of the principal minerals in clay from the Minami-Shiraoi ore deposit.

quantity of these minerals in the samples was obtained by multiplying the ratio of an X-ray count(cpm) on a chosen line in a sample to the corresponding count in the raw clay by its normative concentration(%). Figure 6 demonstrates that the concentration of kaolinite increases with a decrease in the particle size up to the 10-5 $\mu$  fraction, where it reaches 84% by weight; that a subsequent steep depletion of kaolinite on the variation curve occurs in finer regions; and that the amount of quartz decreases from about 30% in the 44-30 $\mu$  fraction to 1 or 2% in the 10-5 $\mu$  through <3 $\mu$  fraction. While becoming gradually depleted among smaller particle-size fractions, the quantity of pyrite in both the 10-5 $\mu$  and the 5-3 $\mu$  fractions, was slightly enriched. It is significant that small amounts of pyrite still remain in the <3 $\mu$ , because the elimination of sulphides by flotation is of great difficulty in fine regions.

### Conclusion

By an examination of the X-ray, DTA, and infrared absorption spectra of a clay sample collected from the black clay zone underlying both the main barite-silicate ore body and the small sulphide ores, it was determined that the major mineral components were kaolinite, quartz, and pyrite. Kaolinite in the sample was largely distributed among the coarser particle-size fractions, reaching 84% by weight in the 10-5 $\mu$  fraction. Scanning electron microphotography suggests that the kaolinite is relatively thick. The amount of quartz in the <10 $\mu$  fraction was less than 2%. The presence of a small but significant quantity of pyrite in the fine particle fraction, particularly in the <3 $\mu$  size range, will seriously complicate the purification of the kaoline clay if only simple flotation is used. The concentrations of Cu, Zn, Ni, and probably As (Fig. 5) were enriched markedly in the <3 $\mu$  fraction, compared to those in the raw clay (Table 5). A large quantity of Cu in the <3 $\mu$  region is likely to be in the form of sulphide or sulfate. It is clearly not advantageous, therefore, to carelessly employ chemical treatments for the further purification of the clay because of the obvious hazard of environmental contamination by the heavy metals. Instead, physical removal before flotation of material containing heavy metals in the <3 fraction would be more beneficial in purifying the kaoline clay, partly because a more efficient separation would be expected by flotation, and partly because the employment of chemical treatments could then be minimized. In order to use the purified kaoline as a coating material for paper, it is necessary to reduce its grain size to under 5 $\mu$ (preferably <2 $\mu$ ) since the coarser distribution of grain size adversely affects the degree of gloss, the strength of coating, the reflectivity, and the resistivity of the product to abrasion<sup>16)</sup>.

We would like to thank Dr. Michael Burnett of California Institute of Technology for reading the manuscript, as well as Prof. K. Mukaida of Muroran Inst. of Tech. for assisting with scanning electron microphotography.

(Received May. 19, 1979)

### References

- 1) Sugimoto, R., 1960, Geological survey of mineral resources in Hokkaido, No. 56, p. 1-18, Hokkaido Development Agency.
- 2) —————, 1962, Report of the Geological Survey of Hokkaido, No. 26, p. 1-66, Geological Survey of Hokkaido.
- 3) Sugimoto, R., and Shoya, Y., 1967, Geological survey of mineral resources in Hokkaido, No. 110, p. 1-11, Hokkaido Development Agency.
- 4) Sato, J., and Aragane, T., Symposium of non-metallic ore deposit, the Hokkaido Branch of the Society of Mining Geologists of Japan, October, 1968, p. 9-21.
- 5) Ushizawa, N., Symposium of non-metallic ore deposit, the Hokkaido Branch of the Society of Mining Geologists of Japan, October, 1968, p. 16-18.
- 6) —————, Proceedings of the 16th Annual Hokkaido Meeting of the Society of Mining Geologists of Japan, held at Sapporo in January, 1977, p. 29-32.
- 7) Ross, C.S., and Kerr, P.F., 1931, U.S. Geol. Surv. Profess. Paper, 165E, p. 151-175.
- 8) Nagasawa, K., 1968, *NENDO HANDBOOK (Clay Handbook)*, p. 32-33, Gihodo, Tokyo.
- 9) Sudo, T., 1974, *NENDO KOBUTSUGAKU (Clay Mineralogy)*, p. 182-195, Iwanami-Shoten, Tokyo.
- 10) Todor, D.N., 1976, *THERMAL ANALYSIS OF MINERALS*, p. 214-218, ABACUS Press, England.
- 11) Farmer, V.C., and Russel, J.D., 1964, *Spectrochim. Acta* **20**, p. 1149-1173.
- 12) Oinuma, K., and Kodama, H., 1966, *NENDO HADBOOK (Clay Handbook)*, p. 64-75, Gihodo, Tokyo.
- 13) Shirahata, H., 1972, *Mem. Muroran Inst. Tech.*, **7**, p. 831-839.
- 14) Terashima, S., 1970, *Bull. Geol. Surv. Jap.*, **21**, 12, p.15-29.
- 15) Klug, H.P., and Alexander, L.E., 1974, *X-RAY DIFFRACTION PROCEDURE FOR POLYCRYSTALLINE AND AMORPHOUS MATERIALS*, Jhon Willey & Sons, 966pp.
- 16) Motoki, Y., 1958, *NENDO TO SONO RIYO (Clay and its utilization)*, Asakura-Shoten, Tokyo.

# 圧密係数についての一実験

沢田 義男・朝日 秀定

## An Experimental Consideration on the Coefficient of Consolidation

Yoshio SAWADA and Hideyasu ASAHI

### Abstract

Both tests of consolidation and permeability were carried out on two kinds of soil using two kinds of oedometer in size.

One was oedometer cell of 20mm in height and of 60mm in diameter, the other of 67mm in height and of 200mm in diameter. The purpose of the tests was to estimate more correctly the coefficient of consolidation from routine oedometer test in the laboratory. On the basis of two kinds of time fitting method, data obtained by the oedometer test were analyzed. The coefficient of permeability and of consolidation of the sample, studied here, was determined from individual slope of two different parts on the curve produced by plotting the value of compression (or settlement) against time: one was applied to the part of the curve after 6 seconds from the beginning of load application; the other to the early stage of loading time from 0 to several seconds. And then the coefficient of consolidation was estimated from the measured coefficient of permeability and of volume compressibility.

The results are as follows:

- 1) During oedometer test, it is useful to perform a permeability test on the same specimen.
- 2) It should be emphasized that it is more important to have an accurate knowledge of the rate of settlement at the beginning of consolidation.
- 3) The coefficient of permeability, which is obtained from oedometer test, almost coincides with that of permeability test in thick specimen, and it may be possible to estimate the coefficient of consolidation from the coefficient of permeability.

### I はじめに

地盤、土構造物の沈下問題のは大きく2つに分けられる。すなわち第一には沈下量の問題である。土質力学の分野ではテルツァギーの圧密理論の発表以来、無数の研究と観察が行われている。その結果、沈下量の推定値が実測と概ね20%前後以内で合うことで一応満足されている<sup>1)</sup>。沈下問題の第2は沈下の速度の問題である。載荷後の時間経過に伴う沈下量を考えると、その沈下速さは現在のところ標準圧密試験より求められる圧密係数による推定が行われて

いる。しかし沈下速度は室内実験による推定よりも、現場の速度の方がかなり早く<sup>2)3)4)</sup>時には10倍とか20倍も早い場合が報告されている。遅かったとする報告は筆者は広谷<sup>5)</sup>のもの以外は知らない。そのため結果的に考えて圧密係数に一次圧密比を掛けずに沈下速度の推定を行ったところ沈下観測結果と良く合ったとする報告も挙げられている<sup>6)</sup>。圧密係数を数倍から5倍にした方が合うとした報告<sup>7)8)</sup>があるがこれは結果的な方法であり推定するのに役立たない。この遅れの原因については本来間ゲキ圧に関する圧密理論を沈下観測より算定する標準圧密の解析にも問題があるが、小林等は圧密係数の大きな土に対しては標準圧密試験の最大排水長さが短すぎる点を挙げ、初期沈下の観測不足に起因するとして、初期排水長を20mmの圧密試験と、この間ゲキ圧を測定し推定を行っている<sup>9)</sup>。初期沈下観測の必要性については Jezequel<sup>10)</sup>も述べている。綱干も排水長を変えて実験をしているし、Berre は Bjerrum の工夫した巧妙な三軸圧密装置を改良し、排水長の長い場合の実験を行い、実測透水係数と圧密試験より求められた透水係数が合うとしている<sup>11)</sup>。このことは透水係数が圧密係数と密接に関係しているため、供試体排水長の長い圧密試験によれば圧密係数も現場のものを反映できると考えられる。

しかしながらいづれも現行の標準圧密試験の範囲で実行できるものでない特殊な装置であり実用的でない。そこで筆者等は同一試料により得た供試体に対し標準圧密試験と中型圧密試験を行い、これらに並行して透水試験を行い透水係数より圧密係数を求めた。

## II 供 試 体

本実験に用いた粘性土は、室蘭市付近の丘陵部一帯に広く分布する表土（室蘭岳凝灰岩層の風化物、室蘭市高砂町4丁目より採土）を2000 $\mu$ 篩にて水篩したものと通称市販カオリンと呼ばれるものである。この2種類の試料をスラリー状にして、荷重強度0.8kg/cm<sup>2</sup>で一週間圧密脱水させた土を供試体となる様切り出した。原土試料の土の諸物性を表-1に、粒径加積曲線を図-1に示す。

表-1 試料の基本的性質

	比重	液性限界(%)	塑性指数(%)	主 要 鉱 物
高砂粘性土	2.739	68.5	24.9	加水ハロイサイト、パロイサイト>石英
市販カオリン	2.715	52.2	23.5	石英>パイロフェライト>カオリン

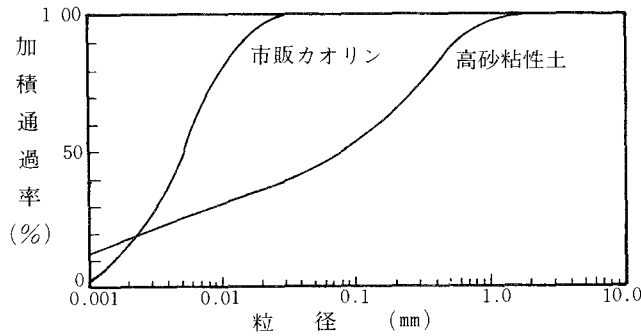


図-1 粒径加積曲線

### III 実 験

標準圧密試験（供試体寸法 60 mm  $\phi$   $\times$  20 mm）を土質工学会セン断試験法委員会案に従って行い、圧密圧力 0.8 kg/cm<sup>2</sup>以上の荷重 1 時間前からは各荷重段階ごとに透水試験を行った。なお初期沈下（荷重後数十秒間の沈下）観測のために自動記録を行い、ダイヤルゲージによる観察と並用した。中型圧密試験（供試体寸法 200 mm  $\phi$   $\times$  67 mm）を標準圧密試験に用いた供試体と同一土塊より得た供試体について行い、荷重強度は標準圧密試験と同じにした。但し最大圧密圧力は装置の荷重性能より 6.4 kg/cm<sup>2</sup>である。一荷重時間は、寸法比の 2 乗則に従うものと考え、標準圧密試験の 11 倍の 264 時間とした。なお中型圧密試験においても透水試験を行ったが、標準、中型のいずれの透水係数を求めるにしても、その値におよぼす要素として他の要素が同じであれば、通水時間と動水傾度が考えられるが、短時間の測定には事前の実験結果（表-2）より動水傾度の方が影響が大きいと考えられる。

表-2 動水傾度の影響

時間経過	→		
測定開始時水位 (cm)	44.7	89.5	142.2
測定終了時水位 (cm)	41.2	85.7	135.7
透水係数 $R_{15}$ (cm/min)	$3.15 \times 10^{-5}$	$3.30 \times 10^{-5}$	$3.43 \times 10^{-5}$

動水傾度は小さい方が良く考えられる (0.2~0.3) が、粘性土であることと、供試体が薄いこと、および圧密荷重によって生ずる間ゲキ圧から動水傾度を考えると圧密荷重 0.1 kg/cm<sup>2</sup>でさえ動水傾度は標準圧密で 100 以上となるから、装置の性能も考え動水傾度は 10 とした。

IV 実験結果および考察

透水係数

図-2, 図-3に圧密圧力-間ゲキ比の関係を示す。図よりわかる様に中型圧密試験と標準圧密試験のその関係は良く一致している。よって沈下量については相似の沈下をしていると考えて良い。そこで荷重と透水係数の関係を図-3~図-6に示す。図-3と図-4の図中に0秒, 6秒と書かれているのは, 圧密解析における時間-沈下解析において, 載荷直後からの初期沈下を重視して解析した結果得られた透水係数を0秒, 載荷後6秒以後の沈下部分による解析結果を6秒とした。いずれの点も $\sqrt{t}$ 法および曲線定規法の二通りの方法より求めて平均したものである。両方法の結果におよぼす差異は, 全般的には曲線定規法の場合の値がやや小さ目に出る様であった。このことは図-5の中型の圧密試験の場合にもよく現われているが, 図-6の様な例もあり全面的に小さ目と言うわけでもないので平均値で示した。中型圧密試験では, 時間-沈下の速度がゆるやかなためと, 時間-沈下解析にあたり50%又は90%沈下時間の出現が遅く, $\sqrt{t}$ 法および曲線定規法とも各々標準圧密の場合の様な0秒, 6秒の解析時よる違いを生ずることはなくそれぞれ1

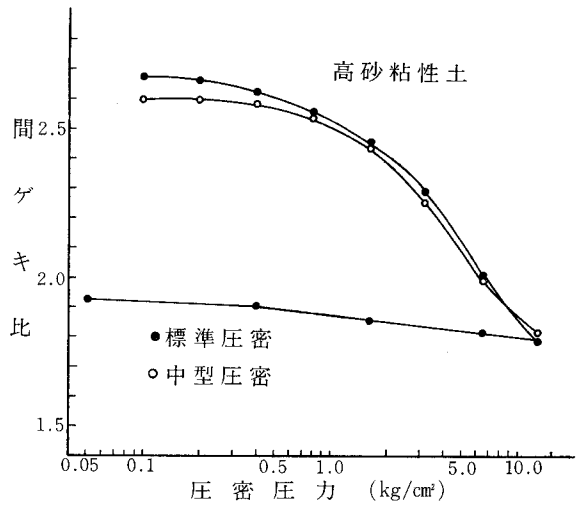


図-2-(1)

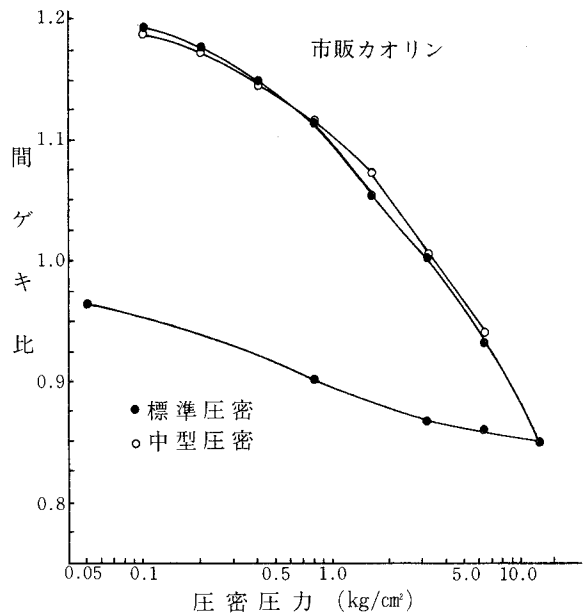


図-2-(2)

図-2 圧密圧力-間ゲキ比

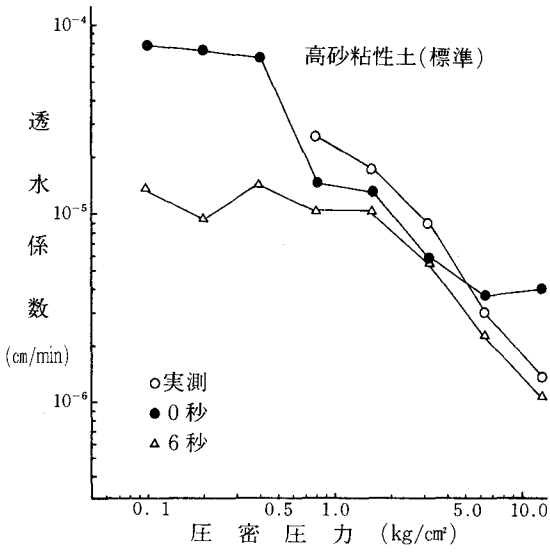


図-3 圧密圧力-透水係数

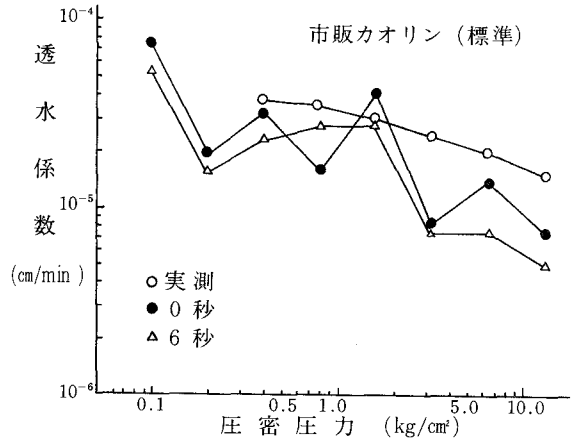


図-4 圧密圧力-透水係数

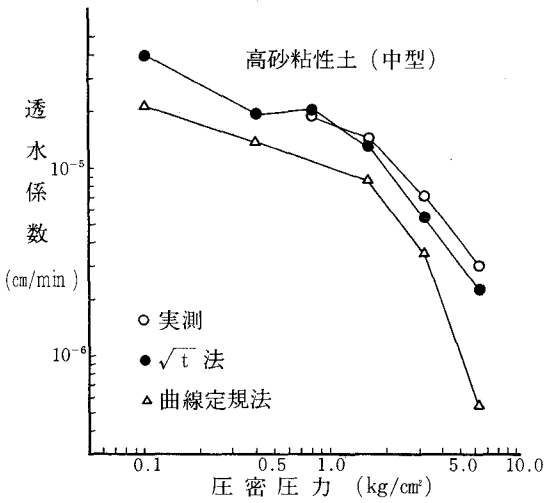


図-5 圧密圧力-透水係数

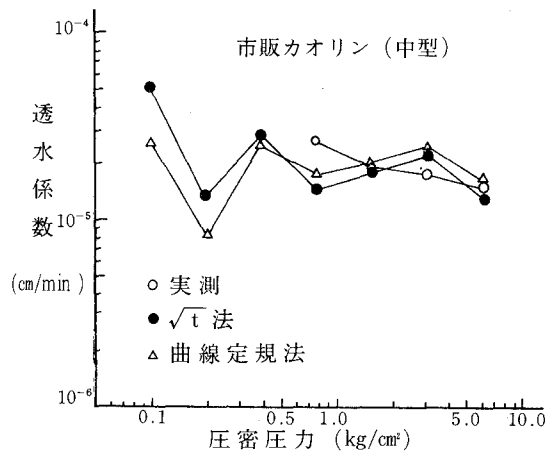


図-6 圧密圧力-透水係数



個の結果のみが得られたので、別々に両法による結果を示した。

さて透水係数は圧密係数、体積圧縮係数、水の単位体積重量の積であるが、この内、大きな誤差の入ってくるのは圧密係数で、体積圧縮係数、水の単位体積重量ではほとんど大きな誤差は入り得ない。よって標準圧密の様に薄い供試体では沈下観測や解析開始の時間の違いにより得られる結果は幾つかあり得る。

そこで圧密係数における時間-沈下曲線の解析について考察してみると、先ず $\sqrt{t}$ 法では、90%圧密に至る迄の沈下と時間の関係で沈下はほとんど、時間の平方根に対して直線的であるから、沈下の変化に比べ時間の変化が2乗で大きくなって分母に入ってくるので、圧密係数は時間的遅れが大きく影響を受ける。又曲線定規法では特に初期の時間が誇張されるため、解析開始の多少の違いが大きく影響を与える。小林等の初期沈下観測の不足が圧密係数の値を過少評価するという指摘は重要である。ここに透水係数の0秒解析の結果と6秒解析の結果を比較してみると、高砂粘性土では最大10倍もの開きがあり又市販カオリンでは2倍ほどである。このことから土による相違もある様であるが、実測透水係数を比較してみると、0秒解析の方が実測透水係数に近い値を得ていると考えられる。

中型試験における透水係数が実測透水係数と計算透水係数同士が良く合うことから考えると、実測透水係数からの圧密係数の逆算も可能であると考ええる。又計算による透水係数は間ゲキ比の減少にもかかわらず増減することもあり、標準圧密試験結果の解析による誤差を考慮すると透水試験による透水係数の方が信頼をおける。

### 圧密係数

ここでは具体的に表示していないが圧密係数は地盤の沈下や土構造物の圧密沈下速度の推定において重要な定数となる。網干<sup>7)</sup>、小林等<sup>9)</sup>、持永<sup>3)</sup>によれば標準圧密による推定沈下速度と現場沈下速度の比較をした場合は、幾倍も実際の沈下の方が早いことを記している。又あるものは一次圧密比を掛けずにおいた圧密係数によって推定したものが現場と合ったとしているが、高々3倍程度の圧密速度の上昇が考えられるところである。

これらはいづれも原因が圧密係数の過少評価に求めるものであるが、網干<sup>8)</sup>は排水層付近の沈下地層の変化を含めて原因を挙げている。もちろん現行の方法で得られる圧密係数のもつ意味に対しての議論もある<sup>6)12)</sup>。しかし現行の標準圧密試験利用状態を考えると、急にこの議論を行っても現実的でない。そこで筆者等は実測透水係数を体積圧縮係数で割って圧密係数を求めてみた。結果を表-3、4に示す。そのもつ意味も明確でなく数は少ないが、この結果を見ると高砂粘性土、市販カオリンともに0秒解析の値が逆算圧密係数に近いと思われる。

更に中型の圧密係数のそれと比べると1例を除いては高砂粘性土、市販カオリン共に一層に近い値を示している。

表-3 圧密係数 (高砂粘性土) (cm<sup>2</sup>/min)

圧密圧力(kg/cm <sup>2</sup> )	0秒解析	6秒解析	逆算圧密係数	中型の圧密係数
0.8	0.369	0.257	0.616	1.036
1.6	0.328	0.328	0.426	0.345
3.2	0.169	0.169	0.156	0.169
6.4	0.154	0.090	0.123	0.115
12.8	0.264	0.074	/	/

表-4 圧密係数 (市販カオリン) (cm<sup>2</sup>/min)

圧密圧力 (kg/cm <sup>2</sup> )	0秒解析	6秒解析	逆算圧密係数	中型の圧密係数
0.8	0.399	0.399	0.500	0.471
1.6	1.270	0.831	0.911	0.676
3.2	0.470	0.418	1.407	1.113
6.4	1.223	0.641	1.756	1.451
12.8	1.096	0.712	/	/

### V おわりに

少ないデータによるものであるが一応結論すると

- 1) 圧密試験に並行して透水試験を行うことは有効である。
- 2) 標準圧密試験において初期沈下観測を行う必要がある。
- 3) 排水長の長い供試体では圧密係数における透水係数と透水試験による透水係数とは良く合い、標準圧密試験でも透水係数より圧密係数を求めることは可能である。

---

昭和53年6月22日日本鉱業会北海道支部講演会にて一部発表

(昭和54年5月19日受理)

## 参 考 文 献

- 1) 持永龍一郎：土質基礎工学ライブラリー 4, 6, 239 (昭和 43 年)
- 2) 室町忠彦, 渡辺進：土と基礎 20, (8) 33 (1972)
- 3) 持永龍一郎：土と基礎 20, (8) 25 (1972)
- 4) Schmertman, J. H. : Proc. Am. Soc. Civ. Engrs. 79,331(1953)
- 5) 広谷泰夫他：第 13 回土質工学研究発表会昭和 53 年度発表講演集 265 (1978)
- 6) 三笠正人：第 19 回土質工学シンポジウム 37 (昭和 49 年)
- 7) 網干寿夫：土と基礎 21, (4) 25 (1973)
- 8) 網干寿夫：第 19 回土質工学シンポジウム 71 (昭和 49 年)
- 9) 小林正樹, 松本一明, 奥村樹郎：第 19 回土質工学シンポジウム 61 (昭和 49 年)
- 10) Jezequel J. F. & Mieussens C. : Conf. In Situ Meas. of Soil Property 208(1975)
- 11) Berre T. & Iverssen K. : Géotechnique 22(1) 53(1972)
- 12) 栗原則夫：土質工学会北海道支部技術報告資料 18, 1 (1978)

# The Application of Galerkin Finite Element Model to Salt Water Dispersion in Porous Media

Satoshi Tohma

## Abstract

A Galerkin finite element model is applied to investigate the groundwater flow and the salt transport in porous media. The mathematical formulation of this model consists of the coupled form of the flow equation and the convective diffusion equation. The present model uses two dimensional quadrilateral, isoparametric elements with a linear basis function for the salt concentration and the two velocity components. The resultant governing equation is nonlinear owing to the convective terms and is solved at each time step by the iterative method.

A demonstrative sample problem is presented.

## 1. Introduction

Numerical analysis of the solute transport in groundwater systems has received the attention of many investigators. The two general dimensional models for these problems have been developed and currently being tested. Peaceman and Rachford<sup>1)</sup>(1962) presented a method based on the finite difference scheme for solving the flow-transport problem. Recently, Lee and Cheng<sup>2)</sup>(1974), and Huyakorn and Taylor<sup>3)</sup>(1976) obtained a steady state solution of the solute transport using the variational finite element approximation. For transient processes, Galerkin type finite element technique is derived by Gray and Pinder<sup>4)</sup>(1974), and Desai and Contractor<sup>5)</sup>(1976).

The purpose of this paper is to investigate the steady and transient movement and distribution of a dissolved salt in a saturated unconfined aquifer by means of Galerkin finite element model. To describe the transport of miscible fluids of differing densities, such as salt water and fresh water, the transport equation for the salt and the flow equation for the groundwater must be coupled. As the system is nonlinear, an iterative procedure is adopted to obtain a compatible solution between velocities and concentration. For prescribed initial concentrations, the velocities are first obtained by means of Darcy's law in the flow model. The resulting velocities are used to solve the salt concentration in the transport model. The iterative procedure is repeated until the successive values of the concentration are within a specified tolerance.

## 2. Modeling Approach

Hydrodynamic dispersion phenomenon is affected by convection, by turbulent nature and by the irregularities of the pores in the medium.

The modeling approach developed in this paper is based on the following consideration:

- (1) The density of the fluid depends on the concentration.
- (2) The contribution of the molecular diffusion to the hydrodynamic dispersion is negligible when compared to the convective diffusion.
- (3) The transverse dispersion is less than the longitudinal dispersion.

### 2-1. Theoretical development

The governing equations for the salt dispersion in porous media can be derived using the basic conservation law and Darcian flow concepts. The flow equation of the saturated aquifer can be written as,

$$\mathbf{V} = -\frac{k}{\lambda\mu}(\nabla\rho + \rho\mathcal{g}\nabla y) \quad \dots (1)$$

where  $\mathbf{V}$  is seepage velocity (L/T),  $k$  is intrinsic permeability (L<sup>2</sup>),

$p$  is pressure (M/LT<sup>2</sup>),  $\mathcal{g}$  is acceleration of gravity (L/T<sup>2</sup>),

$\lambda$  is porosity,  $\mu$  is dynamic viscosity (M/LT),

$\rho$  is fluid density (M/L<sup>3</sup>) and  $y$  is height from the datum line (L).

The conservation equation of the salt water may be written as,

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\mathbf{V}) = 0 \quad \dots (2)$$

As the movement of the dissolved salt is so slow relative to the rate of propagation of the pressure change, the first term in the Eq.(2) becomes almost negligible compared with the another term.

Therefore, Eq.(2) reduces to

$$\nabla\cdot(\rho\mathbf{V}) = \rho\nabla\cdot\mathbf{V} + \mathbf{V}\cdot\nabla\rho = 0 \quad \dots (3)$$

The transport equation for the dissolved salt obtained by substituting the constitutive relationship

$$\rho_s\mathbf{V}_s = \rho_s\mathbf{V} - \mathbf{D}\cdot\nabla\rho_s \quad \dots (4)$$

where  $\rho_s$  is the mass concentration of the dissolved salt (M/L<sup>3</sup>),

$\rho$  is the density of mixture (M/L<sup>3</sup>),

$\mathbf{V}_s$  is the mass phase average velocity of the dissolved salt (L/T),

$\mathbf{V}$  is the mass phase average velocity of mixture (L/T) and

$\mathbf{D}$  is hydrodynamic dispersion coefficient (L<sup>2</sup>/T).

The hydrodynamic dispersion coefficient may be expressed as

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_m + \mathbf{D}^* \quad \dots (5)$$

where  $\mathbf{D}_m$  is molecular diffusion coefficient ( $L^2/T$ ) and

$\mathbf{D}^*$  is convective diffusion (mechanical dispersion) coefficient ( $L^2/T$ ).

Since the contribution of the molecular diffusion to the hydrodynamic dispersion is negligible, the hydrodynamic dispersion coefficient can be estimated as

$$\mathbf{D} \simeq \mathbf{D}^* \quad \dots (6)$$

The conservation equation of the dissolved salt may be expressed as

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_s \mathbf{V}_s) = 0 \quad \dots (7)$$

On substituting (4) into (7), one obtains the transport equation for the salt,

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \rho_s \nabla \cdot \mathbf{V} + \mathbf{V} \cdot \nabla \rho_s - \nabla \cdot (\mathbf{D} \cdot \nabla \rho_s) = 0 \quad \dots (8)$$

The additional condition requires to obtain a solution to these equations.

In this analysis, the fluid density is assumed to be a function of concentration as follows:

$$\rho = \rho_0 + (1 - E)\rho_s \quad \dots (9)$$

where  $\rho_0$  is the density of fresh water and  $E$  is an empirical constant and has a value of 0.3 for sea water and  $\rho_s$  is the mass concentration of the dissolved salt.

## 2-2. Galerkin finite element method

In most of the formulation of the fluid flow problems using the finite element method, a variational principle must be found, and the requirement of the variational principle restricts the applicability of the finite element method to self-adjoint partial differential equations.

Unfortunately, for the dispersion problems neither variational principle exists, nor it is not positive definite so that the computational advantage of the variational finite element method are lost.

Galerkin's procedure is a means of obtaining an approximate solution to a differential equation by requiring that the errors between the approximate solution and the true solution are orthogonal to the functions used in the approximation.<sup>6)</sup>

Eqs.(1) and (3) can be rewritten as

$$L_1(\mathbf{V}, p) = \mathbf{V} + \frac{k}{\lambda \mu} (\nabla p + \rho g \nabla y) = 0 \quad \dots (10)$$

$$L_2(\mathbf{V}, \rho) = \rho \nabla \cdot \mathbf{V} + \mathbf{V} \cdot \nabla \rho = 0 \quad \dots (11)$$

in which  $L_i$  is a differential operator.

Similarly, applying the Galerkin's procedure to Eq.(8), one obtains,

$$L_3(\mathbf{V}, c) = \frac{\partial c}{\partial t} + c \nabla \cdot \mathbf{V} + \mathbf{V} \cdot \nabla c - \nabla \cdot (\mathbf{D} \cdot \nabla c) = 0 \quad \dots (12)$$

where  $c$  is mass concentration and is the same quantity that the symbol  $\rho_s$  in the Eq.(8).

To solve the above sets of equations using the Galerkin's procedure, approximate solutions of the velocity components, pressure and concentration can be written by linear basis functions

of the general form:

$$\begin{aligned}\bar{V} &= \sum_{i=1}^4 N_i(x, y) V_i \\ \bar{p} &= \sum_{i=1}^4 N_i(x, y) p_i \\ \bar{c} &= \sum_{i=1}^4 N_i(x, y) c_i\end{aligned} \quad \dots (13)$$

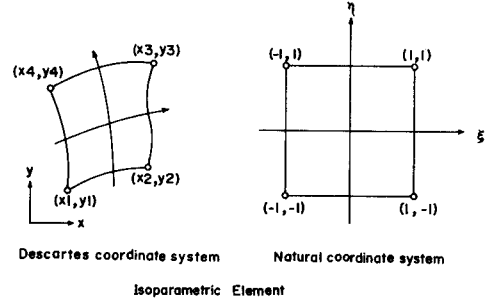


Fig. 1 Isoparametric Element

where  $N_i$  is the shape function and  $i$  stands for the corners of the quadrilateral element. The shape function  $N_i$  may be expressed as follows:

$$N_i = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i) \quad \dots (14)$$

where  $\xi$  and  $\eta$  are the natural coordinate variables and the simplified model of this system is shown for **Fig.1**.

Substitution of Eq.(13) into Eqs.(10) through(12) result in the residuals  $\varepsilon_i$ ,

$$\varepsilon_1 = L(\bar{V}, \bar{p}) - V - \frac{k}{\lambda\mu}(\nabla p + \rho g \nabla y) \neq 0 \quad \dots (15)$$

$$\varepsilon_2 = L(\bar{V}, \rho) - \rho \nabla \cdot V - V \cdot \nabla \rho \neq 0 \quad \dots (16)$$

$$\varepsilon_3 = L(\bar{V}, \bar{c}) - \frac{\partial c}{\partial t} - c \nabla \cdot V - V \cdot \nabla c + \nabla \cdot (D \cdot \nabla c) \neq 0 \quad \dots (17)$$

The residuals are forced to be zero by setting weighted integrals of the residual.

$$\int_R \varepsilon_1 W_i dR = 0 \quad \dots (18)$$

$$\int_R \varepsilon_2 W_i dR = 0 \quad \dots (19)$$

$$\int_R \varepsilon_3 W_i dR = 0 \quad \dots (20)$$

where  $W_i$  is the weighting function and Galerkin's procedure is formulated by selecting the shape functions  $N_i$  as the weighting functions  $W_i$  and  $R$  is a bounded domain.

The resulting system corresponding to Eqs.(18) and (19), written in a compact matrix form, is

$$[\mathbf{A}]\{\mathbf{X}\}=\{\mathbf{F}\} \quad \dots (21)$$

in which,

$$A_{ij} = \iint \left[ \begin{array}{ccc} \sum_{k=1}^4 \left( \rho_k N_k \frac{\partial N_j}{\partial x} + \rho_k \frac{\partial N_k}{\partial x} N_j \right) N_i & \sum_{k=1}^4 \left( \rho_k N_k \frac{\partial N_j}{\partial y} + \rho_k \frac{\partial N_k}{\partial y} N_j \right) N_i & 0 \\ N_i N_j & 0 & N_i \frac{k}{\lambda \mu} \frac{\partial N_j}{\partial x} \\ 0 & N_i N_j & N_i \frac{k}{\lambda \mu} \frac{\partial N_j}{\partial y} \end{array} \right] dx dy$$

$$X_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ p_i \end{Bmatrix} \quad F_i = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \iint N_i \frac{k \rho}{\mu} \sum_{k=1}^4 \rho_k N_k dx dy \end{Bmatrix}$$

Similarly, the transport equation can be obtained as follows:

$$[\mathbf{B}]\{\mathbf{C}\} + [\mathbf{D}]\{dc/dt\} = \{\mathbf{G}\} \quad \dots (22)$$

where

$$B_{ij} = \iint \left[ \sum_{k=1}^4 \left\{ \left( u_k \frac{\partial N_k}{\partial x} + v_k \frac{\partial N_k}{\partial y} \right) N_i N_j + \left( u_k N_k \frac{\partial N_j}{\partial x} + v_k N_k \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) N_i \right\} \right. \\ \left. + \left( D_x \frac{\partial N_j}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} \right) + \left( D_y \frac{\partial N_j}{\partial y} \frac{\partial N_i}{\partial y} \right) \right] dx dy$$

$$D_{ij} = \iint N_i N_j dx dy \quad G_i = \int \mathbf{V}_m \cdot \mathbf{n} N_i ds$$

where  $\mathbf{V}_m$  is mass flux across s-boundary, n is the outward normal line at the boundary.

The Eq.(22) contains a time-derivative term. While the finite element approximation is very effective in the spatial derivatives, the finite difference scheme is generally used to handle the time derivative.

The time-derivative is replaced by a weighted finite difference scheme, Eq.(22) may be rewritten as

$$[\mathbf{B}](W\{\mathbf{C}\}_{t+\Delta t} + (1-W)\{\mathbf{C}\}_t) + (1/\Delta t)[\mathbf{D}](\{\mathbf{C}\}_{t+\Delta t} - \{\mathbf{C}\}_t) \\ = W\{\mathbf{G}\}_{t+\Delta t} + (1-W)\{\mathbf{G}\}_t \quad (0 \leq W \leq 1) \quad \dots (23)$$

where t is time level,  $\Delta t$  is a time step and W is the weight.

In the case of  $W=0$ , one calls this the explicit method.



Substituting zero for  $W$  in Eq.(23), one can get the following equation.

$$([\mathbf{B}] - (1/\Delta t)[\mathbf{D}])\{\mathbf{C}\}_t + (1/\Delta t)[\mathbf{D}]\{\mathbf{C}\}_{t+\Delta t} = \{\mathbf{G}\}_t \quad \dots (24)$$

The explicit method generally requires a minimum of computational effort and is usually conditionally stable.

### 2-3. Computation process

1. For prescribed initial concentrations, the velocities are first computed using Eq.(21). In this step, matrix $[\mathbf{A}]$  possesses two undesirable properties: it is unsymmetry and contains zero elements along the diagonal. Consequently, the matrix must be rearranged so that zeros do not occur on the diagonal.
2. The resulting velocities are used in computing convective terms in the transport equation. The concentration can be calculated using Eq.(22). But the velocities are not compatible with the new concentrations.
3. Without advancing in time, the velocities are recomputed using the new concentrations and the cycle is completed by once again solving for the concentrations. This iterative procedure is repeated until the successive values of concentrations are within a specified tolerance. In this analysis, a specified tolerance is less than 1 percent of the difference in the dependent variables between successive iterations.

### 3. Numerical examples

A schematic representation of coastal aquifer is presented in **Fig. 2**. The dimensions of the solution domain are 31 cm high and 200 cm long. The dynamic and physical properties used in this analysis are as follows : Hydraulic conductivities  $K_x=K_y=0.29$  cm/sec. Longitudinal hydrodynamic dispersion coefficient  $D_x=0.02$  cm<sup>2</sup>/sec and transverse hydrodynamic dispersion coefficient  $D_y=0.002$  cm<sup>2</sup>/sec. Porosity  $\lambda=0.40$  and density of fresh water  $\rho_f=1.00$  g<sub>0</sub>/cm<sup>3</sup> and salt water  $\rho_s=1.025$  g<sub>0</sub>/cm<sup>3</sup>. In this figure, the mass concentration  $c$  is non-dimensionalized by introducing the following dimensionless variable.

$$c = c/c_s \quad \dots (25)$$

where  $c_s$  is mass concentration of sea water and has a value of 0.035 g/cm<sup>3</sup>.

The initial concentration in porous media and on the left-hand vertical boundary are  $c=0$ . For salt water influx on the part of the right-hand boundary,  $c=1$ .

Resulting isochlor lines for steady state problem are shown in **Fig. 2** together with the immiscible interface<sup>7)</sup> in order to compare the differences to the result of the miscible fluid. At the same time, the velocity distribution of the steady state is shown in **Fig. 3**. These figures lead to the following :

The cyclic flow of the salt water in porous media can be found. This circulation tends to

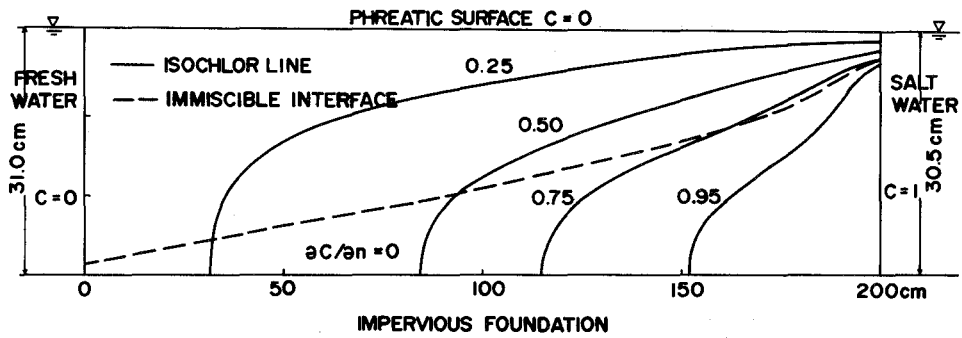


Fig. 2 Steady state concentration distribution

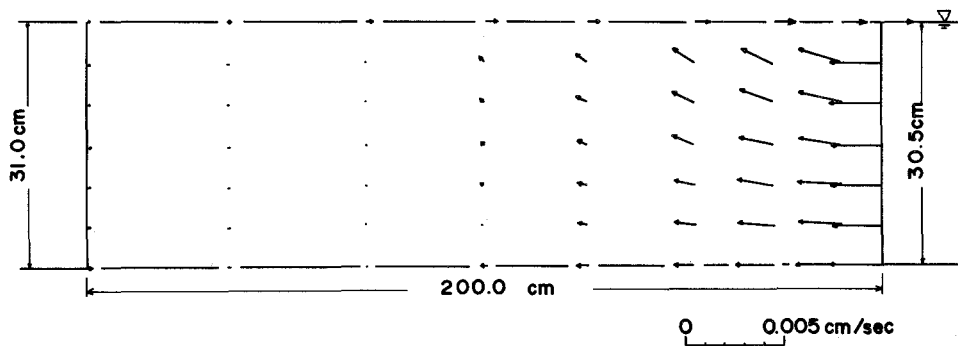


Fig. 3 Steady state velocity distribution

limit the extent to which salt water penetrates into porous media. As salt water and fresh water become intimately mixed in porous media, the diluted salt water is less dense than original salt water and rises along a left-ward path. Consequently, dissolved salt is carried back to the salt water basin by the flow of fresh water. In regard to the spatial distribution of each isochlor line, the intervals of lines are wider as the velocities become slower. The front of line becomes vertical in the neighborhood of the base, because the base of porous media is impervious, and the horizontal velocity components are predominant.

On the other hand, for the immiscible fluid flow, as may be seen from Fig. 2, a abrupt sharp interface separates regions occupied by fluids of different density, and the salt water penetrates porous media to the fresh water basin.

This method is widely used presently to determine the location of the interface for the development of groundwater resources, but salt water and fresh water actually mix in a region of dispersion. In case the thickness of the zone of dispersion can not be ignored, the abrupt sharp interface seems to have a weak physical foundation.

Fig. 4 shows the displacement of 0.5-isochlor line up to the steady state. In case of the transient state, one adopts the hydrodynamic dispersion coefficients in which  $D_x=0.2 \text{ cm}^2/\text{sec}$  and  $D_y=0.02 \text{ cm}^2/\text{sec}$ .

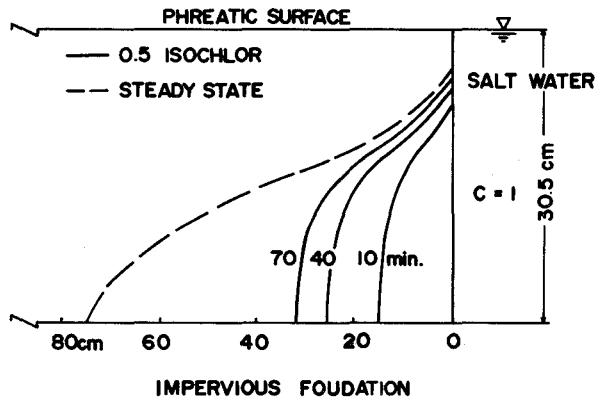


Fig. 4 Transient concentration distribution

As shown in **Fig. 4**, the rate of the intrusion is gradually reduced with time and an increase in dispersion coefficient value tends to lessen the extent to which 0.5-isochlor line occupied porous media when compared to the steady state.

In this paper, the hydrodynamic dispersion coefficients were taken as constant known values, but the coefficient of dispersion depends on the flow pattern, on the Peclet number and on the porous medium characteristics. Peclet number is the ratio of convective diffusion to molecular diffusion,  $Pe = Vd/D_m$ , where  $d$  is the mean grain size. As shown in **Fig. 3**, the maximum velocity is about 0.003 cm/sec in the steady state. For the molecular diffusion coefficient,  $D_m = 1.5 \times 10^{-5}$  cm<sup>2</sup>/sec and the mean grain size,  $d = 0.1$  cm, Peclet number is  $Pe \approx 20$ .

According to the summary of the experimental values obtained by Pfannkuch<sup>9)</sup>, for  $5 < Pe < 300$ , the main spreading is caused by convective diffusion combined with transverse molecular diffusion.

Experimental results for this range yield :

$$D_x/D_m = \alpha(Pe)^m ; \alpha \approx 0.5, \quad 1 < m < 1.2 \quad \dots (26)$$

Giving the exponent  $m = 1.2$  and the constant  $\alpha = 0.5$ , one obtains through Eq.(26) the longitudinal dispersion coefficient  $D_x \approx 20 \times D_m = 0.0003$  cm<sup>2</sup>/sec.

According to the above results, the dispersion coefficient adopted in this example was overestimated.

#### 4. Conclusions

The Galerkin type finite element model has been presented for the coupled two dimensional problems of the steady and the transient state flow with convective diffusion. Results of numerical analysis clearly illustrate that this model can handle the salt dispersion in porous media. As the writer did not study the consideration based on the results of ex-

perimentation, the clear conclusion about the applicability of numerical analysis has not been drawn yet.

Though it is almost impossible to solve the dispersion problem analytically, this procedure will provide useful clues for future research and development and is one of methods required for predicting and controlling of the quality of groundwater reservoirs.

### **Acknowledgment**

The author would like to acknowledge the continuing guidance and encouragement of Prof. Hideo Kondo, the Muroran Institute of Technology. In addition, the large-capacity computer of Hokkaido University was used in the course of Calculating the numerical values in this paper.

(Received May.19,1979)

### **Reference**

1. Peaceman, D. W., and H. H. Rachford, Jr., Numerical calculation of multidimensional miscible displacement, *J. Soc. Petrol. Eng.*, No. 4, 2, pp. 327-339, 1962.
2. Lee, C., and R. T. Cheng, On Seawater Encroachment in Coastal Aquifers, *Water Resources Research*, 10, 5, pp. 1039-1043, 1974.
3. Huyakorn, F., and C. Taylor, Finite Element Models for Coupled Groundwater Flow and Convective Dispersion, *Finite Element in Water Resources*, FE1, pp. 131-151, 1976.
4. Pinder, G. F., and W. G. Gray, *Finite Element Simulation in Surface and Subsurface Hydrology*, Academic Press, pp. 169-183, 1977.
5. Desai, C. S., and D. N. Contractor, Finite Element Analysis of Flow, Diffusion, and Salt Water Intrusion in Porous Media, *Formulations and Computational Algorithms in Finite Element Analysis*, pp. 958-985, 1977.
6. Segerlind, L. J., *Applied Finite Element Analysis*, John Wiley & Sons, pp. 345-347, 1976.
7. Tohma, S., Finite Element Analysis of Free Surface in Embankment, *Proc. of Annual Conf., Hokkaido Br., JSCE*, Vol. 32, pp. 281-286, 1976 (in Japanese).
8. Bear, J., *Dynamics of Fluids in Porous Media*, American Elsevier, pp. 606-609, 1972.



# 衝撃性騒音のやかましさに関するパイロットスタディ

佐藤 哲 身

## A Pilot Study on the Perceived Noisiness of Impulsive Noise

Tetsumi Sato

### Abstract

The purpose of this study is to point out several fundamental effects on the perceived noisiness of impulsive noise through two psycho-acoustical experiments. In Experiment I, the perceived noisiness of six kinds of impulsive noise is investigated by the method of adjustment. Some physical parameters that influence the perceived noisiness are pointed out and a problem of spectral effects on human response of impulsive noise is discussed. In Experiment II, the perceived noisiness of impulsive pink noise is investigated as a function of four physical parameters ; repetition rate, rise time, decay time and background-to-burst level. The author discusses the perceived noisiness of impulsive noise to be rated from two aspects ; the energy effect and the startle effect. For the abatement of the startle effect, the repetition rate, the decay time and the background-to-burst level are important factors, while the rise time is of little importance.

## 1. 序 章

### 1・1 研究の背景と目的

近年、都市社会における快適な生活環境づくりのうえで、騒音公害は非常に大きな障害の一つとなっている。各方面からの情報で明らかな様に、現代の日常生活環境のなかでは、ほとんど全ての音が騒音として問題を引き起こす可能性を含んでおり、その種類及び被害範囲の大きさは、他の公害と比べて特異な性質を示すところである。このような状況のもとで、各種関係諸機関による研究、対策が進められているが、本来騒音対策の基礎となるべき騒音評価の分野には未だ多くの課題が残されており、統一された手法のないままにその場その場に応じた対策を余儀なくされている。

さて、騒音評価に関する研究は近年急速に進展を遂げつつあるが、上述の通り研究対象範囲が極めて広く、全ての騒音に統一的な評価尺度を適用することが困難であるために現在のところ、騒音の種類毎に研究が進められている状態となっている。この分野における近年の中心的

課題は非定常騒音の評価にあるが、なかでも衝撃性騒音に関する研究は著しく立ち遅れており、その評価法の早期の確立が期待されている。

本研究はこの様な背景を踏まえて、衝撃性騒音の人間に及ぼす心理的不快感を、主として計量心理学的手法を用いた聴感実験により明らかにし、衝撃性騒音の適切な評価法の確立に資せんとするものである。

### 1・2 衝撃性騒音の心理的評価に関する研究展望

音はそれ自体、音圧レベルに対する周波数軸と時間軸の何らかの関数として表現されるものであり、騒音の人間に及ぼす心理的不快感を検討する場合にも、音の物理的特性と心理的効果の関係を計量心理学的手法を用いて測定する方法が主流となっている。騒音の周波数特性と心理的マグニチュードの関係については、S. S. Stevens や E. Zwicker によるラウドネス評価法、K. D. Kryter によるノイジネス評価法に代表される様な優れた業績があり、各々の妥当性も広く認められている。また経験的にその有効性が確認されているものに騒音計のA特性による測定値、即ち dB(A) による評価がある。さらに純音成分に対する補正に関しても、J. W. Little に代表される様な有効な評価法が普及している。この様に周波数特性と心理的マグニチュードの関係についての研究は、一応の大成をみているといえる。しかし、各々の評価法はもともと定常音を用いた聴感実験をもとに作成されたものであり、定常的な騒音や、なだらかに変動する騒音に対する有効性は確認されているものの、衝撃音の様な継続時間の非常に短い音に対して有効であるかどうかは未だ確かめられてはいない。一方、時特性と心理的マグニチュードの関係についてみると、ラウドネスやノイジネスの時間的集積効果に関する基礎的研究は比較的早くから行なわれてきたが、現実に存在する様々な非定常騒音の評価に即した形での研究は未だその数が少なく、統一された評価手法をみるには至っていない。前述した通り、なかでも衝撃性騒音の評価に関する研究は非常に遅れをとっており、最近になってようやく、各国の研究者が積極的に手をつけ始めた状況にある。衝撃性騒音はその物理的測定、及び心理的評価の両面において解決すべき問題を多く含んでいるが、ここでは本研究のテーマである心理的評価の分野に限定して、既往の研究を概観してみたい。

表1・1は本研究に特に関連の深い幾つかの主要な研究の概要を示している。研究は大きく分類して、1) 各種衝撃音全体を一まとめとして扱い、主として定常音との比較の面から追求するもの、及び2) 衝撃音を構成する各種物理的要因(図2・3参照)と心理的マグニチュードの関係を究明しようとするもの、の2者から成っている。一方、対象とする属性は"loudness"あるいは「大きさ」が主流となっているが、"noisiness", "annoyance", "acceptability", あるいは「やかましき」、「うるさき」と、研究者によって様々である。本研究は「やかましき」を対象属性としているが、「やかましき」という属性の概念については、音の物理的刺激に起因する

表1.1 衝撃音の心理的評価に関する主要な研究一覧

研究者	発表年次	研究対象要因*	実験方法	家 験 音	対象属性	文献番号
I. Pollack	1958	立上りレベル 他	調 整 法	ホワイトノイズ の断続音	loudness	(11)
G. J. Thiessen et al.	1962	立下り時間	調 整 法	電氣的パルス	acceptability	(10)
E. Vigran et at.	1964	立上り時間	一 対 比 較 法	750 Hz・純音 広帯域音	loudness	(7)
N. L. Carter	1965	反 復 回 数	double- staircase method	triangular pulse	loudness	(5)
R. M. Garrett	1965	反 復 回 数 他	調 整 法	ホワイトノイズ の断続音	loudness	(4)
S. Fidell et al.	1970	反 復 回 数 他	P. E. S. T.	各種合成音 帯域音	noisiness	(6)
K. Gjaevenes et al.	1972	立上り時間	一 対 比 較 法	純 音 狭帯域音 広帯域音	loudness	(8)
B. Gustafsson	1974	立上り時間 他	M E 法	ピストル音 triangular pulse	loudness	(9)
O. J. Pedersen	1977	総合的効果	—	各種現実音 各種人工音	loudness	(3)
難波精一郎 他	1974	立上り時間	調 整 法 極 限 法	ホワイトノイズ の立上り音	大 き さ	(14)
北村音彦	1975	総合的効果	調 整 法 恒 常 法	各種現実音 各種人工音	大 き さ う る さ き	(12)
平松幸三 他	1976	立上り速度	M E 法	ホワイトノイズ の台形状音	う る さ き	(13)
泉清人 他	1976	反 復 回 数 他	一 対 比 較 法	ピンクノイズ の断続音	やかましき	(17)
桑野園子 他	1978	立下り時間 (残響部の効果)	調 整 法	ホワイトノイズ	大 き さ	(15)
熊谷正純 他	1978	立上り時間 立下り時間 立上りレベル 反 復 回 数 他	調 整 法	各種現実音 各種純音 (主として 1 kHz)	ラウドネス	(16)

\*本研究に関連の深い要因を抜粋し、さらに本論で用いる用語に対応させている。



聴覚的不快感であるとする本学建築工学科・泉清人教授の所見<sup>18)</sup>に従うものとする。しかし、属性間相互の比較は別の機会にゆずり、ここではそれらを大きく心理的マグニチュードとして扱え、以下に各々の研究結果を研究対象領域毎に分類して比較検討することとする。

a) 総合的効果に関して

ISO-R 1996 (1971)<sup>1)</sup>は「衝撃性のファクターを有する騒音については、騒音レベル測定値に 5dB(A) の補正を加えて評価騒音レベル  $L_r$  dB(A) とする」と暫定的に規定しているが、測定方法及び 5dB(A) という補正値が適当であるかどうかは大いに疑問とされており、ISO/TC 43/SC 1 は、先進 12ヶ国計 22 の研究機関をメンバーとする Round Robin Test を実施した<sup>2)</sup>。メンバーの一人である北村<sup>12)</sup>はその結果について、衝撃騒音計による測定値がその「大きさ」のレベルより相当小さな値を示し、多くの場合 10 dB 以上の補正を加える必要があり、「うるささ」を求めるためには、さらに数 dB を加える必要があると報告している。また Pedersen<sup>3)</sup>は同様の結果に加えて、精密騒音計の動特性を“Impulse”とした時の測定値が他の動特性を用いた時に比べて“loudness”とよく対応しているとは言えないことを指摘している。一方、筆者らの行なった実験においても、ピンクノイズの断続音のやかましさを評価する場合、最大で 10 dB(A) 以上の補正を加える必要があるというデータを得ている<sup>17)</sup>。この様に、衝撃性騒音を評価する場合、どのような方法が良いかは未だ明らかではないが、現在用いられている様な方法が、一般に過小評価につながることはほぼ明白であると言えよう。

b) 反復回数 (repetition rate) の効果に関して

反復回数(RR)の効果に関しては、個々のパルスの継続時間を変えることによってエネルギーを一定に保ちつつ、その心理的效果を検討するものと、同一のパルスを繰返し発生させ、主としてエネルギーとの対応をみようとする 2 種類の研究がある。前者に関しては、Garrett<sup>4)</sup>によるホワイトノイズの断続音を用いた実験があり、1つのケースとして  $RR=0.3\sim 20$  pps の範囲において、loudness は RR の増加と共に増大し、50~200 pps の範囲では逆に減少するというデータを得ているが、その効果を積極的には認めていない。さらに、筆者らの行なった実験によると、 $RR=1\sim 4$  pps の範囲において、ピンクノイズの断続音のやかましさと RR は、 $10 \log_{10} RR$  の関係を示すことを確認している<sup>17)</sup>。一方、後者に関しては、Carter<sup>5)</sup>による triangular pulse を用いた実験があり、 $RR=1\sim 128$  pps の範囲において、loudness はエネルギーによく対応することを示し、また Fidell et al<sup>6)</sup>は、2種類の合成波の衝撃音を用いて noisiness に関する実験を行ない、やはり同様の結果を得ている。さらに熊谷ら<sup>16)</sup>は、1 kHz の純音を用いて衝撃音のラウドネスに関する実験を行ない、パルスを 1, 2, 4 回と増加させた時のラウドネスの増加は、エネルギーの増加よりも非常に小さいと報告している。以上の様に、各研究者によって実験音及び対象とする属性の違い等があり、直接結果の比較を行なうことは不可能である。しかしながら、ここで重要なことは、エネルギーだけでは説明のつかない反復回数の効果を確認し

た場合に、それを如何に積極的に把えるかという点にあると考える。

c) 立上り時間 (rise time) の効果に関して

Vigran et al.<sup>7)</sup>は、純音及び広帯域音を用いて実験を行ない、広帯域音の場合 rise time の増加と共に loudness は減少する傾向を示し、その効果は rise time=0.025~1.6 sec. の範囲で約 3 dB 程度あるが、純音の場合はほとんど効果がみられないと報告している。Gjaevenes et al.<sup>8)</sup>は、数種の純音、狭帯域音、広帯域音を用いて、rise time=0.03~1.0 sec. の範囲で実験を行ない、それぞれの周波数特性に応じて効果の程度に差はあるものの、rise time が増加すると loudness は減少することを報告している。Gustafsson<sup>9)</sup>は、rise time=0.3~10.0 msec. の範囲で、やはり同様の結果を得ている。一方、我国でも平松ら<sup>13)</sup>は、立上り速度 (dB/s) をパラメータとして、うるささに関する実験を行ない、25 dB/s から 1000 dB/s の範囲でうるささは立上り速度の対数に比例して増加することを示し、立上り速度が急峻となることによる音響エネルギーの減少を考慮しても、同様な傾向を得たと報告している。また熊谷ら<sup>16)</sup>は、立上り時間=0.5~20 msec. の範囲において、立上り時間が短くなるとラウドネスが増加することを確認している。これに対し難波ら<sup>14)</sup>は、ホワイトノイズの三角形状音 (立上り音) を用いて実験を行ない、100~500 msec. の範囲で立上り時間と大きさの間に明瞭な関係は認められないが、聞こえの大きさはエネルギー値によって規定されると結論している。以上の結果から、研究者によって効果の程度に差はあるものの、概して立上り時間が増加すると心理的マグニチュードは減少するという傾向が示されているといえよう。

d) 立下り時間 (decay time) の効果に関して

騒音評価の分野において、立下り時間をパラメータとした研究はほとんどみられないが、Thiessen<sup>10)</sup>は、電氣的パルスをもつて4回/秒で発生させ、同じパルスに1.1秒の残響を付加したものとを比較した結果、残響を付加すると acceptability が減少したと報告している。また熊谷ら<sup>16)</sup>は、パルスの減衰時間が長くなるとラウドネスは増加することを示し、これをラウドネスの積分効果として扱っている。さらに桑野ら<sup>15)</sup>も同様な結果を得ているが、熊谷らの研究に比べてその効果は大きく、聞こえの大きさは音響エネルギーの量とよく対応することを確認している。

e) 立上りレベル (background-to-burst level) の効果に関して

立下り時間と同様にほとんど研究はみられないが、Pollack<sup>11)</sup>による断続音を用いた実験があり、概ね立上りレベルが減少すると loudness は増加し、エネルギー近似が成立することを報告している。また熊谷ら<sup>16)</sup>は、減衰時間の長さの知覚に及ぼすバックグラウンドノイズの影響を検討しているが、立上りレベル自体の効果を確認してはいない。

以上の様に、衝撃音を構成する各種物理的要因が心理的マグニチュードに影響を及ぼすことは明らかであるが、それぞれの研究者によって結果は異なり、その効果はまだ明確であるとは

言い難い。一方、最終目標である衝撃性騒音の評価法の確立のためには上述の各種要因による総合的な効果を論ずることが重要であり、そのためにも統一された実験条件のもとに、精度の高い多くのデータを得ることが、現段階での課題であると言えよう。

### 1・3 研究の全体計画における本論の位置付け

騒音の心理的不快感の評価に関する研究には大きく分類して、統計学的手法を基礎とする社会調査と、計量心理学的手法を用いる聴感実験による2つのアプローチがある。前者は騒音の日常生活に及ぼす影響を大きく捉えたり、音のみならず地域的環境との係りや各種情報特性等の非聴覚的な要因の分析が可能であるなどの特徴をもつ一方、後者は実験条件を厳密にコントロールできることから、より細部に至る精密なデータを得ることができる。日常生活環境における騒音の評価法を確立するためには、本来その両者の特質を満足するようなアプローチが必要であり、本研究はその様な観点に基づく多角的な研究計画の一環をなすものである。図1・1はこの一連の研究の全体構成を示している。研究の主体をなすのは聴感実験であり、大きく分けて1) 予備実験、2) 本実験、3) 検証実験から構成される。以下に各々の内容を記す。

- 1) 予備実験 —— 予備調査により収集された現実音の分析、及び被害状況の分析をもとに、研究対象とする騒音の範囲を明確にする。さらに衝撃性騒音の不快感に影響を及ぼすであろう物理的要因を聴感実験により抽出し、本実験への基礎を形成する。
- 2) 本実験 —— 主として衝撃性騒音の時特性に係る各種物理的要因が不快感に及ぼす効果を検討し、聴覚的不快感の評価モデルを作成する。一方、衝撃音に対する周波数面、及び音圧レベル面での評価手法を再検討し、さらに不快感の属性的構造を明らかにする。
- 3) 検証実験 —— 本実験をもとに作成した評価モデルを多数の被害者、及び現実者を用いて検証し、その結果を再びモデルへとフィードバックさせ、補正を施す。

一方、社会調査を並行して実施し、評価モデルに対して非聴覚的要因による効果の補正を施し、衝撃性騒音の不快感の全容を確認する。

本論は2シリーズの実験をもとに構成されており、実験Ⅰでは現実音を用いて実験を行ない、波形の分析とパラメータの抽出、及び問題点の明確化を主な目的とし、実験Ⅱでは時特性に係る幾つかのパラメータとやかましさの関係をピンクノイズを用いて比較検討する。これらの実験は、今後の一連の研究のパイロットスタディをなすものである。

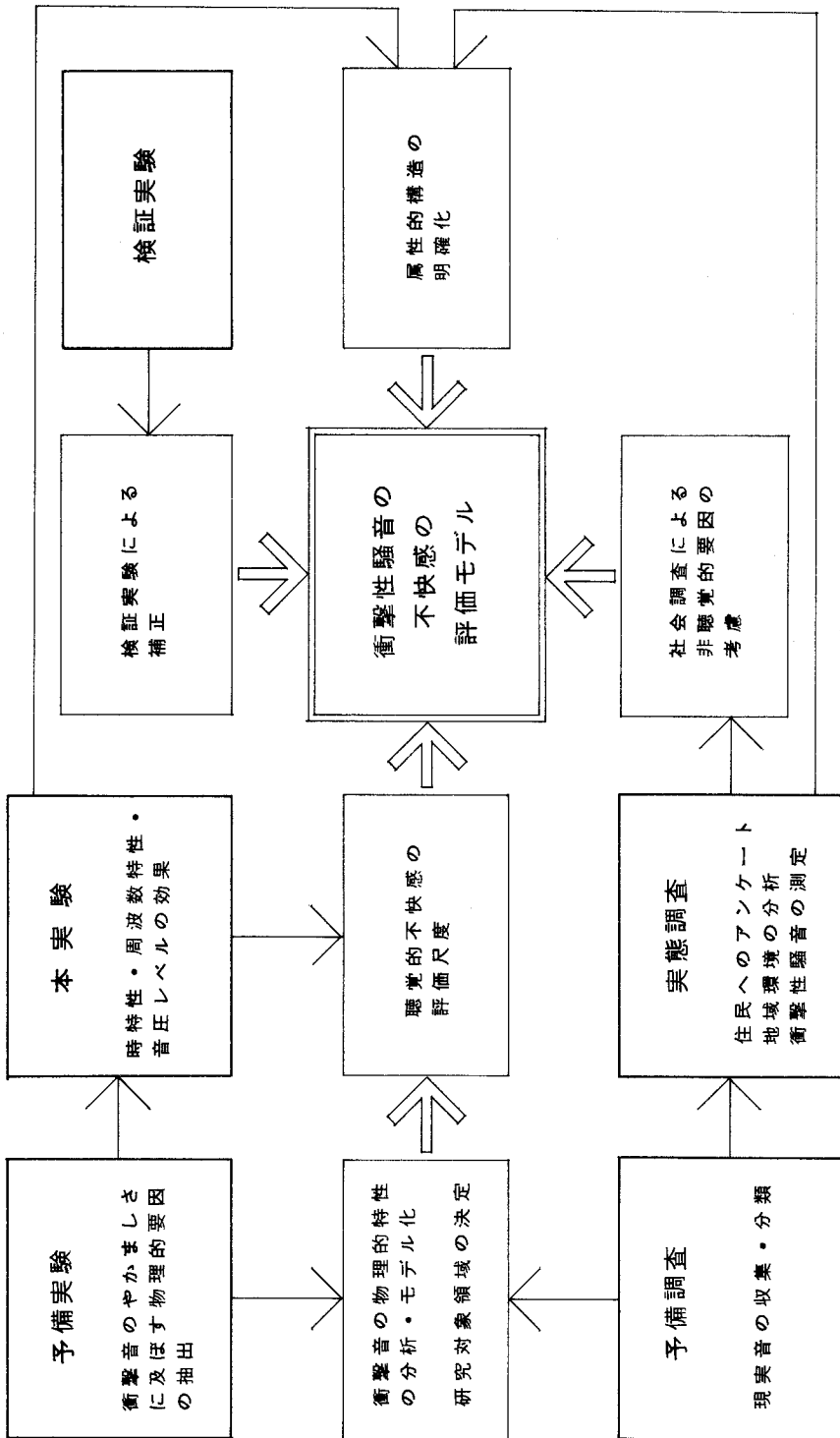


図1・1 研究の全体構成

## 2. 実験 I —— 現実音を用いた聴感実験

### 2・1 実験の目的

本章では、現実存在する数種の衝撃音をもとに作製した実験音を用いて、連続音との比較判断実験を行ない、反復回数を中心とした物理的要因と実験結果との対応関係により、やかましさに影響を及ぼす要因を抽出し検討する。実験は、連続音の周波数特性の違いから2つのグループに分かれ、双方の結果の比較をもとに、衝撃音の周波数面における評価尺度の問題をあわせて検討する。

### 2・2 実験の方法

#### a) 実験室と実験装置

実験室は本学建築工学科最上階に位置している。既存の RC 構造部の中に外部開口部に近接して木造軸組モルタル塗の間仕切壁を設け、外部との間に吸音処理を施し、気密アルミサッシのすべり出し窓2面を設けている。廊下側には同様の間仕切壁によりコントロールルームを設け、ーフミラーガラスを使用した防音のぞき窓と、テストルームとの電気的連絡のためにコネクションボックスを2個設置してある。さらにテストルームの壁面全体に木造下地を設け、グラスウール 100 mm を充填の上、グラスウール成形板シルラン A、20 mm により吸音仕上げを施している。また床面にはカーペットを敷きつめ、天井には吸音板の下に厚手の布をつり下げることにより吸音性の向上をはかっている。なおテストルームの内容積は、 $3.220 \text{ W} \times 3.532 \text{ L} \times 2.990 \text{ H} = 34.00 \text{ m}^3$  である。

図 2・1 は実験装置のブロックダイアグラムである。実験 I と実験 II で用いる実験装置はほぼ

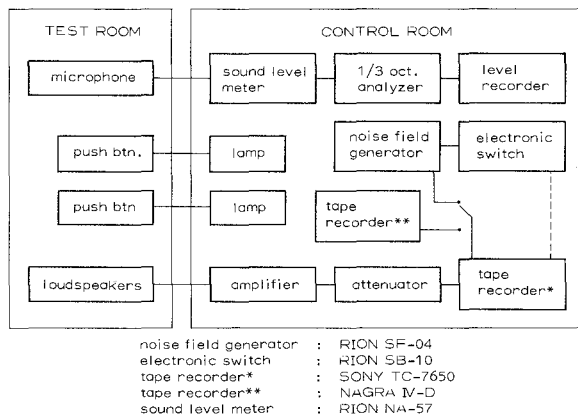


図 2・1 実験装置のブロックダイアグラム

表2.1 実験音の物理的特性 (1)

実験音	項目	特 性
基 準 音	種 類	No. 1 タイプライターを打つ音 No. 2 コンクリートを叩く音 No. 3 コンクリートを叩く音
	ピークレベル	75 dB(A) に一定
	反 復 回 数	0.25, 0.5, 1, 2, 4, 8, 16, (回/秒)
	立上りレベル	No. 1 8~12 dB(A) No. 2 19~26 No. 3 6~33
	立上り時間*	No. 1 18 msec. No. 2 17 No. 3 17
	立下り時間*	No. 1 42 msec. No. 2 25 No. 3 120
比 較 音	種 類	ピンクノイズの連続音

\*ピークから 10 dB(A) 変化する時間

表2.2 実験音の物理的特性 (2)

実験音	項目	特 性
基 準 音	種 類	No. 4 木箱を叩く音 No. 5 木箱を叩く音 No. 6 シンバルを叩く音
	ピークレベル	75 dB(A) に一定
	反 復 回 数	0.5, 1, 2, 4, 8, 16 (回/秒)
	立上りレベル	No. 4 33~38 dB(A) No. 5 9~37 No. 6 11~34
	立上り時間*	No. 4 1.1~1.7 msec. No. 5 1.1~8.7 No. 6 6.0~6.7
	立下り時間*	No. 4 12.7~22.0 msec. No. 5 33.3~76.7 No. 6 58.3~177.3
比 較 音	種 類	1 kHz・1/3オクターブ バンドノイズ

\*ピークから 10 dB(A) 変化する時間

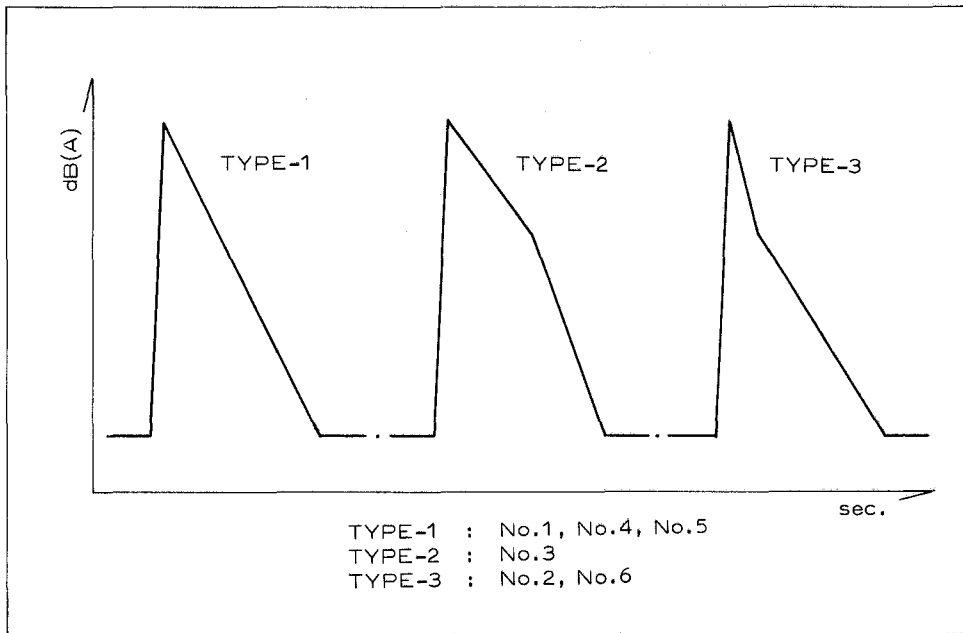


図2・2 波形の分類

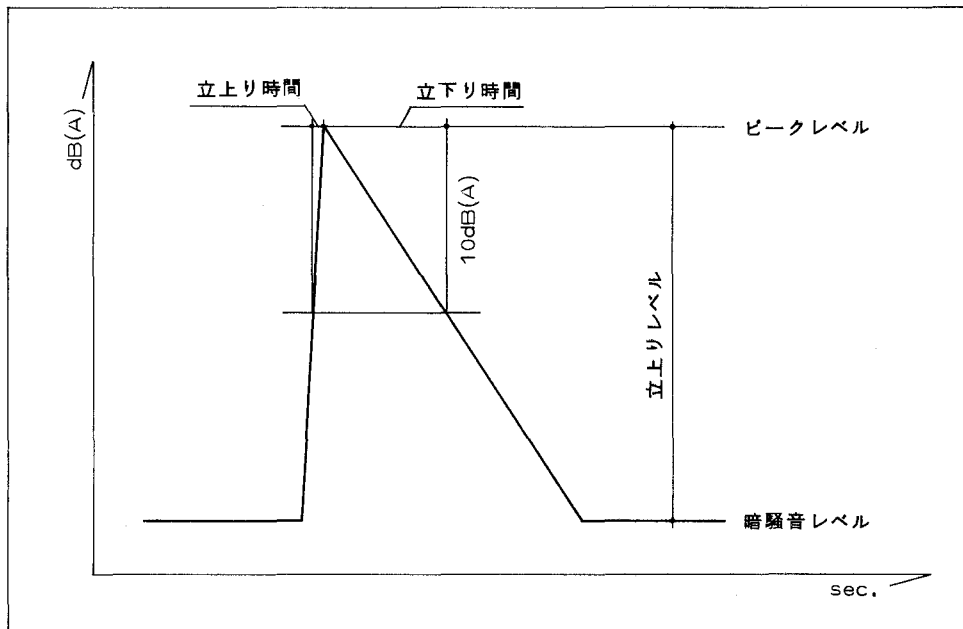


図2・3 用語の定義

同じ構成によっているので一括して図示してある。なお、実験音の波形の分析にはウェーブメモリ（エヌエフ回路設計ブロック WM 840）を用いた。

b) 実験音の特性

実験音の物理的特性は表 2・1 及び表 2・2 に示す通りであり、タイプライターを打つ音 (No. 1), 音響特性の異なる 2 室でコンクリートを叩く音 (No. 2, No. 3), 同様に木箱を叩く音 (No. 4, No. 5), 及びシンバルを叩く音 (No. 6) の 6 種類からなっている。これらを規則的に発生させ、予め磁気テープに録音し、実験の際には 4 倍のスピードで再生させることにより、反復回数を 0.25~16 回/秒 (No. 1~No. 3), 及び 0.5~16 回/秒 (No. 4~No. 6) とした。図 2・2 はこれらの波形の分析結果をもとに、平均化して代表的な形に分類したものである。より多くの現実音によって波形のモデル化を行なう必要はあるが、基本的には急激に立上り、これら 3 種類のパターンで減衰するものに分類できることが予想される。なお、本論において用いる衝撃音の時特性に係る用語の定義を図 2・3 に示す。一方、周波数特性は何れも広帯域に及んでいるが、現段階で分類することは不可能である。

c) 実験の手順

実験は研究対象の衝撃音を基準音とし、連続音を比較音とする調整法による matching test である。比較音は、実験音 No. 1~No. 3 に対してはオールパスのピンクノイズ、No. 4~No. 6 に対しては 1 KHz・ $\frac{1}{3}$  オクターブバンドノイズを用いている。実験音は図 2・4 に示す様に、基準音 (11 秒) — 休止 (1 秒) — 比較音 (11 秒) — 休止 (7 秒) の規則的な時間配置で予め録音したテープによっている。基準音のピークレベルは精密騒音計の動特性を "Impulse" とした時の指示値で 75 dB (A) に一定し、これに対して比較音のレベルはコントロールルームのアッテネータにより操作した。被験者には時間を限らずに基準音と比較音のやかましさを比較させ、比較音のレベルの上下を手許のプッシュボタンにより実験者に指示せしめ、完全な matching

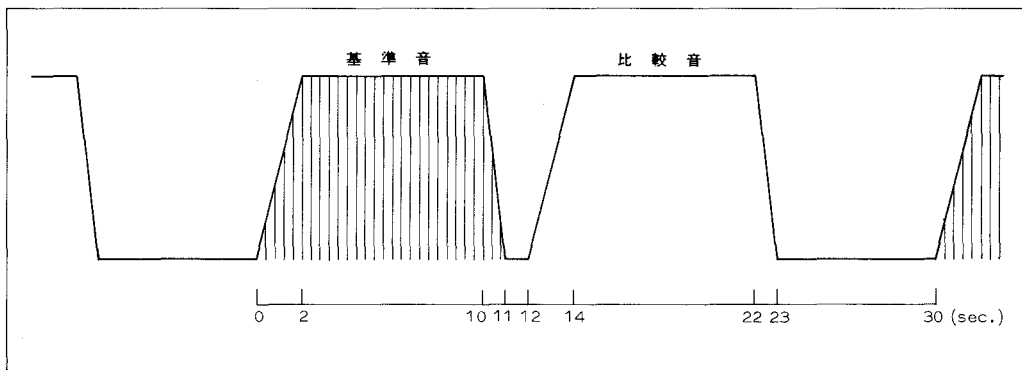


図 2・4 実験音の呈示パターン



表2.3 実験結果一覧表 (1)  
等やかましきの(連続音レベル-衝撃音ピークレベル) dB(A)

実験音	反復回数	平均(SLM)	平均(WM)	標準偏差
No. 1	0.25	- 7.4	-11.4	0.95
	0.5	- 6.7	- 7.7	0.65
	1	- 5.7	- 6.7	0.65
	2	- 4.9	- 7.9	0.43
	4	- 3.6	- 8.6	0.62
	8	- 2.9	- 7.9	0.61
	16	- 1.1	- 6.1	0.38
No. 2	0.25	- 7.6	-10.6	1.32
	0.5	- 5.0	-10.0	1.11
	1	- 4.4	- 7.4	0.38
	2	- 2.5	- 6.5	1.00
	4	- 1.9	- 3.9	0.70
	8	- 0.3	- 3.3	0.69
	16	1.8	1.8	0.54
No. 3	0.25	- 7.9	- 8.9	2.29
	0.5	- 6.2	- 7.2	1.83
	1	- 3.6	- 5.6	1.02
	2	- 1.7	- 3.7	0.41
	4	- 0.9	- 4.9	0.61
	8	0.3	- 2.7	0.61
	16	2.7	- 0.3	1.17

「平均(SLM)」は騒音計の指示値, 「平均(WM)」はウェーブメモリによる分析値

に至るまで比較を続けさせた。被験者は実験者 No. 1 ~No. 3 に関しては, 20 才台の男子 5 名, No. 4 ~No. 6 に関しては 20 才台の男子 8 名及び女子 1 名の合計 9 名であり, 何れも JIS 基準の聴力検査により正常な聴力を有することを確認している。なお, 各人は各々の実験音につき, 3 回の matching を行なった。

### 2・3 実験結果

実験結果を表 2・3 及び表 2・4 に示す。数値は等しいやかましきの連続音レベルから衝撃音ピークレベルを差し引いた値で, 以下 Lrb(Relative Burst Level) と呼ぶ。また, 図 2・5 ~ 図 2・10 はこれを図示したものである。判断値の標準偏差は, 実験音 No. 1 では 0.38~0.95 で平均 0.59 dB(A), No. 2 では 0.38~1.32 で平均 0.82 dB(A), No. 3 では 0.41~2.29 で平均 1.13 dB(A), No. 4 では 0.92~1.70 で平均 1.32 dB(A), No. 5 では 1.27~2.11 で平均 1.59 dB(A),

表2.4 実験結果一覧表 (2)  
等やかましきの (連続音レベル-衝撃音ピークレベル) dB (A)

実験音	反復回数	平均(SLM)	平均(WM)	標準偏差
No. 4	0.5	3.9	- 8.1	1.70
	1	6.3	- 7.7	1.67
	2	7.9	- 7.1	1.45
	4	8.1	- 4.9	1.23
	8	8.7	- 5.3	0.92
	16	12.2	- 1.8	0.93
No. 5	0.5	2.6	- 4.4	1.37
	1	4.5	- 2.5	1.45
	2	4.6	- 2.4	2.11
	4	6.0	- 1.0	1.63
	8	8.2	4.2	1.27
	16	7.4	5.4	1.68
No. 6	0.5	7.5	2.5	1.32
	1	8.7	1.7	0.93
	2	10.6	2.6	1.28
	4	11.3	4.3	1.23
	8	10.9	3.9	1.18
	16	12.1	4.1	1.13

No. 6 では 0.93~1.32 で平均 1.18 dB(A) と何れも良好な結果を示している。

## 2・4 討 論

### a) 反復回数とやかましき

ここでは、反復回数とやかましきの関係を中心に考察を進めるが、前述した通り、実験音 No. 1~No. 3 と No. 4~No. 6 のグループでは比較音の周波数特性が異なっているため、双方の結果について、並行しながら論ずることとする。

図 2・11 及び図 2・12 は全員の平均値をプロットしたものである。それぞれ RR (反復回数) の増加と共に Lrb が一貫して増加していることがわかり、各実験音別にみると、RR の対数と一次の高い相関を示している。さて、これらの図は騒音計の指示値に基づいて作成したものであるが、衝撃音を測定する場合、騒音計の指示値が一般に実際のレベルよりも小さな値を示すことから、各音を先述したウェーブメモリによって分析し、レベルの補正を試みた。補正值は、実験音 No. 1 では 1.0~5.0 で平均 3.3 dB(A)、No. 2 では 0.0~5.0 で平均 2.9 dB(A)、No. 3 では 1.0~4.0 で平均 2.3 dB(A)、No. 4 では 12.0~15.0 で、平均 13.7 dB(A)、No. 5 では 2.0~7.0 で平均 5.7 dB(A)、No. 6 では 5.0~8.0 で平均 7.0 dB(A) であり、実験音によっ

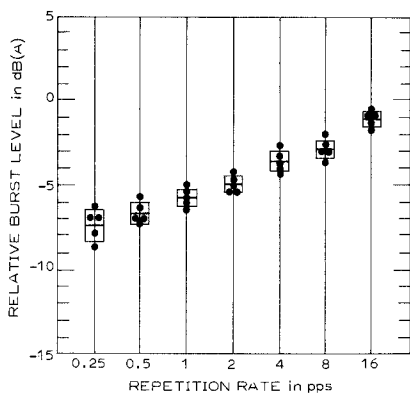


図 2・5 実験結果 (No. 1)

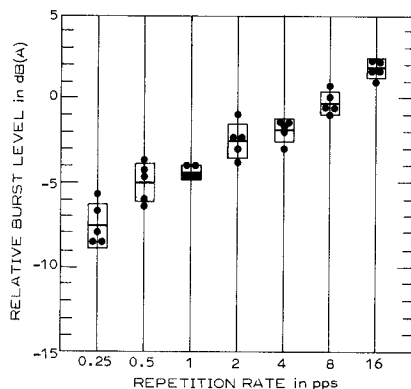


図 2・6 実験結果 (No. 2)

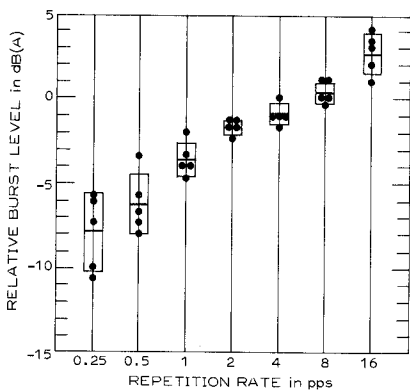


図 2・7 実験結果 (No. 3)

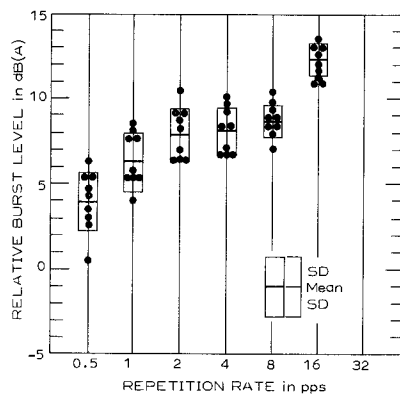


図 2・8 実験結果 (No. 4)

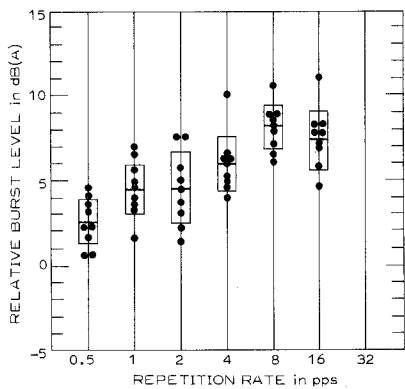


図 2・9 実験結果 (No. 5)

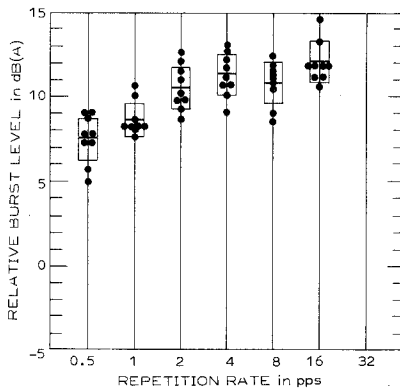


図 2・10 実験結果 (No. 6)

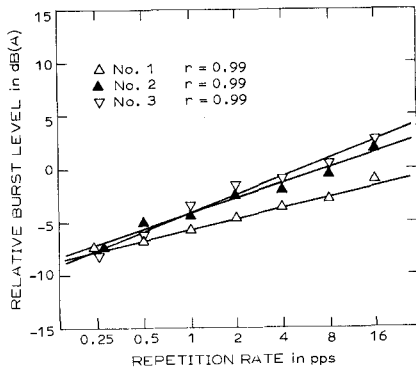


図 2.11 Lrb と RR の関係 (SLM, No. 1 ~ 3)

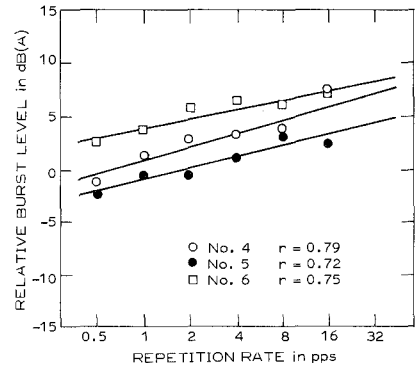


図 2.12 Lrb と RR の関係 (SLM, No. 4 ~ 6)

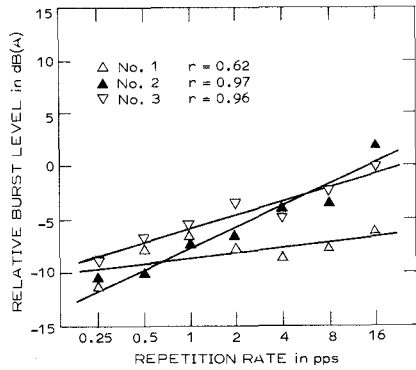


図 2.13 Lrb と RR の関係 (WM, No. 1 ~ 3)

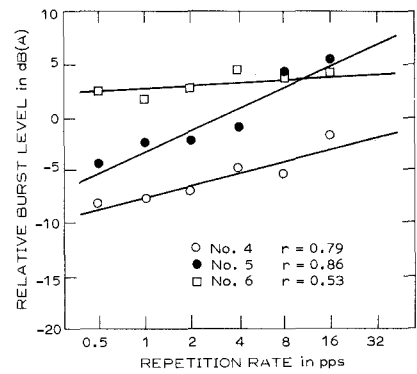


図 2.14 Lrb と RR の関係 (WM, No. 4 ~ 6)

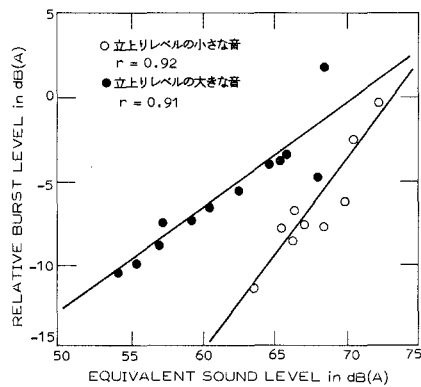


図 2.15 Lrb と Leq の関係 (No. 1 ~ 3)

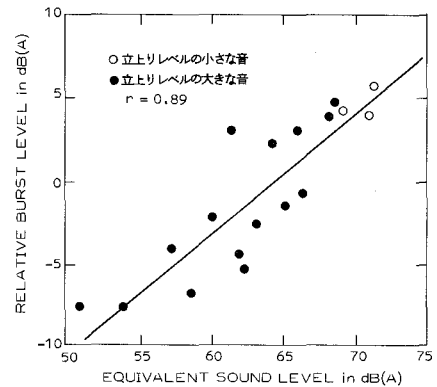


図 2.16 Lrb と Leq の関係 (No. 4 ~ 6)

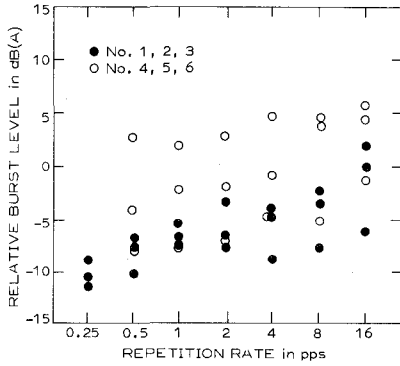


図 2・17 実験結果の比較

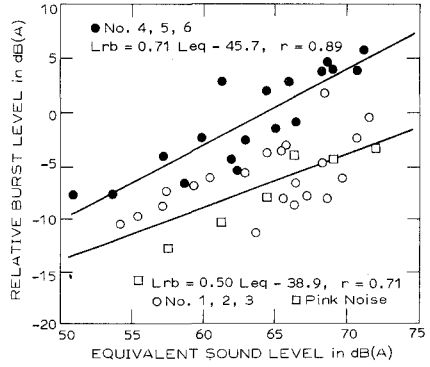


図 2・18 Lrb (dBA) と Leq の関係

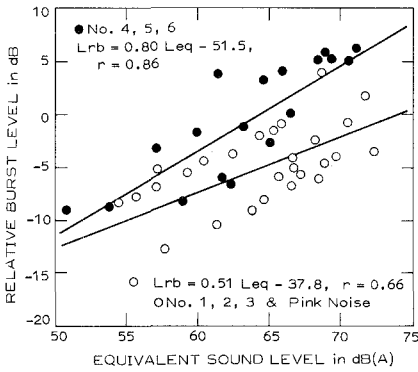


図 2・19 Lrb (dB) と Leq の関係

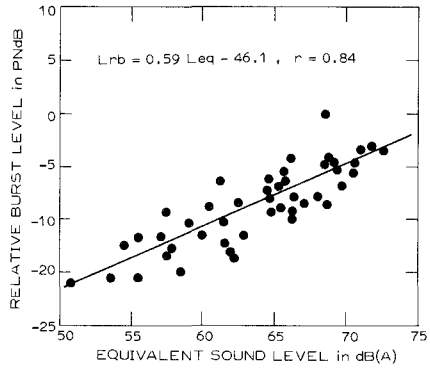


図 2・20 Lrb (PNdB) と Leq の関係

てかなりのばらつきがみられる。このことは本来、騒音計の指示特性と衝撃音の時特性との関係で分析できる性質のものであり、より多くのデータの集まった時点で検討してみたい。この様にして補正を施した結果を図 2・13 及び図 2・14 に示す。RR の増加に対する Lrb の増加傾向は各音共通にみられるが、実験音の種類によってその傾きが大きく異なり、このことから各音の波形の相違に基づく RR 以外の要因による効果が作用しているものと考えられる。そこで Leq と Lrb の対応をみたのが図 2・15 及び図 2・16 である。実験音 No. 4 ~ No. 6 による図 2・16 では一次の高い相関を示しているのに対して、実験音 No. 1 ~ No. 3 による図 2・15 ではより大きなばらつきがみられる。これらの図における黒丸と白丸で表わされているデータは、それぞれ立上りレベルの大きな音と小さな音に対応しているが、図 2・16 ではほとんどが黒丸に属し、その違いが明らかでないのに対し、図 2・15 ではほぼ 2 つのグループに分類でき、それぞれのデータは Leq と高い相関を示すことがわかる。このことから同じエネルギーをもつ衝撃音を比べた場合、立上りレベルの大きな音の方がよりやかましいという解釈が可能であり、立上りレベル

が一つのパラメータとなり得ることを示している。一方、この実験で用いた実験音の立下り時間は最大で 180 msec. 程度であり、このデータからはその効果は明らかではないが、現実の広範な衝撃音を考えた場合、立下り時間の範囲を拡張して考える必要があると思われる。

以上により、これらの実験結果からは、反復回数と立上りレベルが重要なパラメータとして抽出され、立下り時間に対する検討の必要性も示された。一方、立上り時間に関しては、衝撃音の性質上、何れも急激に立上るものと考えられ、特に重要なパラメータとして把える必要はないと思われるが、多くの研究者が研究の対象としている様に、それ自体一つの興味深いテーマであり、第 3 章では、以上 4 種の要因をパラメータとして、各々の効果を検討したい。

#### b) 実験音の周波数特性と評価尺度

ここでは視点を変えて、実験結果を周波数特性の面から検討する。本章の初めに述べた様に、実験音 No. 1 ~ No. 3 と No. 4 ~ No. 6 の 2 つのグループでは実験に用いた比較音の周波数特性が異なっており、ここで両実験結果を比較してみたい。図 2・17 における白丸は No. 1 ~ No. 3 の結果を、また黒丸は No. 4 ~ No. 6 の結果を示している。No. 1 ~ No. 3 のグループは比較音にオールパスのピンクノイズを用いており、No. 4 ~ No. 6 のグループは 1 KHz・ $\frac{1}{3}$ オクターブバンドノイズを用いているが、図から一見して明らかな様に、両実験結果の絶対値に大きな相違がみられる。両実験に用いた衝撃音の物理的特性に明確な偏りはみられないことから、この様な一貫した結果の相違は、主として比較音の周波数特性の違いに起因するものと考えられる。このことは、次章における、基準音・比較音ともにピンクノイズを用いた反復回数の実験結果をプロットしてみると一層明確となり、これを No. 1 ~ No. 3 のグループに加えて、Leq に関して双方の回帰直線を求めると図 2・18 の様になる。各々の直線は同様な傾向のもとにそれぞれ高い相関を示すが、この実験の範囲において絶対値の差は約 4 ~ 8 dB(A) に及ぶことがわかる。この様なくい違いが衝撃音の様に継続時間の非常に短い音だけに表われるのかどうかは明らかではないが、少なくとも衝撃音を用いた比較判断実験においては、比較音の周波数特性を大いに検討する必要があると言えるだろう。図 2.19 は dB による測定値をプロットしたものであるが、双方の差は減少するものの、やはり明確な相違が認められる。さて、本実験の様に騒音の時特性の効果を検討しようとする場合には、基準音・比較音双方の周波数特性を一致させるのが最も妥当であるが、現実の衝撃音を用いる場合にその様な方法は必ずしも簡単なものではなく、一方人工的に現実の衝撃音と同じものを作製することも非常に困難であると考えられる。そこで図 2・18、図 2・19 に示した様なくい違いを減少させ得る評価尺度を考えてみるのが一つの解決方法であると思われる。図 2・20 は縦軸に PNdB による補正を施した結果であるが、今回の実験の範囲において、全データが高い相関をもって一本の直線のまわりに集まることがわかる。以上により、特に現実の衝撃音を用いて人工の比較音と比較判断実験を行なう際に、両者の周波数特性に大きな相違がある場合、dB(A) あるいは dB を用いることは危険であり、今回の

結果からは、PNdBによる評価が妥当であるということができよう。dB(A)が騒音の評価に有効であることは広く認められているが、上記の結果から、衝撃音の様な継続時間の非常に短い音に関しては、dB(A)に代わる別の尺度が必要であることが示唆されているとも考えられ、一つの大きな研究課題であると思われる。

表3.1 実験音の物理的特性

実験名	実験音	項目	特性
反復回数	基準音	種類	ピンクノイズの衝撃音
		ピークレベル	75 dB(A) に一定
		反復回数	0.5, 1, 2, 4, 8, 16, 32, (回/秒)
		立上りレベル	7~34 dB(A)
		立上り時間*	1.3~3.0 msec.
		立下り時間*	14.7~36.7 msec.
	比較音	種類	ピンクノイズの連続音
立上り時間	基準音	種類	ピンクノイズの衝撃音
		ピークレベル	75 dB(A) に一定
		反復回数	1 (回/秒)
		立上りレベル	37~43 dB(A)
		立上り時間*	3, 20, 41, 116, 176 msec.
		立下り時間*	10~25 msec.
	比較音	種類	ピンクノイズの連続音
立下り時間	基準音	種類	ピンクノイズの衝撃音
		ピークレベル	75 dB(A) に一定
		反復回数	1 (回/秒)
		立上りレベル	34~46 dB(A)
		立上り時間*	2~17 msec.
		立下り時間*	15, 58, 120, 292, 605 msec.
	比較音	種類	ピンクノイズの連続音
立上りレベル	基準音	種類	ピンクノイズの衝撃音
		ピークレベル	75 dB(A) に一定
		反復回数	1 (回/秒)
		立上りレベル	5, 10, 19, 28 dB(A)
		立上り時間*	9~17 msec.
		立下り時間*	278~309 msec.
	比較音	種類	ピンクノイズの連続音

\*ピークから 10 dB(A) 変化する時間

### 3. 実験Ⅱ——人工音を用いた聴感実験

#### 3・1 実験の目的

本章では実験Ⅰの結果から得られた幾つかの方向性をもとに、ピンクノイズを用いて実験を行ない、衝撃音のやかましさに及ぼす反復回数 (repetition rate), 立上り時間 (rise time), 立下り時間 (decay time), 及び立上りレベル (background-to-burst level) の効果について検討する。

第1章で詳述した通り、衝撃音を構成する種々の物理的要因が心理的マグニチュードに影響を及ぼすことは明らかであるが、その効果は未だ明確になっているとは言えない。ここでは、衝撃音のやかましさを物理的なエネルギー効果と心理的な驚く効果の2面から把握、各種要因による各々の効果を比較検討し、やかましき反応のメカニズムについて考察を加えたい。

#### 3・2 実験の方法

実験Ⅰと同様、調整法による matching test である。実験は、上記4種類の要因をパラメータとして、それぞれ独立に行なわれた。実験音の物理的特性は表3・1に示す通りである。基準音・比較音共にピンクノイズを用いており、基準音の衝撃音は電子スイッチ (RION-SB 10) を通して、現実の衝撃音に近い特性を有する様に作製した。基準音はそれぞれ7種類の反復回数、5種類の立上り時間、5種類の立下り時間、4種類の立上りレベルによって構成されており、各々の実験において、他の要因は一定に保たれた。被験者は、反復回数及び立上りレベルの実験においては男子8名、女子1名の計9名、また立上り時間及び立下り時間の実験においては男子7名、女子1名の計8名であり、全員 JIS 基準の聴力検査により正常な聴力を有することを確認している。なお各人は一音につきそれぞれ3回の matching を行なった。その他の具体的な実験手順は実験Ⅰと全く同じである。

#### 3・3 反復回数の効果

実験結果を表3・2及び図3・1に示す。数値は前述した  $L_{rb}$  であり、判断値の標準偏差は0.83~2.56で平均1.96 dB(A)と良好な結果を示している。また図3・2は全員の平均値をプロットしたものであり、騒音計の指示値 (Impulse 特性) によるものと、ウエーブメモリによる値をあわせて示している。ここで騒音計とウエーブメモリによる指示値の差は、3.0~6.0で平均4.9 dB(A) であり、以下ウエーブメモリによる値をもとに考察を進めることとする。この図に見られる様に、反復回数の増加と共にやかましきが増加する傾向は実験Ⅰの結果と一致するものであるが、反復回数32回/秒に達すると、その傾向が停止、あるいは減少傾向に変わること



表3.2 反復回数の実験結果

等やかましきの (連続音レベル-衝撃音ピークレベル) dB(A)

反復回数	平均(SLM)	平均(WM)	標準偏差
0.5	-10.6	-15.6	2.33
1	-6.9	-12.9	2.56
2	-5.3	-10.3	2.29
4	-1.9	-7.9	2.53
8	-0.3	-4.3	2.03
16	0.2	-4.8	1.12
32	-0.6	-3.6	0.83

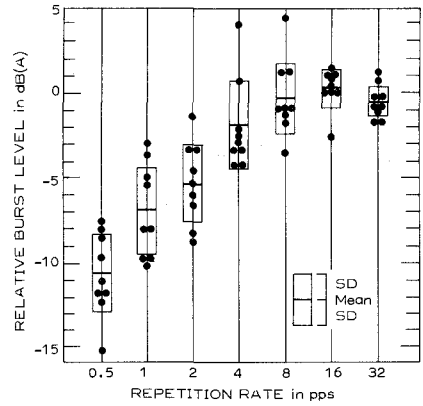


図3.1 反復回数の実験結果

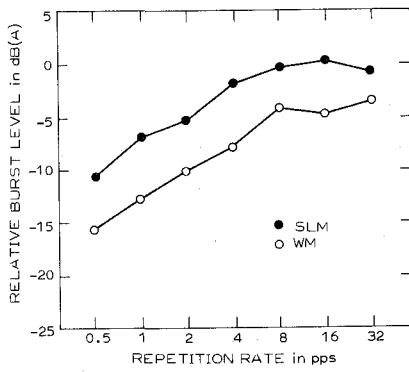


図3.2 Lrbと反復回数の関係

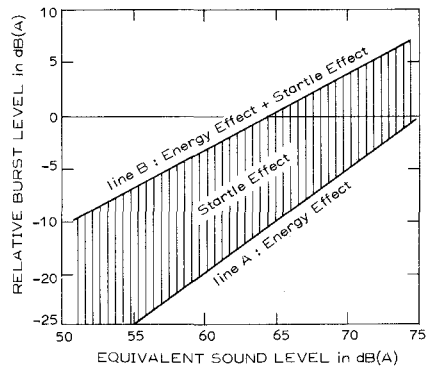


図3.3 驚がく効果の概念図

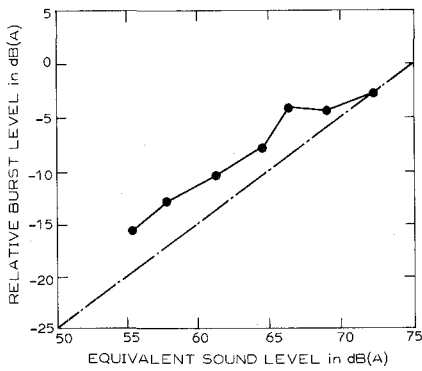


図3.4 LrbとLeqの関係

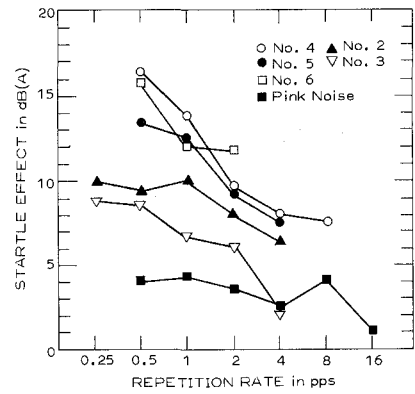


図3.5 反復回数による驚がく効果

がわかる。これは反復回数が大きくなると個々のパルスの間隔が非常に短くなり、パルスの存在を明確に感知できなくなること、及び減衰波形が重なり合うために衝撃性が減少することの2つの理由によると考えられる。現段階ではこれを定量的に扱うことは出来ないが、その傾向は上記の理由により明確な解釈が可能であり、筆者らによる断続音の実験結果からも明らかである<sup>17)</sup>。しかし、反復回数がこの程度に及ぶと、もはや衝撃音の範囲を越えており、むしろ重要なのは、それ以下における衝撃性の効果の捉え方にあると考える。

さて、先述した通り筆者は、衝撃性騒音のやかましさをエネルギー効果と驚がく効果の二面から捉えているが、この概念を図3・3によって説明したい。図のline Bが衝撃音の実際のやかましさを表わしているものとする。もしやかましさが完全に物理的エネルギー量に対応しているとすれば、line Bはline Aに一致するはずである。そこでこの両lineの隔たりが、反復回数、立上り時間、立上りレベル等による心理的な驚がく効果を表わしていると考えられる。図3・4はこの実験の結果を対応させたものであり、図3・5は本実験及び前章における実験の結果について、反復回数による驚がく効果を表わしたものである。この縦軸の値は反復回数のみならず、実験音の立上り時間、立上りレベル等の効果の総合された量であると考えられるが、各実験音のなかでは反復回数以外のパラメータを一定に保っているため、図から反復回数による驚がく効果の傾向をみることができる。さらに第2章で述べた様に、これらの絶対値を論ずるためには、dB(A)、PNdB等の評価尺度に係る問題をより多くのデータで検討する必要がある。図3・5からはその全体的な傾向をみることができるだけである。なお一部の実験音(実験Iにおける実験音No.1)、及び反復回数が大きくなるために波形が重なりあい、立上りレベルが大きく変化しているデータについてはそれ自体の効果が加わるために、この図では取り除かれている。この図から、反復回数の増加に伴い、驚がく効果が減少する傾向をみることができる。また反復回数4~8程度からその傾向は少なくなり、反復回数が無限大になると連続音に無限に近づくことを考えると、この驚がく効果は一定値に収束するものと考えられる。ただし、反復回数がこの実験の範囲を越えた場合は一般に波形が重なり合い、反復回数のみならず、他のパラメータによる驚がく効果も減少し、もはや衝撃音として扱う必要のないものと思われる。そこでこの実験の範囲が実在する繰返し衝撃音をほぼ網羅しているものと考え、反復回数による驚がく効果の変化幅は、最大で約8 dB(A)に及ぶことがわかる。

### 3・4 立上り時間の効果

実験結果は表3・3に示す通りであり、5種類の実験音における判断値の標準偏差は、立上り時間3 msec.の音で4.40 dB(A)と大きいのを除くと、その他は1.42~2.08で、平均1.72 dB(A)と良好な結果を示している。立上り時間3 msec.の音でばらつきが大きいのは個々のパルスの継続時間が他に比べて極端に短く、全くやかましく感じられなかったという被験者の報告から、「やかましき」という属性で判断すること自体が困難であったためと思われる。図3・6は騒音計の指示値に基づいて、各被験者の判断値及び平均と標準偏差を明示したものである。

表3.3 立上り時間の実験結果

等やかましきの(連続音レベル-衝撃音ピークレベル) dB(A)

立上り時間	平均(SLM)	平均(WM)	標準偏差
3 msec.	-11.8	-20.8	4.40
20	-3.2	-9.2	2.08
41	-1.3	-4.3	1.87
116	-0.4	-2.4	1.42
176	1.4	-1.6	1.50

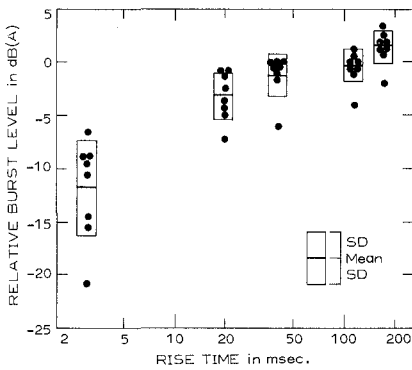


図3・6 立上り時間の実験結果

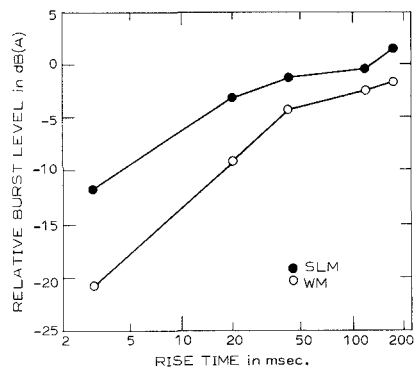


図3・7 Lrb と立上り時間の関係

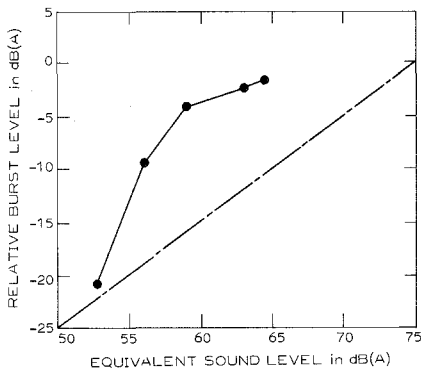


図3・8 Lrb と Leq の関係

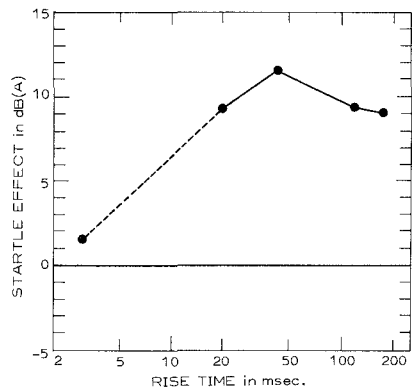


図3・9 立上り時間による驚がく効果

り、立上り時間が増加するにつれて Lrb が増大する傾向がみられる。また図 3・7 は騒音計の指示値とウェーブメモリによる分析値に基づいて全員の平均値をプロットしたものである。ここでウェーブメモリと騒音計による指示値の差は 2.0~9.0, 平均 4.6 dB(A) であり、以下ウェーブメモリによる値をもとに、立上り時間の効果を検討してみたい。図 3・8 は Leq と Lrb の関係を示している。図中の一点鎖線はエネルギー量に対応しており、前節と同様な考え方にに基づき驚がく効果を表わしたものが図 3・9 である。立上り時間 3~41 msec. の範囲で驚がく効果は増加し、それ以上の範囲では減少する傾向がみられる。しかし先に述べた様に、立上り時間 3 msec. の音はやかましきの閾値を下まわっている感が強く、実験結果も他とは極端にかけ離れていることから、やかましきとは異なる属性によって判断された可能性が強い。この問題についてはさらに検討を加える必要はあるが、以上の理由でそのデータをとり除くと全体で約 2.5 dB(A) 程度の効果となり、この範囲において特に目立った傾向はみられないということができよう。

3・5 立下り時間の効果

実験結果は表 3・4 に示す通りであり、5 種類の実験音における判断値の標準偏差は、1.07~1.72 で平均 1.36 dB(A) と良好な結果を示しているが、立上り時間の実験と同様な理由で、立下り時間 15 msec. の音が他に比べてばらつきが大きくなっている。図 3・10 は騒音計の指示値 (Impulse 特性) に基づいて各被験者の判断値及び平均と標準偏差を示したものであるが、立下り時間が増加するにつれて Lrb が増大する傾向がみられる。また図 3・11 は騒音計の読みとウェーブメモリによる分析値に基づいて全員の平均値をプロットしたものである。ここで

表 3.4 立下り時間の実験結果  
等やかましきの (連続音レベル-衝撃音ピークレベル,) dB(A)

立下り時間	平均(SLM)	平均(WM)	標準偏差
15 msec.	-11.6	-19.6	1.72
58	- 4.6	- 5.6	1.26
120	- 2.8	- 4.8	1.43
292	- 1.8	- 2.8	1.05
605	- 1.3	- 1.3	1.34

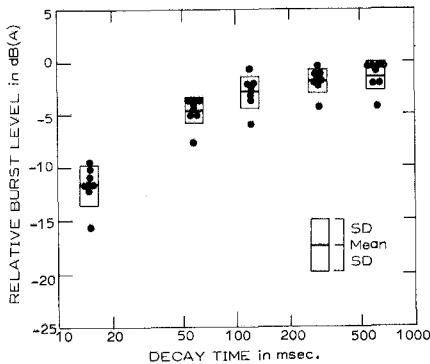


図 3・10 立下り時間の実験結果

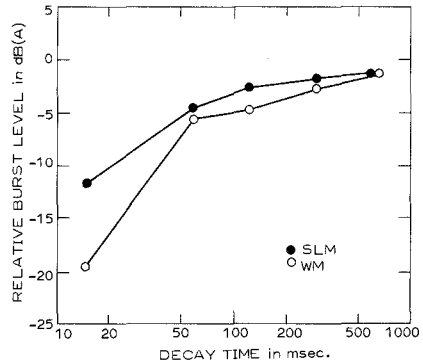


図 3・11 Lrb と立下り時間の関係

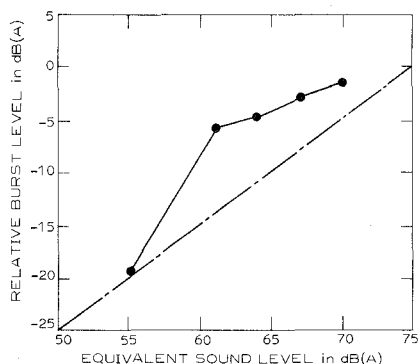


図 3・12 Lrb と Leq の関係

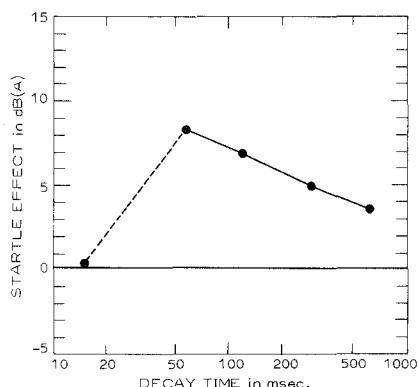


図 3・13 立下り時間による驚がく効果

ウェーブメモリと騒音計による指示値の差は立下り時間 15 msec. の音が 8.0 dB(A) と大きく、その他は 0.0~2.0 で平均 1.0 dB(A) である。以下ウェーブメモリによる値をもとに立下り時間の効果を検討してみたい。図 3・12 は Leq と Lrb の関係を示している。図中の一点鎖線はエネルギー量に対応しており、その直線と実験値との差がエネルギー以外の効果であると考えられる。立下り時間による効果を「驚がく効果」と呼ぶのが適当であるかどうかは議論を要するところであるが、そのことは広く騒音の属性論に係る問題であり別個に検討することとし、ここでは広い意味でのエネルギー以外の効果の総称として「驚がく効果」という用語を用いることとする。さて図 3・13 はエネルギー対応線からの差をプロットしたものである。この図から立下り時間 15~58 msec. の範囲で驚がく効果は増加し、それ以上の範囲では減少する傾向が読みとれる。しかし前節と同様に、立下り時間 15 msec. の音はそれ自体、やかましさを下まわっている感が強く、このデータをとり除いてみると、58~605 msec. の範囲において約 5 dB(A) の効果があり、立下り時間の増加とともに驚がく効果が一樣に減少を示しているのがわかる。

### 3・6 立上りレベルの効果

実験結果は表 3・5 に示す通りであり、4 種類の実験者における判断値の標準偏差は、0.78~1.39 で平均 1.12 dB(A) と良好な結果を示している。図 3・14 は騒音計の指示値 (Impulse 特性) に基づいて各被験者の判断値及び平均と標準偏差を示したものである。また図 3・15 は騒音計の読みとウェーブメモリによる分析値に基づいて、全員の平均値をプロットしたものであり、その差は 1.0~2.0 で平均 1.8 dB(A) である。この図から立上りレベル 5~10 dB(A) の範囲では Lrb が減少し、それ以上の範囲で

表 3.5 立上りレベルの実験結果

等やかましさを (連続音レベル-衝撃音ピークレベル) dB(A)

立上りレベル	平均(SLM)	平均(WM)	標準偏差
5 dB(A)	- 2.4	- 4.4	1.08
10	- 3.2	- 5.2	0.78
19	- 1.0	- 3.0	1.21
28	- 0.5	- 1.5	1.39

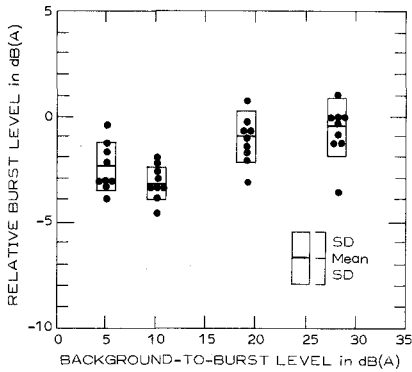


図 3・14 立上りレベルの実験結果

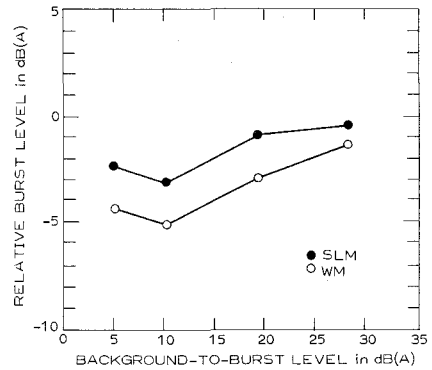


図 3・15 Lrb と立上りレベルの関係

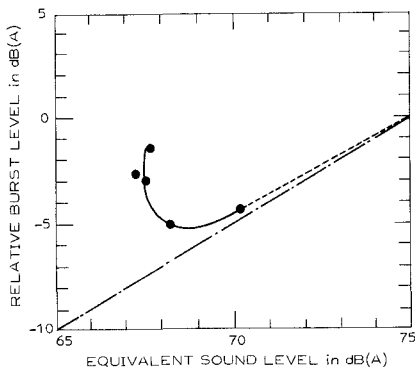


図 3・16 Lrb と Leq の関係

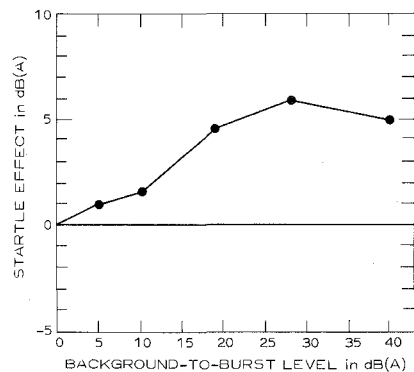


図 3・17 立上りレベルによる驚がく効果

は増加する傾向がみられる。図 3・16 は Leq と Lrb の関係を示しているが、ここでは立下り時間の実験のなから、立上りレベル 40 dB(A) に対応する立下り時間 292 msec. の音の結果をデータとして加えている。図の破線は立上りレベル 0 dB(A)、即ち連続音を想定して、[Leq=75 dB(A), Lrb=0 dB(A)] の点と立上りレベル 5 dB(A) の結果とを結んだものである。また最小の値を示すデータは立上りレベル 10 dB(A) に対応しているが、Leq 75 dB(A) からこの点まではほぼ一点鎖線で示したエネルギー対応線に対応しており、それ以下では急激に増加していることがわかる。つまり立上りレベル 10 dB(A) 以下ではエネルギーの効果が主としてやかましさを増加させており、10 dB(A) 以上では主として驚がく効果がやかましさを増加させているものと考えられる。図 3・17 は立上りレベルによる驚がく効果を表わしている。この図から立上りレベル 30 dB(A) 程度までは驚がく効果は増加し、それ以上の範囲ではやや減少しているように見える。しかし立上りレベルが 30~40 dB(A) を越えると事実上、聴覚的に区別が付きにくいことから、一定値に収束すると考えるのが妥当であると考えられる。つまり、この実験結果から約 5 dB(A) の効果をもつことがわかる。

### 3・7 各種要因による効果の比較

以上、反復回数、立上り時間、立下り時間、立上りレベルの4種の要因によるやかましさの効果について検討した。以下に各々の結果の要点をまとめる。

- 1) 反復回数による驚がく効果は、0.25~16回/秒の範囲で反復回数の増加と共に減少し、その効果の大きさは実験音によって差はあるが、最大のもので約8dB(A)に達する。
- 2) 立上り時間による驚がく効果は、20~176msec.の範囲で明確な傾向を示さず、その効果は全体で約2.5dB(A)程度である。
- 3) 立下り時間による驚がく効果は、58~605msec.の範囲で立下り時間の増加と共に一様に減少し、その効果は全体で約5dB(A)である。
- 4) 立上りレベルによる驚がく効果は、5~28dB(A)の範囲で立上りレベルの増加と共に一様に増加し、それ以上の範囲では一定値に収束する。その効果は全体で、約5dB(A)である。

これらの結果をみると、4種類の要因による驚がく効果の変化幅は反復回数が最も大きく、次に立下り時間、立上りレベルが続き、立上り時間は最も小さくなっている。立上り時間に関しては今回の結果に加えて、現実の衝撃音が急激に立上るという特性を有していることから、特に重要なパラメータとして扱う必要はないと考える。一方、その他3種類の要因については、どれもその効果は大きく、傾向も明確であることから、それぞれ重要なパラメータとなり得ることが考えられ、今後は精度の高いデータを多く得て、定量化の方向へと進みたい。

## 4. 衝撃性騒音のやかましさ反応の構造

前章において、衝撃音のやかましさをエネルギー効果と驚がく効果の2面から検討した。ここでは物理的なエネルギー量だけでは説明のつかない心理的な効果の総称として、「驚がく効果」という用語を用いてきたが、対象としている各種物理的要因に対して、その用語が適当であるかどうか疑問であることは、随時指摘して来た通りである。衝撃音を騒音としてではなく、広く音として扱った場合、これらの要因が人間の心理に及ぼす効果は、本来、快・不快の双方に係るべきものであり、例えば以下のような把え方が可能であろう。即ち、快さの観点から把えると、反復回数は「快いテンポ」、立上り時間及び立上りレベルは「はざれの良さ」、「鋭さ」、さらに立下り時間は残響による効果との関連から「音の豊かさ」に結びつくことが考えられる。一方、これらを不快の観点から把えると、反復回数は「びっくりする」、「親しみにくいテンポ」、立上り時間は「びっくりする」、「耳につく」、立下り時間は「耳に重く残る」、立上りレベルは「びっくりする」等に結びつけることができよう。さて、第1の効果としてのエネルギー効果は、多くの研究者が認めている様に、主として音の大きさ(loudness)で説明可能なものであり、

今回の実験結果も、一般に音が大きくなるとやかましさも増加するという原則を裏付けるものと言える。この関係が音圧レベルの相当小さなものから大きなものまで良く対応することは、多くの報告により明らかである。一方、第2の効果としての心理的效果は、ある一定のレベル以上、即ち衝撃性によるやかましきの閾値以上の範囲で生ずるものであり、各種の物理的要因に対応するそれぞれの属性のもとで、その場その場に応じた反応の総合により構成されるものとする。これらを前章の実験結果と照らし合わせてみると、以下の様に捉えることができよう。

- 1) 反復回数について——図3・5に見る様に、反復回数が増加すると驚がく効果は減少する傾向を示している。この傾向をさらに拡張して考えると、本研究の対象外ではあるが、不意に爆発音を聞いた時の「驚き」、さらに出し抜けに耳もとで風船を破裂させられた場合の「驚き」の様には、その発生の予測が不可能である場合に最大となる。一方、反復回数が増大すると、ある種の身近な親しみやすいテンポに近づき同時に発生の予測が自然であることによりこの効果は減少し、反復回数がある値以上、即ち衝撃音として捉えるべき限界を越えた時点で、最小となるものと考えられる。このように、反復回数による効果は、「驚がく感」及び「テンポ感」により構成される。
- 2) 立上り時間について——現実には存在する衝撃音はその呼び名の示す通り、短時間で急激に立上る性質のものであり、その効果は正に「驚き」によるものであろう。観点を変えれば「はぎれの良さ」という、いわば快い感覚に結びつくこの性質は、やかましきの閾値を越えた時点ではじめて騒音としての不快感を導くものである。一方、図3・9に見られる様に、立上り時間を大きくしてもその効果にほとんど変化がないことは、立上り時間が短いことによる「驚き」とは異なった、いわば「耳につくはぎれの悪さ」という不快感に基づくものであると思われる。この様に、立上り時間による効果は、衝撃音を対象とした場合には「驚がく感」として捉えることができよう。
- 3) 立下り時間について——図3・13に見られる様に、立下り時間が増加するとその効果が減少するのは、残響に伴う「音の豊かさ」にも似た一種の「親しみやすさ」により、不快感が和らげられることに起因するものと思われる。即ち、立下り時間による効果は「残響感」に基づくものと考えられよう。
- 4) 立上りレベルについて——立上り時間の効果と同様、音圧レベルの急激な変化に伴う「驚き」の効果であるとする。即ち図3・17に見る通り、立上りレベルの小さな範囲では「驚き」の効果は小さく、立上りレベルの増加に伴いその効果も増大し、ある範囲を越えると聴覚的に区別がつきにくくなることにより一定値に収束する。この様に、立上りレベルによる効果は「驚がく感」として捉えることができよう。

以上の様に、衝撃音のやかましさに影響を及ぼす各種物理的要因は、快・不快の両側面から効



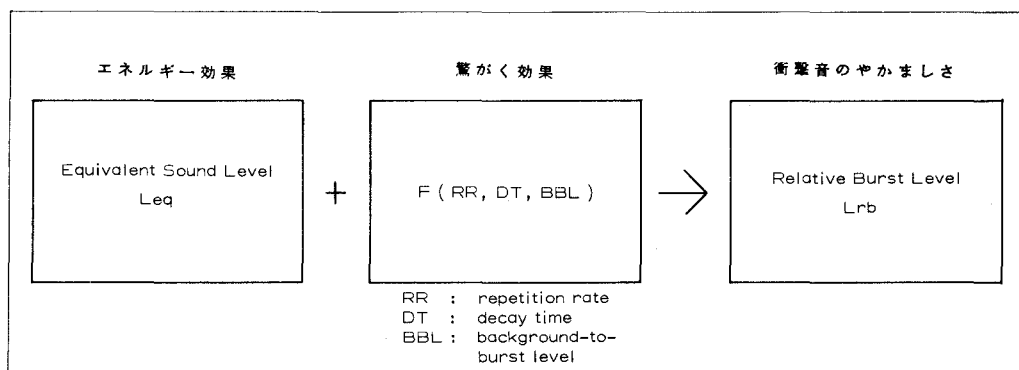


図4・1 やかましき反応の構造

果を与えているものと考えることが可能である。しかし、対象を騒音として扱う以上「快」という用語は適切であるとは言えず、むしろ「不快を和らげる効果」として把えるべきであろう。さらにこれを一歩進めて、音のみならず、それに付随する様々な非聴覚的要因に関しても、同様な考え方に基づく分析が可能であるならば、それは騒音の制御に対する一つの新たなアプローチを与えるものとする。

以上、衝撃音のやかましき反応の構造を属性的側面から論じた。各種要因による総合的な効果をどの様な用語によって表現すべきかは、今後の継続研究により決定することとし、ここでは広い意味での「驚がく効果」という用語を用いて、やかましき反応の構造についてまとめてみたい。図4・1はその概要を表わしている。度々述べて来た様に、やかましきは、エネルギー効果と驚がく効果により決定され、前者は純粋な物理的エネルギー量即ち  $Leq$  で表現されるのに対し、後者は、実験結果により抽出された3種のパラメータ、即ち反復回数 (RR)、立下り時間 (DT)、及び立上りレベル (BBL) の何らかの関数として表わされる。このなかで、反復回数及び立下り時間はそれぞれ独立に扱うことが可能であるが、立上りレベルについて考えてみると、反復回数あるいは立下り時間の増加に伴う減衰波形の重なり合いによって影響を受けることは明らかである。今後はこれら3種類のパラメータの相互関係を抽出すべき厳密な実験計画のもとに精度の高いデータを得て、如何なる関数によってやかましさを定量化すべきかを明確にする必要がある。一方、ここで前提とすべきことは、その音が衝撃性によって不快感を生じさせ得る性質を有していることであり、その意味において、各種要因をパラメータとした実験を行ない、やかましきの閾値を何らかの形で求めることが重要であるとする。

## お わ り に

以上、4章にわたって、衝撃性騒音のやかましさに関するパイロットスタディを試みた。研究の全体計画は序章で述べた通りであり、残された課題は多岐にわたるが、本論により研究の方向性を明確にすることができた。今後は本論で得られた知見を、聴感実験により定量的に明らかにしていくとともに、社会調査によるアプローチを加え、日常の生活環境に即した、普遍的な評価法の確立へと向かいたい。

この一連の研究を進めるにあたり、本学建築工学科・泉清人教授の適切なる御指導をいただいた。また、実験と結果の分析にあたっては、多くの卒論生諸君に御協力をいただいた。ここに記して、深く感謝の意を表します。

(昭和54年5月19日受理)

## 参 考 文 献

- 1) I. S. O. Recommendation; "Assessment of noise with respect to community response", ISO R-1996 (1971).
- 2) The Acoustics Laboratory, Technical University of Denmark; "The Round Robin Test on impulsive noise", Report No. 22, The Acoust. Lab., Tech. Univ. of Denmark (1977).
- 3) O. J. Pedersen; "Difference between steady noise and impulsive noise", *Proceedings of Inter-Noise 77*, A 101 (1977).
- 4) R. M. Garrett; "Determination of the loudness of repeated pulses of noise", *J. Sound Vib.*, **2**, 42 (1965).
- 5) N. L. Carter; "Effect of repetition rate on the loudness of triangular transients", *J. Acoust. Soc. Am.*, **37**, 308 (1965).
- 6) S. Fidell, K. S. Pearsons, M. Grignetti & D. M. Green; "The noisiness of impulsive sounds", *J. Acoust. Soc. Am.*, **48**, 1304 (1970).
- 7) E. Vigran, K. Gjaevenes & G. Arnesen; "Two experiments concerning rise time and loudness", *J. Acoust. Soc. Am.*, **36**, 1468 (1964).
- 8) K. Gjaevenes & E. R. Rimstad; "The influence of rise time on loudness", *J. Acoust. Soc. Am.*, **51**, 1233 (1972).
- 9) B. Gustafsson; "The loudness of transient sounds as a function of some physical parameters", *J. Sound Vib.*, **37**, 389 (1974).
- 10) G. J. Thiessen & K. Subbarao; "Effect of reverberation on assessment of repetitive impulse noise", *J. Acoust. Soc. Am.*, **34**, 1761 (1962).
- 11) I. Pollack; "Loudness of periodically interrupted white noise", *J. Acoust. Soc. Am.*, **30**, 181 (1958).
- 12) 北村音彦, 「衝撃性騒音の評価」, 日本建築学会建築音響分科会第8回シンポジウム, p. 57 (1975).
- 13) 平松幸三・高木興一・山本剛夫・池野淳, 「騒音のうるささに及ぼす立上り速度の効果」, 日本音響学会誌, **33**, 1, 23 (1976).

- 14) 難波精一郎・桑野園子・加藤徹, 「音の立上り時間と大きさについて— エネルギー値との関係」, 日本音響学会誌, 30, 3, 144 (1974).
- 15) 桑野園子・難波精一郎・加藤徹, 「衝撃音の大きさについて」, 日本音響学会誌, 34, 5, 316 (1978).
- 16) 熊谷正純・小林智・曾根敏夫・二村忠元, 「衝撃音のラウドネスに関する考察」, 電子通信学会電気音響研究会資料, EA 78-41 (1978-8).
- 17) 泉清人・佐藤哲身, 「規則的断続音のやかましさと驚がく効果— 騒音のやかましさに関する研究 (12)」, 日本建築学会北海道支部研究報告集, No. 45, p. 229 (1976-3).
- 18) 泉清人, 「騒音の心理的不快感に関する属性についての考察— 騒音のやかましさに関する研究 (13)」, 日本建築学会北海道支部研究報告集, No. 46, p. 35 (1976-9).
- 19) 佐藤哲身・泉清人, 「繰返し衝撃音のやかましさに関する実験— 騒音のやかましさに関する研究 (16)」, 日本建築学会北海道支部研究報告集, No. 49, p. 219 (1978-3).
- 20) 佐藤哲身・泉清人, 「繰返し衝撃音のやかましさに関する実験 (1)— 騒音のやかましさに関する研究 (VII)」, 日本建築学会大会学術講演梗概集, p. 93 (1978-9).
- 21) 佐藤哲身・泉清人, 「繰返し衝撃音のやかましさに関する実験 (2)— 騒音のやかましさに関する研究 (18)」, 日本建築学会北海道支部研究報告集, No. 50, p. 227 (1979-3).
- 22) 佐藤哲身・泉清人, 「繰返し衝撃音のやかましさに関する実験 (3)— 騒音のやかましさに関する研究 (19)」, 日本建築学会北海道支部研究報告集, No. 50, p. 231 (1979-3).

## 4 サイクル・ガソリン機関のマニフォールド ブレーキに関する研究

林 重 信・澤 則 弘\*

### A study on the Mainfold Brake in a Four-Stroke Cycle Gasoline Engine

Shigenobu Hayashi and Norihiro Sawa\*

#### Abstract

The exhaust-manifold brake has been used in diesel engine, but it is unknown a definite reason. In recently, a matter especial important that the brake property is make better for the safety driving and for prevent the accident with the advance, and the diversification of automobile traffication.

Therefore, the authors carried out the experimentally investigation amount of intake-manifold brake, exhaust-manifold brake and another brake property by using of four-stroke cycle gasoline engine in detail.

It is ascertained that the exhaust-manifold brake is best, and the mechanism of manifold brake is described.

#### I. ま え が き

車両の大型化，高速化にともないブレーキ性能に対する要求は増大の一途をたどり，とくに長距り降坂，高速走行時の効果的且つ安全な減速や凍結路面における安全な減速など検討すべき事項も多い。このため，フット・ブレーキの負担軽減のみならず安全性の向上の観点からも，排気ブレーキがディーゼル機関搭載車などに積極的に採用<sup>1),2),3)</sup>されるようになってきた。ブレーキ仕事を大別するとエンジンブレーキとしては

- i) 摩擦損失によるブレーキ
- ii) 補機駆動によるブレーキ
- iii) ポンプ損失によるブレーキ（吸・排気の抵抗）
- iv) 圧縮・膨張時に圧縮された空気の熱損失によるブレーキ

が数えられ，さらにマニフォールドブレーキとしては

- i) 吸気行程時の絞り抵抗によるブレーキ
- ii) 排気行程時の背圧によるブレーキ

---

\* 茨城大学工学部 教授

が挙げられる。このうち、エンジブレーキ仕事の増大化は定常運転や加速運転時の有効出力および熱効率の低下を招くので、その効果を期待することはできない。そこで、本研究では小型4サイクルガソリン機関を用いてマニフォールドブレーキ性能の改善を目的とし、その基本的特性の解明に主眼をおいた実験的研究を実施した。すなわち、測定が比較的容易な駆動運転のもとで、吸気・排気両マニフォールドに絞り板を取り付け、ノズル径を変化させて吸気管、排気管およびシリンダの圧力を連続測定し、圧力-行程線図を描いてブレーキ仕事（ポンプ損失仕事）を算出した。また、両マニフォールドをバイパス管で連結し、未燃ガスを吸気管にフィードバックさせた場合、そのバイパス管に小型タンクを取り付けた場合についても同様の実験を行なった。

II. 実験装置および方法

供試機関は4サイクル・ガソリン機関で、その諸元は表・1の通りである。実験装置は図・1に示すように、吸い込み空気量を測定するための丸型ノズル①、マノメータ②およびサージタンク③、吸気管④、供試機関⑤さらに排気管系⑥からなっている。吸気および排気マニフォールドの長さはそれぞれ34 cm, 37 cm（管径19 mm）で、吸排気弁附近には熱電対および抵抗線歪計⑫、⑬を取り付けた。同様に、シリンダヘッドにも熱電対と抵抗線歪計式示圧計⑭を取り付け、冷却用送風機⑯を調整してシリンダ表面温度を一定値(34.3℃)に保ちながら実験を行なった。また、排気弁から排出する混合気を吸気管にフィードバックさせる実験においては、小型タンク⑦、連結パイプ⑧、絞り板⑨を追加した。実験は機関を一定回転で駆動運転し、シリンダ表面温度を一定(34.3℃)に調整しそ

Table 1. Dimensions of test engine

Type	EY 13 D	
Bore × Stroke	60 mm × 46 mm	
Stroke volume	130 cm <sup>3</sup>	
Compression ratio	1 : 6.2	
Connecting rod length	85 mm	
Timing	BTDC 23°	
Valve timing	Intake Open	BTDC 45°21'
	Intake Close	ABDC 83°21'
	Exhaust Open	BBDC 83°21'
	Exhaust Close	ATDC 45°21'

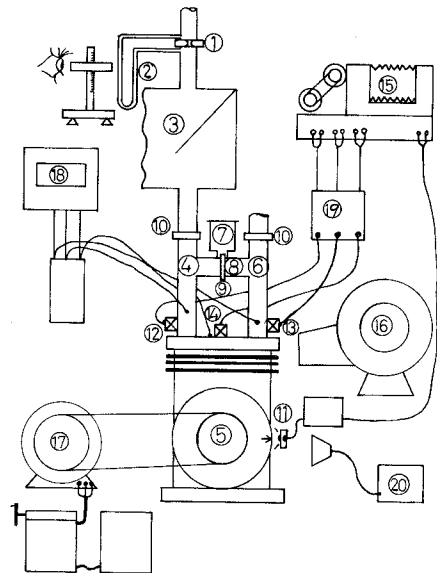


Fig. 1 Experimental apparatus

のうへ吸気管内温度が定常になるのを待って吸い込み空気量を測定し、各部 (⑫, ⑬, ⑭) の圧力を上死点マーク⑩と同時に電磁オシログラフ⑮に記録させる。この記録した圧力線図の時間軸をピストン変位に変換して圧力-体積線図を作成し、その面積をプランメータで実測してブレーキ仕事 (ポンプ損失仕事) を求めた。同様の実験を各種のマニフォールド・ブレーキにつき機関回転速度 1000 rpm~3000 rpm の範囲で 500 rpm おきに行なった。

### III. 実験結果および考察

#### III・1 吸気マニフォールドブレーキ

排気マニフォールドを全開 ( $d_e = D_e$ ), 吸気マニフォールドのみを全閉 ( $d_s = 0$ ) にした場合の吸気マニフォールド, 排気マニフォールドおよびシリンダの圧力-クランク角度線図を図・2に, それを圧力-体積線図に変換したものを図・3に示している。図によると, 吸気マニフォールドを全閉にしているため吸気マニフォールド内圧力はつねに負圧となっているが, 排気マニフォールド内圧力は排気弁開口期間にはピストン運動に基因するシリンダ内圧力の影響を受けるので下死点 (B. D. C.) 後には正圧となっている。

このため図・3の圧力-体積線図からも明らかなように吸気行程では大きな負圧, 排気行程では小さいものの正圧となるので, 吸気マニフォールド仕事 (ポンプ損失仕事) が増加することがわかる。吸気マニフォールドに取り付けた絞り板の穴径 ( $d_s$ ) を  $\phi 3\text{mm}$ ,  $\phi 5\text{mm}$ ,  $\phi 7\text{mm}$  および全開 ( $d_s = D_s$ ), 全閉 ( $d_s = 0$ ) にして図・3と同様の圧力-体積線図を求め, ポンプ損失仕事を算出

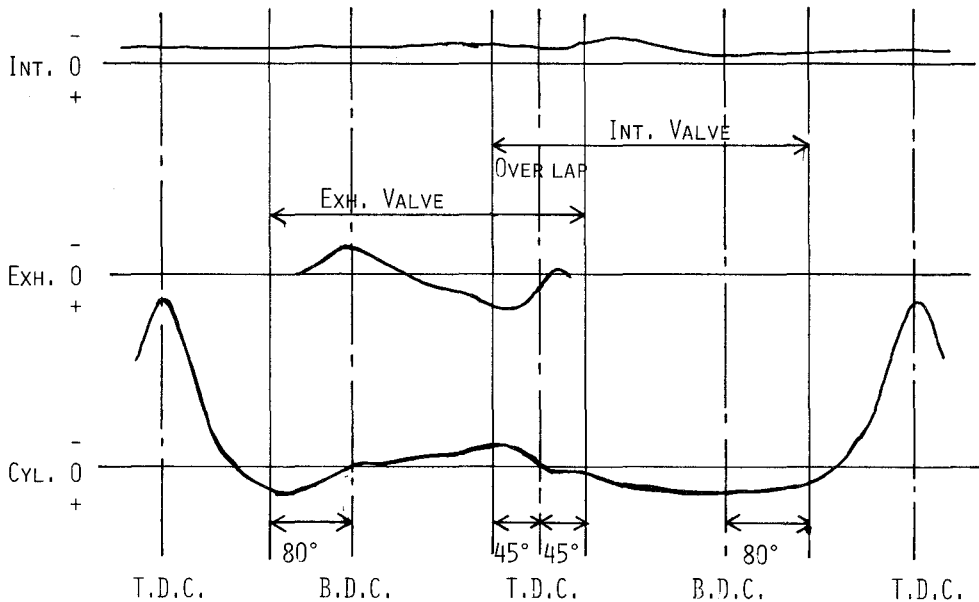


Fig. 2 Pressure-Crank angle diagram of intake manifold brake

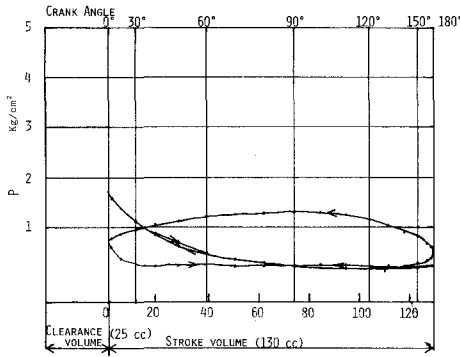


Fig. 3 Pressure-Volume diagram of intake manifold brake (max.)

し、行程体積で除したいわゆるポンプ損失平均圧力 ( $P_b$ ) を求めた結果が図・4 である。図によると、一般にポンプ損失平均圧力は  $d_s$  が小さいほど増加する傾向にあるが、穴径( $d_s$ )が小さくなると吸気行程におけるシリンダ圧は低くなるものの、同時に吸込み空気量が減少するので排気行程におけるシリンダ圧も低くなる。このため供試機関本来のポンプ損失平均圧力 ( $d_s=D_s, d_e=D_e$ ) と比較すると  $d_s=\phi 3 \sim 7$  mm の場合のポンプ損失平均圧力はむしろ低くなっている。ただ、 $d_s=0$  の場合には幾分たかく、 $0.5 \sim 0.9 \text{ Kg/cm}^2$  程度となっている。しかし、 $d_s=0$  の吸気マニフォルドブレーキを採用したとしても、吸気絞り弁の密封性が悪くなるとブレーキ性能が低下し、利用価値が失われるので、実用的でないことがわかる。いま、断熱変化、等容変化および等圧変化からなる理想サイクルを想定し、供試機関の寸度を用いて吸気マニフォルド・ブレーキ仕事を算出すると  $226.3 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$  ( $P_b=1.74 \text{ Kg/cm}^2$ ) となる。これに対して実験値の最大値は  $N=2500 \text{ rpm}$  で、 $115.0 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$  ( $P_b=0.88 \text{ Kg/cm}^2$ ) であり、前者の約 50.8% に相当する。上述の傾向は排気マニフォルドを絞って ( $d_e=7 \text{ mm}$ ) 吸気マニフォルドの絞りを変えた場合 (図・5) においても認められる。

III・2 排気マニフォルド・ブレーキ

吸気マニフォルドを全開 ( $d_s=D_s$ )、排気マニフォルドを全閉 ( $d_e=0 \text{ mm}$ ) とした場合の吸気マニフォルド、排気マニフォルドおよびシリンダ内の圧力-クランク角度線図を図・6 に、圧力-体積線図を図・7 に、排気マニフォルド・ブレーキ仕事 (ポンプ損失平均圧力) を図・8 に

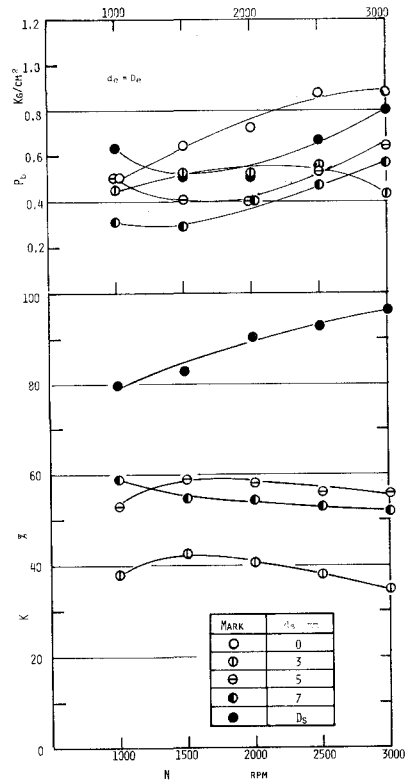


Fig. 4 Effect of intake manifold brake ( $d_e=D_e$ )

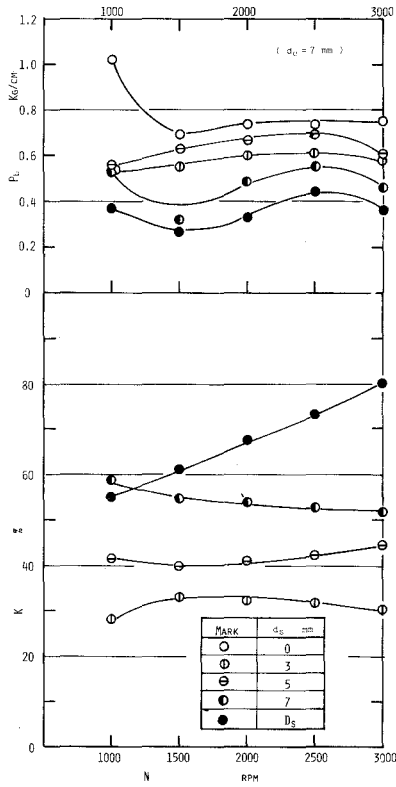


Fig. 5 Effect of intake manifold brake ( $d_e=7$  mm)

示している。この場合、吸気抵抗は比較的小さいので、吸気行程における吸気マニフォールド内圧力の負圧は小さい。また、排気弁開から下死点までの期間ではピストンの下降作用でシリンダ内圧力が低くなるので、排気マニフォールド側から逆流が生じ、そのため排気マニフォールド内圧力は一時に低くなっている。しかし、排気行程における排気マニフォールド内圧力は平均して  $0.8 \text{ Kg/cm}^2$  とたかい。このため、図・7に示すような圧力-体積線図が得られるので排気マニフォールド仕事（ポンプ損失平均圧力）はかなり増加する。この場合、排気マニフォールドに取り付けた絞り板の穴径( $d_e$ )が小さいほど排気行程における背圧が上昇することになる筈であるが、その反面吸込み効率が低下するので期待するほどに背圧が上昇しなくなる。このため図・8に示すように  $d_e=5, 7 \text{ mm}$  の場合の排気マニフォールドブレーキ仕事（ポンプ損失平均圧力  $P_b$ ）は  $d_e=D_e, d_s=D_s$  の場合よりも低くなっている。しかし、 $d_e=3 \text{ mm}$ 、 $d_e=0$  ともなると前者の影響が著しくなるので排気マニフォールド・ブレーキ仕事もかなり増加する。いま、

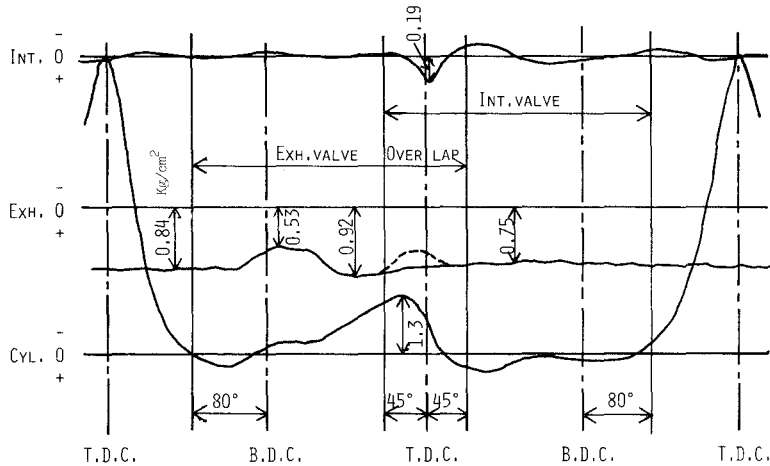


Fig. 6 P- $\theta$  indicator diagram ( $d_e=0, d_s=D_s, 3000 \text{ rpm}$ ).  
(Exhaust manifold brake mean pressure value is maximum)



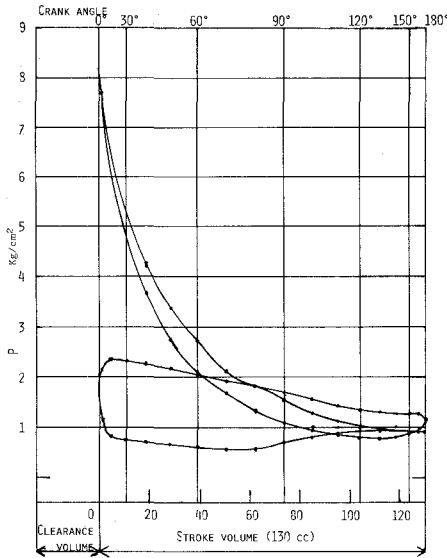


Fig. 7 Pressure-Volume diagram of exhaust manifold brake

図・9に示すような理想サイクルを想定し、排気マニフォルド・ブレーキ仕事を算出すると  $329.8 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$  ( $P_b=2.54 \text{ Kg/cm}^2$ ) となる。これに対して、実験値の最大値 ( $N=2000 \text{ rpm}$ ,  $d_e=0$  の場合) は  $205.0 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$  ( $P_b=1.58 \text{ Kg/cm}^2$ ) で前者の約 62.2% に相当する。しかし、実験値 ( $d_e=0$  の場合) は  $d_e=D_e$ ,  $d_s=D_s$  の場合のポンプ損失平均圧力の約 1.6 ~ 1.9 倍に相当し、そのときの全駆動トルクの 0.75 ~ 0.85 倍にあたる。この場合  $d_e=3 \text{ mm}\phi$  となると排気マニフォルド・ブレーキ平均圧力は低下するものの、 $d_e=D_e$ ,  $d_s=D_s$  の場合と比較するとかなり大きい。

したがって排気絞り弁の密閉性をたかめることが重要であるものの、排気マニフォルドブレーキは実用性もたかく、有用であることがわかる。上述の傾向は、吸気マニフォルドを絞って ( $d_s=7 \text{ mm}\phi$ )、排気マニフォルドに取り付けた絞り板の穴径 ( $d_e$ ) を変えた場合 (図・10 参照) においても認められる。

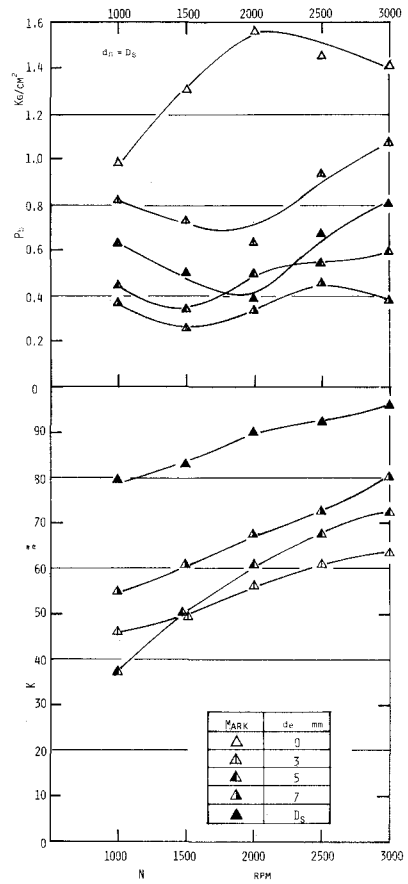


Fig. 8 Effect of exhaust manifold brake ( $d_s=D_s$ )

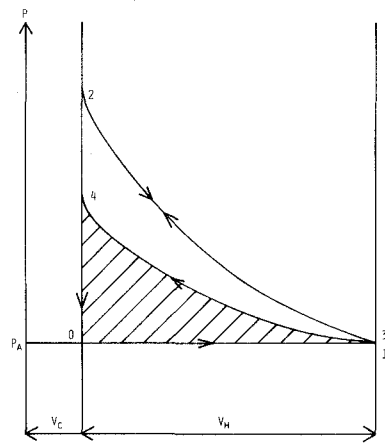


Fig. 9 Theoretical cycle on exhaust manifold brake

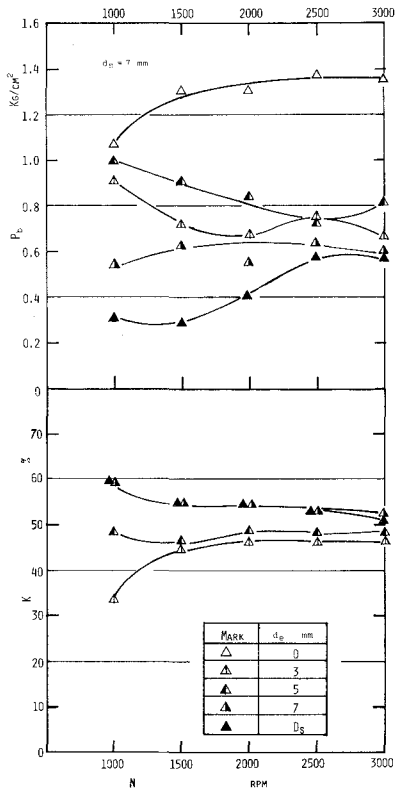


Fig. 10 Effect of exhaust manifold brake ( $d_s = D_s$ )

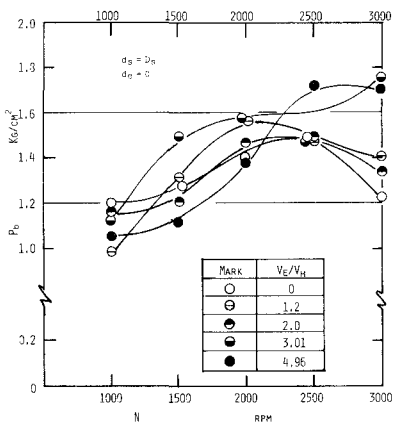


Fig. 11 Effect of exhaust manifold volume ( $d_s = D_s$ ,  $d_e = 0$ )

また、排気絞り板の取付け位置を変えた場合（排気管内容積  $V_e$  の変化）の実験結果を図・11に示している。実験は、 $d_e = 0$ 、 $d_s = D_s$  の場合で、行程体積 ( $V_h = 130$  cc) を基準として  $V_e/V_h = 0, 1.2, 2.0, 3.01, 4.96$  の5種類について行なった。この際、吸入空気量はほとんど零に近いづれの場合も変化はないが、排気マニフォールド損失平均圧力 ( $P_b$ ) は低速から高速側になるにつれて順次大きくなり、低速側では  $V_e$  が大きいほど  $P_b$  の値は小さい ( $V_e/V_h = 1.2$  の88%程度) が、高速になると逆に  $V_e$  が大きくなるほど  $P_b$  の値は増大する ( $V_e/V_h = 4.96$  のとき  $V_e/V_h = 1.2$  の場合の45%増)。この結果から  $V_e$  の大きい方 ( $V_e/V_h = 4 \sim 5$ ) の場合に、高速域での  $P_b$  が大きく、低速域では  $P_b$  が小さく理想的なブレーキ仕事を得られ、ブレーキ効果の増大に有用であることがわかる。

### III・3 バイパス管の影響

排気マニフォールド内の未燃混合気を、吸気マニフォールドにフィードバックさせる場合（またはEGRの場合）を想定して吸気および排気マニフォールドを絞り板付連結管で連結した場合のマニフォールド・ブレーキ仕事を調べた。

この場合の圧力線図を図・12に示しているが、吸気行程時のシリンダ内圧力を低くできず、また排気行程時の圧力も次のサイクルの排気行程時まで背圧を高い状態で持続することができない。このため、排気ブレーキ損失平均圧力は図・13に示すように、バイパス穴径  $d_b = 0$  の場合と比較して約0.65倍 ( $d_b = 7$  mmφの場合) にまで低下することがわかる。しかし、図・4における  $d_s = D_s$ 、 $d_e = D_e$  の場合と比較すると約1.1倍程度でわずかながらマニフォールド・ブレーキの効果が認められる。なお、バイパス管に小

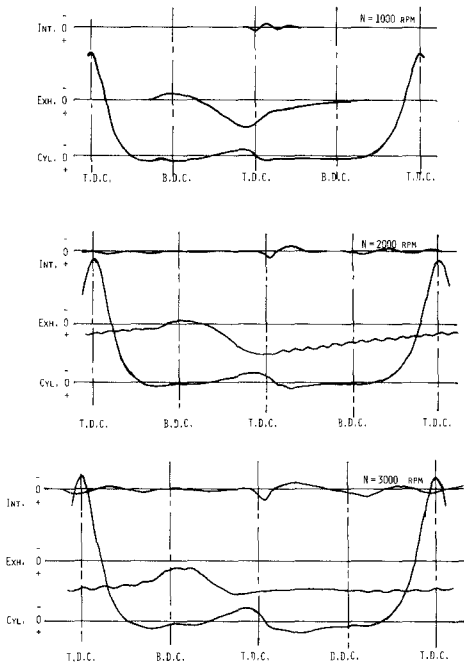


Fig. 12 P-θ diagram on bypass pipe

型タンク ( $V_t=80$  cc および  $160$  cc) を取り付けるとマニフォールド・ブレーキ仕事はさらに減少する。いま、以上の各実験値の最適条件におけるマニフォールド損失平均圧力を比較すると図・14 のようになる。図によると、排気マニフォールド・ブレーキを用いた場合が最も効果的 ( $P_b=1.0\sim 1.58$  Kg/cm<sup>2</sup>) であり、吸気マニフォールド・ブレーキはほとんど効果がなく、 $d_s=0$  の場合を除いては機関本来のポンプ損失平均圧力よりもむしろ低くなっている。バイパス管や付加容器 ( $\blacktriangle$ ,  $\blacktriangle$ ,  $\square$ ,  $\square$ 印) は排気管内圧力を下げるため、シリンダ内圧力も下がりブレーキ仕事を低下させることがわかる。

IV. 結 言

ブレーキ性能の向上を目的として、吸気マニフォールドまたは排気マニフォールドに絞り板を取りつけて種々の実験を行ない若干の考察を試みたが要約すると次の通りである。

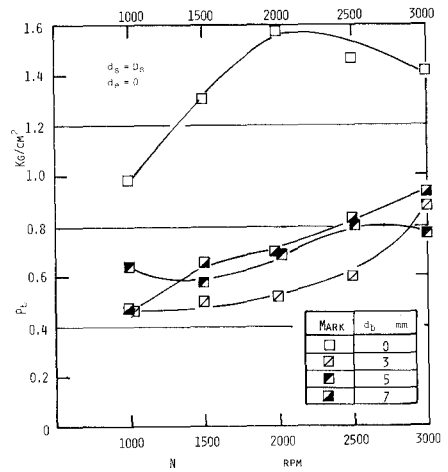


Fig. 13 Effect of EGR ( $d_e=D_s$ ,  $d_e=0$ )

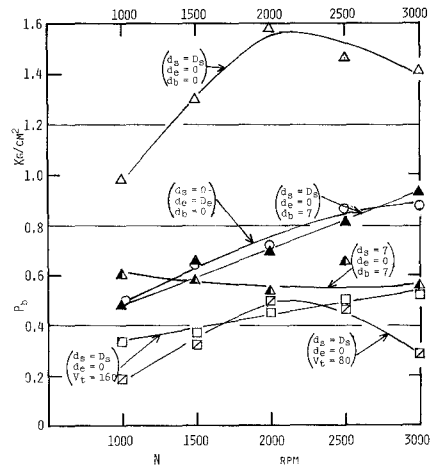


Fig. 14 Comparison of manifold characteristics with bypass pipe, added volum and exhaust manifold.

- i) 吸気マニフォルド・ブレーキ仕事の最大値は排気マニフォルドを全開して、吸気マニフォルドを全閉にした場合に得られる。(たとえば  $N=1500$  rpm のとき  $115.0 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$  ( $0.88 \text{ Kg/cm}^2$ ) となる)。この場合の吸気マニフォルド・ブレーキ仕事は供試機関本来のポンプ仕事 ( $d_s=D_s$ ,  $d_e=D_e$  の場合) の  $1.1\sim 1.3$  倍に相当する。しかし、吸気絞り弁の密封性が悪くなると ( $d_s=3 \text{ mm}\phi$ ) 吸気マニフォルド・ブレーキ仕事は低下するので実用性にとぼしい。
- ii) 排気マニフォルド・ブレーキ仕事の最大値は吸気マニフォルドを全開として、排気マニフォルドを全閉にした場合に得られる (たとえば  $N=2000$  rpm のとき  $205.0 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$  (平均圧力換算  $1.58 \text{ Kg/cm}^2$ ) となる)。この場合の排気マニフォルド・ブレーキ仕事は、供試機関本来のポンプ仕事 ( $d_s=D_s$ ,  $d_e=D_e$  の場合) の  $1.6\sim 1.9$  倍に相当する。しかもこの場合排気絞り弁の密封性が悪化しても ( $d_e=3 \text{ mm}\phi$ ) 排気マニフォルド・ブレーキ仕事の低下は比較的小さいので、実用性がたかい。また、排気絞り板の位置を変えて絞り板までの排気管容積を行程容積の  $4\sim 5$  倍程度にすると、排気マニフォルド・ブレーキ仕事はさらに増大する。
- iii) 吸気および排気マニフォルドを連結するバイパス管を取り付けて排気マニフォルド内の未燃混合気を吸気マニフォルドにフィードバックさせたり、バイパス管の途中に小型タンクを附加した場合には、マニフォルド・ブレーキ仕事は低下し、ブレーキ効果は失われる。終りにのぞみ、本実験を担当された本学榎清技官ならびに卒業研究生岡田高一、甲賀清の諸氏に深堪なる謝意を表します。

(昭和 54 年 5 月 19 日受理)

#### 参 考 文 献

- 1) J. L. Koffman : Automobile Engineer, 1953-5, p218
- 2) \* Automobile Engineer, 1954-3, p98
- 3) W. E. Meyer : S. AE. Journal Vol.2, No.12 1956-12, p20



# 放射熱伝達の解析

(第2報, 低温および低温度差における放射・対流共存熱伝達の解析)

媚 山 政 良

Analysis of Radiative Heat Transfer  
(2nd Report, Combined heat transfer with radiation  
and convection in the vicinity of atmospheric temperature)

Masayoshi Kobiyama

## Abstract

There are many heat exchangers operating in the vicinity of atmospheric temperature. In general, the heat transfer characteristics of these equipment are analyzed without the consideration of radiative heat transfer even if the flowing mediums are radiative. In this report, the author investigated the characteristics of combined heat transfer with simultaneous radiation and convection in the vicinity of atmospheric temperature and cleared the condition that cannot but be analyzed as a combined heat transfer.

## 1. 結 言

常温近傍を作動温度範囲とする熱交換器ないしは、それとみなしうる熱伝達系は多くある。放射熱伝達の特徴から、この温度範囲では、一般に、全体の熱伝達に対する放射熱伝達の寄与は少ないものとされ、熱伝達の解析において作動流体が放射性を帯びている場合にもその考慮を払われることは少ない。したがって、本報において、常温近傍での放射熱伝達に関し低温ないしは低温度差とみなされる温度領域における放射と対流の共存熱伝達を解析し、定量する。

## 記 号

$C_p$ : 定圧比熱	$q_x$ : 壁面熱流束	$\lambda$ : 熱伝導率
$E$ : 放射能	$Re$ : レイノルズ数	$\tau_0 = \kappa y_0$ : 二平面間の光厚距離
$F'$ : ガスの吸収を考慮した一次元形態係数	$T, t$ : 温度	
$Nu_x$ : 局所ヌセルト数	$u$ : 速度	添字
$Pr$ : プラントル数	$X$ : グレーツ数	$m$ : 平均値 $R$ : 放射
$q_r$ : 放射熱流束	$y_0$ : 二平面間の距離	$g$ : 流体 $w$ : 壁面
	$\kappa$ : 放射吸収係数	$gg$ : 流体から流体へ

## 2. 座標系および基礎方程式

半無限長平行二平面間流路を灰色放射性流体が定常流動する場合の熱伝達<sup>1)</sup>を取扱い、座標系を図1のようにとる。壁面1, 2は一定温度の黒体壁とし、流れは十分発達した層流であり、物性値は一定とする。

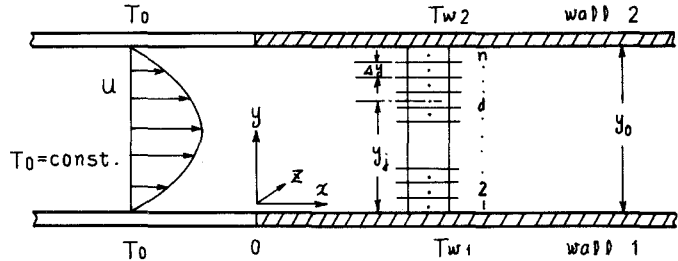


図1 座標系

速度分布は次式で表わされる。

$$u = 6u_m \left\{ \left( \frac{y}{y_0} \right) - \left( \frac{y}{y_0} \right)^2 \right\} \quad (1)$$

流体および壁面のエネルギー式は次式で表わされる。

$$\gamma u c_p \frac{\partial T}{\partial x} = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - \text{div } q_{Rg} \quad (2)$$

$$q_{x1} = -\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} - q_{Rw1} \quad (3)$$

ここで、 $-\text{div } q_{Rg}$ ,  $-q_{Rw1}$  はおのおの流体の放射熱流束の発散および壁面1の放射熱流束であり、式(4)に示す放射熱伝達の一次元伝播の近似(前報<sup>2)</sup>, 式(32)参照)および前報式(7)で定義した「ガスの吸収を考慮した一次元形態係数 $F^I$ 」を用いると、式(5), (6)をもって表わされる。

$$\frac{\partial q_{Ry}}{\partial y} \gg \frac{\partial q_{Rx}}{\partial x} \quad (4)$$

$$-\text{div } q_{Rg} = -4\kappa E_g + \sum_{j=1}^n 4\kappa E_g(j) F_{gg}^I(j) + \sum_{i=1}^2 E u(i) F_{wg}^I(i) \quad (5)$$

$$-q_{Rw1} = -E_{w1} + \sum_{j=1}^n 4\kappa E_g(j) F_{gw}^I(j) + E_{w2} F_{ww}^I \quad (6)$$

なお、数値解析では、微小要素の寸法、形状を一様とし、 $F^I$ の値は共存熱伝達の解析に先立ち Monte Carlo 法により求め (EFD 法<sup>3)</sup>) また、対流項の計算は差分法による。なお、計算結果の整理にはつぎの無次元数を用いた。

$$X = (x/y_0)/(RePr), \quad Nux = q_x y_0 / \{ \lambda (T_w - T_m) \}, \quad T_m = \int_0^{y_0} T u dy / \int_0^{y_0} u dy \quad (7)$$

## 3. 解析結果と検討

解析モデルは、室温状態（15℃）にある作動流体が、冷凍機等により冷却されるような場合（冷却系と略称する）、および氷の融解時のような0℃にある壁面が、それよりも高温の作動流体および対向面により加熱される場合（加熱系と略称する）である。そのおのおのに対し、二平面間の光学距離 $\tau_0$ および入口作動流体温度 $T_0$ 、対向面の壁面 $T_{w2}$ を変数とし解析を行なった。なお、モデルによらず $RePr=2000$ 、 $\lambda/y_0=0.05\text{Kcal/mh}^\circ\text{C/m}$ とした。また、全放射束数を $10^5$ 、 $y$ 方向の要素数 $n=20$ とし $F'$ を求めた。なお、 $F'$ の値は前報図9に示してある。

## 3.1 冷却系（15℃の作動流体が冷却される場合）

壁温を $t_{w1}=t_{w2}=t_w$ とし、 $t_0>t_w$ の条件下で解析を行なう。

3.1.1  $\tau_0$ による変化：図2、3、4にそれぞれ流体の温度分布 $T$ 、混合平均温度 $T_m$ 、局所ヌセルト数 $Nux$ を示す。なお、上記条件下では $\tau_0=0$ は対流のみによる熱伝達を示している。

a) 温度分布——流路中心部付近の流体温度は、二平面間の光学距離 $\tau_0$ が大きくなるにつれ低くなる。また、グレイツ数 $X=0.0005$ において、壁面近傍の流体温度は、流路中心部における $\tau_0$ による変化とは逆であり、この傾向は $X=0.005$ においても一部表われている。これは、流路中心部の高温流体からの放射受熱による現象である。

なお、作動流体の光学距離が $\tau_0=0.25$ で、非放射活性流体（ $\tau_0=0$ ）として解析を行ない、無次元混合平均温度の差が10%以下の領域（この領域を対流近似の温度に関する許容範囲とよ

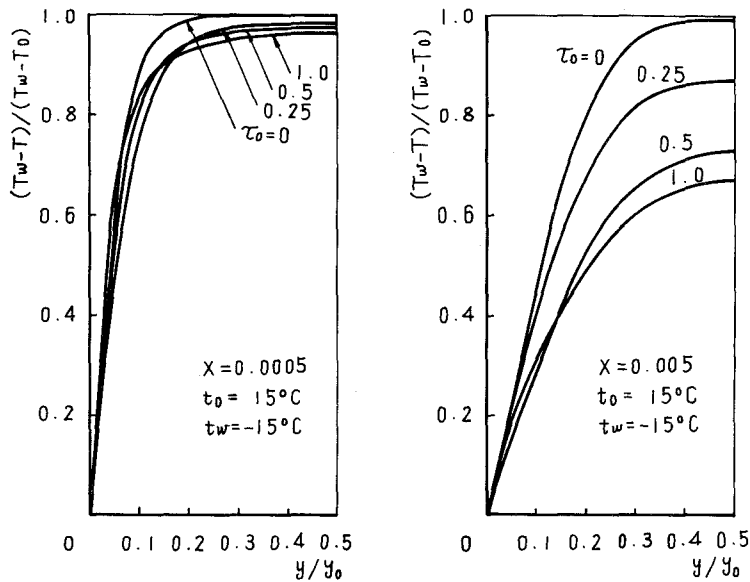
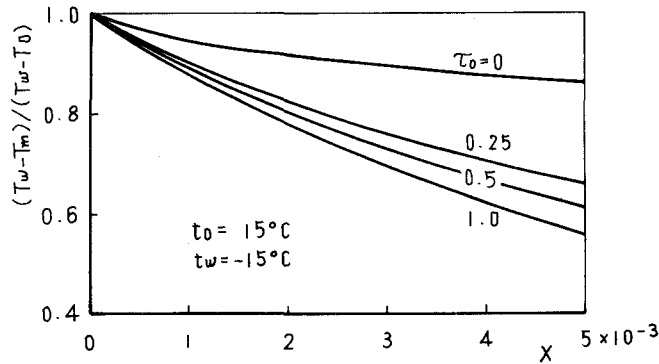
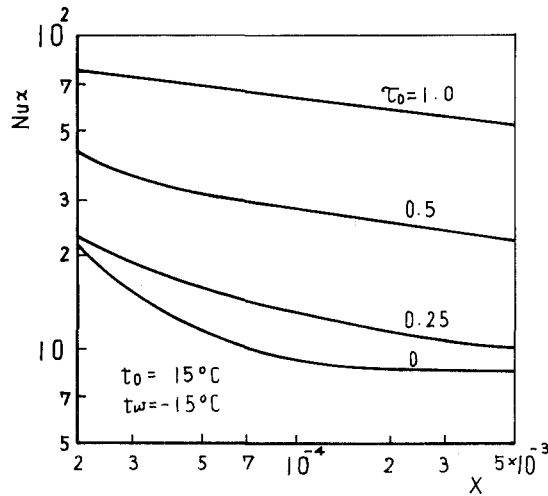


図2 温度分布（冷却系、 $\tau_0$ 変化）



図3 混合平均温度 (冷却系,  $\tau_0$  変化)図4 局所ヌセルト数 (冷却系,  $\tau_0$  変化)

ぶ) は  $X \approx 2.2 \times 10^{-3}$  以下である。

b) 熱伝達 ——  $\tau_0$  による局所ヌセルト数  $Nux$  の変化は温度分布におけるより大きく表われ、対流近似の局所ヌセルト数に関する許容範囲は、 $X \approx 0.25 \times 10^{-3}$  以下であり非常に小さな領域に限られ、放射熱伝達を考慮して解析を行なう必要がある。

3.1.2  $t_w$  による変化：結果を図5, 6, 7に示す。

a) 温度分布 —— 全般的に壁温  $t_w$  の変化による無次元温度分布の差異は少ない。なお、図5に示す無次元温度は  $t_w$  が高いほど低い値を示すが、実際の温度は高い。3.1.1の結果と対比して考えると、このような伝熱系では、無次元温度の変化に及ぼす影響は、壁温よりもむしろ光学距離、すなわち流体の放射吸収係数  $\kappa$  の方が大きく、熱伝達の解析では、 $\kappa$  の見積りに注意を払う必要がある。

b) 熱伝達 ——  $t_w$  の変化による  $Nux$  の全般的な傾向の変化は本計算範囲では現われず、ま

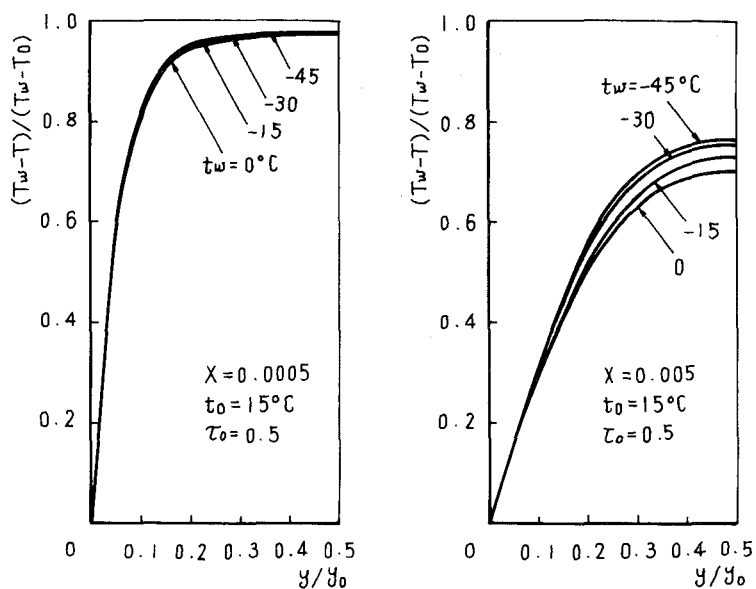


図5 温度分布 (冷却系,  $t_w$  変化)

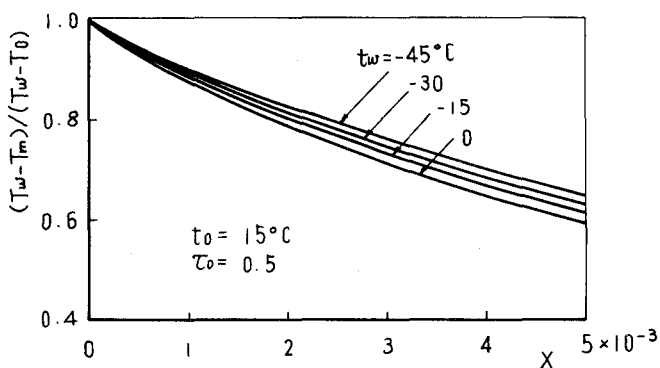


図6 混合平均温度 (冷却系,  $t_w$  変化)

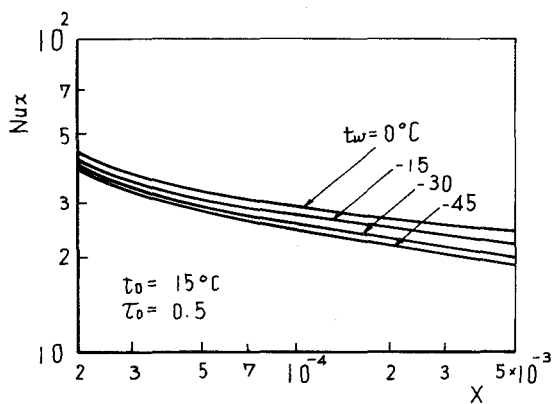


図7 局所ヌセルト数 (冷却系,  $t_w$  変化)

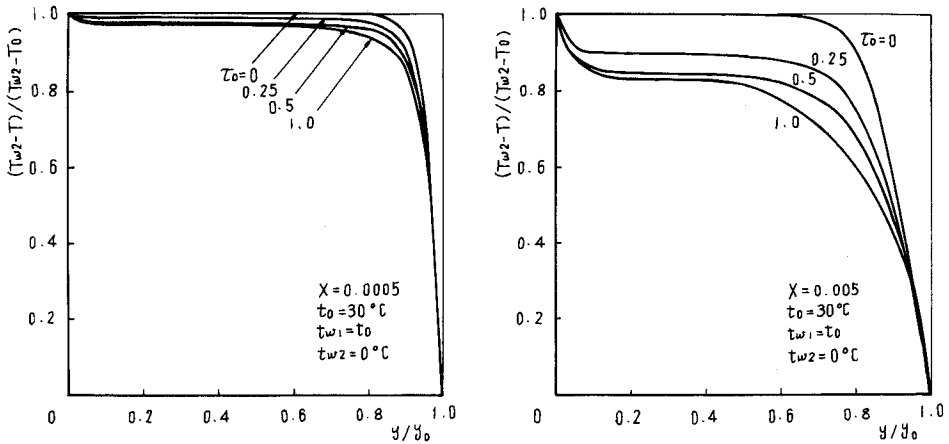


図8 温度分布 (加熱系,  $\tau_0$  変化)

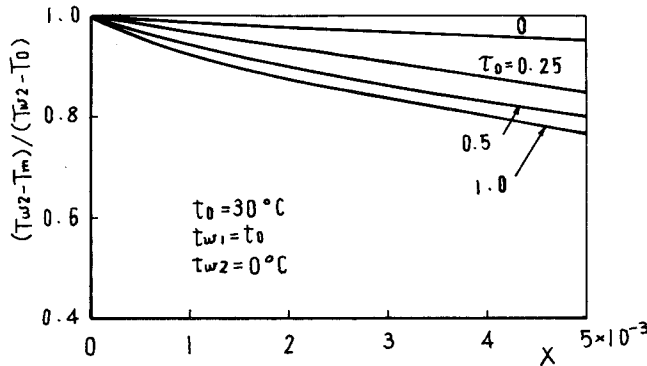


図9 混合平均温度 (加熱系,  $\tau_0$  変化)

た、差異も少ない。しかし、 $X$ が大きくなるにつれて、 $t_w$ による差異は広がる傾向を示している。

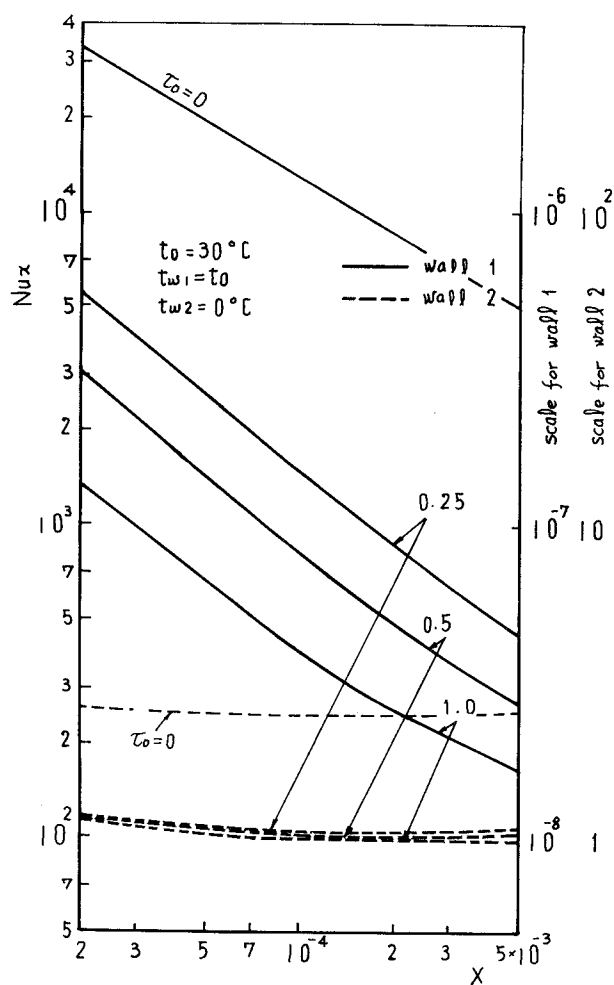
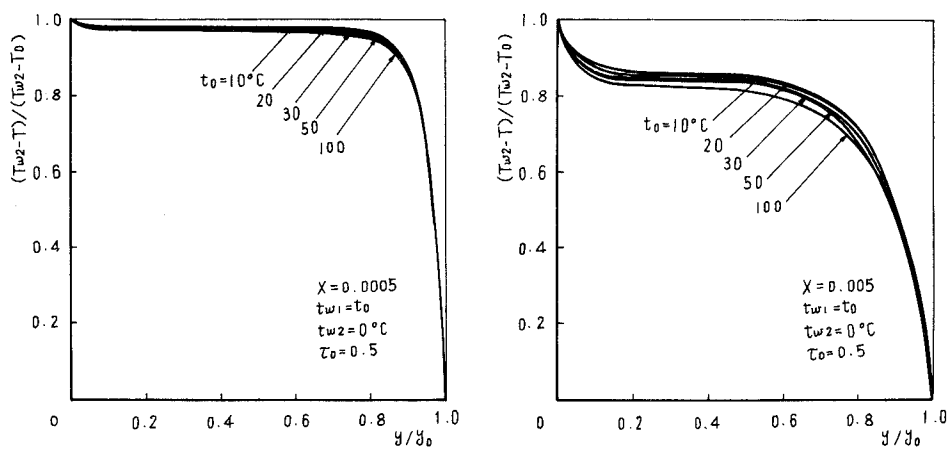
3.2 加熱系 ( $0^\circ\text{C}$  の壁面が加熱される場合)

壁温を  $t_{w1} = t_0$  とし、 $t_{w1} > t_{w2} = 0^\circ\text{C}$  の条件下で解析を行なう。

3.2.1  $\tau_0$ による変化：結果を図8, 9, 10に示す。なお、上記条件下では、 $\tau_0 = 0$ の場合、 $F_{ww}^I = 1$ となる。

a) 温度分布 ——  $y/y_0 > 0.5$ の領域での温度分布は3.1.1での結果と類似しているが、加熱壁面 (wall 1) の存在により温度の低下割合は少なく、また、対流近似の混合平均温度に関する許容範囲は  $X \approx 4.5 \times 10^{-3}$  以下であり、冷却系に比較し広い。

b) 熱伝達 ——  $\tau_0 = 0$ の場合には、加熱壁から低温壁へ伝達される放射による熱量は、流体による吸収がないため、作動流体が放射性ガスである場合と  $Nux$ の絶対量に大きな差異を示している。

図10 局所ヌセルト数 (加熱系,  $\tau_0$  変化)図11 温度分布 (加熱系,  $t_0$  変化)

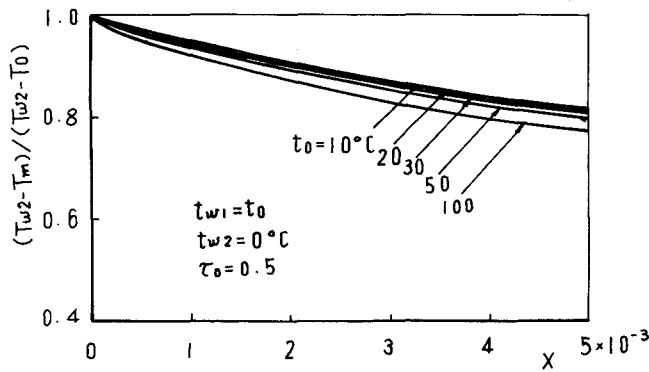


図 12 混合平均温度 (加熱系,  $t_0$  変化)

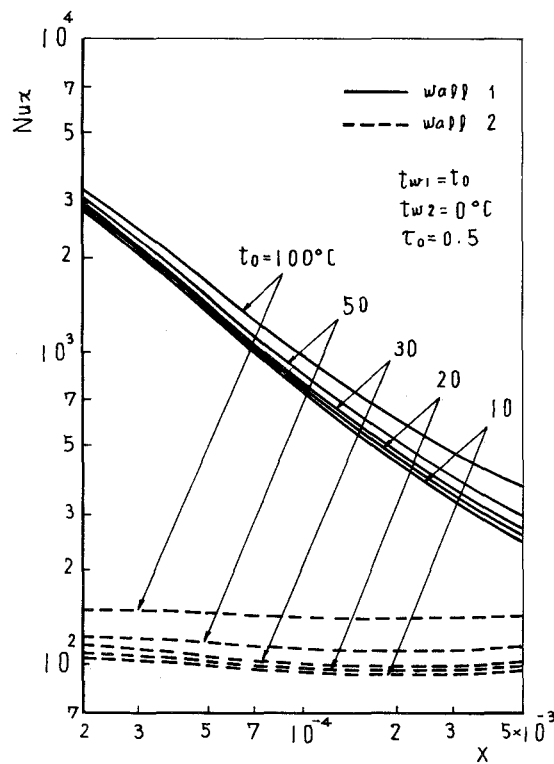


図 13 局所ヌセルト数 (加熱系,  $t_0$  変化)

3.2.2  $t_0$  による変化：結果を図 11, 12, 13 に示す。

a) 温度分布—— 3.1.2 における結果と同様、無次元温度分布に及ぼす  $t_0$  の影響は少ない。

b) 熱伝達—— 温度分布に比較し、 $t_0$  による  $Nux$  の変化は大きい。これは加熱壁と冷却壁との直接の放射による熱交換量が多いこと ( $F'_{ww}=0.44400$ )、および  $t_0$  が高くなるにつれ、流体温度が高くなり、流体からの放射熱伝達量が増加するためである。

#### 4. 結 言

常温近傍の放射熱伝達に関し低温ないしは低温度差とみなせる温度領域に対し、放射と対流の共存熱伝達の解析を行ない、モデルを冷却系と加熱系に分割し、検討を行ない、本計算範囲内でつぎの結果を得た。

- 1) 両壁面が入口流体温度よりも低い冷却系 ( $15^{\circ}\text{C}$  の作動流体が冷却される) では、 $\tau_0=0.25$  とした場合との無次元温度の差が 10% 以下となる領域は  $X \leq 2.2 \times 10^{-3}$  以下であり、 $Nux$  に関しては  $0.25 \times 10^{-3}$  以下である。
- 2) 同上のモデルで、壁温の変化が熱伝達特性に及ぼす影響は光学距離によるよりも本計算範囲内では少ない。
- 3) 片面が入口空気温度と等しく、他面がそれよりも温度の低い加熱系 ( $0^{\circ}\text{C}$  の壁面が加熱される) では、冷却系よりも対流近似が広い範囲で成り立つ。

(昭和 54 年 5 月 4 日受理)

#### 参 考 文 献

- 1) たとえば, Pai, S. I.: Radiation Gas Dynamics, 1966, Springer-Verlag, 45.
- 2) 嵯山: 室蘭工業大学研究報告 (理工編), 9-3 (昭 53-11), 735.
- 3) たとえば, Siegel, R. and Howell, J. R.: Thermal Radiation Heat Transfer, 1972, Mc Graw-Hill.



# 自由表面をもつ定常排水うずの研究 (I)

—速度および循環分布について—

貞 広 勝・花 岡 裕

## Study of Steady Draining Vortex with Free Surface (I)

— On flow velocities and their circulation profiles —

Masaru Sadahiro and Yutaka Hanaoka

### Abstract

In order to study the characteristics of steady vortex generating as the water is simultaneously drained through the outlet at the bottom of tank, flow velocities and their circulation profiles were experimentally calculated by means of hydrogen-bubble technique and flow visualization with aluminum powders.

The results were obtained as follows : (1) The flow patterns of steady draining vortex were classified in three types. (2) The rate of drainage through these boundary layers near by the bottom of vortex vessel was estimated to be about 5% of total flow rate in the case of type I of flow pattern, about 30% in type II, about 13% in type III, respectively.

### 1 ま え が き

自由表面を有する水をタンク底面より排水するとうずが発生する。その旋回方向は、給水後の旋回成分が残らない程度に放置した場合には、地球の自転によるコリオリ力に基づくと考えられているが、タンク底面の境界層に影響され逆方向の転移もありえると言われている<sup>1),2)</sup>。

しかし、工学的問題として実際に遭遇するうずは、給水と同時に排水する定常な排水うずであることが多く、その給水による成分は、コリオリ力に比べて数百倍の慣性力を持っているので、排水うずの旋回方向は、ほとんど、その給水方式によって決まる。この報告でもそのような定常排水うずを対象としている。

排水うずの排水量が増すと自由表面上にくぼみを生じ、この種のうずは「くぼみうず」と呼ばれている。さらに排水量を増すと、タンク底面にまでくぼみが発達し、間欠的に排水管内に空気を吸い込むようになるが、これを「空気吸い込みうず」としてくぼみうずと区別している<sup>3)</sup>。

空気吸い込みうずになると、騒音、振動を伴ない、排水管系にポンプが装備されているとキャビテーションを引き起こし易くなる。また、排水管内は気液二相流となるため、圧力降下が増大し、エネルギー損失が大きくなる等の問題がある。



従来のうずの研究では、主にくぼみうずを対象に取り扱われることが多く、理論的側面からそれらを4つの領域、すなわち、主流流れ、うず軸近傍の流れ、うず容器底面境界層流れ、うず容器側面境界層流れに分類され個々に解析されている。これらの内、主流流れは、うず容器の底面、側面の境界を無視した流れであるが、これは、その現象を支配する微分方程式に含まれるパラメータを用いてべき級数展開によって解く方法や<sup>6a),7),8)</sup>既知の解に対して摂動により解く方法などが報告されている<sup>3),6b)</sup>。また、うず軸近傍の流れは、相似変数を用いた境界層流れとし解析されている<sup>9a)</sup>。しかし、他の2つの領域の流れは、排水うず流れを対象としたものではなく、排水のない円板上のうず流れや容器内の流れ<sup>10)~13)</sup>を扱っており、したがって、排水うず流れの全ぼうを把握し得るような統合された解析は、十分なされていない。また、うず流れ模様全体を把握するために、ロスビ数(排水量と旋回量の比)や流れの角運動量によってフローパターンを理論的に分類する試みもなされている<sup>9b),14)</sup>。実験的には、自由表面の速度分布を測定したもの<sup>3)</sup>が報告されているが、流れ内部の速度分布等の測定まで立入った報告は、あまり見られず、また、実験と理論の比較も少ない。一方、空気吸い込みうずでは、工学的に重要な意味を含んでいるにもかかわらず、その基礎となるくぼみうずの特性が十分把握されていないために、空気吸い込みの臨界条件に関する実験式<sup>1),3)</sup>や吸い込み防止<sup>15)</sup>に関する実験的な報告を散見するのみであり理論解析は、今後の課題になるものと思われる。

本報告は、以上の現状から、主にくぼみうずを対象に、うず流れの自由表面と内部の速度、循環分布を、アルミ箔や水素気泡法によって測定し、排水うずの特性を調べ、また、流れの可視化によってフローパターンを分類したものであり、さらに、実験結果より妥当と考えられる軸上境界条件の設定により、実験値とロスビ数の小さい流れを対象にした理論値との比較検討を試みたものである。

## 2 記 号

$r$ ; うず室中心からの半径 [mm],  $z$ ; 自由表面からの軸座標 [mm],  $u$ ; 半径方向速度 [mm/s],  $v$ ; 周方向速度 [mm/s],  $w$ ; 軸方向速度 [mm/s],  $p$ ; 圧力 [Pa],  $\rho$ ; 密度 [kg/m<sup>3</sup>],  $\nu$ ; 動粘性係数 [m<sup>2</sup>/s],  $\eta$ ; 無次元半径座標 [=  $(r/r_s)^2$ ],  $\xi$ ; 無次元軸座標 [=  $z/H$ ],  $2\pi\bar{\Gamma}_\infty$ ,  $2\pi\bar{\Gamma}_0$ : 自由うず領域における循環の実験値, 理論値 [cm<sup>2</sup>/s],  $2\pi\bar{\Gamma}$ ; 循環値 [cm<sup>2</sup>/s],  $\Gamma$ ; 無次元循環値 [=  $2\pi\bar{\Gamma}/2\pi\bar{\Gamma}_\infty$ ],  $\bar{\varphi}$ ; 流れ関数 [l/min],  $\Psi$ ; 無次元流れ関数 [=  $2\pi\bar{\varphi}/Q$ ],  $N$ ; 半径方向レイノルズ数 [=  $Q/(2\pi H\nu)$ ],  $Ro$ ; ロスビ数 [=  $Q/(2\pi H\bar{\Gamma}_\infty)$ ],  $\varepsilon$ ; 半径基準ロスビ数 [=  $\{Q/(2\pi r_s\bar{\Gamma}_\infty)\}^2$ ],  $\alpha$ ; 半径方向代表スケールと軸方向代表スケールの比 [=  $(r_s/H)^2$ ],  $Q$ ; 給水量 [l/min],  $H$ ; うずの水深 [mm],  $r_s$ ; 排水管半径 [mm],  $w_s$ ; 排水管内速度 [mm/s],  $\delta$ ; 無次元境界層厚さ [-],  $Q\delta$ ; 境界層内流量 [l/min]

### 3 排水うず速度分布に関する従来の理論

ここでは、排水うずの主流流れに関する従来の理論的取り扱いを述べるが、支配方程式を解く困難さのために、3次元的にうず流れを対象に解析されるようになったのは、比較的最近のことである。

Burgers<sup>4)</sup>は、後にも述べるように、 $u = -ar$ ,  $w = 2az$  ( $a$  は定数) の岐点流れで排水流れを表わし、運動方程式から、軸座標に独立な周方向速度を求めた。この周方向速度に関して、Rott<sup>4)</sup>が、粘性効果の著しい領域を示す粘性コアを評価したことによって、この解を用いて排水うず流れの一般的な特性の概要が把握できるようになった。Donaldson & Sullivan<sup>5)</sup>は、軸方向速度  $w$  に半径座標の影響を考慮してさらに一般化することによって、種々の排水うず流れのパターンが存在することを指摘した。これらの解は、運動方程式の厳密解を構成するが、 $\partial^2 p / \partial r \partial z = 0$  となるので実用性に乏しい。

以下、近似解として、流れの支配方程式に含まれるパラメータによるべき級数展開の手法が報告されている。Lewellen<sup>6a)</sup>は、後にも述べるように、半径基準ロスビ数  $\varepsilon$  の小さい場合、すなわち、排水成分に比して旋回成分が大きい場合に対して、解を  $\varepsilon$  のべき級数に展開して  $\varepsilon$  の1次のオーダーまでの解を得ている。Granger<sup>7)</sup>は、半径方向レイノルズ数  $N$  が大きい流れを対象にし、解を  $N$  の逆べき級数に展開し、中心軸上のうず度分布を境界条件として与えることにより解を得た。Pedley<sup>8)</sup>は、両者の手法を用いて、べき級数の展開パラメータとして  $\Gamma_\infty^2 H / Q\nu$  を選び、旋回成分に比べて排水成分の大きな流れを対象にして解析した。

また既知の解に対して摂動法を用いた例が報告されている。Lewellen<sup>6b)</sup>は、ロスビ数が大きい流れを対象に、Burgers うずの岐点流れに摂動を与え、弱い旋回成分が軸方向に減衰する流れを解析した。豊倉、赤池<sup>9)</sup>は、同様に Burgers うずの岐点流れを摂動することによって軸方向速度の半径方向こう配を境界条件とする解を得た。豊倉、赤池の手法に関しては、さらに種々の軸方向速度の半径方向こう配を設定した場合の解が報告されている<sup>1),16)</sup>。

以上、排水うず流れの解析方法には、種々の手法があるが、本報告では、ロスビ数の小さい流れを対象にした Lewellen<sup>6a)</sup> の手法をとり上げ、それについて次に検討する。

## 4 速度分布の理論解析

### 4-1 基礎方程式

定常な3次元軸対称、非圧縮粘性流れに対する連続の式と Navier-Stokes の方程式は、円筒座標系で、 $u$ ,  $v$ ,  $w$  を半径方向、周方向、軸方向速度、 $r$ ,  $z$  を半径、軸座標、 $p$  を圧力、 $\rho$  を密度、 $\nu$  を動粘性係数とすると、

$$\frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial(rw)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{u}{r^2} \right) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} = \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{v}{r^2} \right) \quad (3)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (4)$$

で表わされる。

(1) ~ (4) 式を循環  $\bar{\Gamma}$  (=vr) と Stokes の軸対称流れ関数  $\bar{\Psi}$  [ $u = (1/r) \partial \bar{\Psi} / \partial z$ ,  $w = -(1/r) \partial \bar{\Psi} / \partial r$ ] を用いて書き直し, さらに Lewellen<sup>6a)</sup> によって導入された次の無次元量

$$\eta = \frac{r^2}{r_s^2}, \quad \xi = \frac{z}{H}, \quad \Gamma = \frac{\bar{\Gamma}}{\bar{\Gamma}_\infty}, \quad \Psi = \frac{2\pi \bar{\Psi}}{Q} \quad (5)$$

で表わすと, 基礎方程式は (6), (7) 式となる。

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \frac{\partial \Gamma}{\partial \eta} - \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial \Gamma}{\partial \xi} = \frac{2\eta}{N} \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial \eta^2} + \frac{\alpha}{2N} \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial \xi^2} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \Gamma \frac{\partial \Gamma}{\partial \xi} = \varepsilon \left\{ 4\eta^2 \left[ \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial \eta^3} - \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial \xi \partial \eta^2} - \frac{2}{N} \left( 2 \frac{\partial^3 \Psi}{\partial \eta^3} + \eta \frac{\partial^4 \Psi}{\partial \eta^4} \right) \right] \right. \\ \left. + \alpha \left[ -\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} + \eta \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial \eta \partial \xi^2} - \eta \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial \xi^3} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{N} \left( 4\eta^2 \frac{\partial^4 \Psi}{\partial \eta^2 \partial \xi^2} + \frac{\alpha}{2} \eta \frac{\partial^4 \Psi}{\partial \xi^4} \right) \right] \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

ここで,  $N = Q / (2\pi H\nu)$ ,  $\varepsilon = \{Q / (2\pi r_s \bar{\Gamma}_\infty)\}^2$ ,  $\alpha = (r_s/H)^2$  である。

この基礎式より得られる基本的な解は, 前述したように, Rott-Burgers うずである。

排水を岐点流れ

$$\Psi = \eta \xi \quad (8)$$

と仮定すると (7) 式より,  $\Gamma = \Gamma(\eta)$  であることが解かり, (6) 式から

$$\Gamma = 1 - e^{\frac{\eta}{2} (\frac{r}{r_0})^2} \quad (9)$$

となり, 周方向速度  $v$  を無次元で表わすと,

$$\frac{v}{\Gamma_\infty / r_0} = \frac{1}{r/r_0} \left\{ 1 - e^{\frac{\eta}{2} (\frac{r}{r_0})^2} \right\} \quad (10)$$

となる。N=-4 と N=-10 の場合について図 1 に示す。うず軸中心近くでは (10) 式のマクローリン展開の第 1 項までとることにより

$$\frac{v}{\Gamma_{\infty}/r_0} \doteq \frac{N}{2} \frac{r}{r_0} \quad (11)$$

を得、これは剛体回転を表わす。また、半径の大きな所では、指数関数を無視すると (N は負の値である),

$$\frac{v}{\Gamma_{\infty}/r_0} \doteq \frac{1}{r/r_0} \quad (12)$$

となり、これは自由うずを表わす。このように Rott-Burgers うずは、剛体回転領域と自由うず領域、および 2 つの領域にまたがる遷移領域よりなっており、N の絶対値の増加によって自由うず領域が拡大し、v の最大値は増大することがわかる。

#### 4-2 Lewellen の解の手法

Lewellen<sup>6a)</sup>は、ロスビ数の小さい流れを対象にし、(6)、(7) 式の基礎式における  $\Psi$ 、 $\Gamma$  を  $\varepsilon$  でべき級数展開、すなわち

$$\Psi = \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(\eta, \xi) \varepsilon^n \quad (13)$$

$$\Gamma = \sum_{n=0}^{\infty} \Gamma_n(\eta, \xi) \varepsilon^n$$

に置き、方程式を常微分化することによって  $\varepsilon$  の 1 次のオーダーまでの解を得た。

$\varepsilon$  の 0 次のオーダーの解  $\Psi_0$ 、 $\Gamma_0$  は、

$$\Psi_0 = f_{00}(\eta) + \xi f_{01}(\eta) \quad (14)$$

$$\Gamma_0 = \frac{\int_0^{\eta} \left[ \exp \left\{ \frac{1}{2} N \int_0^t \frac{f_{01}(\eta)}{\eta} d\eta \right\} \right] dt}{\int_0^{\infty} \left[ \exp \left\{ \frac{1}{2} N \int_0^t \frac{f_{01}(\eta)}{\eta} d\eta \right\} \right] dt} \quad (15)$$

と表わされる。ここで、 $f_{00}(\eta)$ 、 $f_{01}(\eta)$  は、 $\xi=0$  の自由表面と  $\xi=1$  の底面での流れ関数の値から境界条件として与えられなければならない。

Lewellen は、境界条件として、

$$\begin{aligned} f_{00}(\eta) &= 0 \\ f_{01}(\eta) &= 1 - e^{-\eta} \end{aligned} \quad (16)$$

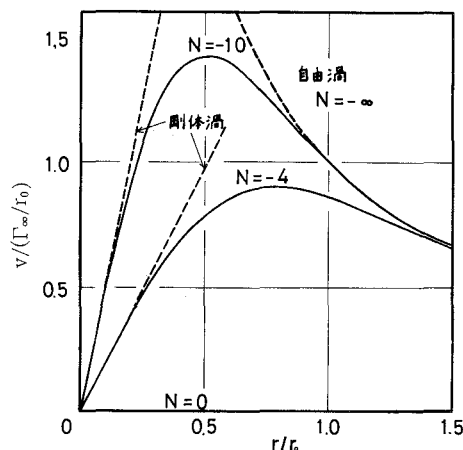


図-1 Rott-Burgers うずの周方向速度

と仮定した。著者らは、後にも述べるように、実験結果より妥当な境界条件を(23)～(25)式のように仮定した。これら両者の境界条件による循環の計算値と Rott-Burgers うずの循環値を、後に述べるフローパターンのタイプIIの代表例について図2に示した。Rott-Burgers うずの境界条件は

$$\begin{aligned} f_{00}(\eta) &= 0 \\ f_{01}(\eta) &= 1 \end{aligned} \quad (17)$$

と考えられるが、この図に見られるように、いずれの境界条件の場合にも循環の値は、ほぼ同じであり、主にNによって決定されている。これは、 $f_{01}(\eta)$ のオーダーが1であり、 $f_{01}(\eta)/\eta$ は一般に $\eta=0$ で有限の値をもつと考えられ、かつ $\int_0^1 (f_{01}(\eta)/\eta) d\eta$ は1のオーダーとなるので、 $\Gamma_0$ は主にNによって決定されることになるものと考えられる。

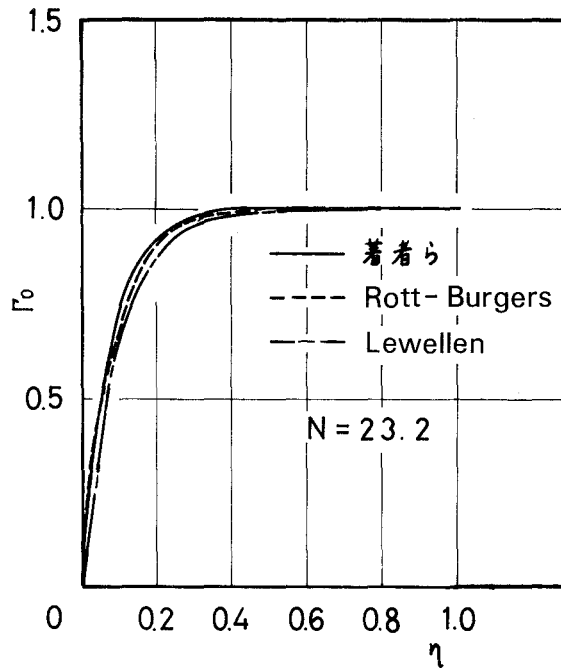


図-2 計算値による $\Gamma_0$ の分布

## 5 実験装置および方法

実験装置を図3に示す。うず容器⑥は、内径980mm、高さ1000mmの透明なアクリル樹脂製の円筒容器であり、底面上の側壁に沿って多孔性の給水管⑤と底面中央に内径25.4φの排水

管②が設けられている。給水管には、オーバーフロータンクを設け一定のヘッドをかけて給水管④と排水弁①を調節して排水うず流れを定常状態に保つようにした。

速度分布の測定方法は、自由表面ではアルミ箔を浮かべストロボ⑩・⑪によって流れに応じ 1.2~10 Hz のパルス光で軌跡を写真撮影した。内部では、水素気泡発生装置⑫を用いて⑦の銅線電極間 (間隔約 7 mm, 銅線径 0.18  $\phi$ ) に、流れの速さに応じて 1~37.4 Hz のパルス電圧 (300 V) をかけ、水の電気分解によって発生する水素気泡をトレーサとしてその軌跡をカメラ⑨で撮影した。水素気泡発生状況の 1 例を写真 1 に示す。また、電極は、うず室容器側面に取

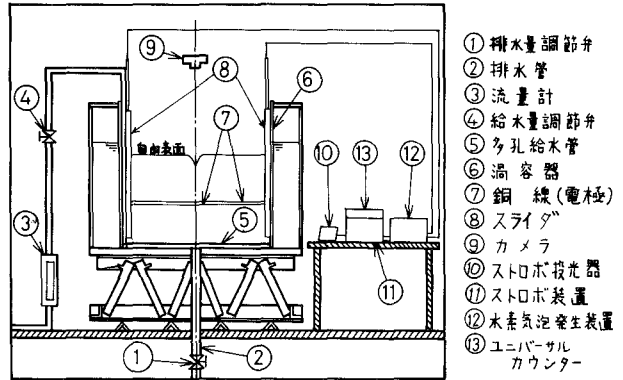


図-3 実験装置図

り付けたスライダ⑧内を上下方向に移動できる構造とし、うず室内の所定の位置に設定することができる。水素気泡の発生状況が悪い時には、少量の水酸化ナトリウム溶液を加えた。

流れ全体の可視化には、アルミ粉末を少量の洗剤で溶かして流れ場の底面付近から注入し観察した。

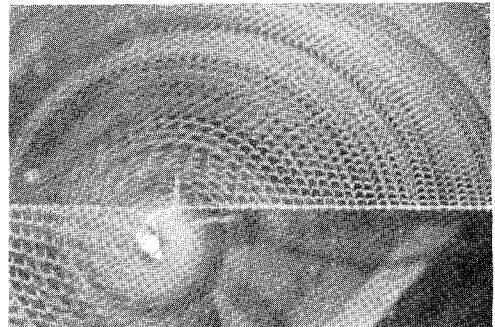


写真-1 水素気泡発生状況

## 6 実験結果およびその考察<sup>17)</sup>

### 6-1 排水うずの特性値とフローパターンについて

実験条件は、流量 0.5~17.3 l/min, 水位 35~500 mm の範囲で行ない、得られた自由うず領域における循環値  $\bar{F}_0$  と半径方向レイノルズ数  $N$  の関係を図 4 に示す。  $N$  の増加とともに  $\bar{F}_0$  も増加することがわかる。また著者らの実験装置では、  $N$  に対して  $\bar{F}_0$  が一義的に決まる傾向にあり、さらに種々のうず流れに対応させるためには、同じ  $N$  に対して  $\bar{F}_0$  を、すなわち  $Ro$  数を広範囲にコントロールできるように、給水管に沿って案内羽根などを取り付け給水角度を変えられるようにする必要があると思われる。しかし、水位  $H$  が 150 mm 以下の低い水位では、  $N$  に対する  $\bar{F}_0$  の増加割合は、低くなっている (図 4 の点線の部分)。これは、図 5 のロスビ数  $Ro$

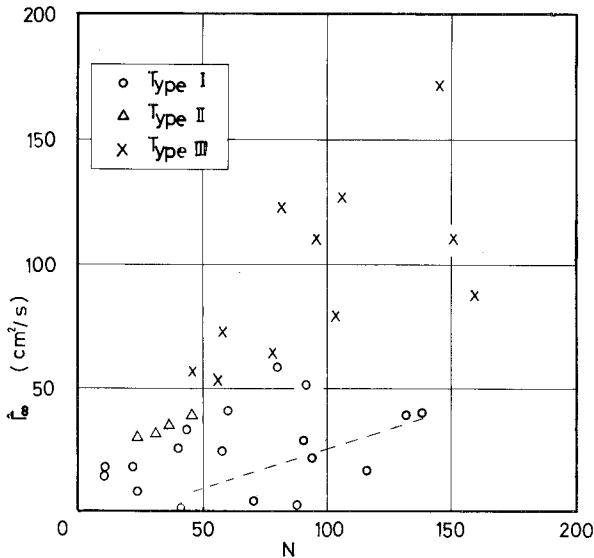


図-4 半径方向レイノルズ数Nと自由うず領域の循環値  $\Gamma_0$  の関係

と水位Hの関係に見られるように、水位が低いほどRo数が大きくなり、排水量に比べて旋回量が相対的に小さくなることによっても示されることから、水位が低い場合にはうず室底面の影響を受け旋回が弱くなるためであると考えられる。

一方、アルミ粉末を流れ場に注入し、流れの可視化を行なった結果、排水うずのフローパターンは3つに大別でき表1のように分類できることがわかった。その時のロスビ数Roと半径方向レイノルズ数Nの関係を図6に示す。この図より、それぞれのタイプは図上である一定の領域を占め、Ro数が大きいと

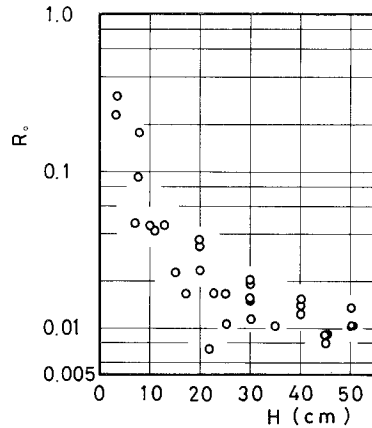


図-5 ロスビ数Roと水位Hの関係

表-1 タイプの分類

タイプ	流れの状態
I	アルミ粉末は、全体に拡散し、中心に3重から4重のコラムがあらわれる。
II	中心のコラムが上昇し、富士山型となり、Taylor's Wallsがあらわれる。
III	中心のコラムが渦中心から分離しアルミ粉末のない領域があらわれる。その周囲は、Taylor's Wallsで囲まれる。

Taylor's Walls<sup>(9c), (18)</sup> : 固体回転流れに、インクなどを落してわずかに乱れを与えると、中心軸に平行な薄い円筒状の幕ができる現象。

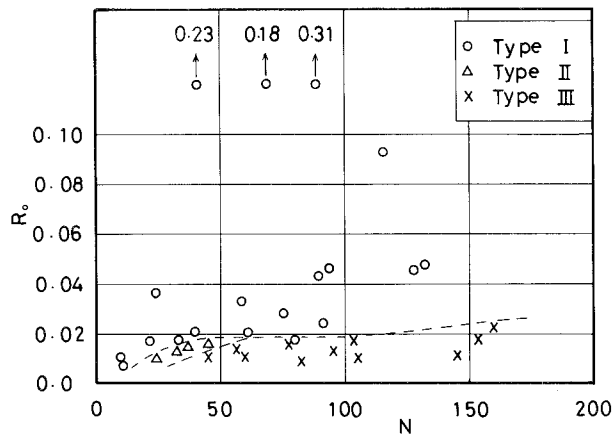
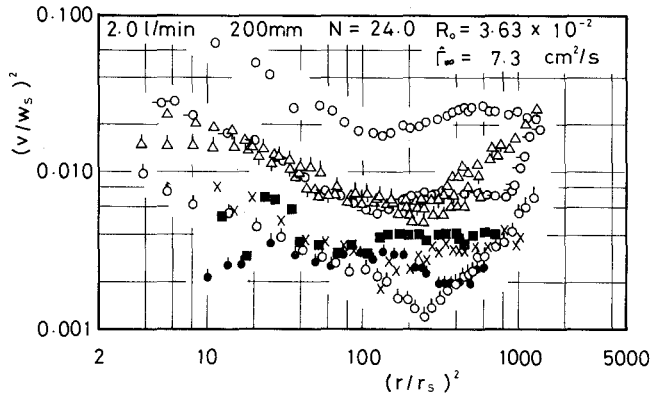
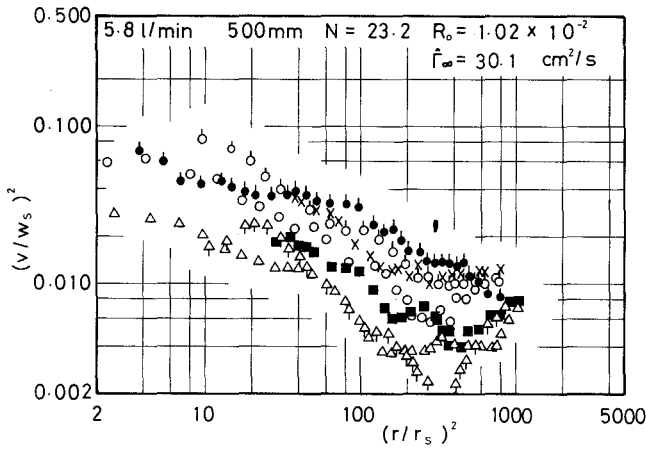


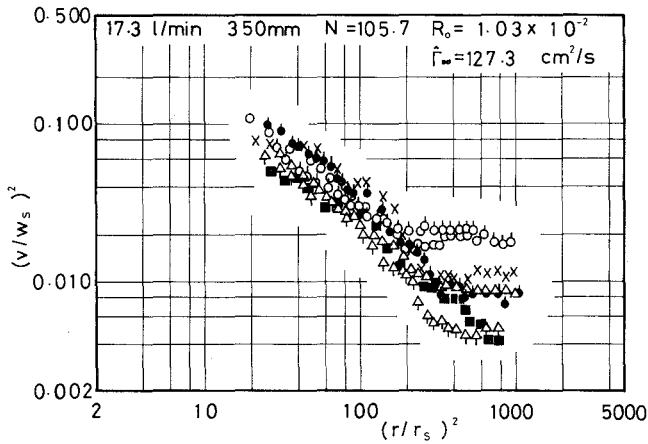
図-6 半径方向レイノルズ数Nとロスビ数Roの関係



(a) タイプIの代表例



(b) タイプIIの代表例



(c) タイプIIIの代表例

記号の説明	
○	$\xi = 0.0$
○	0.05
○	0.1
○	0.2
△	0.4
△	0.6
△	0.8
□	0.85
●	0.95
▲	0.975
■	0.99
×	0.995

以下図10・12・13  
を除いて同じ

図-7 半径座標  $(r/r_s)^2$  に対する周方向速度  $(v/w_s)^2$  の分布



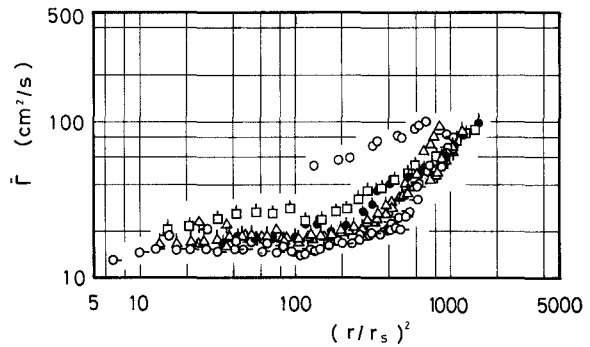
タイプIになり、Nが大きいとタイプIIIになる傾向があることがわかる。

### 6-2 速度および循環分布について

無次元周方向速度 $(v/w_s)^2$ と無次元半径 $(r/r_s)^2$ の関係をフローパターンのタイプ別の代表例について図7(a)～(c)に示す。これらの図は両対数グラフで書かれているので、剛体回転は傾き1の直線、自由うずは傾き-1の直線として表わされる。周方向速度は、一般に4-1でも述べたように、うず軸中心近傍の剛体回転運動が主となる超粘性領域と周辺部の自由うず領域を特徴とする非粘性領域およびこれらの領域にまたがる遷移的な粘性領域の3つの部分より構成されるが、図7においては、超粘性領域はうず中心のごく近傍であると思われ、この測定の範囲内では、表われておらず、遷移領域と傾き-1の自由うず領域よりなっている。さらにその外側には、剛体回転領域があるが、これは給水による影響と考えられる。図8に半径

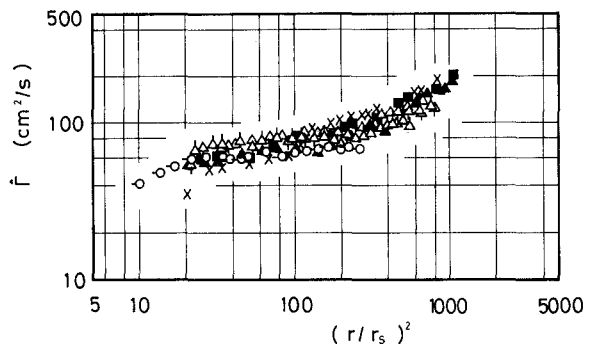
座標 $(r/r_s)^2$ に対する循環値 $\bar{\Gamma}$ の代表例を示す。(a)はタイプIで水位が低い場合、(b)はタイプIIIで水位が高い場合の例である。周方向速度と同様に循環は、遷移領域と一定値となる自由うず領域、および給水による傾き1の剛体回転領域よりなっていることがわかる。また、6-1でも述べたように(a)の場合は(b)に比べて半径方向レイノルズ数Nが大きいにもかかわらず、水位が低いために底面境界層の影響を受け循環が全体に低くなっている。

図9(a)～(c)に無次元半径座標 $r/r_s$ に対する無次元半径方向速度 $u/w_s$ の分布を示す。これらの図より半径方向速度は、ある半径で最大値を持ち、半径の増加とともに減少することがわかる。うず中心近くのデータは十分ではないが、速度の分布は、半径の減少とともに減少し、中心部では、軸方向に吸い込まれるので物理的にゼロになるものと考えられる。図10(a)



$$N = 116.1 \quad \bar{\Gamma}_m = 18.0 \text{ cm}^2/\text{s} \quad R_o = 9.26 \times 10^{-2}$$

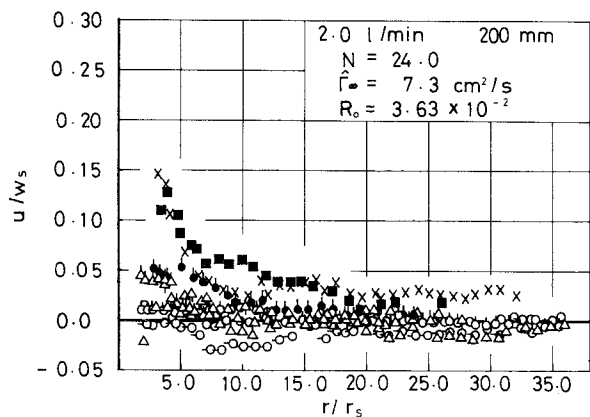
(a) タイプIの代表例



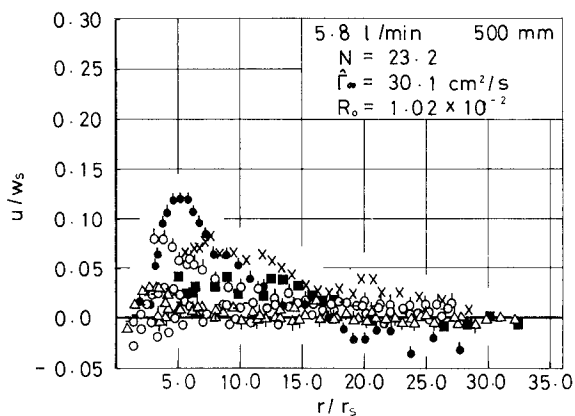
$$N = 58.4 \quad \bar{\Gamma}_m = 73.0 \text{ cm}^2/\text{s} \quad R_o = 1.03 \times 10^{-2}$$

(b) タイプIIIの代表例

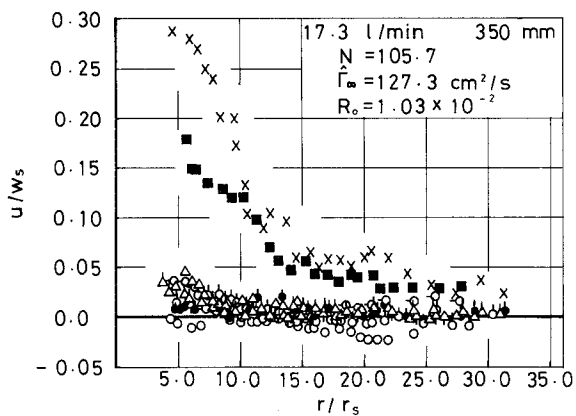
図-8 半径座標 $(r/r_s)^2$ に対する $\bar{\Gamma}$ の分布



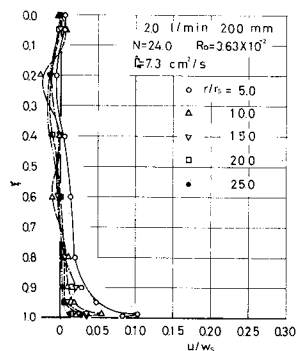
(a) タイプIの代表例



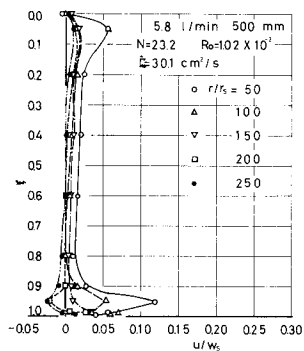
(b) タイプIIの代表例



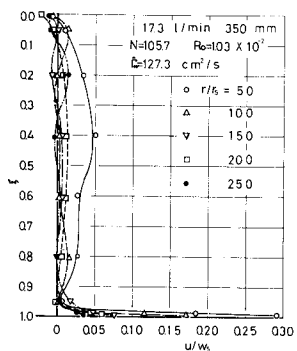
(c) タイプIIIの代表例



(a) タイプIの代表例



(b) タイプIIの代表例



(c) タイプIIIの代表例

図-9 半径  $r/r_s$  に対する半径方向速度  $u/w_s$  の分布

図-10 軸座標  $z$  に対する  $u/w_s$  の分布

～(c)に無次元軸座標  $\xi$  に対する無次元半径方向速度  $u/w_s$  の分布をタイプ別の代表例について示す。これらの図に見られるように、流れは自由表面近く ( $\xi \leq 0.05$ ) とうず室底面近く ( $\xi \geq 0.90 \sim 0.95$ ) を除けば、同じ半径に対する速度の軸方向の変化はあまりなく、この部分は2次元的なうず流れになっていると見られる。図9・10に見られるように、半径方向速度はうず室底面近くでは、他の部分に比べると、かなり大きくなっており、この部分は底面の固体壁に起因する境界層と考えられる。無次元境界層厚さ  $\delta$  を、それぞれのタイプの代表例について、図から読みとると、タイプI・IIIは0.05、タイプIIについては0.10である。

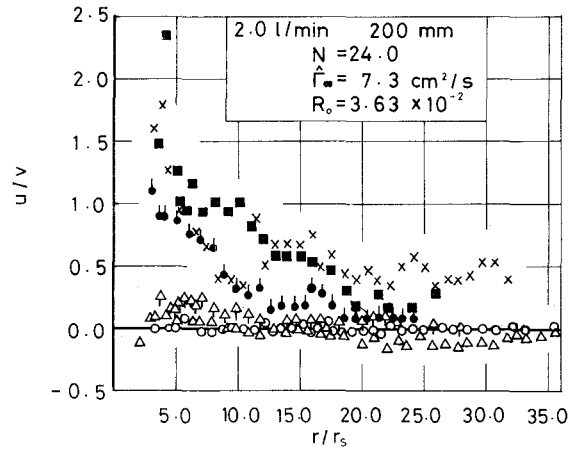
### 6-3 実験値と理論値の比較・検討

図11(a)・(b)に無次元半径  $r/r_s$  に対する半径方向速度と周方向速度の比  $u/v$  の分布を示す。 $u/v$  はロスビ数  $Ro$  の定義から見て、流れ場中のある点における局所ロスビ数と考えられ、

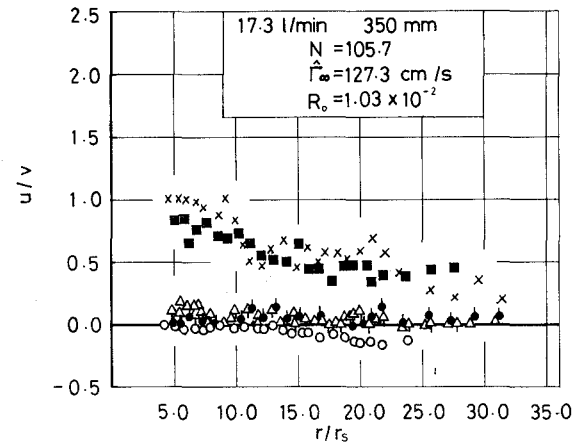
前述の境界層内では  $u/v$  の値は、他に比べて大きくなっており、したがって、ロスビ数の小さな流れ全体を対象にした Lewellen の理論を、この境界層内に適用することはできない。

この点に関し、Turner<sup>19)</sup>は、うず流れを主流と底面境界層流れの2つに分け、主流流れでは Lewellen の手法、境界層流れでは文献(11)の手法を用いて解析し、境界層外縁において両者の速度分布を一致させることにより、軸上境界条件を決定した。

著者らは、主流流れのロスビ数が小さいので、自由表面の条件と境界層外縁で測定結果より求めた境界層内流量に基づいて、軸上境界条件を設定し、Lewellen 理論に関する  $\varepsilon$  の0次のオーダの解で流れを近似した。図12に無次元半径  $r/r_s$  に対する無次元境界層内流量  $Q\delta/Q$  の分布を示す。境界層内流量をある半径で最大値を持ち、中心および半径の無限遠でゼロになる

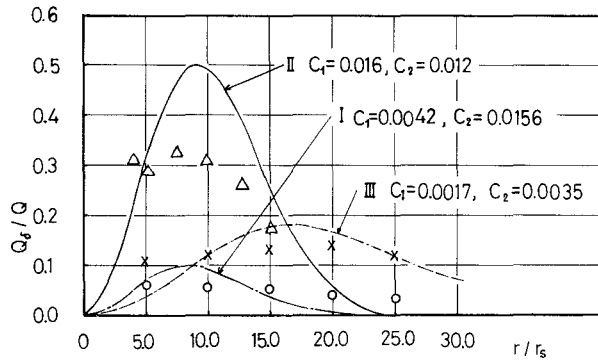


(a) タイプIの代表例



(b) タイプIIIの代表例

図-11 半径座標  $r/r_s$  に対する  $u/v$  の分布

図-12 境界層内流量  $Q_\delta/Q$  の半径方向分布

ものと仮定すれば,  $Q_\delta/Q$  は,

$$\frac{Q_\delta}{Q} = C_1 \eta e^{-C_2 \eta} \quad (18)$$

によって表わすことができ,  $C_1, C_2$  は流れによって決まる定数であるが, 測定結果との対応から, 図 12 の図上に示した定数  $C_1, C_2$  の値として近似できる。境界層外縁の  $\xi = 1 - \delta$  における流れ関数の値は, 全流量から境界層内流量を差し引きしたものと全流量との比により表わされるから, (14) 式より,

$$\Psi_0 = f_{00}(\eta) + (1 - \delta) f_{01}(\eta) = \frac{Q - Q_\delta}{Q} \quad (19)$$

となる。しかし, 半径座標が排水管内にあるときは, 排水されるため全流量は  $Q$  とはならず, 半径の減少とともに減少する。排水管入口の軸方向速度を一様で排水管内速度  $w_s$  と等しいと考えれば,  $r < r_s$  での流れ関数は,

$$\Psi_0 = f_{00}(\eta) + (1 - \delta) f_{01}(\eta) = \frac{\eta Q - Q_\delta}{Q} \quad (20)$$

となる, また, 自由表面  $\xi = 0$  での流れ関数は,

$$\Psi_0 = f_{00}(\eta) \quad (21)$$

であり, 自由表面を通して流れる流量はないと考えられるから, 簡単のため

$$\Psi_0 = f_{00}(\eta) = 0 \quad (22)$$

とする。したがって、軸上境界条件は、(23) ~ (25) 式で表わされる。

$$f_{00}(\eta) = 0 \tag{23}$$

$$f_{01}(\eta) = \frac{1}{1-\delta} \left( \eta - \frac{Q_\delta}{Q} \right) \quad (\eta < 1) \tag{24}$$

$$f_{01}(\eta) = \frac{1}{1-\delta} \left( 1 - \frac{Q_\delta}{Q} \right) \quad (\eta \geq 1) \tag{25}$$

$f_{01}(\eta)$  の半径方向分布を図 13 に示す。図には同時に Rott-Burgers うずと Lewellen の設定した  $f_{01}(\eta)$  の値も示した。

以上の関係より得られる  $\Gamma_0$  の値と実験値の比較を図 14 (a) ~ (c) にタイプ別の代表例について示した。

理論値と実験値の相異については次の様に考えられる。①自由うず領域では、 $\varepsilon$  (Ro 数) が小さい程、理論値と実験値は、合うようになる。②理論値は  $\varepsilon$  の 0 次のオーダーまでしか計算していないので、さらに  $\varepsilon$  の高次の項まで計算する必要がある。③しかし、 $\varepsilon$  が小さいため高次の項を付け加えても理論値に大きな影響を与えないものと思われる。前述のフローパターンでアルミ粉末のない部分が表われることは、軸方向速度を測定していないので断定はできないが、垂直方向の 2 次流れがあることを示すものと思われる。しかし、前述のように  $\Gamma_0$  は主に N によって決まってしまう、 $f_{01}(\eta)$  を種々の流れに対応させるように考慮しても、その影響は、あまり入らない。したがって、この点に関しては、さらに、 $f_{01}(\eta)$  や  $\varepsilon$  の影響が入るように考慮されるべきであろう。

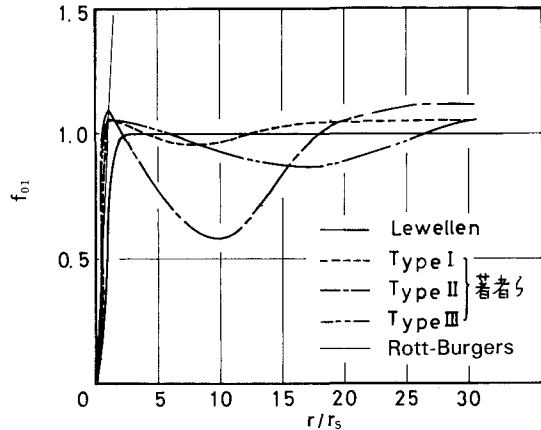
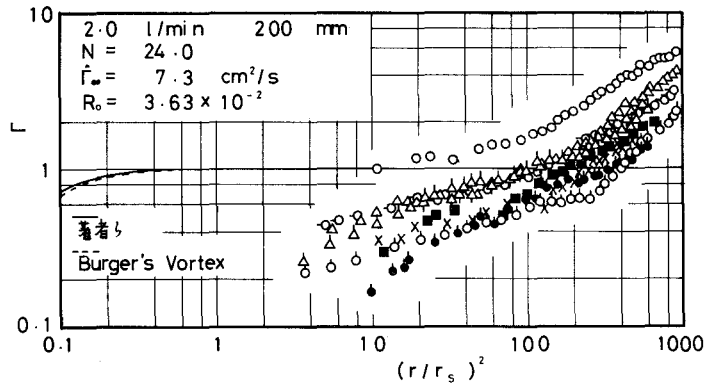


図-13 境界層外縁  $\delta$  における軸上境界条件  $f_{01}$  の半径方向分布

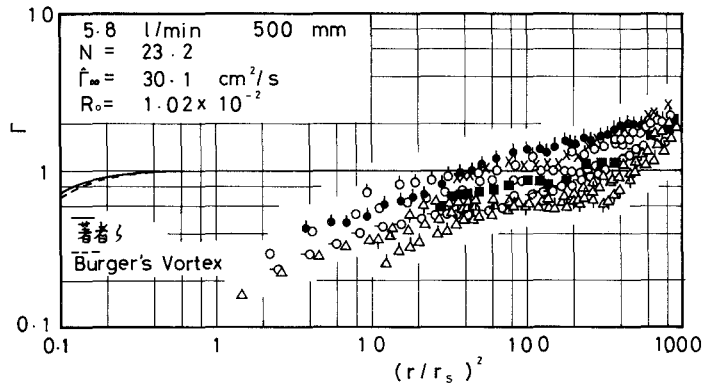
## 7 ま と め

自由表面を有する排水うずについて、流れの可視化や速度および循環分布を測定した結果、その結論は以下のようにまとめられる。

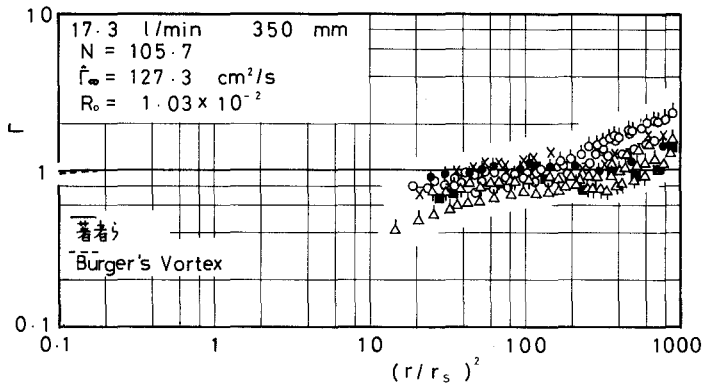
- ①定常排水うず流れのフローパターンは、3つに分類できる。
- ②定常排水うずの排水は、底面近くの境界層内を通して、タイプ I の場合は約 5%、タイプ II は約 30%、タイプ III については約 13% 排水され、タイプ I からタイプ III への遷移時に境界層内を經由する排水が最も多い。



(a) タイプ I の代表例



(b) タイプ II の代表例



(c) タイプ III の代表例

図-14 循環  $\Gamma$  の半径方向分布 理論値と実験値の比較

③適当な流れ関数を設定した理論と比較した結果、実験値との差が大きいことから、 $Ro$  数の影響をさらに考慮した理論の展開が望まれる。

今回の実験では、任意の給水量に対し、ロスビ数を大幅に変化させることはできなかったが、種々のうず流れ場を実現するためには、さらに案内羽根等の設置により、ロスビ数を広範囲にコントロールする必要がある。また、フローパターンの分類については、流体力学的な発生機構を明らかにする必要がある、さらに底面の境界層流れの挙動については、今後の追求すべき重要な研究課題と考えられる。

(昭和 54 年 5 月 19 日受理)

### 参 考 文 献

- 1) 花岡：流体工学 11 (2), 14 (1974)
- 2) M. Sibulkin: J. Fluid Mech, 14, 21 (1962)
- 3) 豊倉・赤池：日本機械学会論文集 35, 1466 (1969)
- 4) N. Rott : Z. A. M. P. 9, 543 (1958)
- 5) C. D. Donaldson & Sullivan : Proc. Heat Transfer & Fluid Mech. Inst. 16 (1960)
- 6) W. S. Lewellen : a) J. Fluid Mech 14, 420 (1962)  
b) A. I. A. A. J. 3, 91 (1965)
- 7) R. Granger : J. Fluid Mech 25, 557 (1966)
- 8) T. J. Pedley : ibid 36, 219 (1968)
- 9) R. R. Long : a) J. Meteorology 15, 108 (1958)  
b) Quart. J. Mech. Appl. Math. 9, 385 (1956)  
c) J. Meteorology 11, 247 (1954)
- 10) H. Schlichting : Boundary Layer Theory p. 93, 213 (Mc Graw-Hill Book Co. 1968)
- 11) M. H. Rogers & G. N. Lance : J. Fluid Mech. 7, 617 (1960)
- 12) R. Belcher et al. : ibid 52, 753 (1972)
- 13) K. Stewartson : ibid 3, 17 (1957)
- 14) M. Dunst : ibid 55, 301 (1972)
- 15) 田籠：エバラ時報 第 102 号, 2 (1977)
- 16) 東・花岡：機械学会北海道支部第 17 回講演論文集 (1974)
- 17) 貞広・花岡・前原：機械学会北海道支部第 21 回講演論文集 (1978)
- 18) G. I. Taylor : Proc. Roy. Soc. London A. 100, 114 (1921)
- 19) J. S. Turner : J. Fluid Mech. 25, 377 (1966)

# 未知入力を持つ線形系に対する状態推定器

疋 田 弘 光

## Observers for Linear Systems with Unmeasurable Inputs

Hiromitsu Hikita

### Abstract

The problem of observing a set of linear functions of states for linear systems with unmeasurable inputs is investigated in terms of transfer function matrices. The structure of the observers is clarified by using the dual results of an exact model matching problem and a design procedure is given for obtaining low order observers. An example is presented in order to illustrate the procedure.

### 1. ま え が き

D. G. ルーエンバーガによって微分器を必要としない状態推定器が提案されて以来、状態推定器に関する数多くの研究がなされてきた。その一つに未知入力を持つ系の状態推定器の構成法がある<sup>1-3)</sup>。本論文では出力のみから状態の線形関数を推定する問題を伝達関数法によって解析し状態推定器の存在条件、構造および低次元実現などについて述べる。

### 2. 推定のための条件

可制御、可観測な次の線形系を考える。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1-a)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (1-b)$$

ただし、 $x(t) \in \mathcal{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathcal{R}^m$ ,  $y(t) \in \mathcal{R}^p$  でそれぞれ状態、入力、出力変数である。また、 $A$ ,  $B$ ,  $C$ はそれぞれ  $n \times n$ ,  $n \times m$ ,  $p \times n$  の定数行列である。推定すべき線形関数を

$$w(t) = Fx(t) \quad (2)$$

とする。ただし、 $w(t) \in \mathcal{R}^q$ ,  $F$ は  $q \times n$  定数行列である。

いま、系(1)を  $p \times m$  の伝達関数行列  $T_1(s)$  で表わすと

$$y(s) = T_1(s) u(s) \quad (3)$$

が成り立つ。また(2)式は



$$w(s) = Fx(s) = T_2(s) u(s) \quad (4)$$

と表わせる。 $T_2(s)$ は $q \times m$ の伝達関数行列である。ここで、 $T_1(s)$ 、 $T_2(s)$ を右既約分解形で表わすと、

$$T_1(s) = Q_1(s) P_1^{-1}(s) \quad (5)$$

$$T_2(s) = Q_2(s) P_2^{-1}(s) \quad (6)$$

系(1)の出力のみから $Fx(t)$ を推定する状態推定器はプロパーな伝達関数行列 $T(s)$ を持ち、次の左既約分解形で表わされる $q \times p$ の伝達関数行列とする。

$$T(s) = P^{-1}(s) R(s) \quad (7)$$

定理1 伝達関数 $T(s)$ をもつ状態推定器が線形関数 $Fx(t)$ を推定できる必要十分条件は

$$1) T(s) T_1(s) = T_2(s) \quad (8)$$

$$2) |P(s)| = 0 \text{ の根が左半平面に存在する。}$$

証明 微分オペレータ $D$ を用いて証明する。必要性； $T(s) T_1(s)$ の部分を図示すると

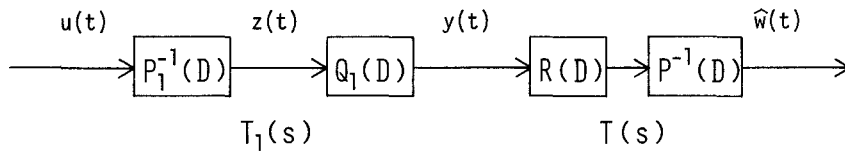


図-1 系および状態推定器

ただし、 $\hat{w}(t)$ は $w(t)$ の推定値である。 $z(t)$ は系の状態の一部で $x(t)$ と次の関係がある<sup>4)</sup>。

$$x(t) = S(D) z(t)$$

$$S(D) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & & 0 \\ D & 0 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ D^{d_1-1} & 0 & & 0 \\ 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & D^{d_2-1} & & \vdots \\ 0 & 0 & & 0 \\ \vdots & \vdots & & 1 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & & D^{d_m-1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

ただし、

$$d_i \triangleq \partial_{c_i} [P(s)] ; i=1 \sim m \quad (10)$$

したがって、

$$w(t) = Fx(t) = FS(D)z(t) \triangleq F(D)z(t) \quad (11)$$

また、図-1より次の式が成り立つことが分かる。

$$u(t) = P(D)z(t) \quad (12)$$

$$P(D)\hat{w}(t) = R(D)y(t) = R(D)Q_1(D)z(t) \quad (13)$$

推定誤差を  $e(t)$  とおけば

$$e(t) = \hat{w}(t) - F(D)z(t) \quad (14)$$

$P(D)$  を作用させると

$$\begin{aligned} P(D)e(t) &= P(D)\hat{w}(t) - P(D)F(D)z(t) \\ &= \{R(D)Q_1(D) - P(D)F(D)\}z(t) \end{aligned} \quad (15)$$

$e(t)$  が  $z(t)$  に無関係であるためには

$$R(D)Q_1(D) - P(D)F(D) = 0 \quad (16)$$

$F(s)P_1^{-1}(s)$  を既約形  $Q_2(s)P_2^{-1}(s)$  で表わすと(16)式は

$$[R(s) \ ; \ P(s)] \begin{bmatrix} Q_1(s)P_1^{-1}(s) \\ -Q_2(s)P_2^{-1}(s) \end{bmatrix} = 0 \quad (17)$$

結局、(8)式が成り立たなければならない。 $e(t)$  は、

$$P(D)e(t) = 0 \quad (18)$$

を満足することになり、 $t \rightarrow \infty$  で 0 に漸近するためには  $|P(s)| = 0$  の根が左半平面になければならない。十分性は明らかである。

### 3. モデル適合問題との双対性

(8)式の両辺を転置すると、

$$T_1^T(s)T^T(s) = T_2^T(s) \quad (19)$$

となり、系  $T_1^T(s)$  をモデル  $T_2^T(s)$  に適合させるために結合する前置補償器  $T^T(s)$  を設計する問題に変換させられる。したがって、(8)式を満たす最小次元の  $T(s)$  を見出す問題に対し、モデル適合問題の最小次元実現の解析結果<sup>5)</sup>は行と列を入れかえることでそのまま成り立つ。

いま、 $q > r$  とし、 $r \times q$  行列  $K(s)$  を  $[K_r(s) \ ; \ K_{q-r}(s)]$  と分割する。ただし、 $K_r(s)$  は  $K(s)$  の前から  $r$  列、 $K_{q-r}(s)$  は後の  $q-r$  列からなる行列である。各列内で最高次である項の係数からなる行列 (high order coefficient matrix)  $\Gamma_c[K(s)]$  を  $[K_{rr} \ ; \ K_{q-r,r}]$  で表わすと、文献5の双対として次のことが言える。

定理 2

$$K(s) = [K_p(s) \ ; \ K_q(s)] \text{ を } \ker \begin{bmatrix} T_1(s) \\ -T_2(s) \end{bmatrix} \text{ の } (p+q-m) \times (p+q) \text{ の次数順, 次数最}$$

小基底 (degree ordered, minimal basis)<sup>6-8)</sup> とする。(8) 式を満足する最小次元の  $T(s)$  が存在する必要十分条件は

$$\text{rank}[K_{qr}] = q \quad (20)$$

である。さらに (20) 式が成り立てば、 $T(s)$  の最小次元は行列  $K_{qr}$  の上から  $q$  本の 1 次独立な行を選ぶと、 $K(s)$  の対応する行の行次数の和に等しい。 $K(s)$  から選ばれたその  $q$  本の行を  $[R(s) : P(s)]$  とすれば、プロパーでかつ最小次元である  $T(s)$  は  $T(s) = P^{-1}(s)R(s)$  で与えられる。

注 1 定理 2 では  $|P(s)| = 0$  の根が左半平面に存在することを保証していないので安定性については別に議論する必要がある。

例 1

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (21-a)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) \quad (21-b)$$

なる系の出力のみから  $x_2(t)$  を推定する場合を考察する。 $x_2(t)$  が推定されれば  $y(t)$  と  $x_2(t)$  から全状態が再現される<sup>9)</sup>。

$$T_1(s) = \begin{bmatrix} s - s^2 \\ 1 \end{bmatrix} / (s^3 + 3s^2 + 3s + 1) \quad (22)$$

$$T_2(s) = s / (s^3 + 3s^2 + 3s + 1) \quad (23)$$

したがって

$$\ker \begin{bmatrix} s - s^2 \\ 1 \\ -s \end{bmatrix} / (s^3 + 3s^2 + 3s + 1) \quad (24)$$

の次数順、次数最小基底を求めると

$$K(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 - s \\ 0 & s & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

(25) 式の第 1 行が  $[R(s) : P(s)]$  に相当するが  $P(s) = 1 - s$  であるので  $T(s) = P^{-1}(s)R(s)$  は安定な状態推定器とはならない。

一方、(25) 式の第 2 行に任意定数  $\alpha$  を掛け第 1 行に算し合わせたものを  $[R(s) : P(s)]$  とすると次の式が求められる。

$$[R(s) : P(s)] = [1 \quad \alpha s : (1 + \alpha) - s] \quad (26)$$

明らかに(26)式は(24)式に含まれるので、(26)式より計算される

$$T(s) = P^{-1}(s) R(s) = \frac{\{1 - \alpha s\}}{(1 + \alpha) - s} \quad (27)$$

はプロパーな状態推定器であり、定理2に従って得られた不安定な  $T(s)$  と同じ1次元でありながら  $\alpha$  によって任意の極を実現することができる。

#### 4. 安定な状態推定器の存在

$P_1(s)$  と  $P_2(s)$  の最大共通左因子を  $G_{LP}(s)$  とすると

$$\begin{aligned} P_1^{-1}(s) P_2(s) &= \tilde{P}_1^{-1}(s) G_{LP}^{-1}(s) G_{LP}(s) \tilde{P}_2(s) \\ &= \tilde{P}_2(s) \tilde{P}_1^{-1}(s) \end{aligned} \quad (28)$$

が成り立つ。ここで  $\tilde{P}_2(s)$  はユニモジュラ行列になる。 $Q_1(s) \tilde{P}_2(s)$  と  $Q_2(s) \tilde{P}_1(s)$  の最大共通右因子を  $G_{RQ}(s)$  とし、その行列式  $\Delta_Q(s) = 0$  の根を  $T_1(s)$ 、 $T_2(s)$  の共通零と呼ぶ。また、 $Q_1(s) \tilde{P}_2(s) G_{RQ}^{-1}(s)$  の最大共通右因子を  $G_R(s)$  とし、その行列式  $\Delta_T(s) = 0$  の根を  $T(s)$  の固定極と呼ぶ。

定理3 (7)式が(8)式の解であるなら状態推定器の極は  $\Delta_D(s) \Delta_T(s) = 0$  の根である。また、(20)式が成り立てば  $\Delta_D(s) = 0$  の根を任意に配置できるプロパーな状態推定器を見出すことができる。

注2  $T(s)$  の固定極は系  $T_1(s)$  の零から共通零を除いたものが対応する。また、この定理より固定極が不安定なら安定な状態推定器は存在しないことがわかる。

注3 1入力1出力系に対する線形汎関数状態推定器の固定極は単に極-零消去によって生じる。したがって  $T_1(s) = r_1(s)/p_1(s)$ 、 $T_2(s) = r_2(s)/q_2(s)$  とすると  $\partial[r_1(s)] > \partial[r_2(s)]$  でなければ状態推定器が存在しないことは明らかである。

定理3の証明 文献5の双対から直ちに分かるが、次章での利用のため簡単に示す。

(7), (8)式より

$$[R(s) : P(s)] \begin{bmatrix} T_1(s) \\ \dots \\ -T_2(s) \end{bmatrix} = 0 \quad (29)$$

したがって、

$$[R(s) : P(s)] \begin{bmatrix} Q_1(s) \tilde{P}_2(s) \\ \dots \\ -Q_2(s) \tilde{P}_1(s) \end{bmatrix} G_{RQ}^{-1}(s) = [R(s) : P(s)] \begin{bmatrix} M_p(s) \\ \dots \\ -M_q(s) \end{bmatrix} = 0 \quad (30)$$

ただし、

$$M(s) = \begin{bmatrix} M_p(s) \\ \dots \\ -M_q(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1(s) \tilde{P}_2(s) \\ \dots \\ -Q_2(s) \tilde{P}_1(s) \end{bmatrix} G_{RQ}^{-1}(s) \quad (31)$$

ここで、 $M_p(s)$  の最大共通右因子が  $G_R(s)$  である。

さて、 $T(s)$ には  $|\bar{P}(s)| = |P(s)|$ なる右既約分解形

$$T(s) = Q(s) \bar{P}^{-1}(s) \quad (32)$$

が存在するが、双対空間<sup>6)</sup>での考察より  $(p+q) \times P$  行列  $\begin{bmatrix} \bar{P}(s) \\ -Q(s) \end{bmatrix}$  の各列は  $\ker [R(s) ; P(s)]$  の基底となる。さらに、ユニモジュラ行列  $U(s)$  が存在して

$$V(s) = \begin{bmatrix} \bar{P}(s) \\ Q(s) \end{bmatrix} U(s) = \begin{bmatrix} M_p(s) & \beta(s) \\ M_q(s) & \gamma(s) \end{bmatrix} \quad (33)$$

ところで  $G_R(s)$  は  $M_p(s)$  の最大共通右因子であるから  $M_p(s) = \bar{M}_p(s) G_R(s)$  なる多項式行列  $\bar{M}_p(s)$  が存在する。したがって

$$\bar{P}(s) U(s) = [\bar{M}_p(s) ; \beta(s)] \begin{bmatrix} G_R(s) & 0 \\ 0 & I_{p-m} \end{bmatrix} \quad (34)$$

結局

$$\Delta_T(s) = |G_R(s)| = 0 \quad (35)$$

$$\Delta_D(s) = |\bar{M}(s) ; \beta(s)| = 0 \quad (36)$$

の根が状態推定器の極となり、 $\Delta_T(s) = 0$  の根は固定極となる。以上が定理前半の証明である。

(20) 式が成りたてば

$$\partial_c [M_p(s)] \geq \partial_c [M_q(s)] \quad (37)$$

で  $\text{rank } \Gamma_c [M_p(s)] = m$  である。簡単のため (一般性を失うことなく)  $\Gamma_c [M_p(s)]$  の上から

$m$  行が 1 次独立であると仮定する。 $M_p(s)$  を  $\begin{bmatrix} M_{pm}(s) \\ M_{p,p-m}(s) \end{bmatrix}$  と分割すると、 $M_{p,p-m}(s) M_{pm}^{-1}(s)$

はプロパーな伝達関数行列となる。この左既約分解形を  $\tilde{M}^{-1}(s) \tilde{N}(s)$  と表わす。 $\tilde{M}(s)$  は行プロパーである。 $\mu \triangleq \max_j \partial_{c_j} [M_{pm}(s)]$  を定義する。すると、 $\tilde{N}(s)$  と  $\tilde{M}(s)$  の終結行列<sup>4)</sup>が存在し

$$\tilde{M}(s) \alpha_{p-m}(s) + \tilde{N}(s) \alpha_m(s) = D(s) \quad (38)$$

が成り立つ。ここで  $\alpha_{p-m}(s)$  は列プロパーで  $i \in p-m$  に対し  $\partial_{c_i} [\alpha_{p-m}(s)] = \mu - 1$ 、かつ、 $\alpha_m(s) \alpha_{p-m}^{-1}(s)$  はプロパーな伝達関数行列である。また  $D(s)$  は行プロパーでその行列式  $\Delta_D(s)$  は任意のモニック多項式で、その次数  $d$  は  $d = \partial[\tilde{M}] + (p-m)(\mu-1)$  である。文献 5 の双対の議論によって  $\beta(s)$  を

$$\beta(s) = \begin{bmatrix} -\alpha_m(s) \\ \alpha_{p-m}(s) \end{bmatrix} \quad (39)$$

とすると

$$\begin{aligned} |M_p(s) ; \beta(s)| &= \xi |G_R(s)| |D(s)| \\ &= \xi \Delta_T(s) \Delta_D(s) \end{aligned} \quad (40)$$

が成り立つ。ただし  $\xi$  はスカラー。また、 $\gamma(s) = 0$  とすると、(32), (33) 式より

$$T(s) = [M_q(s) \ ; \ 0][M_p(s) \ ; \ \beta(s)]^{-1} \quad (41)$$

これは(37)式よりプロパーである。

例2 (27-a)式に対し出力方程式が

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} x(t) \quad (42)$$

で、やはり  $x_2(t)$  を推定するなら

$$T_1(s) = \begin{bmatrix} s(1-s) \\ 1-s \end{bmatrix} / (s^3 + 3s^2 + 3s + 1) \quad (43)$$

より

$$Q_1(s) \bar{P}_2(s) G_{R\bar{Q}}(s) = Q_1(s) = \begin{bmatrix} s(1-s) \\ 1-s \end{bmatrix} \quad (44)$$

結局、 $G_R(s) = 1-s$  で  $T(s)$  は固定極 +1 を持ち安定な状態推定器は存在しない。

## 5. 低次元化

前章の結果に従えば安定な状態推定器が存在しても、その次元は  $\partial([\tilde{M}(s)]) + (p-m)(\mu-1)$  となり結構高次元になる。また、 $p$  が大きい、つまり系の出力数が多いほど状態推定器の次元が高くなり直感的に不合理な点も存在する。

本章ではこれらの点を改善し、状態推定器の低次元化を行なう。

補助定理1  $\partial_c[\beta(s)] \geq \partial_c[\gamma(s)]$  であれば  $\gamma(s)$  を  $q \times (p-m)$  の任意の多項式行列としても定理3は成立する。

証明 明らかであるので省略する。

補助定理2  $\sigma > \rho$  なる  $\sigma \times \rho$  行列  $H(s)$  の各列は列空間の次数最小基底であるとする。 $\sigma \times 1$  行列  $h(s)$  を結合した  $\sigma \times (\rho+1)$  行列  $[H(s) \ ; \ h(s)]$  の列空間の次数最小基底を  $\bar{H}(s)$  とする。 $h(s)$  を適当に選ぶことによって  $\bar{H}(s)$  の各列の次数の和を  $H(s)$  のそれより1次だけ下げることができる。

証明  $h(s)$  を次のように仮定する

$$h(s) = h_\epsilon s^\epsilon + h_{\epsilon-1} s^{\epsilon-1} + \dots + h_1 s + h_0 \quad (45)$$

ただし  $\epsilon$  は任意の正の整数。 $h_i; i=0 \sim \epsilon$  は  $\sigma \times 1$  の未定数行列。いま適当な相異なる実数  $\lambda_i; i=1 \sim \epsilon+1$  を  $H(s)$ ,  $h(s)$  に代入する。 $H(\lambda_i); i=1 \sim \epsilon+1$  は定数行列になるが  $H(\lambda_i); i=1 \sim \epsilon+1$  の各列に適当な実数を掛けて算し合わせた結果を  $h(\lambda_i); i=1 \sim \epsilon+1$  と等値すると、 $h_i; i=0 \sim \epsilon$  に関する連立1次方程式ができ一意的に解くことができる。この  $h_i; i=0 \sim \epsilon$  を用いると  $[H(s) \ ; \ h(s)]$  の最大共通右因子の行列式は  $\epsilon+1$  個の根  $\lambda_i; i=1 \sim \epsilon+1$  を持つ。したがって  $\bar{H}(s)$  の各列の次数の和は  $[H(s) \ ; \ h(s)]$  の各列の次数の和から  $\epsilon+1$  次だけ低下

され、結局  $H(s)$  と比べると 1 次だけ低下される。

注 4 証明の  $\varepsilon$  は任意で  $\varepsilon=0$ 、つまり  $h(s)=h$  なる  $\sigma \times 1$  の定数行列としても当然成り立つ。

定理 4 定理 3 の条件の下で固定極以外の極を任意に指定できるプロパーな伝達関数行列  $T(s)$  を持つ状態推定器は  $\partial[|\tilde{M}(s)|]-(p-m)$  次元で実現することができる。

証明 (33) 式において  $\gamma(s)$  は補助定理 1 を満たすとする。また、

$$V(s) = \left[ \begin{array}{c|c|c} M_p(s) & \beta_1 & \beta_2(s) \\ \hline M_q(s) & \gamma_1 & \gamma_2(s) \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} V_p(s) \\ V_q(s) \end{array} \right] \quad (46)$$

とする。ただし、 $\beta_1, \gamma_1$  はそれぞれ  $p \times (p-m-1)$ 、 $q \times (p-m-1)$  の未定定数行列である。 $\beta_2(s), \gamma_2(s)$  はそれぞれ  $\partial_c[\beta_2(s)] = \partial_c[\gamma_2(s)] = \bar{\mu} - 1$  を満足する  $p \times 1$ 、 $q \times 1$  の未定の多項式行列であるとする。 $\bar{\mu}$  は後で明らかにされる。定理は次のアルゴリズムに従って証明される。

1) 固定極を含む  $\partial[|\tilde{M}(s)|]-(p-m)$  個の状態推定器の希望の極を決める。

2)  $\left[ \begin{array}{c} M_p(s) \\ M_q(s) \end{array} \right]$  の列空間の次数最小基底における各列の次数の和は  $\partial[|\tilde{M}(s)|]$  であるから、補助定理 2 により

$$\left[ \begin{array}{c|c} M_p(s) & \beta_1 \\ \hline M_q(s) & \gamma_1 \end{array} \right] \quad (47)$$

の列空間の次数最小基底における各列の次数の和が  $\partial[|\tilde{M}(s)|]-(p-m-1)$  となるように  $\beta_1, \gamma_1$  を求める。その  $\beta_1, \gamma_1$  の下での (47) 式の列空間の次数最小基底を新たに

$$\left[ \begin{array}{c} \tilde{M}_p(s) \\ \tilde{M}_q(s) \end{array} \right] \quad (48)$$

とする。

$$3) \left[ \begin{array}{c|c} \tilde{M}_p(s) & \beta_2(s) \\ \hline \tilde{M}_q(s) & \gamma_2(s) \end{array} \right] \quad (49)$$

において  $\bar{\mu} = \max_j \partial_c[\tilde{M}_p(s)]$ 、 $\partial_c[\beta_2(s)] = \bar{\mu} - 1$  とすると

$$|\tilde{M}_p(s) | \beta_2(s) | = 0 \quad (50)$$

の根は最大

$$\begin{aligned} & \partial[|\tilde{M}(s)|]-(p-m-1)+(\bar{\mu}-1) \\ & = \partial[|\tilde{M}(s)|]-(p-m)+\bar{\mu} \end{aligned} \quad (51)$$

個存在する。1) で与えられた  $\partial[|\tilde{M}(s)|]-(p-m)$  個の希望の根 (極) 以外に  $\bar{\mu}$  個の根を適当に定め、それらを  $\lambda_i; i=1 \sim \bar{\mu}$  とする。ただし議論の簡単のため、 $\lambda_i; i=1 \sim \bar{\mu}$  は 1) の根と重複せずかつ互に相異なるように決める。以上の全  $\partial[|\tilde{M}(s)|]-(p-m)+\bar{\mu}$  個の根を実現する  $\beta_2(s)$  は定理 3 の証明の方法で求められる。つまり、 $\Gamma_c[\tilde{M}_p(s)]$  から  $p-1$  本の 1 次独立な行を抜き出し、それらに対応する  $\tilde{M}_p(s)$  の部分を定理 3 の証明の  $M_{pm}(s)$ 、他の 1 行を  $M_{p,p-m}(s)$  に

対応させ、以下証明と同様の手続きで上記の要求を満足する  $\beta_2(s)$  が求められる。

4) (49) 式の  $s$  に  $\lambda_i; i=1 \sim \bar{\mu}$  を代入すると

$$\text{rank} [\widehat{M}_p(\lambda_i) \mid \beta_2(\lambda_i)] = p-1; i=1 \sim \bar{\mu} \quad (52)$$

であるから適当な  $\delta_j^i; j=1 \sim p$  に対して

$$\sum_{j=1}^{p-1} \delta_j^i \widehat{M}_{pj}(\lambda_i) + \delta_p^i \beta_2(\lambda_i) = 0; i=1 \sim \bar{\mu} \quad (53)$$

とできる。ただし、 $\widehat{M}_{pj}(\lambda_i)$  は  $\widehat{M}_p(\lambda_i)$  の第  $j$  列を意味する。したがって、 $\gamma_2(s)$  を

$$\gamma_2(s) = \gamma_{2, \bar{\mu}-1} s^{\bar{\mu}-1} + \gamma_{2, \bar{\mu}-2} s^{\bar{\mu}-2} + \dots + \gamma_{2,0} \quad (54)$$

また、 $\widehat{M}_q(s)$  の第  $j$  列を  $\widehat{M}_{qj}(s)$  とすると

$$\sum_{j=1}^{p-1} \delta_j^i \widehat{M}_{qj}(\lambda_i) + \delta_p^i \gamma_2(\lambda_i) = 0; i=1 \sim \bar{\mu} \quad (55)$$

から  $\gamma_2(s)$  の各係数を求めることにより (49) 式の最大共通右因子の行列式の次数を  $\bar{\mu}$  とでき、その根は  $\lambda_i; i=1 \sim \bar{\mu}$  である。(49) 式の列空間の次数最小基底を

$$\begin{bmatrix} \widetilde{V}_p(s) \\ \widetilde{V}_q(s) \end{bmatrix} \quad (56)$$

とすると各列の次数の和は  $\partial[|\widetilde{M}(s)|] - (p-m)$  となる。また、 $\det \Gamma_c[\widetilde{V}_p(s)] \neq 0$  である。

$$5) \quad T(s) = \widetilde{V}_q(s) \widetilde{V}_p^{-1}(s) (= V_q(s) V_p^{-1}(s)) \quad (57)$$

によって状態推定器を求めると、 $T(s)$  は  $\partial_c[|\widetilde{M}(s)|] - (p-m)$  次元でプロパー、かつ 1) での希望極を有する。

以上が定理の証明であるが、2) において次のことに留意する必要がある。つまり、 $\beta_1, \gamma_1$  の特殊な選び方によっては

$$\Gamma_c \left\{ \begin{bmatrix} \widehat{M}_p(s) \\ \widehat{M}_q(s) \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \widehat{M}_{p\gamma} \\ \widehat{M}_{q\gamma} \end{bmatrix} \quad (58)$$

における  $\widehat{M}_{p\gamma}$  の階数が  $p-1$  より小さくなりプロパーな状態推定器が保証されなくなる場合が生じる。このような場合は一般に少ないが、これを避けるためには  $\beta_1, \gamma_1$  が 1 列ならこの事態を簡単に避けられることを利用し、 $\beta_1, \gamma_1$  を各ステップでこのような事態が生じないように 1 列ごとに順に選ぶことで簡単に解決される。

例 3 (アルゴリズムを説明する例題) 次の系の  $x_2(t)$  を推定する場合を考察する。

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & -7 & -9 & -6 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (59-a)$$



$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) \quad (59-b)$$

伝達関数行列は

$$T_1(s) = \begin{bmatrix} s^2(1-s) \\ s(1+s^2) \\ 1 \end{bmatrix} / (s^4 + 6s^3 + 9s^2 + 7s + 2) \quad (60)$$

$$T_2(s) = s / (s^4 + 6s^3 + 9s^2 + 7s + 2) \quad (61)$$

したがって

$$\begin{bmatrix} \overline{M}_p(s) \\ \overline{M}_q(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s^2(1-s) \\ s(1+s^2) \\ 1 \\ s \end{bmatrix} \quad (62)$$

この場合(62)式より  $\partial[|\overline{M}(s)|] = 3$ , また  $m=1$ ,  $p=3$ ,  $\mu=3$  であるので文献5に従えば7次元の状態推定器を必要とするが, 本方法では1次元の状態推定器で  $x_2(t)$  を推定することができる。アリゴリズムに従って状態推定器を導出する。

- 1) 希望の極を  $-5$  とする。
- 2) (47), (62) 式より

$$\begin{bmatrix} \overline{M}_p(s) & \beta_1 \\ \overline{M}_q(s) & \gamma_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s^2(1-s) & \beta_1 \\ s(1+s^2) & \beta_1 \\ 1 & \beta_1 \\ s & \gamma_1 \end{bmatrix} \quad (63)$$

$s=0$  のとき(63)式の階数が1となるようにすると,  $\beta_1^T = [0 \quad 0 \quad 1]$ ,  $\gamma_1 = 0$  となる。

この場合の次元最小基底は

$$\begin{bmatrix} \overline{M}_p(s) \\ \overline{M}_q(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s(1-s) & 0 \\ 1+s^2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (64)$$

- 3)  $\bar{\mu}=2$  より  $\partial_c[\beta_2(s)] = \bar{\mu}-1 = 1$ 。したがって, (50)式に対応する式の根は3個存在する。それらを1)での  $-5$ , および, 仮に  $\lambda_1=0$ ,  $\lambda_2=1$  とする。簡単な計算によって, これらを実現する  $\beta_2(s)$  は  $\beta_2^T(s) = [0 \quad s+5 \quad 0]$  と求められる。
- 4) 直ちに  $\gamma_2(s) = -2s+5$  が求められ, (56)式は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_p(s) \\ \hat{V}_q(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 \\ -13 & 0 & s+5 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ -4 & 0 & -2s+5 \end{bmatrix} \quad (65)$$

5) 状態推定器  $T(s)$  は

$$T(s) = \begin{bmatrix} -2 + \frac{13}{s+5} & -2 + \frac{15}{s+5} & 0 \end{bmatrix} \quad (66)$$

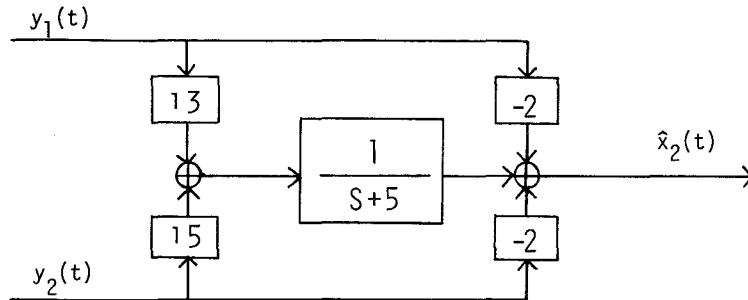


図-2 状態推定器  $T(s)$

### 6. 構成に関する補足

定理4で求められる状態推定器は必ずしも最低次元のものではなく、より低次元のものが存在する場合がある。

$$M_{pl}(s) = L M_p(s) \quad (67)$$

を考える。ここで  $L$  は  $p' \times p$  定数行列で、 $p'$  は  $p > p' > m$  なる適当な整数である。いま  $L$  を適当に選び

$$\text{rank } \Gamma_c[M_{pl}(s)] = m \quad (68)$$

$$\partial_c[M_{pl}(s)] \geq \partial_c[M_q(s)] \quad (69)$$

かつ、

$$\begin{aligned} & (\text{M}_p(s) \text{ の各列の次数の和}) - (\text{M}_{pl}(s) \text{ の各列の} \\ & \text{次数の和}) < p - p' \end{aligned} \quad (70)$$

とできるなら、(67)式を  $M_p(s)$  のかわりに用い前章の結果を適用すれば定理4の場合よりさらに状態推定器の次元を(70)式の(右辺-左辺)次元だけ低下できる。

また、系の出力のみを用いて状態推定器を構成できない場合、系の入力も用いなければならぬが、状態を再現するのに必要とされる入力を見出した後状態推定器を構成するためにここでの結果を適用することができる。

## 7. あ と が き

本論文ではまず第一に未知入力状態推定器の構成問題とモデル適合問題との双対性を利用し状態推定器  $T(s)$  の存在について述べた。また安定な状態推定器とその低次元化について論じた。文献5の方法では  $p-m$  個の列を  $M(s)$  に付加する際、付加列全部を用い任意極配置を得ているが、本論文では列の付加によりできるだけ高次の行列式をもつ最大共通右因子を発生させ次元の低下を図ると共に、付加列の中の1列のみを用い任意極配置を実現した。したがって、極配置のためにそれ以上の列を用いるなら極配置問題に対し提案されたように<sup>10-12)</sup> 極配置以外の特性も同時に考慮する方法の導出が望まれる。

なお、上記の次元低下の操作は見方を変えれば H. H. ローゼンブロックによって導入された出力分離零<sup>13)</sup> を発生させていることにも対応している。

本論文の結果をモデル適合問題に適用し、さらに発展させることが可能である<sup>14)</sup>。

## 参 考 文 献

- 1) Wang, S. -H. and Davison, E. J. : IEEE Trans. Automat. Contr. **AC-23**-3, 481 (1978)
- 2) Bhattacharyya, S. P. : IEEE Trans. Automat. Contr. **AC-23**-3, 483 (1978)
- 3) 高橋, 美多: 第7回制御理論シンポジウム資料 279 (1978)
- 4) Wolovich, W. A. Linear Multivariable Systems (Springer, 1974)
- 5) Wolovich, W. A., et. al. : IEEE Trans. Automat. Contr. **AC-22**-1, 88 (1977)
- 6) Forney, G. D. : SIAM J. Control **13**-3, 493 (1975)
- 7) Kung, S., et. al. : Proc. 4th IFAC International Symp., 97 (1977)
- 8) Sain, M. K. : Proc. 6th IFAC World Congr. Session 9 (1975)
- 9) 古田, 佐野: 基礎システム理論, 132 (コロナ社, 1978)
- 10) 疋田, ほか2名: 計測自動制御学会論文集 **11**-5, 556 (1975)
- 11) 疋田, 池田: 日本機械学会論文集 **43**-370, 2151 (1977)
- 12) 疋田弘光: 計測自動制御学会論文集 **13**-3, 243 (1977)
- 13) Rosenbrock, H. H. : State Space and Multivariable Theory, 64 (Nelson, 1970)
- 14) 疋田弘光: 第8回制御理論シンポジウム資料, 31 (1979)

# 教官学術研究発表集録

(昭和53. 4. 1 ~ 54. 3. 31)

## 金属工学科

桑野 寿郎 大野 和	Mossbauer Effect Study of $Cr_{1-x}Fe_x$ Alloys	メスバウアー効果の 応用国際会議	1978. 8. 29
桑野 寿郎 師岡 保弘	メスバウアー効果による Fe-Cr 合金の Miscibility Gap の研究	日本金属学会秋期大会	1978.10. 3
桑野 寿郎 師岡 保弘	475°Cで二相分離した Fe-20, 35, 55% Cr 合金のメスバウアー効果	同上	同上
桑野 寿郎 師岡 保弘	高炭素鋼の中性子照射効果	日本金属学会材料照射研究会	1978.12. 13
桃野 正也 井川 克也	結晶微細化剤の効果に及ぼす溶湯流動の影響	軽金属	28(1978) 213
井川 克也 日本鑄物協会北海道支部鑄鉄・鑄鋼研究会	鑄鋼用鑄型回収砂の有効利用に関する研究	総合鑄物センター研究調査報告 No. 229	(1978) 5
松下 亨 赤井 俊則	微細 2 相混合組織球状黒鉛鑄鉄の引張特性及び硬さに及ぼすフェライト量の影響	日本鑄物協会講演大会	(1978) 5
松山 亨 細井 克也	温間圧延した球状黒鉛鑄鉄の機械的性質について	同上	同上
田中 雄一 井川 克也	フェライト・パーライト微細混合組織球状黒鉛鑄鉄の破壊じん性	同上	同上
桃野 正也 井川 克也	溶湯流動下におけるアルミニウム合金鑄塊の等軸晶帯の形成と塩化アンモニウム水溶液からの結晶生成の直接観察	軽金属学会講演大会	(1978) 5
山崎 秀広 藤原 幹男 井川 克也	オーステナイト基地球状黒鉛鑄鉄の機械的性質及び耐食性	日本鑄物協会北海道支部大会	(1978) 6
宇佐 美正 井川 克也 芹田 陽	熱処理した白鑄鉄の耐サンドエロージョン性	鑄物	50(1978) 531
桃野 正也 井川 克也	溶湯流動下にむける等軸晶帯の形成	軽金属	28(1978) 499
T. Momono K. Ikawa	The Relationship between the Convective Flow Rate Controlled by Lorentz's Force and the Solidified Structures	Transactions of the Japan Institute of Metals.	19(1978) 537
田中 雄一 井川 克也	球状黒鉛鑄鉄にむけるオーステナイト・フェライト微細混合組織形成過程	日本鑄物協会講演大会	(1978)10

松井	下川	亨	球状黒鉛鑄鉄にむける針状微細2相混合組織の形成について	同上	同上
今井	村川	正人	新しい黒鉛分類についての提案	鑄物	50(1978) 700
桃井	野川	正也	過共晶 Al-Si 合金の組織に及ぼす溶湯流動の影響	軽金属学会講演大会	(1978)11
桃井	野川	正也	アルミニウム合金鑄塊の組織と組成的過冷パラメータの関係	同上	同上
渡井	谷野	慎一郎	Al-Cu 系共晶凝固におよぼす溶湯流動の影響	鉄鋼・金属北海道支部大会	(1978)11
田井	中川	雄一	フェライト・パーライト微細混合組織球状黒鉛鑄鉄の破壊じん性	鑄物	50(1978) 745
井川	川	克也	溶接の話	日本鑄物協会北海道支部会報	No. 57 (1979) 2.22
菅原	原	英夫	インコネル600およびインコロイ800の鋭敏化熱処理による粒界腐食と応力腐食割れ	腐食防食春期大会	78. 5.20
笠上	谷出	昌史	含 Mo フェライトステンレス銅のアノード分拙挙動におよぼす475°C時効の影響	日本金属学春期大会	78. 4. 6
浜上	本出	利一	混酸中における高ニッケル合金の腐食挙動におよぼす応力の影響	腐食防食研究会	78. 1.20
菅原	原	英夫	フェライトステンレス銅の耐食性と構成元素の役割	鉄鋼協会北海道支部研究会	79. 2. 7
菅原	原	英夫	金属の環境による脆化	金属の腐食・防食に関する講習会	79. 2.10
菅原	原	英夫	フェライトステンレス銅の諸特性におよぼす微量不純物の影響(分科会報告)	日本金属学会会報	18(1979) 223
上坂	出藤	英彦	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> -NaCl 溶液中における18-8 銅の応力腐食割れにおよぼす応力の影響	日本金属学会春期大会, 日本金属学会, 日本鉄鋼協会両北海道支部講演会	78. 4. 6 78. 6. 1
坂上	本出	博司	応力腐食割れ条件下の応力総和挙動	日本金属学会春期大会	78. 4. 6
上菅	出原	英彦	ステンレス鋼の応力腐食割れ	金属学会宿題テーマ研究会 "金属の環境割れ"	78. 6. 5
S. Shimodaira M. Takano Y. Takizawa H. Kamide			Mechanisms of Transgranular SCC of Duplex and Ferritic Stainless Steels	SCC and HE of Iron Base Alloys	p. 1003
上菅	出原	英彦	18-8 ステンレス鋼の H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> -NaCl 溶液中における応力腐食割れにおよぼす水素チャージの影響	日本金属学会誌	42(1978) 850

上阿菅	出部原	英彦 信弘 英夫	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> -NaCl 溶液中におけるオーステナイト系ステンレス鋼の応力腐食割れにおよぼす Ni の影響	日本金属学会秋期大会	78.10. 4
上菅	出部原	英彦 英夫	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> -NaCl 溶液中での18-8 ステンレス鋼の応力腐食割れにおける応力の役割	日本金属学会誌	43(1979) 216
三	沢俊平	俊平	原子力発電所における高ニッケル合金の応力腐食割れに関する研究—繰返し荷重下におけるき裂進展	昭和51・52年度科学研究費総合研究(A)研究成果報告書 p. 106-127	1978. 4
三菅原庄	沢原田子	俊英 平夫 正雄	高ニッケル合金の85°C純水中における腐食疲労き裂の進展	日本金属学会春期大会	1978. 4. 5
三菅原	沢原田	俊英 平夫 正	インコネル600の50% NaOH 溶液中の腐食疲労き裂進展の電位依存性	日本金属学会春期大会	1978. 4. 5
三	沢俊平	俊平	ステンレス鋼のSCCき裂における塑性域観察およびき裂内部溶液の物質移動を推定する試み	日本鉄鋼協会・応力腐食割れ部会	1978. 4.21
三	沢俊平	俊平	高ニッケル合金の繰返し荷重下におけるき裂進展	腐食防食協会春期學術講演大会・文部省総合研究Aグループ報告	1978. 5.20
三	沢俊平	俊平	SCCき裂伝播過程における2, 3の問題	日本鉄鋼協会・応力腐食割れ部会	1978. 7.19
三	沢俊平	俊平	304鋼および高ニッケル合金の応力腐食割れと腐食疲労	日本材料学会・腐食防食部門委員会・研究集会	1978. 7.20
三	沢俊平	俊平	鉄さびと状態分析—鉄さびの生成機構	日本材料学会・腐食防食部門委員会	1978. 7.21
三菅原菅	沢原英夫	俊平 正夫	インコネル600およびインコロイ800の純水および50% NaOH 溶液中の疲労き裂伝播とフラクトグラフィ	日本金属学会北海道支部秋季大会	1978. 11. 9
三能矢菅	沢町島原	俊平 暁聖 使夫	LaNi <sub>5</sub> の水素化特性におよぼす Fe および Cr 置換の影響	日本金属学会誌, 43巻 (1979), 104.	1979. 2
三菅原庄	沢原田子	俊英 平夫 正雄	インコネル600およびインコロイ800の85°C純水中における腐食疲労き裂伝播	日本金属学会誌, 43巻 (1979), 249.	1979. 3
片徳	山田昌	博則	各種合成クロマイトの炭素還元挙動	鉄と鋼	Vol. 65 (1979) No. 3, p. 331
片徳	山田昌	博則	ピクロクロマイトの炭素還元におけるクロムのオキシカーバイドの生成	日本金属学会53年春期大会	1978. 4. 6
片徳	山田昌	博則	炭材内装クロム鉱石ベレッドの還元	日本鉄鋼協会	1978. 10. 5

電 気 系 (電気工学科, 電子工学科, 二部電気工学科,  
附属情報処理教育センター)

伊 達 隆 三	誘導電動機の変周波数速度制御における等価回路及び諸特性について	昭和53年電気四学会 北海道支部連合大会講演論文集	53.10. 8
T. Zusho Y. Tanaka A. Sumiya R. Date	Outline of Electrical Engineering and its Applications for Automobiles and Industries	The Hokkaido Institute of Technology	53. 4
KITAMURA SUGIOKA	Application of Computer Graphics in Instructional Process	Proceedings of CONVENTION INFORMATIQUE 1978	Sept. 20 1978
杉 岡 一 郎 遠 藤 弘 之 北 村 正 一	文字ディスプレイによる回路図の入力	電気四学会 北海道 支部連合大会講演論 文集	昭和53年 10月 8日
南 條 淳 二 茂 木 健 二 野 村 滋 一 原 進 一	Si 陽極酸化膜の界面準位密度に及ぼす電解液中 の水の効果	電子通信学会技術研 究報告 Vol. 78, No. 74 CPM78-19, 49, (1978)	1978. 6
橋 本 幸 男 山 田 淳 二 南 條 滋 一 野 村 進 一	黄鉄鉱単結晶の半導体的性質	同上 CPM78-20, 53, (1978)	同上
野 村 滋 一 西南 誠 淳 進 一 原 進 一	温度差法による Inp 単結晶成長	同上 CPM78-21, 59, (1978)	同上
野 村 淳 二 南山 進 一 森 田 孝 夫	効率の高い薄膜ヘテロ接合構造太陽電池の研究	岩谷直治記念財団 研究報告書, 昭和 53年度 Vol. 1, 75-0211 55, (1978)	1978. 6
小 山 聡 二 南 條 滋 一 野 村 進 一 原 進 一 梶 原 一 則	Plasma Etching における Loading Effect	昭和53年度, 電気四 学会北海道支部連合 大会講演論文集142 (1978)	1978.10
齊 藤 雅 之 相 原 修 二 高 橋 芳 光 南 野 淳 二 原 村 滋 一 原 進 一	TiO 膜による水の光増感酸化による水素発生 (II)	同上 148, (1978)	同上
野 村 滋 一	走査形電子顕微鏡を用いた電子ビーム励起電流に よる半導体デバイスの解析	同上 149, (1978)	同上

高橋芳光 齊藤雅之 南條淳 野村進 原進	不純物ドーブ薄膜半導体電極の光化学効果による 水素発生	電気化学協会 北海 道支部第5回研究発 表会講演要旨集12 (1979)	1979. 1
南野 原	シリコン陽極酸化における溶液中の水の効果	電気化学および工業 物理化学 第47巻第1号48 (1979)	1979. 1
S. Yamada J. Nanjo S. Nomura S. Hara	Morphology of Iron Pyrite Crystals	Jour. of Crystal Growth Vol. 46, No. 1 10 (1979)	1979. 1
上田勇治	Ni 単結晶電着膜の磁性に及ぼす pH の影響	電気化学協会 (第45回)	1978. 4
上田高橋 勇治 実	電着 Fe-Ni 合金のインバー磁性	日本物理学会 (第34回)	1979. 3

化学系 (工業化学科, 化学工学科, 一般教養化学)

石田良一 榎本康毅	海藻成分の研究, Corallina pilulifera の新しい高 度不飽和脂肪酸	日本化学会北海道支 部夏季研究発表会	1978. 7.24
富士川計吉 佐藤真理 嶋津克明 喜多英明	白金電極におけるオレフィン還元反応機構 —低級モノオレフィン・重過塩素酸・重水系—	電気化学協会 第45回大会	53. 4. 6
富士川計吉 鈴木木祐 阿部邦雄	白金電極によるアリルアルコール電解還元	電気化学協会 道支 部第5回研究発表会	54. 1. 19
富士川計吉 成川仁 田畠耕児	白金電極のエチレンおよびアリルアルコール還元 活性と水素吸着状態	電気化学協会 道支 部第5回研究発表会	54. 1. 19
H. Kita K. Fujikawa N. Kubota K. Shimazu	Deuteration of Ethylene, Propylene and Butenes on Pt Electrodes in Deuterated Acids—D <sub>2</sub> O Solution	Chemistry Letters	1979
下田信男 田中裕敏	遺跡から出土した骨のマンガン含量と年代との関 係	日本化学会中国四国 九州支部合同大会	53. 11. 3
下田信男 田中裕敏 石丸幸造	ペグマタイト周縁の花こう岩の微量成分とその形 態との関連	日本化学会中国四国 九州支部合同大会	53. 11. 3
葛蒲明己 加納久雄	銀触媒によるエチレンの酸化 (総説)	触媒, 20巻, 381 (1978)	
葛蒲明己 大浦淳 加納久雄	銀触媒に対する助触媒効果 (5) —各種塩類添加 による吸着酸素量の変化	日本化学会 道支 部大会	53. 7. 24
小松藤男 古館寛	有珠火山灰の複合材料利用のための粘弾性挙動	日本化学会, 日本分 析化学会各北海道支 部 窯業協会東北北 海道支部 (北大・工学部)	昭和53年 7月24日



小松藤男 八幡寿雄 山岡賢一	エチレンオキサイド (EOG) 滅菌における高合 子物質への残留についての研究	高分子協会 北海道 支部 (北大・理学部 高分子学科)	昭和54年 2月30日
小松藤男	職業病防止対策講演会 「有害化学物質と身体に及ぼす影響」	北海道胆振支庁 (室蘭市建設会館)	昭和54年 2月2日
室住正世 中村精次 五十嵐龍志	タリウムの同位体希釈表面電離質量分析法	日本化学会誌	1978, No. 11, p. 1515 -1520
山崎一雄 室住正世 中村精次 日向浅誠 湯浅光	日本産方鉛鉱および考古遺物中の鉛同位体比	日本化学会誌	1978, No. 8, p. 1112 -1117
山崎一雄 室住正世	鉛同位体比測定による日本出土青銅器の研究	化学教育	1978, 第 26巻4号 p. 279~ 283
室住正世 水戸部博 中村精次 坪田博	海水中バリウムの同位体希釈質量分析法	分析化学	1978, 27 巻4号 p. 218~ 223
室住正世 中村精次 五十嵐龍志 坪田博	海水中の銅, カドミウム, 鉛の同位体希釈表面電 離質量分析法	日本化学会誌	1978, No. 4, p. 565~ 570
M. Murozumi S. Nakamura Y. Yoshida	Glaciological Studies in Mizuho Plateau, East Antarctica	Memoirs of Natl. Inst. of Polar Research.	1978, No. 7 p. 255~ 263
室住正世	同位体希釈マススペクトロメトリー	同位体と化学 (広川書店, 齊藤信 房監修)	1978年
室住正世 山崎一雄	鉛同位体比測定による考古遺物の産地の研究	文部省科学研究費, 特定研究「古文化財」 昭和53年度年次報告 書	1978. 3 p. 251~ 268
高橋洋志 老田克幸 柳井幸弘	「煙突から排出された粉塵の沈着距離」	化学工学論文集	1978 Vol. 4 No. 5
遠藤直利 渡辺治夫 小幡英二	多成分粒子群流動による粒径分布の推定	化学工学協会 群馬大会	S53. 7. 13
小幡英二 渡辺治夫	回分沈降曲線によるシックナー操作状態の把握法	化学工学協会 群馬大会	S53. 7. 13
小幡英二 渡辺治夫	回分沈降曲線による連続シックナーの定常操作の 解析	化学工学論文集	第4巻第 4号 pp. 400 ~405
小幡英二 渡辺治夫	垂直および傾斜固体流束曲線による傾斜シック ナー操作の解析に関する実験的検討	化学工学論文集	第5巻第 2号 pp. 173 ~178

渡 辺 治 夫	継続学習の数学モデル	工業教育	第26巻第 1号 S 53. 6
沢 田 俊 一 島 田 浩 次 原 弘 弘 佐 藤 春 三 城 本 義 光	石炭流動ガス化におけるクリンカー生成防止	日化北海道支部1978 年夏季研究発表会	

## 開発工学科

ISOBE. T HIGUCHI. K YAMAZAKI. T SATO. T	Evaluation by computer simulation about gas permeability of coal seam using samples permeabilities.	Proceedings of the conference ISORM	1978. 9
磯 部 俊 郎 富 長 勇 作 佐 藤 千 城 石 島 洋 二	グラフ理論を応用した坑道網の評価 (第1報)	日本鉱業会誌 94巻1089号	昭53.11
佐 藤 干 城 大 矢 裕 勉 松 本 裕 之	登別溶結凝灰岩の圧縮強度に対する間隙水圧の影響	開発技報21号	1979. 3
木 下 重 教 石 島 洋 二 後 中 龍 彦	石狩炭田における主要夾炭層岩石の強度試験結果 について (第1報) —幌内層, 幾春別層, 幌加別 層炭石の強度特性—	北海道大学工学部研 究報告	53.11
木 下 重 教 石 島 洋 二 後 中 龍 彦	石狩炭田における主要夾炭層岩石の強度試験結果 について (第2報) —登川夾炭層, 夕張夾炭層, 美唄夾炭層岩石の強度特性—	北海道大学工学部研 究報告	53.11
木 下 重 教 石 島 洋 二 後 中 龍 彦	幌加別頁岩の1, 2の特性	日本鉱業会北海道支 部春季大会	53. 6
後 藤 龍 彦 他 3名	孔内点載荷試験器の試作について	日本鉱業会北海道支 部 室工大開発技術 研究会共催研究発表 会	53. 9
後 藤 龍 彦 他 3名	孔内載荷試験器の理論	日本鉱業会北海道支 部秋季大会	53.10
前 野 良 久 香 川 義 郎	ビットの静的貫入試験—岩石の衝撃さく孔に関す る研究 (1) —	開発技報第20号	1978年 3月
前 野 良 久 香 川 義 郎	衝撃さく孔における最適有効刀先回転角について —岩石モデルの衝撃破砕に関する研究 (3) —	開発技報第20号	1978年 3月
前 野 良 久 香 川 義 郎	ビットの静的貫入試験 (1)	日本鉱業会北海道支 部春季講演会	1978年 6月22日
前 野 良 久 香 川 義 郎	空気さく岩機のシリンダ内気圧の研究	日本鉱業会北海道支 部春季講演会	1978年 6月22日

前香	野川 良久 義久郎	さく岩機ビットによる岩石破壊の研究	日本鉱業会北海道支部春季講演会	1978年 6月22日
前香	野川 良久 義久郎	ビットの静的貫入試験(2)	日本鉱業会北海道支部秋季講演会	1978年 11月16日
徳田	昭八郎	シングル・トグル・ジョウ・クラッシュヤの動歯板の運動と破碎機構	日本鉱業会誌	1979年 1月
門脇 吉徳	脇田 良一 田 豊 徳田 昭八郎	振子式衝撃試験機における破碎エネルギーについて	日本鉱業会北海道支部春季講演会講演要旨集	53年6月 22日
沢朝高	田義男 日橋秀定 橋保巳	標準圧密試験による透水係数の算定に関する実験的一考察	日本鉱業会 北海道支部春季講演会	53. 6
沢朝高	田義男 日橋秀保 橋保巳	標準圧密試験による透水係数の算定に関する実験的一考察	開発技報21号	54. 3
堀津	多三郎	位相差電気探鉱法の一考察	日本鉱業会春季大会	53. 4. 5
堀津	多三郎 他1名	岩石の誘電率の算出について —岩石の誘電的性質に関する研究(第2報)	日本鉱業会 94, 1083号	53. 5
遠堀山	藤 敬 津 多三郎 山 久之助	拘束一軸圧縮下における粘土の電気的特性について	物理探鉱 秋季大会	53.11.15
堀遠	津藤 多三郎 敬	泥水の電気比抵抗について	開発技報21号	54. 3

### 土木工学科

S. G. Nomachi K. G. Matsuoka	On a Stress Analysis of Semi-infinite Elastic Medium with a Cylindrical Hole Pressed by a Partially Distributed Load	THEORETICAL AND APPLIED MECHANICS, vol. 26	1ay, 1978
K. Matsuoka S. Nomachi	Propagation of Flexural Stress Waves of a Cylinder Embedded in an Elastic Medium	Traneactinne of JSCE, vol. 9	Feb, 1979
松岡健一 能町純雄	弾性定数の異なる二相同心円柱を伝わる弾性波の速度について	土木学会 北海道支部論文報告集, 第35号	54. 2
松岡健一 能町純雄	液体で満された厚田円筒の波動伝播モードについて	土木学会 第33回年次学術講演会講演概要集第1部	53. 9
松岡健一 能町純雄	弾性定数の異なる二相同心円柱の波動特性について	第28回応用力学連合講演会講演論文抄録集	53.11
杉本博之	幾何計画法による SUMT について	土木学会第33回年次学術講演会講演概要集	1978. 9
杉本博之	Basic Research on an Application of Geometric Programming to SUMT	室蘭工業大学研究報告第9巻第3号	1978.11

杉本博之	鋼橋原価を目的関数とする鋼トラス橋の最適設計について	土木学会北海道支部論文報告集 第35号	1979. 2
F. Kono	Road Construction on Peaty Ground in Hokkaido	Report of the Civil Engineering Research Institute. No. 70	October, 1978
F. Kondo d thers	Bibi Test Road on Frost Action Influencing Asphaltic Pavements.	Report of the Civil Engineering Research Institute. No. 70	3ctober, 1978
F. Kondo d thers	Pavement Design in Cold Areas.	Report of the Civil Engineering Research Institute. No. 70	October, 1978
河野文弘 藤間 聡	1978年10月24日有珠山泥流災害調査—9月降灰火山灰層と泥流土質の特性調査—	昭和53年度文部省科学研究費 自然災害特別研究	昭和54年3月
近藤 俊郎 佐藤 隆一	波浪変形問題における透水壁の質量係数について	土木学会年次学術講演会講演概要集	53年9月
近藤 俊郎	海跡湖湖口の水理—沿岸海洋シンポジウム—	日本海洋学会秋季大会講演要旨集	53年10月
近藤 俊郎	北海道における海洋エネルギー開発の展望	第1回総合エネルギー大学	53年11月2日
Kondo, Hideo	Design procedure of artificial Channels for tidal entrances	Coastal Engineering in Japan, Vol. 21	Dec. 1978
近藤 俊郎 佐藤 隆一	波力測定による多孔壁の抗力係数および質量係数の推定	土木学会北海道支部論文報告集, 35号	54年2月
近藤 俊郎	感潮狭口水路の水理設計	海と港, No. 2	54年3月
Kondo, Hideo	Analysis of breakwaters having two porous walls	Coastal Structures 79, proc. of Specialty Conf., ASCE	Mar. 1974
藤間 聡 寺島 俊夫	多孔質内の塩水拡散について	土木学会第33回年次学術講演会概要集	1978. 9
藤間 聡	有限要素法による地下塩水拡散解析	土木学会北海道支部論文報告集第35号	1979. 2
河野文弘 藤間 聡	1978年10月24日有珠山泥流災害調査—9月降灰火山灰層と泥流土質の特性調査—	自然災害特別研究 (1)302044	
近藤 俊郎 谷野 賢二	イタンキ海岸の海浜変形過程	第25回海岸工学講演会論文集	53年11月
近藤 俊郎 谷野 賢二 美田 裕満 山田 満	防波施設に組み込む固定式波力発電装置の研究—空気圧利用の場合—	土木学会北海道支部論文報告集, 第35号	54年2月
近藤 俊郎 谷野 賢二	イタンキ浜の海浜流について	室蘭工業大学土木工学科河海工学研究室報告	54年3月

新田登 笠原篤 菅原照雄	アスファルト混合物の力学的性質に対する空隙率の影響について(第1報)	土木学会第33回年次 学術講演会講演概要 集第5部	1978.10
齊藤和夫 加藤来照俊	冬期積雪時の交通安全問題に関する2, 3の分析	交通工学, Vol. 13 No. 3	53. 5

### 概要

北海道などでは近年除雪対策が急速に進んだことから、冬期間の自動車交通が増大し、これに伴って降雪、積雪、雪氷路面などの条件下での視界不良、すべり等に起因する交通事故が増大してきており、その防止対策が道路行政上の重要な課題となっている。

本論は、このような背景のもとで、北海道の冬期積雪時における道路、交通環境と交通事故の関係について、一般道路と高速道路のデータを用いて分析することにより上記要因の影響等を明らかにするとともに、冬期間における運転者の安全意識についてアンケート調査による分析を行ない、それらの結果をふまえて積雪寒冷地における冬期道路の安全対策と今後の研究課題について考察したものである。

齊藤和夫 加藤来照俊	事故危険度の推移に関するマクロ的分析	土木学会北海道支部 論文集第35号	54. 2
齊藤和夫 石井憲一	交通事故発生に及ぼす環境要因評価について一天候と明暗の影響一	同上	同上
齊藤和夫	過疎型社会における交通機関の利用実態と生活意識に関する研究	文部省科学研究費総合研究(A)報告書	54. 3

### 建築工学科

荒川卓 角田憲政 末永政悦	動的繰返し水平力を受ける既存RC柱の補強対策に関する実験的研究(その1:溶接帯板の厚・幅・間隔の影響)	日本建築学会大会学 術講演梗概集(北海道)	昭53. 9
荒川卓 角田憲政 金沢樹 上柿信 利波部 渡部秀一	動的水平力を受ける既存RC柱の溶接帯板による補強効果	日本建築学会北海道 支部研究報告集 No. 50	昭54. 3
荒川卓 角田憲政 高村弘	鉄筋コンクリート柱の耐力・変形性能に及ぼす荷重履歴の影響	日本建築学会北海道 支部研究報告集 No. 50	昭54. 3
荒川卓 (分担)	コンクリート構造物の補修ハンドブック	技報堂出版	昭53.11. 10
後藤以 金野時 松原浩 相原秀幸	普通細骨材の混合実績率の推算に関する実験的研究	日本建築学会大会学 術講演梗概集(北海道)	53年9月
後藤以 松原浩 相原秀幸	骨材粒子表面を被覆するペースト厚さによるコンクリートのスランプの表示	同上	同上
後藤知以	コンクリート骨材粒度の統計的記述	日本建築学会論文報 告集第274号	53年12月

後相田	藤原中	知秀哲	以幸也	スランプ計算式を応用したコンクリートの調合設計	日本建築学会北海道支部研究報告集 No. 50	54年3月
後相田	藤原中子	知秀哲	以幸也 義夫	単粒度骨材による粒子特性の測定 (その1. 形状指標)	同上	同上
後相田	藤原中子	知秀哲	以幸也 義夫	単粒度骨材による粒子特性の測定 (その2. 軟度実験)	同上	同上
眞加	嶋藤	二郎	玲	札幌市における住宅地型と住宅事情の地区的特性 (都市の住宅事情の地域構造に関する実態分析研究), (その1) 住宅地形成と住宅地型・1975	日本建築学会大会学術講演梗概集	昭53. 9
眞加	嶋藤	二郎	玲	同上 (その2) 住宅地型別にみた住宅事情の地区的特性	同上	同上
眞	嶋	二郎		住宅事情の「地方性」に関する都市類型, (その1) 都市化の観点よりみた都市類型の設定	日本建築学会論文報告集第273号	昭53. 11
眞	嶋	二郎		同上 (その2) 都市類型における住宅需給基盤要因の特徴	日本建築学会論文報告集第274号	昭53. 12
眞	嶋	二郎		同上 (その3) 都市類型における住宅需給関係と居住水準の特徴	日本建築学会論文報告集第275号	昭54. 1
眞今町久保	嶋本田光	二俊昭	一郎	北海道内市町村の住宅事情の地区的特性に関する分析的研究 (その1) 住宅事情の地域分布と類型の検討	日本建築学会道支部研究報告集 No. 50	昭54. 3
小大	幡野	和	守男	有限要素法による正方形フーチングの鉛直荷重時応力解析-I	日本建築学会論文報告集 No. 267	1978. 5
小大	幡野	和	守男	有限要素法による正方形フーチングの鉛直荷重時応力解析-II	日本建築学会論文報告集 No. 268	1978. 6
小大	幡野	和	守男	有限要素法による正方形フーチングの鉛直荷重時応力解析-III	日本建築学会論文報告集 No. 269	1978. 7
松小	川幡	文	博守	有限要素法による長方形独立フーチングの鉛直荷重時応力解析について-II	日本建築学会大会学術講演梗概集	1978. 9
小松小	幡川	文	守博 繁紀	有限要素法による長方形独立フーチングの鉛直荷重時応力解析について-III	同上	同上
大小小坪	築幡川崎	和	夫守 繁紀 幸	杭支持独立フーチングの鉛直荷重時応力について-I —鉛直荷重を受ける杭支持独立フーチングの実験—	同上	同上
小小大	川幡築	繁	紀守 夫	杭支持独立フーチングの鉛直荷重時応力について-II —有限要素法による杭支持独立フーチングの解析—	同上	同上

伊藤小	藤築幡	茂和	徳夫守	円筒型シェルの模型実験及び有限要素法による解析について	同上	同上
小真	幡柄	祥	守吾	有限要素法による溶接応力の解析-I	第1回電子計算機利用シンポジウム	1979. 3
伊小大	藤築幡	茂和	徳夫守	有限要素法による薄肉円筒シェルの解析	日本建築学会北海道支部研究報告集 No. 50	1979. 3
阿小大坪	部幡築崎	宏和裕	侑守夫幸	鉄筋コンクリートラーメンの温度応力計算用の有効温度について-II	同上	同上
小統真	幡木柄	利祥	守道吾	有限要素法による溶接時熱応力の解析-IV	同上	同上
小大小藤細	幡築川間矢	和繁	守夫紀仁博	くい支持独立フーチングの応力について-I (4本くい支持独立フーチングの破壊実験-その1)	同上	同上
小大小藤細	幡築川間矢	和繁	守夫紀仁博	くい支持独立フーチングの応力について-II (4本くい支持独立フーチングの破壊実験-その2)	同上	同上
小大小藤細	幡築川間矢	和繁	守夫紀仁博	くい支持独立フーチングの応力について-III (実験値と既往の終局強度式との比較)	同上	同上
小大坪小	幡築崎川	和裕安	守夫幸良	無筋コンクリート柱の収縮実験及び有限要素法による解析について	同上	同上
佐泉	藤	哲清	身人	繰返し衝撃音のやかましさに関する実験(1) -騒音のやかましさに関する研究(VII)-	日本建築学会大会学術講演梗概集	昭53年 9月
泉		清	人	規則的断続音のやかましさと驚がく効果 -騒音の不快感の評価に関する研究・I-	日本建築学会論文報告集	昭53年 12月
泉佐	藤	哲清	身人	騒音の心理的属性に関する因子分析(1) -騒音のやかましさに関する研究(17)-	日本建築学会北海道支部研究報告集	昭54年 3月
佐泉	藤	哲清	身人	繰返し衝撃音のやかましさに関する実験(2) -騒音のやかましさに関する研究(18)-	同上	同上
佐泉	藤	哲清	身人	繰返し衝撃音のやかましさに関する実験(3) -騒音のやかましさに関する研究(19)-	同上	同上
窪	田	英樹		冷房時の室内気流分布の一評価法	日本建築学会 秋季大会学術講演梗概集	昭53年 9月
窪原丸三	田子藤井	英博	樹光睦健	「気流感」に関する研究(その6)	同上	同上

窪原丸	田子藤	英博	樹光陸	「気流感」に関する研究（その7）	同上	同上
窪丸所石	田藤塚	英直	樹陸豊人	気流刺激の閾値に関する研究（2）	空気調和・衛生学会 道支部第13回学術講演論文集	昭54年 3月
窪丸中	田藤山	英	樹陸潤	気流による前額皮温の変動	同上	同上
窪丸高	田藤野	英淑	樹陸人	特性の異なる気流間の等価刺激値	同上	同上
窪丸宇都宮	田藤宮	英恵	樹陸介	清涼感を重視した環境設計への研究	同上	同上
窪丸永	田藤山	英	樹陸実	S D法による気流感の因子分析（2）	同上	同上

### 機 械 系（機械工学科，産業機械工学科，第二部機械工学科）

山奥	岸田	英教	明海	円管内を輸送される粗い球群の浮遊について	日本機械学会第55期 通常総会講演論文集 No. 780-7	昭53. 4. 3.
奥	田	教	海	風力エネルギーの利用—風車発電—	流体工学 第14巻，第7号	昭53. 7
奥山織松	田岸	教英	海明 太郎	小型風車に関する実験的研究，第1報	日本機械学会第56期 全国大会講演論文集 No. 780-15	昭53.10. 11.
奥山	田岸	教英	海明	小型風車に関する実験的研究，第2報	日本機械学会北海道 支部第21回講演論文集 No. 782-2	昭53.10. 15
奥	田	教	海	北海道における風力エネルギーの利用	総合エネルギー問題 道民会議，総合エネ ルギー大学，自然エ ネルギー講座	昭53.11. 2
奥	田	教	海	円管内における粒体の水力輸送のモデル化実験， 第3報	第28回応用力学連合 講演会，講演論文抄 録集	昭53.11. 14
杉児荒西	山玉谷岡	利博純	弘幸史二	断面収縮型衝撃波管の空力特性に関する研究（隔 膜位置および収縮部形状が性能に及ぼす影響）	日本機械学会第901 回講演会，流体工 学・流体機械講演論 文集 No. 780-11	53. 8.31
荒杉西	谷山岡	博純	史弘二	断面収縮型衝撃波管の空力特性に関する研究（収 縮部形状が衝撃波形成に及ぼす影響）	日本機械学会 北海 道支部第21回講演 論文集 No. 782-2	53.10.15



伊藤	藤山	亮司	弘	直管内の超音速流に関する実験	同上	同上
媚水	山野	政忠	良治	過給ボイラの熱伝達に関する研究 (第1報, 低負荷燃焼下における過給圧による熱伝達特性の変化について)	第15回日本伝熱シンポジウム講演論文集	1978. 6
水媚吉	野山	忠政	治良豊清	圧縮式冷凍機によるガスタービンの吸気冷却 (第2報, サイクルの最適点および組合せによる効果の検討)	日本機械学会講演論文集 No. 780-16	1978.10
水媚吉	野山	忠政	治良豊清	圧縮式冷凍機によるガスタービンの吸気冷却 (第3報, 部分負荷特性の検討)	日本機械学会講演論文集 No. 780-16	1978.10
媚水	山野	政忠	良治悟明	過給ボイラの熱伝達に関する研究 (第2報, 旋回角による熱伝達特性の変化について)	日本機械学会講演論文集 No. 782-2	1978.10
媚山	山政	良		低温および低温度差における放射-対流共存熱伝達の解析	日本機械学会講演論文集 No. 782-2	1978.10
媚山	山政	良		放射熱伝達の解析 (第1報, 内部発熱, 対流熱伝達と共存する場合の解析)	室蘭工業大学研究報告(理工編)第9巻第3号	53.11
媚山谷	山口藤	政博	良武	放射と対流の共存する場合の熱伝達の解析 (第1報, 平行, 等温2平面間における二次元放射の効果)	日本機械学会論文集, 第385号	53. 9
川奥媚水	辺山	秀政	明悟良治	過給ボイラの熱伝達に関する実験的研究	日本機械学会北海道学生会第8回学生員卒業研究発表講演会講演前刷集	79. 3
池媚水	田山	尚政	志良治清	熱交換器の流路閉塞緊急時における圧力, 温度および変位の過渡特性に関する基礎研究	日本機械学会北海道学生会第8回学生員卒業研究発表講演会講演前刷集	79. 3
林石澤	田	重寿則	信夫弘	2サイクル機関の燃料供給状態に及ぼす運転条件の影響	日本機械学会講演論文集 No. 782-2	53.10.15
N. Sawa	S. Hayashi			Peak value of Delivery Ratio in Two-Stroke Motorcycle Engine	SAE Int. Congress	1979. 2.27
岸浪	紘	機		垂直円管外表面への水の凍結現象 (第2報) —非凍結温度水中における先端部二次元凍結について—	冷凍-第53巻・第610号	昭和53年8月
岸浪	紘	機		垂直等温加熱壁に続く非加熱壁上の自然対流 (第4報) —非加熱壁上の輻射放熱を考慮した場合—	日本機械学会北海道支部No. 782-2 第21回講演論文集	昭和53年10月15日
岸浪	紘	機		寒地住宅を熱伝工学から考察する 「太陽エネルギーの有効利用と住宅断熱の改善への試み」	グラフ「住宅」	昭和53年11月20日

岸浪輻機 齊藤倉郁夫 戸本和夫 村	微粒子粉末の移動軌跡による低速度場（空気流）域の写真測定法	日本伝熱研究会「北海道研究グループ研究会」および「伝熱研究」第68号	昭和53年 12月9日
鈴木龍幸 齊藤倉郁夫 岸本和夫 戸村	水平円管群の垂直配列における着霜と熱的干渉について	日本機械学会北海道支部 No. 782-2 第21回講演論文集	昭和53年 10月15日
貞広勝 花岡原厚 前志	自由表面を持つ定常排水うずの速度分布に関する考察 その2	日本機械学会北海道支部第21回講演会論文 No. 782-2	昭53.10
花岡裕	熱エネルギーの有効性について	建築設備と配管工事 Vol. 17, No. 2	昭54. 2
菊地干之 田中雄一	フェライト・パーライト微細混合組織球状黒鉛鑄鉄の被削性について	日本機械学会北海道支部第21回講演会講演論文 No. 782-1	53年10月 5日
疋田弘光	モデル適合における動的補償器の低次元化	第11回計測・制御に関する北海道研究会	昭和53年 12月1日
疋田弘光	入力が未知な系に対するオブザーバの構成	計測自動制御学会 Dynamical System Theory シンポジウム	昭和53年 12月9日
Tomljl Watabe	Successible applications of Hydro-Static Transmission in Rotary Digging Type Machine	Hydraulics & Pneumatics Prize Paper Contest U.S.A.	June 1, 1978
<p>最近は油圧駆動を採用する機械が増加している。本論文は、回転形掘削機を油圧駆動した場合、負荷変動によるトラブルを防ぐだけでなく、掘削能率の改善や定量搬出などのニーズに応えるため、適切な自動制御の導入によりこの目的を達した数例について、アルゴリズムに記述したものである。従来の電動や流体駆動に比較し、マシンの性能・製造コストにどう影響するかなども検討している。</p> <p>（本論文は1978年度 Honorable Mention Prize を受賞）</p>			
村山正 塚原実 宮本登 森島泰	ディーゼル機関における NOx 低減に関する研究—エマルジョン燃料の使用による NOx の低減—	自動車技術会論文集 No. 16	1978.11
T. Murayama M. Tsukahara Y. Morishima N. Miyamoto	Experimental Reduction of NOx, Smoke, and BSFC in a Diesel Engine Using Uniquely Produced Water (0-80%) to Fuel Emulsion. Abstract	Automotive Engineering Vol. 86, No. 6	1978. 6
T. Murayama M. Tsukahara Y. Morishima N. Miyamoto	Experimetal Reduction of NOx, Smoke, and BSFC in a Diesel Engine Using Uniquely Produced Water to Fuel Emulsion (a Continuation)	Symposium on Emulsified Fuels in Combustion U. S. Department of Transportation, Cambridge, MA.	1978. 9

村山正 塚原実 宮本登 吉本康 文	エマルジョン燃料の使用によるディーゼル機関の NOx 低減に関する研究 (燃焼室形状の影響)	日本機械学会北海道 支部第21回講演会講 演論文集 No. 782- 2	1978.10
塚原実 村山正	エマルジョン燃料の使用によるディーゼル機関の 燃焼について	日本伝熱研究会北海 道研究グループ研究 会及び伝熱研究 (概 要) Vol. 18, No. 68	1978.12 1979. 1
村山正 塚原実	予燃焼室式ディーゼル機関における軽質燃料の使 用による NOx 低減に関する研究	内燃機関 Vol. 17, No. 218	1978.12
小林雅 田頭孝 晴介	けい素鉄の切削加工層の再結晶組織	精機学会秋期大会	53.10. 4
田頭孝 増田正 菊地千 之親	歪焼鈍過程における Al の結晶成長挙動	日本金属学会 秋期大会	53.10. 5
K. Tagashira M. Kobayashi H. Nakae K. Hoshi	The Cutting Surface Texture of Fe Alloy Single Crystals and Polycrystals	Trans JIM 19(1978), 617.	October, 1978
田頭孝 介	切削加工における加工変形領域	機械と工具 22巻第12号 (1978) p. 51	53.12.
菊地千 田頭孝 相沢謙 清	アルミニウム合金の過切削現象について	精機学会春期大会	54. 3.30
吉田豊 西辻昭	レーザによる炭じんの定量に関する基礎的研究 (第3報)	日本鋳業会春季全国 大会講演要旨集 3314, p. 351	51. 4
田中稔	ボルト結合体接合面の圧力分布について	日本機械学会 北海 道支部第21回講演会	1978.10. 15
田中稔	ボルト結合体接触面の接触圧力分布の研究 (第2報)ーガスケットを用いた場合ー	精機学会昭和54年度 春季大会講演会	1979. 3. 30

## CONTENTS

### Science and Engineering

Vol. 10, No. 1

JAN., 1980

Whole No. 29

Super-objectivist Conception and the Rudiments of Mathematics .....	Yoshio Kinokuniya	1 ( 1 )	1
Invariant Extensions for Linear Functionals and Supplement to the Paper "Totally Ordered Linear Space Structures and Extension Theorems" .....	Kazuo Iwata	1 ( 11 )	11
Carbon Solubilities in Mn, Mn-Fe, Mn-Si and Mn-Fe-Si Alloy Solutions .....	Akishiko Tanaka	1 ( 19 )	19
PULSED OXIDATION REACTION OF CO OVER WO <sub>3</sub> CATALYST			
..... Noriaki Kaneki, Tatsuo Unno, Hiroshi Hara, Koozi Shimada and Yoshiteru Jomoto		1 ( 33 )	33
Mineral Composition of Clay from the Minami-Shiraoi mine, Southwestern Hokkaido .....	Hiroshi Shirahata, Itsuma Sekiguchi and Yoshiaki Yamaguchi	1 ( 41 )	41
An Experimental Consideration on the Coefficient of Consolidation .....	Yoshio Sawada and Hideyasu Asahi	1 ( 53 )	53
The Application of Galerkin Finite Element Model to Salt Water Dispersion in Porous Media .....	Satoshi Tohma	1 ( 61 )	61
A Pilot Study on the Perceived Noisiness of Impulsive Noise .....	Tetsumi Sato	1 ( 71 )	71
A study on the Manitold Brake in a Four-Stroke Cycle Gasoline Engine .....	Shigenobu Hayashi and Norihiro Sawa	1 ( 101 )	101
Analysis of Radiative Heat Transfer (2nd Report, Combined heat transfer with radiation and convection in the vicinity of atmospheric temperature) .....	Masayoshi Kobiyama	1 ( 111 )	111
Study of Steady Draining Vortex with Free Surface ( I ) — On flow velocities and their circulation profiles — .....	Masaru Sadahiro and Yutaka Hanaoka	1 ( 121 )	121
Observers for Linear Systems with Unmeasurable Inputs ...	Hiromitsu Hikita	1 ( 137 )	137

昭和55年1月26日 印刷 (非売品)  
昭和55年1月31日 発行

編集兼 室蘭工業大学  
発行者

印刷所 協業 高速印刷センター  
組合

営業所／札幌市中央区北4条西3丁目  
北洋相銀ビル6F  
TEL 271-5101 (代)

工場／札幌市西区手稲稲穂472  
TEL 682-1325



