室蘭工業大学
学術資源アーカイブ
Muroran Institute of Technology Academic Resources Archive

多峰性関数の最大値探索の一手法

メタデータ	言語: Japanese
	出版者: 室蘭工業大学
	公開日: 2014-03-04
	キーワード (Ja):
	キーワード (En):
	作成者: 久保田, 譲
	メールアドレス:
	所属:
URL	http://hdl.handle.net/10258/1093

多峰性関数の最大値探索の一手法

久保田　　譲

One Method for Search of Maximum Value in Multimodal Function

Yuzuru KUBOTA

Abstract

Recently, the requirements of optimization in the synthesis and the system have become stronger, and the optimization problems have become more important. This report proposes one method for search of the maximum value in the multimodal object function. This describes the search algorithm and the effectiveness of this method is examined by some example functions.

Better results were obtained by this methed than by other mothods.

1. ま え が き

最近ある評価（目的関数）を設定して，その最大最小を与える状態量での設計や運転操作をする，いわゆる最適化がさかんに研究され，実行されるようになってきた。目的関数が線形な場合は，シンプレックス法が代表的な方法として確立されている。しかし非線形な場合は，非線形計画問題とよばれ決定的方法はいまだ確立されていない。解析的には求まらないので試行的な極値探索法が種々提案されている。比較的簡単な単峰性関数においては，関数の傾斜すなわち導関数的な方法が使えるので収束性のよい方法がいくつかある。最近，特に複雑な目的関数の設定がおこなわれることが多くなってきたので，その極値も単峰性でわなく多峰性になることがしばしばある。このような多峰性の最適値探索においては導関数利用はあまり有効ではない。なぜなら単峰では局所的極値がそのまま大域的最大値すなわち最適値であるが，多峰性の場合は局所的なものと大域的なものが必ずしも一致しないので，最適値の存在する峰を見出す必要がある。従って基本的な考え方として多峰性の場合は，全領域にわたっての大域的探索をまず実行し，それから最適値の存在する峰を見出し，その峰に対して局所的探索を集中的に行うことである。ここでどうしても，ある確率で大域的探索時において，最適峰を見逃す可能性があり，このことが多峰性最適問題の一つの困難性となっている。また次元数が増大したとき，その探索回数は相当に増大する。

これまで提案された手法は，大域的探索によってのみ行う方法，大域的探索により最適峰を分離し，その後局所的探索を行う手法，また局所的探索を順次繰返し用いる方法などである。いずれにしても大域的探索により，最適峰の発見を確実により早くし，局所的探索をすることであるが，なかなか難しいのである。

本論文では，関数値と探索領域の大きさとからなる探索順序の優先を決定する評価を導入することによって，大域的探索をより少ない回数で終らせ，局所的探索へと移行する簡単な方法を提案する。[(1),(2)]

2．問題設定と手法のアルゴリズム

最適化問題において，最大または最小を求めることは符号の付加によって等価であるので，ここでは次式の目的関数Yの最大値 Y_{max} およびその座標点 $\mathbf{x}^{o}$ を求めるものとする。

$$Y = f(\mathbf{x}) \tag{1}$$

$$\mathbf{x} = (x_1,\ x_2,\ \cdot\cdot\cdot,\ x_n)^t$$

次に探索の順序を決定する評価量 λ の設定については，関数値Yの大きな点の周辺に最大値が存在する可能性が強いと同時に，その点がどれくらいの大きさをもった領域の1点であるかによってその可能性がさらに強まるかどうかを推定できよう。そこで関数値Yに加えて，その探索ひろがり面積Aを定義して，両方を適当に優先する形の λ を導入するものである。このような考え方にもとづいて λ を設定すれば

$$\lambda = g(A,\ Y) \tag{2}$$

と定義し，

$$\begin{aligned} &\frac{\partial\lambda}{\partial A} > 0 \qquad \frac{\partial^2\lambda}{\partial A^2} > 0 \\ &\frac{\partial\lambda}{\partial Y} > 0 \qquad \frac{\partial^2\lambda}{\partial Y^2} > 0 \end{aligned} \tag{3}$$

なる性質をもつ，AとYの関数式 λ にする必要がある。そして具体的には，次式のように定義する。

$$\lambda = c_1 \exp\left\{c_2 \cdot \frac{A^{(N)}}{A^{(0)}}\right\} + \exp\left\{\frac{Y^{(N)} - Y_{min}}{Y_{max} - Y_{min}}\right\} \tag{4}$$

c_1，c_2：定数

$A^{(0)}$，$A^{(N)}$：初期ひろがり面積およびN回目の探索時におけるひろがり面積

$$\left.\begin{aligned} Y_{max} &= \max\{Y^{(1)},\ Y^{(2)},\ \cdot\cdot\cdot,\ Y^{(N)}\} \\ Y_{min} &= \min\{Y^{(1)},\ Y^{(2)},\ \cdot\cdot\cdot,\ Y^{(N)}\} \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

評価量 λ は，ひろがり面積Aについては最大領域 $A^{(0)}$ との比，関数値Yについては（$Y_{max}-$

Y_{min}) との比を取り，1以上になることをおさえている。また，あくまで関数値Yが優先するので，Aに対して適当な重みを付けられるよう c_1 と c_2 の定数を与えた。さらに(3)式の性質を持たせるため，それぞれの指数関数の和とした。

よってこの評価量 λ の大きな領域を優先的に探索することを基本にして，探索アルゴリズムを次のように設定する。

(1) 探索領域を標準化し，$|\mathbf{x}| \leqq 1$ とする。

(2) 初期代表点 $x^{(0)}$ を定め，$x^{(0)}$ まわりに分割点を取って，$Y^{(0)}$ および $\lambda^{(0)}$ を計算する。

(3) Y_{max} および Y_{min} を選ぶ。

(4) λ_{max} 領域での代表点を中心にして，$\mathbf{x}^{(N+1)}$, $\mathbf{x}^{(N+2)}$, ・・・, $\mathbf{x}^{(N+2n)}$ 点を取り，それぞれ，$Y^{(N+1)}$, $Y^{(N+2)}$, ・・・, $Y^{(N+2n)}$ を計算する。

(5) $A^{(N+1)}$, $A^{(N+2)}$, ・・・, $A^{(N+2n)}$ を定める。

(6) $\lambda^{(N+1)}$, $\lambda^{(N+2)}$, ・・・, $\lambda^{(N+2n)}$ を計算する。

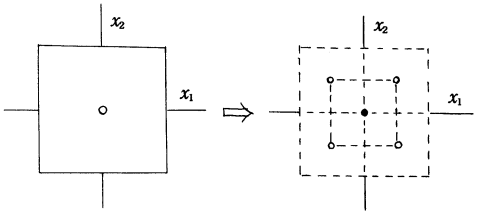
(7) $\lambda^{(0)}$, $\lambda^{(1)}$, ・・・, $\lambda^{(N+2n)}$より，λ_{max} を選ぶ。

(8) $\|\mathbf{x}^{(N)}-\mathbf{x}^{(N-1)}\| \fallingdotseq 0$ なら終了。

(9) $\lambda_{max}-\varepsilon < \exp(0)+\exp(1) \fallingdotseq 3.1782$ なら定数 $c_1=0$ として(3)にもどる。異なればそのまま(3)にもどる。

λ_{max} での代表点まわりの探索点の配置は種々考えられるが，ここでは図－1のような等分割を用いる。

従って，n次元空間 $\mathbf{x}$ においては，1個の代表点まわりでは 2^n 個の探索点となる。



図－1　2次元等分割例

$$\begin{aligned}
&\mathbf{x}^{(N+1)}=\mathbf{x}^{(N)}+\mathbf{h}^{(1)}\\
&\mathbf{x}^{(N+2)}=\mathbf{x}^{(N)}+\mathbf{h}^{(2)}\\
&\quad\cdots\\
&\mathbf{x}^{(N+2n)}=\mathbf{x}^{(N)}+\mathbf{h}^{(2n)}
\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
&\mathbf{h}^{(1)}=(h_1,\ h_2,\ \cdots,\ h_n)\\
&\mathbf{h}^{(2)}=(-h_1,\ h_2,\ \cdots,\ h_n)\\
&\quad\cdots\\
&\mathbf{h}^{(2n)}=(-h_1,\ -h_2,\ \cdots,\ -h_n)
\end{aligned} \tag{7}$$

等分割を取るので，$h_1=h_2=\cdots=h_n$であり，λ の計算においては代表点におけるひろがり面積も変るので計算が必要となる。よって λ は新たに (2^n+1) 個を計算する必要がある。ひろがり面積の大きさAは分割を等分割としたので，n次元超立方体となり，1辺の長さをaとすると $A=a^n$ である。であるから新しい代表点を取るごとに，$(a/2)$ なる縮小が行なわれるこ

とになる。(8)は終了条件で探索点の変化，すなわち(7)式における **h** がその問題における必要精度になったら停止する。(9)においては(4)式の $c_1 \exp\{c_2 \cdot A^{(N)} / A^{(0)}\}$ が $\exp(0)$ および $\exp\{(Y^{(N)} - Y_{min}) / (Y_{max} - Y_{min})\}$ が $\exp(1)$ の近くになったら，λ においてひろがり面積の考慮は必要なく，その時点での代表点による関数値のみで，すなわち Y_{max} 近傍で探索することが能率的であるためである。

3．定数 c_2 の選定について

探索は評価量 λ の最大の領域を順次行うので，ひろがり面積の評価項につけた c_1，c_2 の重み定数の選定は重要である。初期の段階では広い範囲に探索が行なわれ，回数が増加するにしたがって領域を小さくして行くことが望まれる。そこで2．で述べたごとく，ひろがり面積Aと関数値Yからなる評価値 λ を考え，(2)式とした訳である。このときAが大きくかつYも大きい，またAが小さくYが小さい場合のように両方とも傾向が同じであれば，優先度の選択は比較的簡単になる。しかしAが大きくYが小さいときと，Aが小さくYが大きい場合には若干の注意を必要とする。特に前者の場合にはひろがり面積にある重みをつけて評価しないと，初期の段階で探索点が広い範囲に行きわたらない場合がしばしば起きる。探索回数をNとすると，Nが比較的小さいときは大域的探索が行なわれなければならず，均一な密度で探索点の配置が行なわれなければならない。従って，ひろがり面積の大きい部分領域を優先して分割を行い観測を行う必要がある。よって(2)式が(8)式の関係となる必要がある。

Nが小さいとき　　$\lambda \simeq g\ (A)$　　(8)

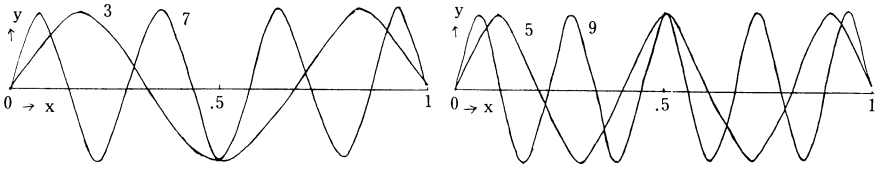
Nが大きいとき　　$\lambda \simeq g\ (Y)$　　(9)

またNが大きいときは，最大値の推定を局所的に進める必要があるので(9)式の関係が必要になる。ここで(8)式より(9)式に移るNの大小を決める具体的な回数を決定することは非常に困難である。しかし，λ の変化により決定することを試みる。(8)式から(9)式へと移るのは c_1 と c_2 の定数値によって左右される。また c_2 の方が効果が大きい。そこで $c_1 = 1$ とすると，$A^{(N)} / A^{(0)}$ は探索回数を重ねるに従って，$A^{(N)} / A^{(0)} = 1\ (N = 0)$ から，$A^{(N)} / A^{(0)} = 0\ (N = \infty)$ まで値が変化し，(8)式であるためには $\exp\{c_2 \cdot A^{(N)} / A^{(0)}\} \gg \exp\{(Y^{(N)} - Y_{min}) / (Y_{max} - Y_{min})\}$ である必要があり，c_2 を1よりかなり大きい値に適当に選ぶことによって実現される。また，$0 \leqq (Y^{(N)} - Y_{min}) / (Y_{max} - Y_{min}) \leqq 1$ であるから，Y_{max} を代表点にもつ部分領域のひろがり面積が無限小であったとすると，このときの評価量 λ' は，$\lambda' = \exp(0) + \exp(1)$ である。さらに Y_{min} を代表点にもつ領域のひろがり面積が $A^{(N)}$ であったとすると，評価量 λ'' は，$\lambda'' = \exp(c_2 \cdot A^{(N)} / A^{(0)}) + \exp(0)$ となり，c_2 を $c_2 \cdot A^{(N)} / A^{(0)} > 1$ となるような値に選ぶと，$\lambda'' > \lambda'$ となり，Y_{min} を含む領域が優先して観測される。通常 $A^{(0)} = 1$ と取るので，c_2 が整数だとすると最低限保障される分割個数と一致する。ただし，探索が進行するに従って Y_{max} および Y_{min} も変化し，

その座標点も変化していくので，以上に述べたことは常に言える訳ではないが，基準として用いることが出来ると思われる。理想状態として，Y_{max} を含む領域のひろばり面積が無視できるほど小さくなっていると，$\lambda \simeq \exp(0)+\exp(1) \fallingdotseq 3.7182$ である。そこで他の領域で $\lambda < 3.7182$ であればこれ以上探索する必要がない訳で，必然的に Y_{max} 領域が探索されて終了する。N_1 回目で $3.7182 < \lambda^{(N1)} < \cdots < \lambda^{(2)} < \lambda^{(1)}$ であったとすると，N_1個の領域すべて分割され探索される。次に N_2 回目になったとき，$\lambda^{(N2)} < \cdots < \lambda^{(m)} < 3.7182 < \lambda^{(l)} < \cdots < \lambda^{(2)} < \lambda^{(1)}$ となるときは，$\lambda^{(N2)}, \cdots, \lambda^{(m)}$ を与える領域は探索されない。最終的に N_f 回目に $\lambda^{(Nf)} < \cdots < \lambda^{(2)} < 3.7182 < \lambda^{(1)}$ の状態が存在し，この $\lambda^{(1)}$ 領域の分割で終了するので，これが Y_{max} を含む領域と一致すればよい訳である。そこでさらに $c_1 = 0$ として，$\| \mathbf{x}^{(N)} - \mathbf{x}^{(N-1)} \| \fallingdotseq 0$ になるまで探索することにしたのである。

4．数値実験例による検討

(4)式における定数 c_2 の値による探索の状況を検討するとともに，(9)式に移る条件も合せて検討する。ここで数値実験目的関数として，$f(x) = \sin(n\pi x) + 0.1\,x$ なる1次関数を用いる。これはnにより峰数を自由に設定できるからである。n＝3，5，7，9とすると図－2（a），（b）のようにn＝3，7およびn＝5，9が等分割探索では類似の峰を持つ関数形となる。明らかに極大峰の数は2，3，4，5となり最小峰と最大峰との差は最大値に対して10%以下であり，近接峰との差はさらに小さくなる。



(a)　n＝3，7　　(b)　n＝5，9

図－2　$\sin(n\pi x) + 0.1\,x \qquad 0 \leqq x \leqq 1$

表－1（a）～（d）に各々の λ_{max} を与える座標点xをそれぞれ $c_2 = 2$，4，8の場合について，探索回数N＝59まで示してある。これより，$c_2 = 2$ の場合，n＝7，9において探索が最大峰に収束するのが非常に遅くなることがわかる。他はほぼ満足する結果である。3．で述べたように，c_2 は最低限保障される分割されうる数に等しいひろがり面積の領域の個数である。従って状況によっては等分割された領域のうち1つしか探索がおよばない場合がある。すなわち，等分割された領域のうち1つが Y_{max} を観測し，他は全部 Y_{min} であるような特別な形状のときなどである。観測された領域で Y_{max}，Y_{min}が各々1個だとすると，c_2を整数にとるとすると（$c_2 - 1$）個の領域（Y_{min} を含む領域以外）はさらに分割が保障される。従って，n次元では，（$2^n \cdot c_2 - 1$）個の分割がなされる。このとき新たに Y_{min} が観測されたとすると，も

表－1　定数 C_2 に対する λ_{max} における座標点 x

(a) $f(x)=\sin(3\pi x)+0.1x$　　$y_{max}=1.0833$　$x^0=0.8344$

N	C_2	2.0	4.0	8.0
	3	0.7500000	0.7500000	0.7500000
	5	0.2500000	0.2500000	0.2500000
	7	0.8750000	0.8750000	0.8750000
	9	0.1250000	0.1250000	0.1250000
	11	0.7500000	0.7500000	0.7500000
	13	0.8125000	0.8125000	0.6250000
	15	0.8750000	0.8750000	0.5000000
	17	0.1875000	0.8750000	0.8750000
	19	0.8437500	0.6250000	0.1250000
	21	0.1250000	0.8437500	0.7500000
	23	0.8281250	0.7500000	0.9375000
	25	0.8750000	0.2500000	0.6875000
	27	0.1562500	0.1562500	0.8437500
	29	0.8359375	0.1875000	0.8125000
	31	0.8281250	0.8281250	0.1562500
	33	0.8437500	0.9375000	0.1875000
	35	0.8203125	0.8125000	0.1250000
	37	0.3359375	0.1250000	0.9062500
	39	0.8515625	0.3359375	0.3750000
	41	0,8281250	0.8437500	0.8281250
	43	0.8242188	0.8203125	0.0937500
	45	0.8339844	0.7968750	0.8125000
	47	0.8320313	0.1718750	0.2500000
	49	0.8300781	0.1562500	0.1718750
	51	0.8281250	0.0625000	0.8750000
	53	0.8417969	0.8359375	0.1875000
	55	0.8339844	0.8398438	0.8359375
	57	0.8349069	0.8593750	0.8281250
	59	0.8359375	0.8242188	0.2031250

(b) $f(x)=\sin(5\pi x)+0.1x$　　$y_{max}=1.0900$　$x^0=0.9004$

N	C_2	2.0	4.0	8.0
	3	0.5000000	0.5000000	0.5000000
	5	0.5000000	0.7500000	0.7500000
	7	0.5000000	0.2500000	0.5000000
	9	0.5000000	0.5000000	0.8750000
	11	0.5000000	0.1250000	0.1250000
	13	0.5000000	0.5000000	0.6250000
	15	0.7500000	0.8750000	0.7500000
	17	0.8750000	0.1250000	0.8750000
	19	0.8750000	0.9375000	0.1250000
	21	0.9062500	0.9062500	0.9375000
	23	0.8962500	0.5000000	0.5625000
	25	0.9375000	0.6250000	0.8125000
	27	0.8984375	0.8750000	0.9062500
	29	0.8750000	0.0937500	0.5000000
	31	0.8984375	0.7500000	0.8750000
	33	0.8906250	0.1250000	0.0937500
	35	0.8945313	0.5625000	0.5312500
	37	0.9003906	0.4687500	0.9375000
	39	0.8984375	0.9375000	0.3750000
	41	0.8964844	0.8984375	0.9062500
	43	0.9013672	0.9218750	0.8906250
	45	0.8994141	0.8906250	0.9218750
	47	0.8983375	0.4843750	0.8437500
	49	0.8974609	0.9023438	0.4843750
	51	0.9003906	0.8984375	0.0937500
	53	0.8999023	0.8750000	0.7500000
	55	0.9013672	0.0937500	0.2500000
	57	0.8989258	0.1093750	0.8984375
	59	0.8945313	0.9003906	0.1562500

との Y_{min} が観測された領域は分割が行なわれる。結局 $2^n \cdot c_2$ 個分割される。よってこのとき峰の数を推定していることになり，ここで見のがすと失敗することになる。すなわち，峰が等分布しているとしたら，峰数 $2^n \cdot c_2$ 個以上の場合は失敗する可能性がでてくる。実験例では，$2^n \cdot c_2 = 4$ であるので，$n=7$，9 のとき，$c_2=2$ では失敗例となった訳である。従って c_2 の決定法として，推定される峰数を N_p 個とすると，次式のように c_2 を定める目安がえられる。

$$c_2 > \frac{N_p}{2^n} \tag{10}$$

(c) $f(x)=\sin(7\pi x)+0.1x$

$y_{max}=1.0928 \quad x^0=0.9287$

N	C_2	2.0	4.0	8.0
3		0.7500000	0.7500000	0.7500000
5		0.6250000	0.2500000	0.2500000
7		0.6250000	0.5000000	0.5000000
9		0.2500000	0.3750000	0.3750000
11		0.3750000	0.8750000	0.8750000
13		0.3750000	0.1250000	0.1250000
15		0.6565250	0.9375000	0.7500000
17		0.6406250	0.1250000	0.0625000
19		0.3437500	0.6250000	0.6250000
21		0.6250000	0.3750000	0.3750000
23		0.3593750	0.9375000	0.6875000
25		0.6484375	0.6562500	0.1250000
27		0.6454313	0.7500000	0.9375000
29		0.6406250	0.3437500	0.6562500
31		0.6425781	0.6250000	0.3437500
33		0.6445313	0.2500000	0.0625000
35		0.6406250	0.3750000	0.6250000
37		0.6425781	0.6406250	0.3750000
39		0.6435547	0.6875000	0.4375000
41		0.6445313	0.3593750	0.9218750
43		0.6406250	0.9218750	0.9375000
45		0.6430664	0.3125000	0.6406250
47		0.6425781	0.9375000	0.3593750
49		0.6420898	0.9296875	0.6562500
51		0.6386719	0.0937500	0.0781250
53		0.6445313	0.6406250	0.3437500
55		0.6430664	0.6484375	0.6250000
57		0.6433105	0.9218750	0.9296875
59		0.6435547	0.9277344	0.9062500

(d) $f(x)=\sin(9\pi x)+0.1x$

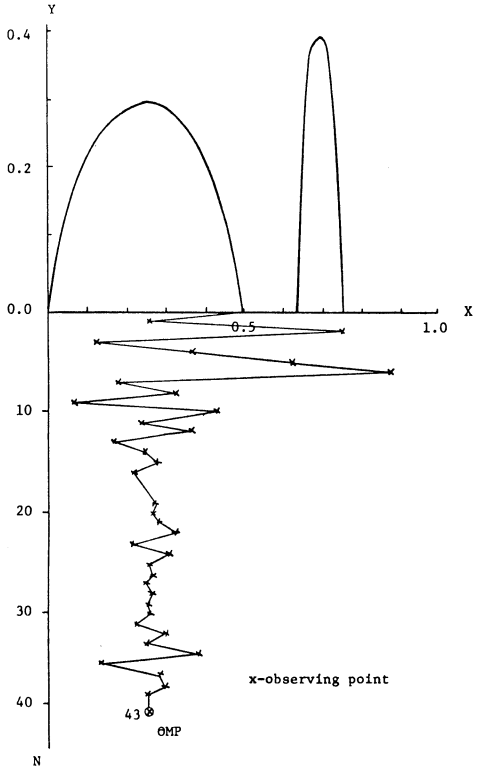
$y_{max}=1.0944 \quad x^0=0.9445$

N	C_2	2.0	4.0	8.0
3		0.5000000	0.5000000	0.5000000
5		0.7500000	0.7500000	0.7500000
7		0.2500000	0.2500000	0.2500000
9		0.7500000	0.7500000	0.7500000
11		0.5000000	0.2500000	0.2500000
13		0.2500000	0.5000000	0.6250000
15		0.5000000	0.8750000	0.9375000
17		0.5000000	0.9375000	0.5000000
19		0.5000000	0.1250000	0.0625000
21		0.5000000	0.0625000	0.7500000
23		0.5000000	0.9375000	0.2500000
25		0.5039063	0.7187500	0.6875000
27		0.5019531	0.2500000	0.9375000
29		0.4980469	0.5000000	0.7187500
31		0.5009766	0.2812500	0.5000000
33		0.4995117	0.0625000	0.2812500
35		0.5004883	0.9375000	0.0625000
37		0.4995117	0.7187500	0.5625000
39		0.4995117	0.6875000	0.9687500
41		0.5002441	0.5000000	0.1250000
43		0.5000000	0.9453125	0.9375000
45		0.5004883	0.2812500	0.0312500
47		0.5007324	0.3125000	0.9531250
49		0.5007324	0.9453125	0.5000000
51		0.4985352	0.7187500	0.2500000
53		0.5001121	0.9414063	0.7343750
55		0.5000000	0.7343750	0.5312500
57		0.4998779	0.9492188	0.0625000
59		0.4997559	0.9453125	0.9453125

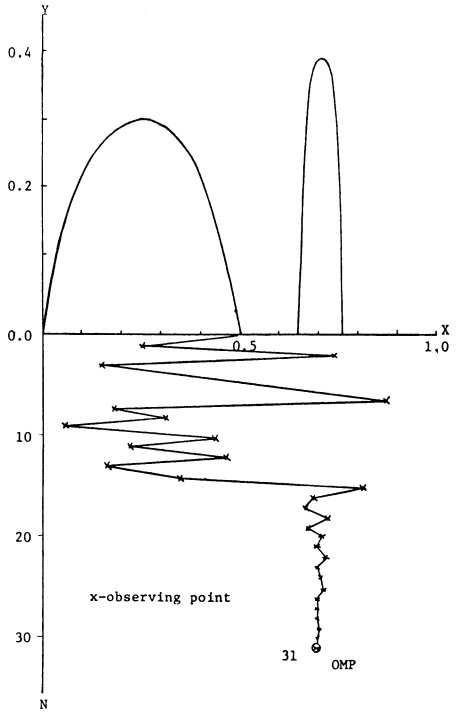
さらに，実験例として

$$f(x)=\begin{cases} -5x(x-0.5) & 0\leqq x\leqq 0.5 \\ -100(x-0.625)(x-0.75) & 0.625\leqq x\leqq 0.75 \\ 0 & \text{else} \end{cases} \tag{11}$$

$$f(x)=\begin{cases} -5x(x-0.5) & 0\leqq x\leqq 0.5 \\ -100(x-0.635)(x-0.76) & 0.635\leqq x\leqq 0.76 \\ 0 & \text{else} \end{cases} \tag{12}$$



図－3　(11) 式



図－4　(12) 式

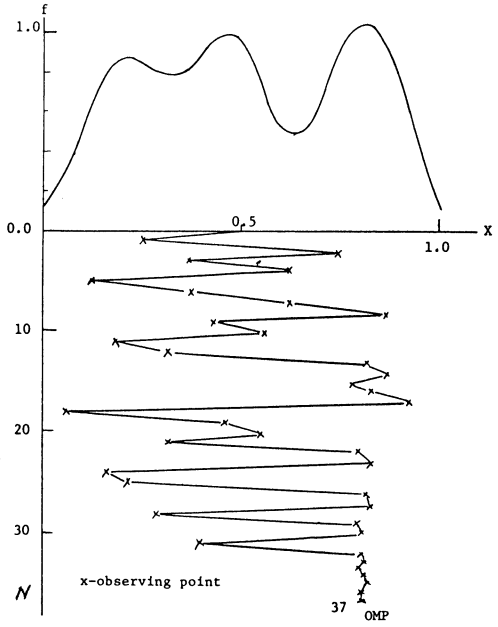
(11)と(12)の関数値の概形を図－3，図－4の上方に示す。図に示すごとく，峰の状況は同じで，違いは極大値が0.01だけ間隔が異なっているだけである。これらに対して $c_2=4$ として探索を行った順序が図のそれぞれの下方である。Nは探索回数である。先に述べたごとく，図－3においては全領域は等しく8分割された状態があるが，$x \geqq 0.5$ での領域では観測された関数値がすべて $Y_{min}=0$ であり，この段階で右側峰は全くとらえられず，予想したように失敗に終っている。次に図－4では，同じ段階で右側峰のすその部分の関数値が Y_{min} でないため，最大峰をとらえ成功している。これらの結果は先の推論が正しいことを示している。

5．例題による有効性の検討

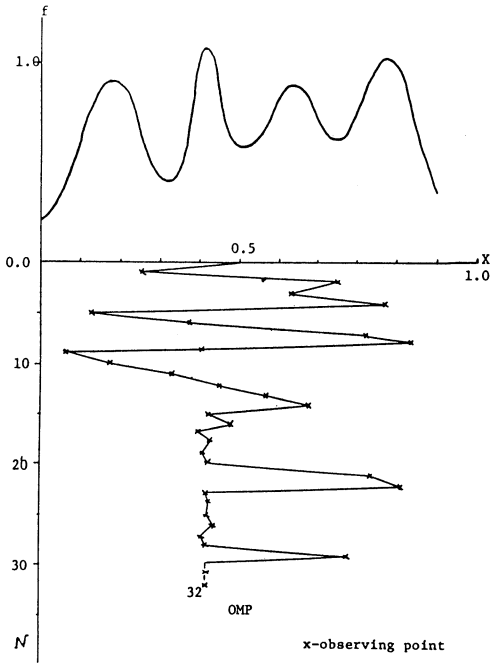
A．1次元の例題

例題1．

$$f(x)=0.85\exp\{-50\ (x-0.2)^2\}+0.95\exp\{-40\ (x-0.48)^2\}$$
$$+\exp\{-70\ (x-0.81)^2\} \tag{13}$$
$$0 \leqq x \leqq 1$$



図－5　例題1



図－6　例題2

例題2.

$$f(x)=0.9\exp\{-46\ (x-0.15)^2\}+\exp\{-120\ (x-0.41)^2\}$$
$$+0.89\exp\{-85\ (x-0.6)^2\}+0.98\exp\{-70\ (x-0.85)^2\} \tag{14}$$
$$0\leqq x\leqq 1$$

$c_2=4$ として，探索結果を示したのが図－5，図－6である。

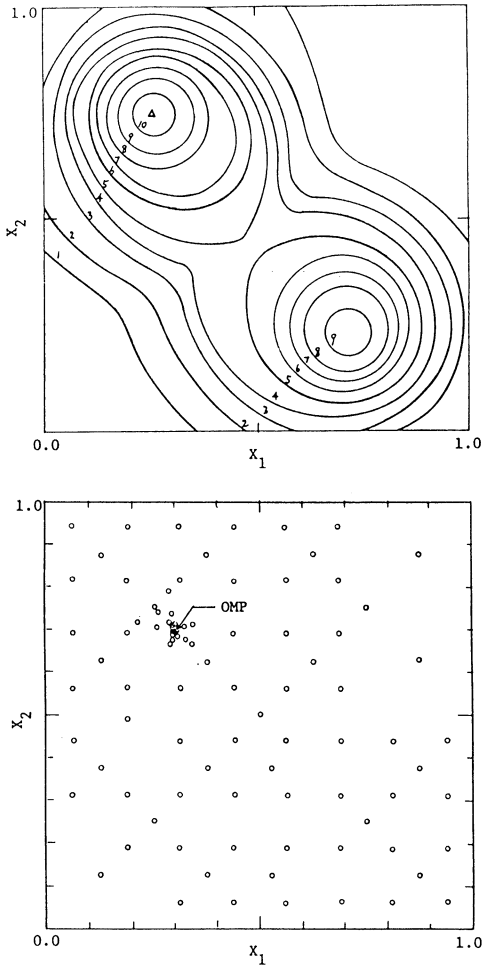
B．2次元の例題

例題3.

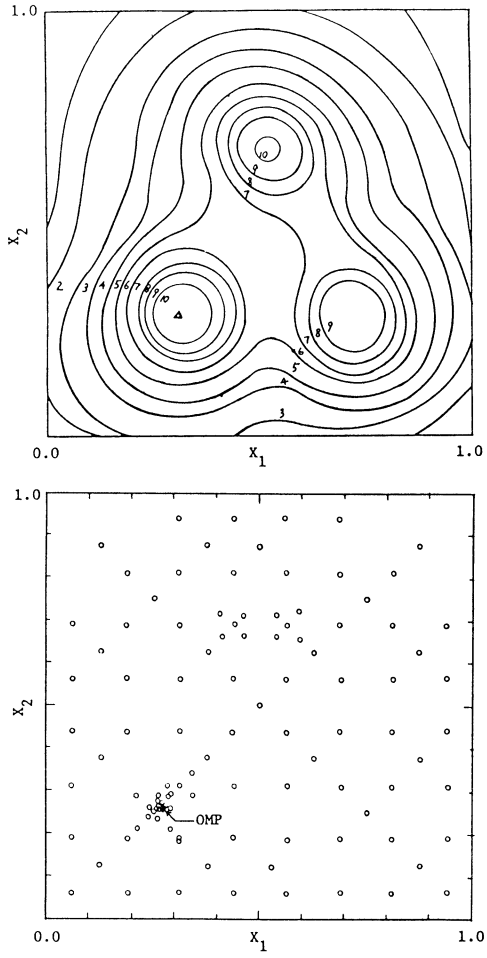
$$f(x_1,\ x_2)=\ 25\exp\{-20\ (x_1-0.3)^2-18(x_2-0.7)^2\}+23$$
$$\exp\{-17(x_1-0.65)^2-19(x_2-0.25)^2\} \tag{15}$$
$$0\leqq x_1\leqq 1 \qquad 0\leqq x_2\leqq 1$$

例題4.

$$f(x_1,\ x_2)=\ 18\exp\{-15\ (x_1-0.5)^2-20\ (x_2-0.7)^2+19$$
$$\exp\{-22\ (x_1-0.27)^2-20\ (x_2-0.25)^2\}+17$$
$$\exp\{-20\ (x_1-0.75)^2-16\ (x_2-0.3)^2\} \tag{16}$$
$$0\leqq x_1\leqq 1 \qquad 0\leqq x_2\leqq 1$$



図－7　例題3



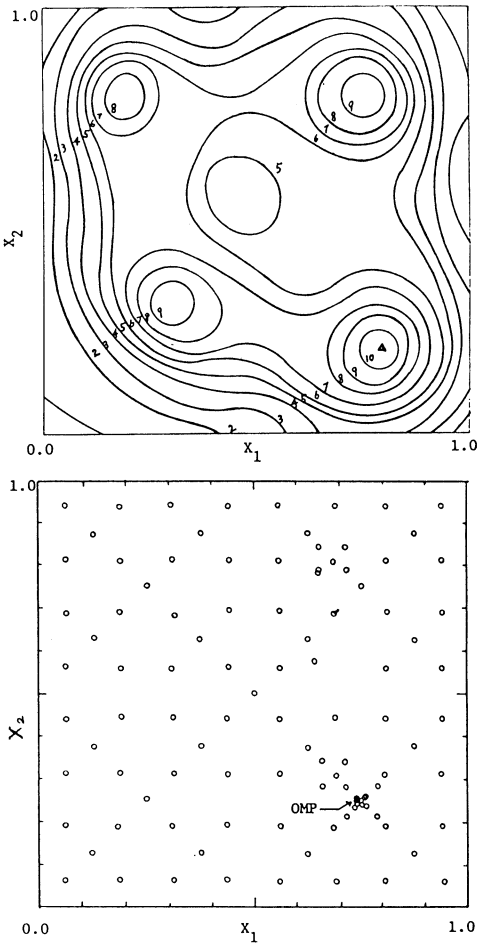
図－8　例題4

例題5.

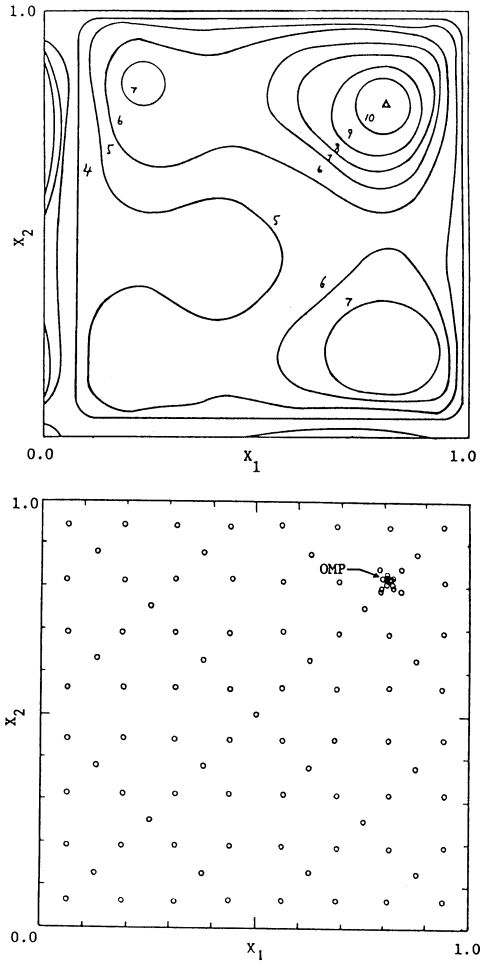
$$
\begin{aligned}
f(x_1,\ x_2) = \quad & 15\exp\{-20(x_1-0.3)^2-22(x_2-0.3)^2\}+17 \\
& \exp\{-19(x_1-0.75)^2-15(x_2-0.25)^2+14 \\
& \exp\{-23(x_1-0.25)^2-18(x_2-0.75)^2+16 \\
& \exp\{-20(x_1-0.7)^2-20(x_2-0.8)^2\} \qquad (17) \\
& \qquad 0 \leqq x_1 \leqq 1 \qquad 0 \leqq x_2 \leqq 1
\end{aligned}
$$

例題6.

$$
\begin{aligned}
f(x_1,\ x_2) = \quad & \{1-100(x_1-0.15)(x_1-0.35)(x_1-0.5) \\
& (x_1-0.95)\}\{1-100(x_2-0.1)(x_2-0.3)(x_2-0.6) \\
& (x_2-0.95)\} \qquad (18)
\end{aligned}
$$



図－9　例題5



図－10　例題6

$$0 \leqq x_1 \leqq 1 \qquad 0 \leqq x_2 \leqq 1$$

例題3～6を $c_2=16$ として，図－7，図－8，図－9，図－10にその関数概形と探索状況を示してある。

表－2に例題1より6までの正しい値と探索による最大値と座標点を示してあり，それぞれ良い結果となっている。また表－3に本方法とランダム法による収束探索回数の比較を示してある。いずれもランダム法に比べて，早い収束となっている。

6．あ と が き

多峰性関数の最大値探索を簡単な評価量を導入することによって，優先順序を設定して発見することを述べた。本手法の要点は c_2 の値をいかに合理的に決定するかであり，その1つの目

表－2　例題1～6の真値と探索値

Test fun.		Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	Ex. 6
Searched data	X_1	0.8064	0.4111	0.3007	0.2758	0.7416	0.8066
	X_2			0.6992	0.2543	0.2524	0.8222
	f	1.0125	1.0817	25.0619	19.3210	17.3035	4.8007
True data	X_1	0.808	0.411	0.301	0.2750	0.742	0.807
	X_2			0.699	0.2540	0.253	0.822
	f	1.01257	1.0817	25.062	19.321	17.303	4.800

表－3　例題に対する本法とランダム法との比較

Test fun.	Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	Ex. 6
This method	37	32	110	126	121	113
Random search	42	72	590	906	764	305

安として(10)式を与えたものである。しかしこれは最小をおさえるものなので，適用する問題に対して過大になりすぎると探索回数を増すことになり好ましくない。

従って，峰数を簡単に推定することが出来れば，本法での能率の良い試行が行なわれると考えられる。峰数を求める方法が発表されているが，本法にそれを適用することは困難である。よって本法に適した峰数の推定法の開発はより本手法の能力を高めることになるので，残された課題である。停止条件の設定に困難性はない。さらに評価量の減少の度合など考慮すると，さらに収束性を高めれる可能性があると思われる。

(昭和59年5月19日　受理)

参　考　文　献

1）和崎嘉夫・久保田譲：多峰性関数における最大値探索の一手法：第10回計測制御に関する北海道研究集会（昭53）

2）久保田譲：多峰性関数の極値探索について：日本機械学会北海道支部講演会講文集（No. 832－2）