



## 音場の可視化方法によるボルト接合長方形板の振動モードの測定

メタデータ	言語: jpn 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2014-03-04 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 西田, 公至, 高仲, 文成, 丸山, 朗 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10258/1092">http://hdl.handle.net/10258/1092</a>

# 音場の可視化方法によるボルト接合長方形板の 振動モードの測定

西 田 公 至・高 仲 文 成\*・丸 山 朗\*

## Measurement of Vibration Modes of a Bolted Rectangular Plate by a Sound Visualization Method

Kohshi NISHIDA, Fuminari TAKANAKA and Akira MARUYAMA

### Abstract

This paper deals with theoretically and experimentally the relation between the sound field radiated from a rectangular plate with bolted support along all four edges and the mode of vibration of the plate. The computation of the radiated sound field is based on the Huygens-Rayleigh integral and the assumption that the deflection function of the bolted plate is expressed approximately by that of a plate with simple or clamped support on all four edges. The measurement of the radiated sound is performed by the photographic sound visualization method used as a trial, in which three colored light emitting diodes are used, which go on and off according to the magnitude of sound pressure level.

The results may be summarized as follows : (1) The distribution of sound pressure level measured in a scanning plane parallel to the rectangular plate vibrating in a mode shape shows a similar tendency to that of deflection amplitude of the plate. (2) It was confirmed theoretically and experimentally that even the higher modes of a rectangular plate could be measured, without touching the plate, by the sound visualization method. (3) Only doubly symmetric modes can be excited by the exciting method using a loud speaker.

### 1. 緒 言

一般に、機器の振動問題を解決するための診断として、対象とする機器の固有振動数及び振動モードなどの振動特性を測定することが行われる。この場合、構造全体の特性と同時に、構造要素の特性についても測定が行われる。構造体の振動モードの測定に関しては、従来の基準点に対する任意の位置での振幅及び位相差を順次測定して、振動モードの節線等を求める方法では測定精度に問題が残る。特に、加速度ピックアップ重量の影響が無視できないような場合には測定が不可能となる。又、レーザホログラフィの応用<sup>1)</sup>によれば振動モード全体の様子を一

---

\* 大学院工学研究科・機械工学専攻

度に観測できるが、測定対象の大きさに制限がある。あらたな一つの方法として、振動体表面の近接音場の指向性は振動モードに依存すると考えられることから、振動体表面からの放射音による振動モードの非接触測定方法が考えられる。この場合、振動体表面の近接音場の音圧レベル分布など音場の特性を詳細に、しかも容易に求め得る音響測定方法が必要となる。よく用いられている多点測定により等音圧レベル分布のコンターを求める方法では多くの労力を要し、また複雑な指向性のある音場の場合には精度のよい測定を行なうことができない。音響ホログラフィ<sup>2)</sup>や音響インテンシティ計測による音の流れのベクトルマップ<sup>3)</sup>等の応用も考えられるが、いずれも計算機による演算処理を行なうため一定の設備が必要となる。

本研究では、機器の構造要素として最も広く用いられている長方形板を対象として、長方形板の振動により形成される板面近傍の音圧レベル分布と振動モードとの関係を計算と発光ダイオードを用いた音場の自動可視化方法による実験の両面から検討し、放射音による振動モードの非接触測定法について検討を行なった。

## 2. 実験方法

実験に用いた長方形板は外形寸法 300×400 mm、厚さ 3 mm の鋼板で、長辺と短辺の周辺に沿って、それぞれ 7 本及び 5 本の M 4 のボルトにより一様な締付けトルクで加振装置に接合される。加振装置は、図-1 に示すように、厚さ 19 mm の鋼板溶接構造のエンクロージャの一面に長方形板をボルト接合し、内部に設けたスピーカにより空気加振する構造となっている。スピーカには 20 cm ハイコンプライアンス・ウーファ (FW 200) を使用し、1 W の正弦波入力を用いた。この加振装置はターンテーブル上に設けた架台の上に防振ゴムを介して設置される。長方形板の固有振動数及び振動加速度などの振動測定は加速度ピックアップによる。

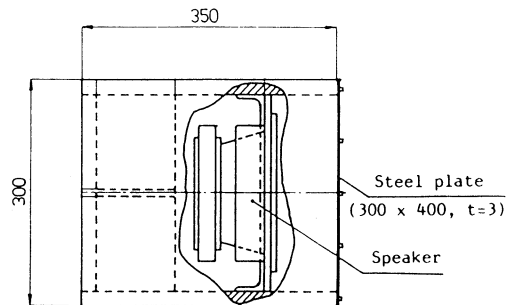


図-1 長方形板の加振装置

この加振装置はターンテーブル上に設けた架台の上に防振ゴムを介して設置される。長方形板の固有振動数及び振動加速度などの振動測定は加速度ピックアップによる。

振動する長方形板から放射される音場の音圧レベル分布の測定方法としては、試作による LED 走査式自動音場可視化装置<sup>4)</sup>を用いて、走査平面内の音圧レベル分布を自動的に連続して測定し、音圧レベル分布を定量的に可視化する方法を用いた。この装置は 3 色 (赤, 黄, 緑) の発光ダイオード (LED) を取り付けたマイクロホン直交する 3 軸方向に走査させるためのマイクロホン自動走査装置、3 色の発光ダイオードを 5 dB ごとの音圧レベルの大きさに従って順次反復点減させるための LED 式音圧レベル表示装置及び音圧レベルの大きさに従って変化する 3 色の発光ダイオードの光の軌跡を記録するための写真撮影装置とから成っている。

音場の可視化方法によるボルト接合長方形板の振動モードの測定

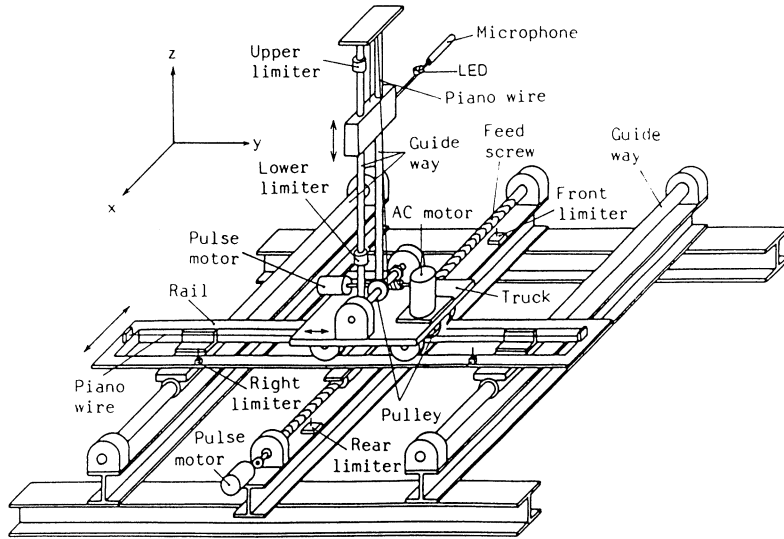


図-2 マイクロホン自動走査装置

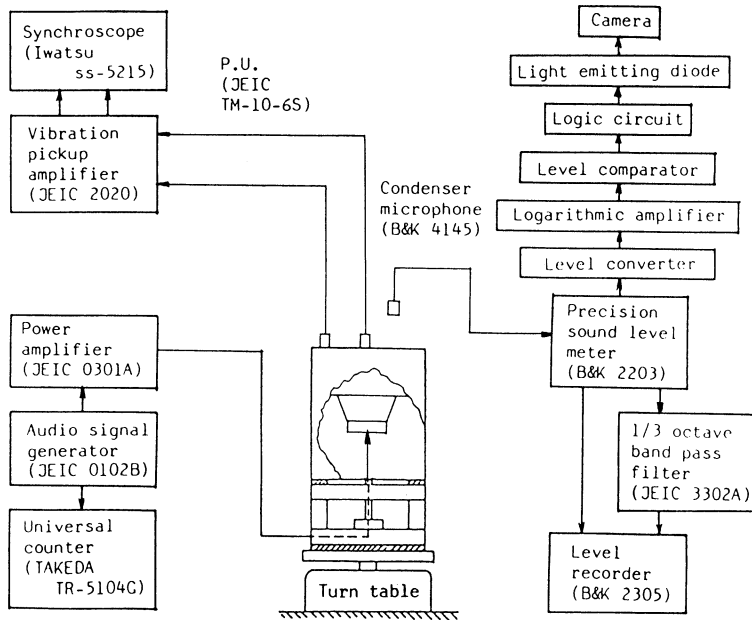


図-3 振動及び音場の可視化測定系

図-2にマイクロホン自動走査装置の概略を示す。

長方形板の振動モードと音圧レベル分布との対応関係を調べるためのマイクロホンによる走査平面は、長方形板の板面から一定距離はなれた、板面に平行な平面内に設けた。また振動モードと対応した放射空間の指向性及び音圧レベル分布の状態を検討するために、長方形板の中心

を通り、辺に平行な垂直平面内においても音圧レベル分布の可視化測定を行なった。図-3に振動と音場の可視化測定系を示す。

### 3. 放射音場の計算

長方形板の振動による放射音場と振動モードとの関係を検討するために、長方形板がある振動状態にあるときの放射音場を計算によって求めておく。板面上の微小面素を1つの点音源と考え、長方形板全体を分布点音源の集合として表わす。それぞれの点音源から放射される音は長方形板を含む半無限空間のみに伝搬すると仮定し、回折及び周囲からの反射の影響を無視すると、放射音場の音圧は Huygens-Rayleigh の積分<sup>5)</sup>によって式(1)のように表わされる。座標系は長方形板の一つの頂点を原点にとり、長辺方向と短辺方向とをそれぞれ、 $x$  軸、 $y$  軸とする。

$$p = \frac{j\omega\rho_a}{2\pi} \int_s \frac{v(x, y)}{r} e^{j(\omega t - kr)} dS \quad (1)$$

ここに、 $p$  は観測点の音圧、 $j = \sqrt{-1}$ 、 $\rho_a$  は空気密度、 $\omega$  は角振動数、 $v(x, y)$  は板面上の点 $(x, y)$  における速度振幅、 $r$  は板面上の点 $(x, y)$  における微小面素  $ds$  と観測点の距離、 $s$  は板の面積、 $t$  は時間、 $k$  は波長定数で音速を  $c$  とすると  $k = \omega/c$  と表わされる。式(1)から明らかのように、一般に板の振動による放射音場の音圧は板の振動数と任意の点での速度振幅が明らかとなれば求められる。長方形板がモード数 $(m, n)$ の正規モードで振動している場合、速度振幅はこのときの変位関数  $W_{mn}$  及び固有角振動数  $\omega_{mn}$  により、 $A_{mn}$  を定数として式(2)のように表わされる。

$$v(x, y) = j\omega_{mn} A_{mn} W_{mn}(x, y) \quad (2)$$

変位関数及び固有角振動数は長方形板の周辺の支持条件に依存する。支持条件がボルト接合である場合には、実際に長方形板の振動解を求めるのは困難である。しかし、ボルト接合による長方形板の振動は全周単純支持による場合と全周固定支持による場合の中間の状態となると考えられることから、ここではボルト接合の場合の変位関数を近似的に単純支持及び固定支持の場合の変位関数によって表わし、それぞれを用いた場合の結果について検討する。まずはじめに、全周単純支持の長方形板に作用する強制力としての音圧は板面に一様に、しかも一定振幅の正弦波として作用するものと仮定し、また変位速度に比例した粘性減衰が働くと仮定する。この場合の平板の振動方程式は式(3)により表わされる。

$$D\nabla^4 w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \mu \frac{\partial w}{\partial t} = p_0 e^{j\omega t} \quad (3)$$

ここに、 $D = Eh^3/12(1 - \nu^2)$  は板の曲げ剛性、 $E$  は縦弾性係数、 $h$  は板厚、 $\nu$  はポアソン比、 $w$  は板のたわみ、 $\rho$  は板の体積密度、 $\mu$  は粘性減衰係数、 $p_0$  は単位面積に作用する音圧の振幅を表わす。式(3)の定常振動解は容易に求まり式(4)のように表わされる。

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} W_{mn}(x, y) e^{i(\omega t - \delta_{mn})} \quad (4)$$

ここに、

$$W_{mn}(x, y) = \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b}$$

$$C_{mn} = \frac{4p_0(1 - \cos m\pi)(1 - \cos n\pi)}{mn\pi^2 \rho h \sqrt{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)^2 + \mu\omega/\rho h^2}}$$

$$\omega_{mn} = \pi^2 \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \sqrt{\frac{D}{\rho h}}$$

$$\tan \delta_{mn} = \frac{\mu\omega}{\rho h (\omega_{mn}^2 - \omega^2)}$$

ここで、 $a$ 、 $b$  はそれぞれ長方形板の長辺と短辺の長さを表わす。式(4)から明らかなように強制振動による変位関数  $W_{mn}(x, y)$  は固有振動解のモード ( $m$ 、 $n$ ) の変位関数と同じとなる。しかし、このような様な音圧による加振方法の場合には、式(4)の係数  $C_{mn}$  の式は、モード数  $m$  又は  $n$  が偶数のときは  $C_{mn}$  は 0 となり、 $m$  と  $n$  が共に奇数となる振動モードのみが存在し得ることを示している。単純支持を仮定した場合の音場の計算では、式(4)における変位関数を用い、式(2)を用いるさいの固有振動数  $\omega_{mn}$  及び係数  $A_{mn}$  は測定によって定める。

次に、全周固定支持の場合の長方形板による放射音場の計算方法について述べる。全周が固定支持された長方形板についての固有振動の厳密解は得られていない。近似解としては、振動方程式と境界条件をともに満すものとして Levy 解<sup>9)</sup>があるが煩雑となるため、ここでは両端固定はりの変位関数を利用した合成による変位関数で長方形板の変位関数を近似し、レイリー・リッツの方法により固有振動数を求める方法を用いる。この合成変位関数は、長方形板の任意の点を通り、各辺に平行な単位幅の2つの直交する固定はりを考え、それぞれの固定はりの変位関数の積として表わしたものである。全周単純支持の長方形板の場合には厳密解の変位関数と合成はりによるものとが一致する<sup>7)</sup>。しかし、固定支持の場合の合成変位関数は境界条件は満足するが、振動方程式は満さない近似関数となる。以上の考え方により、全周固定支持の長方形板の変位関数は既知の固定はりの解を用いて次のように式(5)で表わされる。

$$W_{mn}(x, y) = (S_m(a) C_m(x) - C_m(a) S_m(x)) (S_n(b) C_n(y) - C_n(b) S_n(y)) \quad (5)$$

$$\text{ここに、} \quad S_i(x) = \sinh \theta_i x - \sin \theta_i x$$

$$C_i(x) = \cosh \theta_i x - \cos \theta_i x$$

と表わされ、式(5)における  $\theta_m a$  及び  $\theta_n b$  は固定はりの振動数方程式(6)

$$1 - \cosh x \cdot \cos x = 0 \quad (6)$$

の根を表わす。音場の計算にさいしては、式(6)で表わされる変位関数を式(2)に用いて単純支持の場合と同様に行なう。

#### 4. 結果及び考察

実験に用いたボルト接合による長方形板の固有振動数の測定値は、表-1に示した結果から明らかなように、単純支持の場合の計算値と固定支持の場合の計算値との間にあることがわかる。従って、ボルト接合による長方形板の振動状態は全周単純支持による場合と全周固定支持による場合の中間の状態にあるといえる。ボルト接合による長方形板が振動モードの相違によって形成する放射音場の例を図-4に示す。この結果は、長方形板の中心を通り、板面に垂直で長辺に平行な平面内の音圧レベル分布を可視化測定したもので、実際には5 dB ほどの音圧レベル分布が赤黄緑の鮮明なカラー写真として得られている。図から明らかなように、モー

表-1 長方形板の支持条件の相違による固有振動数の比較

Mode (m,n)	Calculated (Simple support)		Calculated (Clamped support)		Measured (Bolted support)
	$\omega_n/\sqrt{D/\rho h a^2 b^2}$	Natural frequency	$\omega_n/\sqrt{D/\rho h a^2 b^2}$	Natural frequency	Natural frequency
(1, 1)	20.78	163.10	38.99	306.06	275
(3, 1)	77.93	611.64	105.10	824.94	746
(1, 3)	129.87	1019.38	174.93	1373.05	1280
(3, 3)	187.02	1467.91	234.79	1842.88	1566
(5, 3)	301.31	2364.98	356.11	2795.15	2520
(1, 5)	348.06	2731.91	420.62	3301.44	2932
(3, 5)	405.20	3180.45	479.63	3764.58	3344
(9, 1)	592.23	4648.45	661.06	5188.66	4669

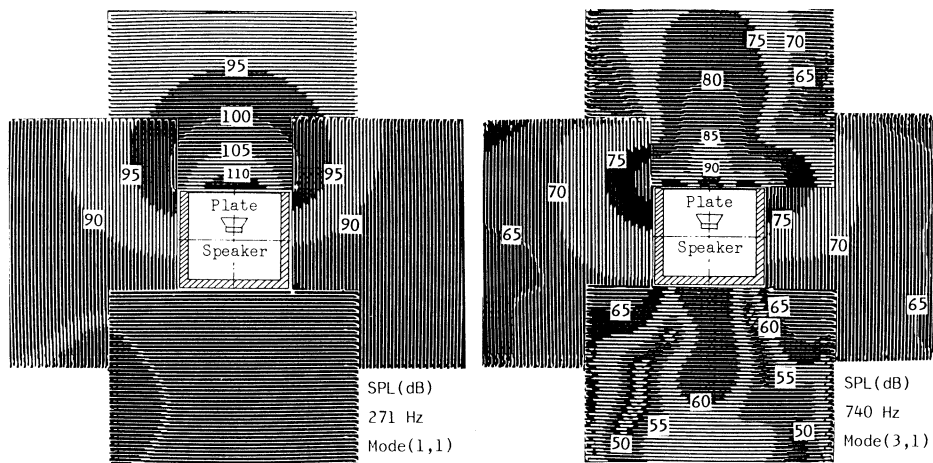


図-4 長方形板の振動モードの相違による放射音場の可視化

ド(1, 1)の場合には、板の中心に1個の点音源がある場合と類似して、音はほぼ半球面状に放射されている。また、モード(3, 1)の場合には、長方形板は短辺に平行な2本の節線によってほぼ3等分された状態となっており、中央部は両側の部分と逆位相となって振動している。このため、両側部分と中央部とからは逆位相の音が放射され、干渉して弱まるために全体的に放射パワーは小さくなる。しかし、板面近傍の音場では、節線によって分割された長方形板の各領域が、それぞれ独立なモード(1, 1)の小さな長方形板に対応した音場を形成しているとみることができる。従って、図-4から明らかなように、長方形板の振動モードと放射音場との対応関係をみるためには、板面近傍での、板面に平行な走査平面内の音圧レベル分布を対象とすればよいことがわかる。振動モードが(1, 1)と(3, 3)の場合を例にとり、板面から10 mmの距離にとった走査平面内の音圧レベル分布の可視化結果と単純支持及び固定支持の条件のもとに計算で求めた音圧レベル分布及び振動形との比較を図-5に示す。音圧レベル分布の計算では、長方形板の2辺を各々20等分し、対応する走査平面は100×100個の格子に分割して数値計算により、格子点の音圧レベルを5 dBごとの分布として表示している。また、振動形の計算では、長方形板の2辺をそれぞれ2 mmごとに分割し、131×181個の正方形要素の中心点(x, y)に対して、式(7)

$$W_i - 0.05 \leq W_{mn}(x, y) \leq W_i + 0.05 \quad (7)$$

ここに、 $W_i = (0, \pm 0.25, \pm 0.50, \pm 0.75)$

を満す領域ごとに等変位線として表示している。ただし、変位関数の最大値を1とした $W_{mn}$ について計算している。この結果によると、いずれの場合も単純支持の場合には、全体的に変位振幅は固定支持の場合より大きく、特に長方形板の周辺部ではその差が大きくなっている。この両者の振幅の相違は音圧レベル分布の計算結果にも現われている。すなわち、単純支持による場合の楕円状に現われている一定の音圧レベル領域は固定支持による場合よりも拡大している。このことは同一の振動モードに対して、単純支持の仮定による変位関数を用いると、固定支持の変位関数を仮定した場合よりも音の放射が大きく計算されることを示している。図5の例では、可視化によって得られた音圧レベル分布は固定支持を仮定した場合の計算結果に近い状態となっている。基本的には、長方形板の周辺の境界と節線とにより分けられたそれぞれの領域に対して、音圧レベル分布が楕円状の閉曲線として測定され、しかもその中心部で音圧レベルは高く、また、節線部と境界部とでは音圧レベルが小さく測定されるといえる。従って、振動している板面近傍の音圧レベル分布を測定することにより、板の振動モードを求めることが可能であるといえる。総合的にみても、測定及び計算による近接音場の音圧レベル分布の状態と振動モードに対する等しい変位の分布状態とがよく対応しているといえる。図-6に高次の振動モードに対する板面近傍での音圧レベル分布の可視化測定結果の例をあげる。図にはモードが連成している場合の例をも示した。この結果から明らかなように、音場の可視化



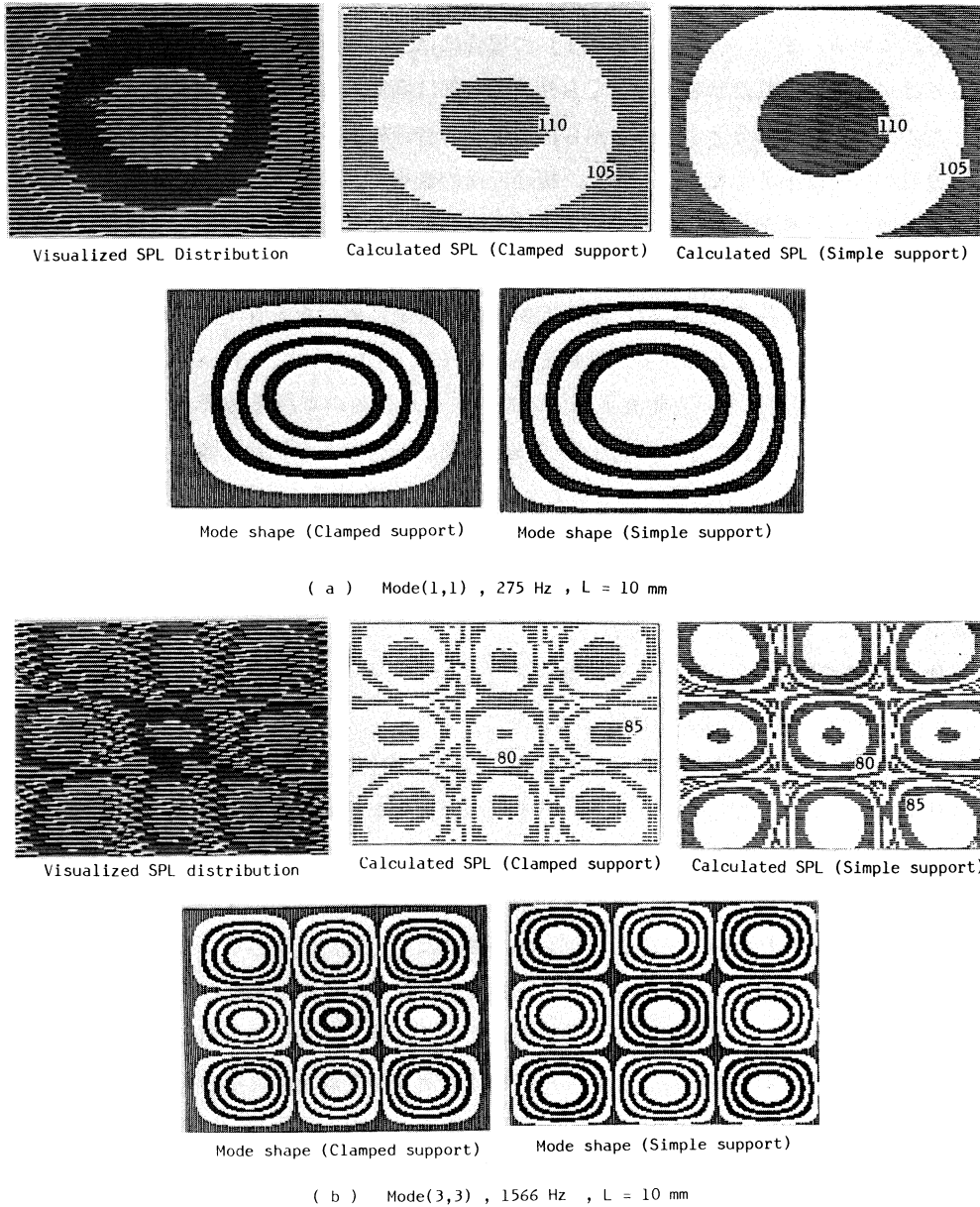


図-5 長方形板の振動モードと音圧レベル分布の比較

方法により、かなり高次の振動モードをも測定できることがわかる。

## 6. 結 言

ボルト接合した長方形板による放射音場の特性と振動モードとの対応関係を発光ダイオード

音場の可視化方法によるボルト 接合長方形板の振動モードの測定

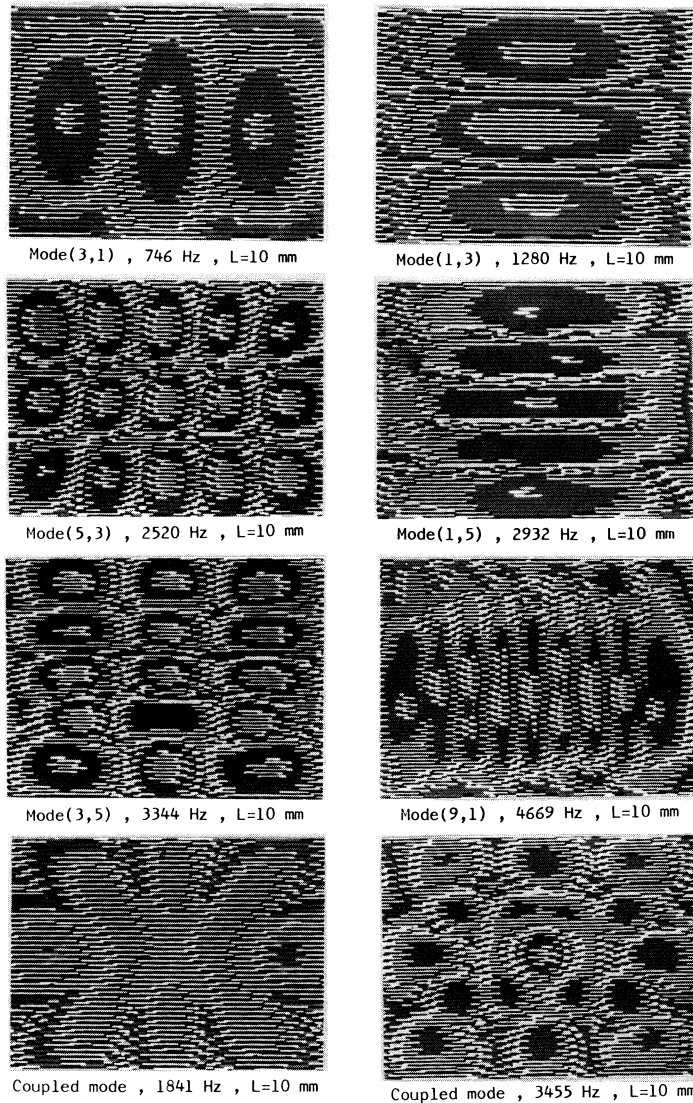


図-6 長方形板の高次の振動モードに対する板面近傍の音場の可視化

を用いた音場の可視化測定と計算とにより検討した。その結果、次のような結論が得られた。

- (1) 使用した加振方法による長方形板の振動ではモード数 $m$ 及び $n$ がともに奇数となる場合の振動のみが励起される。
- (2) 長方形板周辺の境界と節線とにより分けられたそれぞれの小領域に対する板面近傍での音圧レベル分布は、詳細な可視化測定の結果から、それらの小領域のみによる放射音の影響を強く受けて形成されているといえる。

- (3) 板の振動モードは板面近傍での、板面に平行な走査平面内での音圧レベル分布の測定により求めることができる。
- (4) 用いた音場の可視化測定方法によれば、高次の振動モードをも測定することができることが明らかとなった。

(昭和 59 年 5 月 16 日 受理)

文 献

- 1) 例えば, 古賀達蔵: 機械の研究 29, (10) 1161 (1977)
- 2) 例えば, 梅沢清彦: 機械の研究 30, (3) 359 (1978)
- 3) 西田公至, 岩倉正雄: 昭和 59 年度精機学会春季大会学術講演会論文集 365 (1984)
- 4) 西田公至, 飛瀬 修: 精密機械 49, (12) 1620 (1983)
- 5) Skudrzyk, E.: The Foundation of Acoustics p. 594 (Springer-Verlag, N. Y. 1971)
- 6) Gorman, D. J.: Free Vibration Analysis of Rectangular Plates p. 68 (Elsevier, 1982)
- 7) Harris, C. M, and Crede, C. E.: Shock and Vibration Handbook p. 7-29 (Mc Graw-Hill, 1976)