



## 自由表面をもつ定常排水うずの研究(2) : フローパターンについて

メタデータ	言語: jpn 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2014-07-29 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 貞広, 勝, 花岡, 裕 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10258/3720">http://hdl.handle.net/10258/3720</a>

# 自由表面をもつ定常排水うずの研究 (II)

— フローパターンについて —

貞 広      勝・花 岡      裕

## Study on Steady Draining Vortex with Free Surface (II)

— On Flow Patterns —

Masaru Sadahiro and Yutaka Hanaoka

### Abstract

In this paper, an improved water supplying system arranged a guide vane in front of injector nozzle has been used to investigate the effect of Rossby Number on those flow patterns appearing in the steady vortex flow.

The differences of angular velocity and momentum distribution among their experimental conditions have also been estimated to clarify the mechanism on the classified vortex flow types.

The results are obtained as follows ; (1) These flow patterns of vortex flow can be classified in three types, i. e., I, II, and III, making use of the relationship between their Rossby Number and Reynolds Number, which has no effect of the characteristics of their water supplying system. (2) While the characteristics of flow type I is formed on the basis of simple sink flow, that of vortex type III is affected by a large centrifugal force along their vortex axis and rotating boundary layer adjacent to the bottom of vessel.

### 1 ま え が き

著者らは、第1報<sup>1)</sup>において、給水と同時に排水する定常排水うずについて、その自由表面とうず流れ場内部の速度および循環分布を測定し、その結果、うず流れの構造がうず軸近傍の剛体回転を示す超粘性領域とその周囲の自由うず領域、さらにうず室側壁面近くの剛体回転領域より成っていることを示した。また、うず室底面近くの境界層流れについては、この境界層外縁における実験結果に基づいた適当な流れ関数の設定による理論値とうず流れ全体の実験値との比較を試みた。

本報告は前報に引き続き、流れのロスビ数 $R_0$ をコントロールできるように、底面に設けた水平給水管に沿う案内羽根の取り付けや、給水管を垂直にする等の改良を行なって、うず流れ場に形成されるフローパターン分類の統一的把握を試み、さらに排水うず流れ場の回転数、角運動量分布を求めて、フローパターン形成の発生機構に検討を加えたものである。

## 2 記 号

$r$  ; うず室中心からの半径〔mm〕,  $z$  ; 自由表面からの軸座標〔mm〕,  $u$  ; 半径方向速度〔mm/s〕,  $v$  ; 周方向速度〔mm/s〕,  $w$  ; 軸方向速度〔mm/s〕,  $r_s$  ; 排水管半径〔mm〕,  $w_s$  ; 排水管内速度〔mm/s〕,  $\eta$  ; 無次元半径座標〔 $= (r/r_s)^2$ 〕,  $\xi$  ; 無次元軸座標〔 $= z/H$ 〕,  $Q$  ; 給水量〔 $\ell/\text{min}$ 〕,  $H$  ; うず水深〔mm〕,  $2\pi\tilde{\Gamma}$  ; うず流れの循環値〔 $=2\pi rv$ ,  $\text{cm}^2/\text{s}$ 〕,  $2\pi\tilde{\Gamma}_\infty$  ; 自由うず領域における循環値〔 $\text{cm}^2/\text{s}$ 〕,  $N$  ; 半径方向レイノルズ数〔 $= Q/(2\pi H\nu)$ 〕,  $R_0$  ; ロスビ数〔 $= Q/(2\pi H\tilde{\Gamma}_\infty)$ 〕,  $R$  ; Long の定義によるロスビ数〔 $= Q/(2\pi\omega_0 b_0^3)$ 〕,  $b_0$  ; うず室半径〔mm〕,  $\omega_i \cdot \omega_o$  ; 排水うず流れの内側・外側剛体回転領域の角速度〔rad/s〕,  $n_i \cdot n_o$  ; 回転数〔 $= 2\pi\omega_i/60$ ,  $2\pi\omega_o/60$ , (rpm)〕,  $\Delta\omega$  ; 相対角速度〔 $= \omega_i - \omega_o$ , (rad/s)〕,  $\varepsilon$  ; 〔 $= \Delta\omega/\omega_0$ 〕,  $M$  ; 排水うず流れの角運動量〔 $= \rho r u v$ , (g/cm)〕,  $\rho$  ; 密度〔g/cm<sup>3</sup>〕,  $\nu$  ; 動粘性係数〔m<sup>2</sup>/s〕

## 3 フローパターン分類に関する従来 of 理論概要

うず流れのフローパターン分類を理論的に扱ったものは数少ないが、代表的なものとして以下の報告がみられる。

R. R. Long<sup>2a)</sup>は、非圧縮・軸対称・非粘性流体に対して軸上無限遠で一様な角速度と一様な軸方向速度を持ち、長い円筒内を旋回する排水うず流れについて、流れ関数による運動方程式を導入し、解を求めた。解の特性によりロスビ数  $R$  が 0.26 以下では解が存在しないこと、また  $R$  数によってフローパターンが別れ、 $R$  数の大きな所では、フローパターンは単なる吸い込み流れに旋回が加わったものであるが、 $R$  数が解の存在する臨界値 0.26 になると流れは、2つの領域に別れ軸中心近傍のジェット状のコア部分と周囲の軸方向無限遠へ逆流する部分となること等を指摘した。H. H. Shih and H. P. Pao<sup>3)</sup>は、Long の解の臨界値以下の  $R$  数で実験を行ない、選択的吸い込み等、うずコアの種々な特性に関し詳細な報告をしている。著者らも後に述べるように、Long の定義による  $R$  数を用いたフローパターンの分類と実験結果とを対照し、非粘性による理論と実験値を比較した。

M. Dunst<sup>4)</sup>は、排水のない2重円筒間の旋回流れの実験を行ない、両円筒の角速度が異なる場合に、内側円筒の回転の影響を受ける領域（摩擦領域）が変化することを指摘し、このフローパターンの相異を両円筒の相対回転率  $\varepsilon$  の大小によって整理した。すなわち、フローパターンの変化は、 $\varepsilon$  の大小により内側の円筒が角運動量のわき出し（吸い込み）、外側の円筒と容器底面が角運動量の吸い込み（わき出し）となり、その間の摩擦領域における角運動量の軸方向変化によって説明し得ることを示した。著者らの場合にも流れの回転数、角運動量がフローパターンに影響を与えらると思われるので、排水を伴う旋回流れにおける内側と外側の剛体回転部分

の回転数と流れ場の角運動量分布を求めて、フローパターン形成に及ぼす影響について検討を加えた。

#### 4 実験装置および方法

実験装置本体を図1-(a)に示す。実験装置は前報<sup>1)</sup>と同様であり、うず室容器内径は、980 mm、高さ1,000 mmである。さらに $R_0$ 数をコントロールするために図1-(b)に示す案内羽根を給水管に沿って120枚設置した。案内羽根は、50×100×1.5 mmの亚克力樹脂製小片で、給水角度 $\phi$ は、法線に対して15°と70°の2通りに設定した。また、給水方向は水平方向と上向き方向噴射の2通り行なった。さらに $R_0$ 数の低減と排水うず流れの2次元性を増すために、図1-(c)に示す給水管をうず容器の対角線上2ヵ所に垂直に設置した<sup>5)</sup>。

半径方向と周方向の速度・循環分布の測定は、前報と同様であるが、軸方向速度は、ポリスチレン粒子(平均径0.48 $\phi$ )を流れ場中に注入し、写真撮影によって測定した。測定結果には、ポリスチレン粒子の沈降速度をStokesの式より算出し、補正を加えた。

排水うず流れ場全体の可視化には、アルミ粉末を流れ場に混入し、スリット光源(500 w写真撮影用ランプ2個)によって観察した。

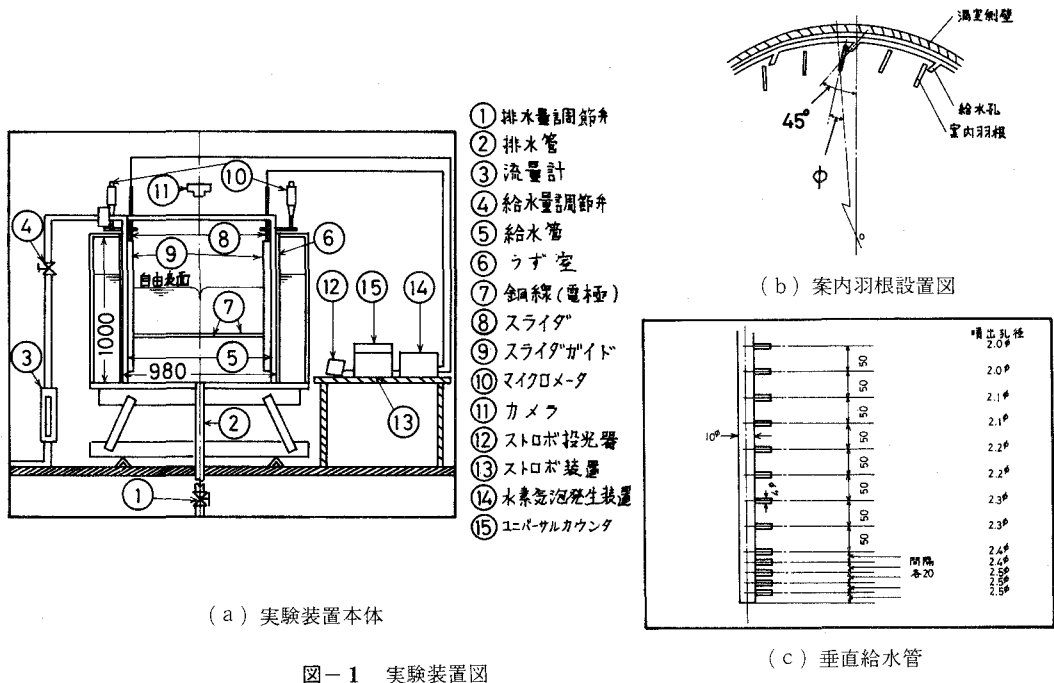


図-1 実験装置図

5 実験結果およびその考察<sup>6)</sup>

## 5-1 自由うず領域の増減と流れの2次元性について

実験条件は流量0.5~20 l/min, 水位36~700 mmの範囲で行ない, 各給水法による自由表面(案内羽根なしは $\xi=0.4$ )における無次元循環 $\Gamma$ の無次元半径座標 $(r/r_s)^2$ に対する分布の違いを図2に示した。15°案内羽根の場合を除けば, 排水うず流れは前報<sup>1)</sup>にも示したように,

いづれもうず軸近傍の剛体回転領域とその周囲の自由うず領域, さらにうず室側壁近くの給水の影響を受ける剛体回転領域より成っている。15°案内羽根の場合には, 自由うず領域が縮小し, 剛体回転に近くなっている。この理由は次のように考えられる。うず流れは, うず軸上の循環値ゼロの値から, 剛体回転, 遷移領域を経て周囲の自由うず領域に達するが, これらの区間は, 粘性力の強い領域と考えられる。周方向レイノルズ数を

$Re_t = \bar{\Gamma}_\infty / \nu$  とれば,  $\bar{\Gamma}_\infty$  が小さい程, レイノルズ数 $Re_t$ は減少し, 相対的に粘性力が強くなることになり, 粘性領域がうず軸から周囲に拡散することを意味する。このことによって, 15°羽根の場合, 他の給水方式に比べると,  $\bar{\Gamma}_\infty$  が小さいので, 粘性領域が拡散し剛体回転領域が増大するものと推測されるが, さらにいくつかの案内羽根角度に対する循環を調べる必要があるものと思われる。

図3は無次元軸座標 $\xi$ に対する無次元周方向速度 $v/w_s$ の分布を示す。図3(a)は案内羽根なしの場合, (b)は垂直管による給水であり, 自由表面近くとうず室底面近くを除けば, 半径が大きくなるにつれて, 周方向速度の流れに対する2次元性は多少良くなっている。しかし, 図3(b)の垂直管による軸方向全体から平均的に給水する方式が, 図3(a)の羽根なしの水平に設置した給水方式に比し, 特に2次元性が改良されたとは考えられない。つまり, 排水うずの流れに対する2次元性は, 給水方式にはよらず, むしろ旋回の強さに依存するものと思われる。この2次元性に関しては, 図4(a)・(b)に示すように, 無次元軸座標 $\xi$ に対する無次元半径方向速度 $u/w_s$ の分布を見ても, 同様なことが言える。すなわち, 自由表面近くとうず室底面近くを除けば, 半径の増加とともに2次元性は良くなり, 案内羽根なしと垂直管による給水方式による違

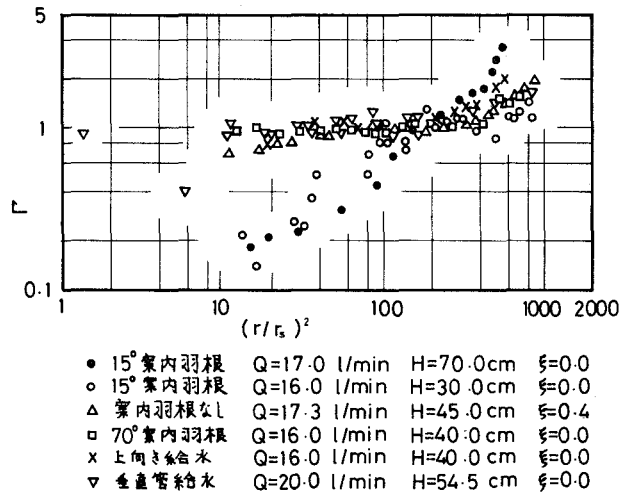


図-2 各給水法における循環の半径方向分布

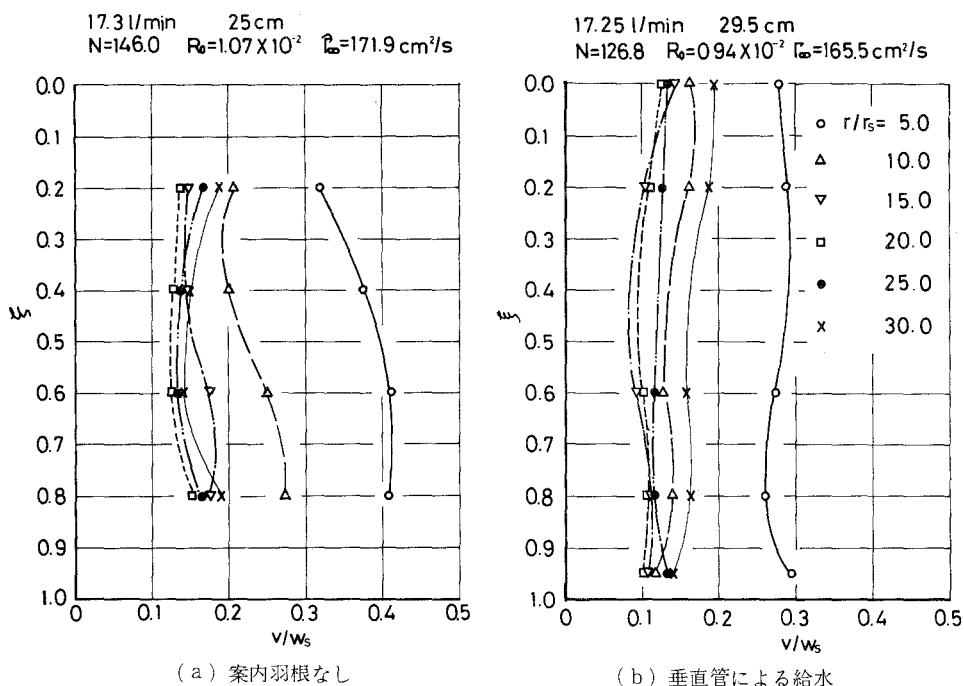


図-3 軸座標  $z$  に対する周方向速度  $v/w_s$  の分布

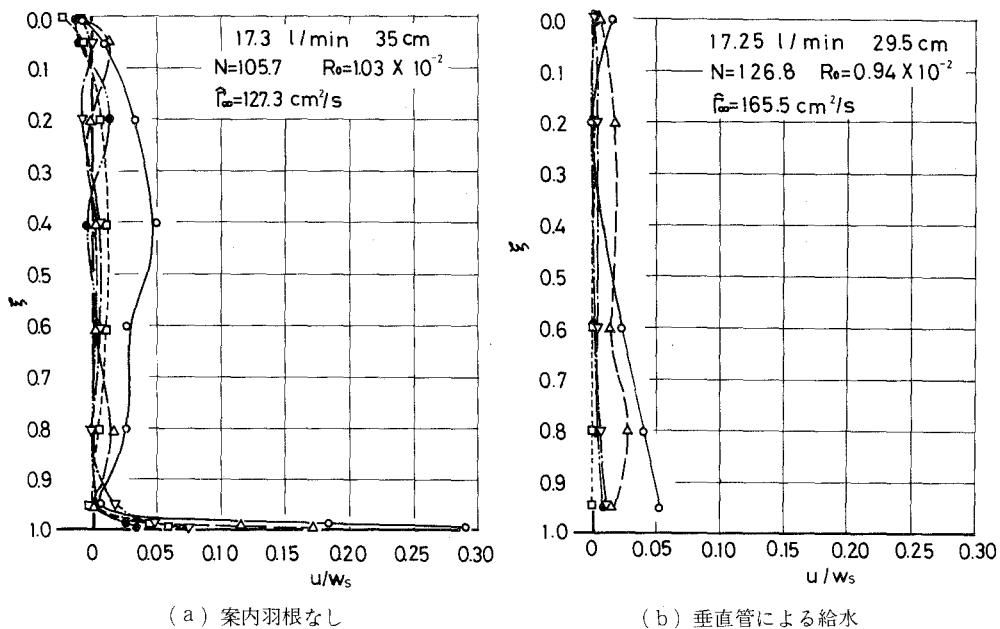


図-4 軸座標  $z$  に対する半径方向速度  $u/w_s$  の分布

いは、あまりない。これらのことは以下の理論によっても説明できる。W. S. Lewellenによるロスビ数の小さい流れに対する理論（前報<sup>1)</sup>参照）によれば、ロスビ数が小さい場合には、循環と流れ関数をロスビ数によって級数展開した解の中で、ロスビ数の0次のオーダーの解で近似し得るので、その解は

$$\psi_0 = f_{00}(\eta) + \xi f_{01}(\eta) \tag{1}$$

$$\Gamma_0 = \Gamma_0(\eta) \tag{2}$$

と表わされる。ここに  $f_{00}(\eta), f_{01}(\eta)$  は境界条件より決まる。上式を各方向の速度成分に直すと

$$u = \frac{l}{r} \frac{\partial \widehat{\psi}}{\partial z} = \frac{Q}{2\pi r_s} f_{01}(\eta) \tag{3}$$

$$v = \frac{\widehat{\Gamma}}{r} = \frac{\widehat{\Gamma}_0}{r_s} \frac{\Gamma_0(\eta)}{\sqrt{\eta}} \tag{4}$$

$$w = -\frac{l}{r} \frac{\partial \widehat{\psi}}{\partial r} = -\frac{Q}{2\pi r_s^2} (f'_{00}(\eta) + \xi \cdot f'_{01}(\eta)) \tag{5}$$

となる ( $Q/2\pi, r_s, \widehat{\Gamma}_0$  は、無次元から有次元にするための変換係数)。これらの式より、ロスビ数が小さい流れでは、 $u$  と  $v$  は  $\eta$ 、つまり半径のみの関数であるので、軸座標に関係なく、排水うず流れは、2次元性を持つようになる。つまり、排水うずの2次元性は、同程度に強い循環でロスビ数の小さい流れならば、給水方式による影響は少ないということが推察できる。しかし、ロスビ数が大きい場合は、解にはさらに高次の項を必要とし、速度成分  $u$  と  $v$  は、軸座標にも依存するようになる。例えば、

うず軸の近傍では、循環が小さくなるためにロスビ数が大きくなり、2次元性は崩れるものと考えられ、また、底面境界層と考えられる領域についても同様のことが言える。図5に各給水法における自由表面(案内羽根なしでは、 $\xi=0.05$ )の半径方向速度  $u/w_s$  の半径分布を示した。半径方向速度は、前報にも示したが、ある半径で最大値を持ち、うず軸上と半径の大きな所でゼロに近づくような分布をなしている。15°羽根の場合、自由表面上の半径方向速度は、ほとんどゼロであるが、これは  $R_0$  数が大きな流れであるので、2次元

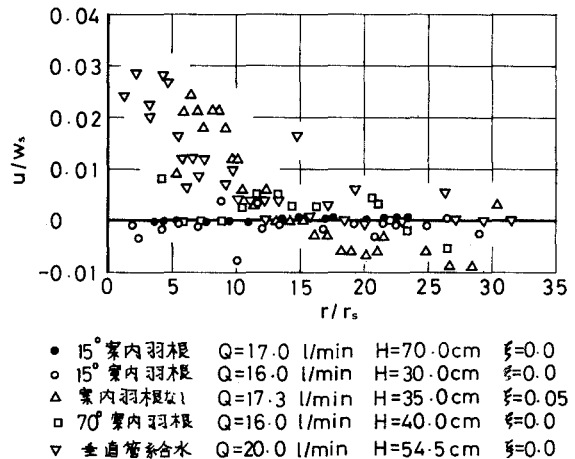


図-5 各給水法における半径座標  $r/r_s$  に対する半径方向速度  $u/w_s$  の分布

性が崩れ、しかも底面近くで給水しているの、 $\xi$ の増加とともに半径方向速度は増加するものとみられる。

図6に案内羽根角度 $15^\circ$ の場合の無次元半径 $r/r_s$ に対する無次元軸方向速度 $w/w_s$ の分布を示す。この図から、 $w/w_s$ はうず室底面に近いほど大きくなること、また、半径の増加とともに減少し、うず軸のごく近傍を除いては、単純な吸い込み流れ域であることがわかる。

5-2 フローパターンの分類について

うず容器底面近くよりアルミ粉末を流れ場に注入し、流れ全体の可視化を行なった結果、フローパターンは、前報にも示したように、3つのタイプに分類されることがわかった。さらに、これは給水方式に関係なく従前と同様に3つのタイプに分類される。それらをタイプI, II,

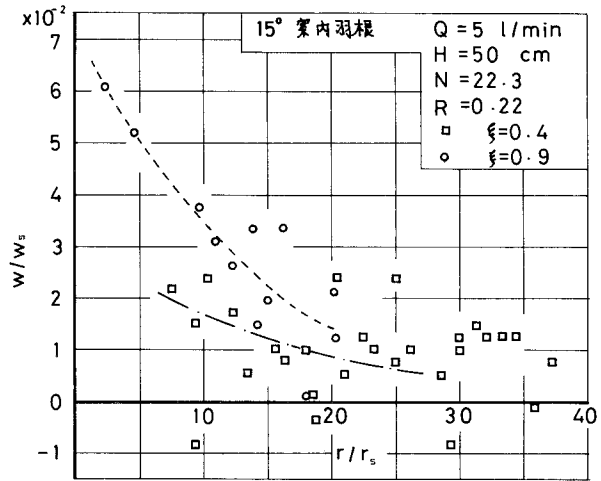
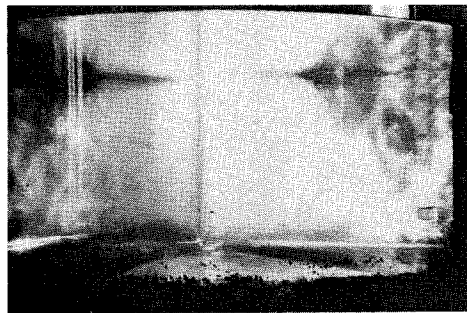
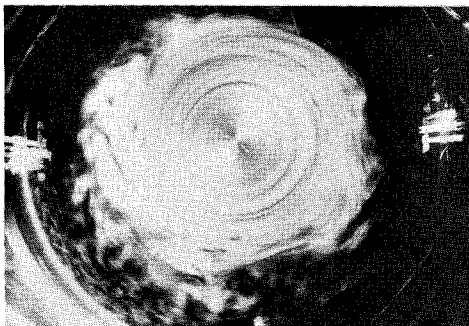


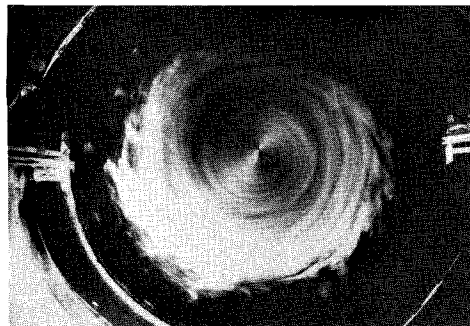
図-6 軸方向速度 $w/w_s$ の半径方向分布



(a) 横からの撮影



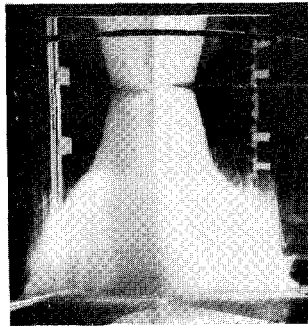
(b)  $\xi=0.4$



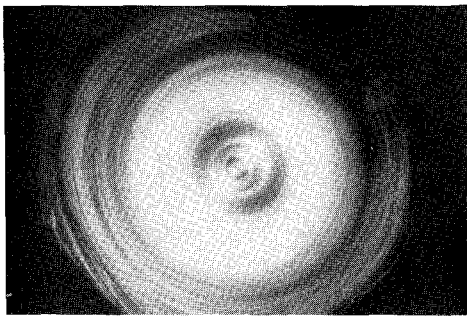
(c)  $\xi=0.8$

写真-1 タイプIのフローパターン

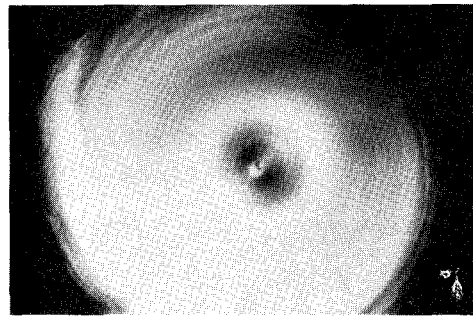




(a) 横からの撮影

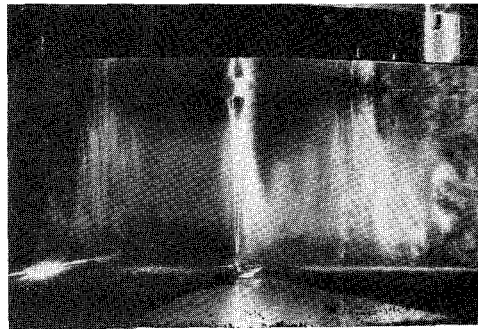


(b)  $\xi=0.4$

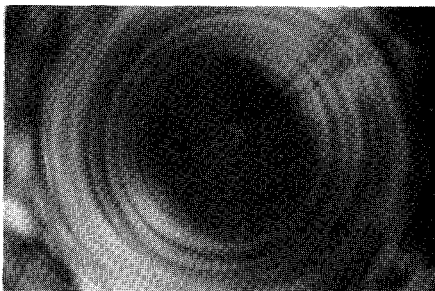


(c)  $\xi=0.8$

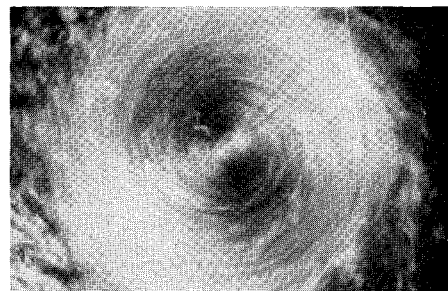
写真-2 タイプIIのフローパターン



(a) 横からの撮影



(b)  $\xi=0.4$



(c)  $\xi=0.8$

写真-3 タイプIIIのフローパターン

IIIとし、それぞれのフローパターンを写真1~3に示す。これらの写真は、垂直管による給水の場合であるが、他の給水方式でも同様なパターンが見られる。タイプIの流れは、注入したアルミ粉末が流れ場全体に拡散することが特徴で、中心に3重から4重のコラムが現われる。タイプIIの場合は、うず軸中心のコラムが上昇し富士山型となり、Taylor's Wallsが形成される。Taylor's Wallsとはうず軸に平行な薄い円筒状の幕が何重にもできる現象を言う<sup>26,7)</sup>。タイプIIIの場合には、中心のコラムが軸中心から分離し、アルミ粉末のない領域が拡大し、その周囲にTaylor's Wallsが現われるようになる。これらのフローパターンの中、タイプIとIIIが基本的なもので、タイプIIは、タイプIからIIIへの遷移的なパターンであると考えられる。

5-3 排水うずの特性値とフローパターンの関係について

循環分布より求めた自由うず領域での循環値  $\bar{\Gamma}_\infty$  と半径方向レイノルズ数  $N$  の関係を図7に示す。いずれの給水方法に対しても  $N$  の増加に対して  $\bar{\Gamma}_\infty$  は増加することがわかる。また、図上の点線に示すように、給水方式を変えてもそれぞれの  $N$  に対して  $\bar{\Gamma}_\infty$  には上限があるものとみられる。これは、うず容器本体を回転して旋回力を得る方式と違って、この実験のように給水の慣性力によって回転力を得る方式では、給水量を同じにして給水角度  $\phi$  を大きくすれば、それにとまって周方向速度は増加するが、うず容器の側壁面のため、周方向速度の増加とともに壁面での摩擦力も増加し、速度の増加が抑えられると考えられる。この運動エネルギーの消耗が自由うず領域の循環にも影響し、同じ  $N$  に対して循環の上限が現われるものと推測されるが、なおさらに、他の給水方式によって調べてみなければならない。また、図上には、5-2

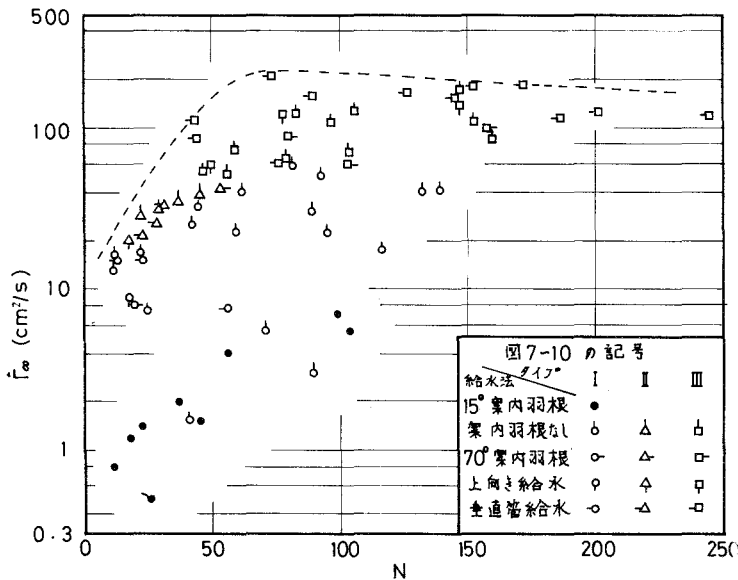


図-7 半径方向レイノルズ数  $N$  と自由うず領域での循環値  $\bar{\Gamma}_\infty$  の関係

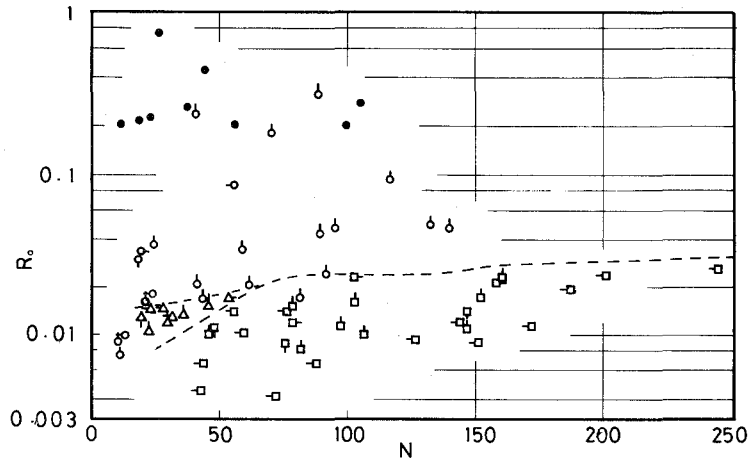
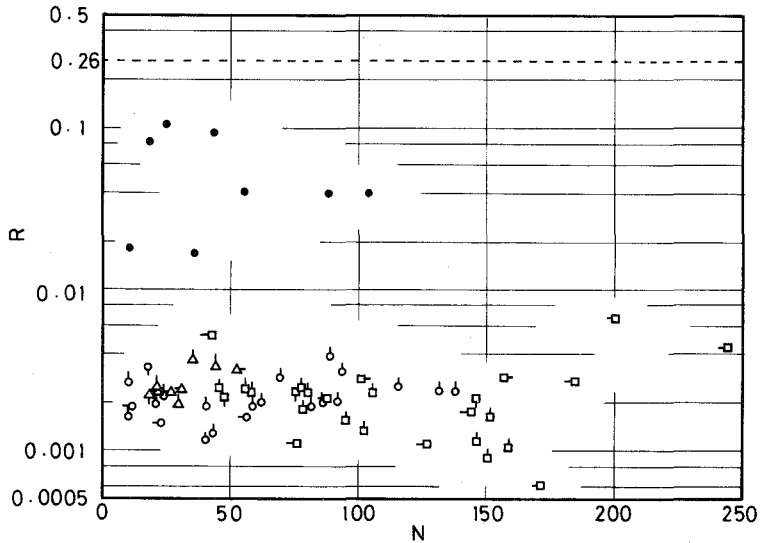
図-8 半径方向レイノルズ数Nに対するロスビ数 $R_0$ の分布

図-9 Longの定義によるロスビ数Rと半径方向レイノルズ数Nの関係

節で述べたタイプの分類も示したが、 $\bar{\Gamma}_0$  が小さいとタイプIになり、 $\bar{\Gamma}_0$  が大きいとタイプIIIになる傾向がある。この分類をさらに、うずの特性の一般的指標である半径方向レイノルズ数Nとロスビ数 $R_0$ の関係にして表わすと図8のようになる。この図より $R_0$ 数が大きい場合は、タイプI、Nが大きい場合にはタイプIIIとなり、Nの小さい領域を除けば、タイプIとIIIは $R_0$ 数によって別れる傾向にある。このように、排水うずのフローパターンは、給水方法に関係なく、ロスビ数Rと半径方向レイノルズ数Nによって統一的に分類できることがわかる。また、Long<sup>2a)</sup>の定義に基づくロスビ数Rにより整理し直し、半径方向レイノルズ数に対する分布を図9に示す。Longによれば、3章にも述べたように、R数が0.26でフローパターンが変化する

が、図に見られるように実験値のR数は0.26より小さく、R数では分類できないことがわかる。このようにフローパターンの分類に関しては、R数よりも $R_0$ 数の方が良く整理できることから、フローパターンの分類には、うず流れの外側剛体回転領域の旋回量よりも、自由うず領域での旋回量の方に依存するものと考えられる。

また、5-1節に示した図6は、タイプIの場合であるが、この図から、タイプIの流れは単純な吸い込みを基本とした流れであると思われる。

5-4 フローパターン分類の回転数・角運動量について

前述の5-1節で述べた循環分布より、うず軸近傍の剛体回転領域を回転数 $n_i$ の内側の円筒、うず容器側壁面近くの剛体回転領域を回転数 $n_o$ の外側の円筒と考えれば、M. Dunst<sup>4)</sup>のモデルと近似し得るので、このように、仮りにそれぞれの固体壁間の相当回転数と考えた時の $n_i$ と $n_o$ の関係を図10に示す。この図より、 $n_i \cdot n_o$ が小さい時、タイプIに、 $n_i \cdot n_o$ が大きいきにタイプIIIになる傾向がある。またタイプIIIについては、 $n_o$ に対する $n_i$ の増加割合は、タイプI・IIに比べて小さくなっていることがわかる。

この事実をさらに物理的意味を明らかにするため、それぞれの速度分布から算出される角運動量分布により検討してみよう。図11・12は、流れの角運動量 $M (= \rho r u v)$ の軸方向・半径方向分布を示す。図11は角運動量 $M$ が、前報で述べたうず室底面近くの境界層内で著しく大きく

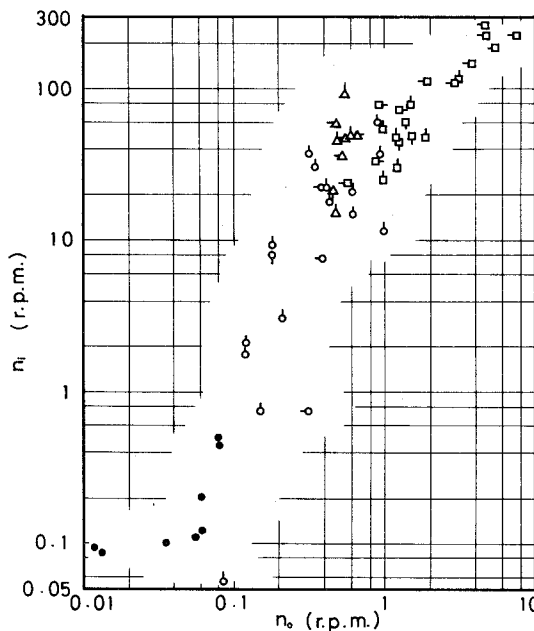


図-10 内側と外側の剛体回転領域の回転数 $n_i$ と $n_o$ の関係

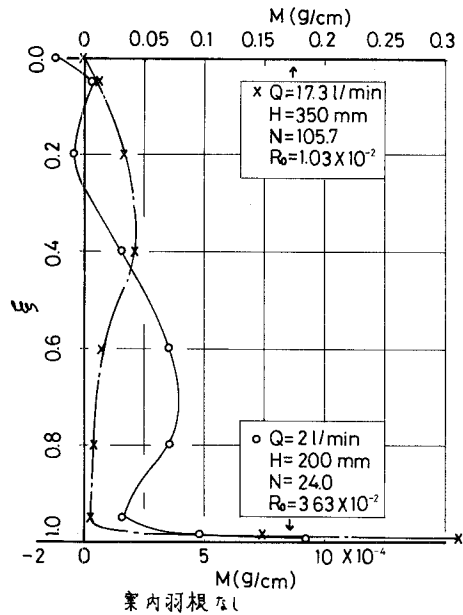


図-11 角運動量の軸方向分布

なっていることを示す。図 12 より、タイプ I の角運動量  $M$  は、半径全体にわたってほぼ一様な値であるが、タイプ III の場合には、中心近傍で大きくなり回転力が増加することを示し、アルミ粉末が分離することを示唆する。しかし、角運動量による検討では、定性的な議論しかできず、定量的な把握のためには、さらに流れの運動方程式を直接解き、軸方向の流動の有無などを検討し、実験的にも確認しておく必要があるものと思われる。

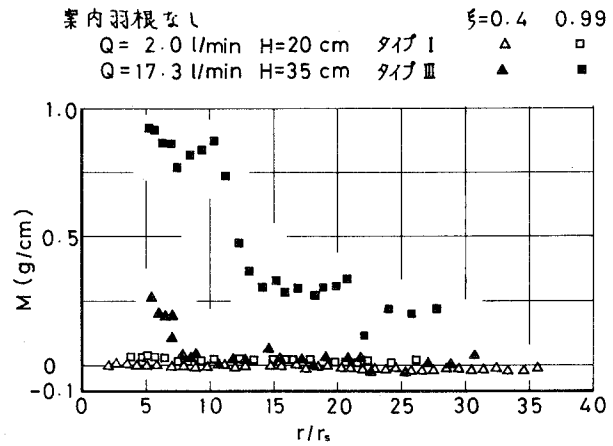


図-12 角運動量の半径方向分布

## 6 ま と め

自由表面を有する排水うず流れについて、案内羽根等の設置により、 $R_0$ 数をコントロールできるようにして実験を行なった結果、以下の結論が得られた。

- ① 自由表面を有する定常排水うずのフローパターンは、3つに大別され  $R_0$ 数と  $N$ によって給水方法に関係なく、統一的に分類できる。
- ② 給水の慣性力によって旋回力を得る方式の排水うず流れでは、 $R_0$ 数を調整できるようにしても、本装置の場合、同じ給水量に対して循環に上限があるものとみられる。
- ③ フローパターンのタイプ I の流れは、単純な吸い込み流れを基本とするが、タイプ III の流れでは、うず軸近傍と境界層内で大きな回転力を受ける。

今回は主に実験的なものについて報告したが、フローパターンの発生機構を明らかにするためには、速度分布の理論解析を待たなければならず、とくに、 $R_0$ 数の大きな流れに対する理論的考察が、今後の課題であろう。

最後に、実験装置製作に協力いただいた本学、落合一雄技官ならびに実験・結果の整理に協力された本学々生、前原厚志・斉藤治則・宮島敏行・木崎康己・相沢純の5君に謝意を表します。

(昭和 55 年 5 月 22 日受理)

## 参 考 文 献

- 1) 貞広・花岡; 室工大研報, 10, (1), 121, (1980)
- 2) R. R. Long ; a) Quart. J. Mech. Appl. Math. 9, 385 (1956)  
b) J. Meteorology, 11, 247 (1954)
- 3) H. H. Shih & H. P. Pao ; J. Fluid Mech, 49, 509 (1971)
- 4) M. Dunst ; ibid, 55, 301 (1972)
- 5) 相沢・木崎・花岡・貞広; 機械学会第9回北海道学生会講演論文集 (1980)
- 6) 貞広・花岡; 第903回流体工学・流体機械講演論文集, No. 790-10 (1979)
- 7) G. I. Taylor; Proc. Roy. Soc. London, A 100, 114 (1921)