



せん断変形を考慮した開断面耐震壁の振り解析

メタデータ	言語: jpn 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2014-03-04 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 荒井, 康幸, 荒川, 卓, 溝口, 光男 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10258/1103

せん断変形を考慮した開断面耐震壁の振り解析

荒井 康幸・荒川 卓・溝口 光男

Torsional Analysis of Open-Section Shear Walls Considering the Effect of Shear Deformation

Yasuyuki ARAI, Takashi ARAKAWA AND Mitsuo MIZOGUCHI

Abstract

The shear walls with a U shaped section are commonly employed in building structure to resist the forces imposed by earthquakes. A method for analysis of space-frame with open-section shear walls subjected to lateral loading was presented in the authors' previous paper¹⁾.

The purpose of this paper is to present a more refine theory on the torsional analysis of U shaped section shear walls considering the shearing strains and deformation. It retains the basic assumption that is given by authors' theory¹⁾. However, St. Venant torsional moment is taken into account exactly.

1. はじめに

建築構造物には、コアシステムや壁式アパートなどのように二方向の壁板からなるL形、コ形などの平面形状をもった、いわゆる開断面耐震壁が配置されている場合が少なくない。これらの壁は地震時に水平力を受けて、曲げおよびせん断変形に加えて振りとこれに伴うそり変形を生ずる。筆者らは拙論¹⁾において開断面壁を構成する各壁板の壁縁に縁伸縮力という概念を導入して開断面壁の解析法を提案した。さらに、マトリックス構造解析のための定式化を行って、開断面壁を含む構造物の単純なマトリックス解法による三次元解析を可能にした。この方法によれば、そり振り変形に伴うせん断変形を考慮した曲げ振り解析を行うことが出来るが、拙論¹⁾で示したマトリックス解法ではSt. Venantの振りモーメントが節点間で一定となる。

本報告は、St. Venantの振りモーメントを厳密な形で取り入れて、拙論¹⁾の解析理論に基づいたコ型開断面壁の曲げ振り解析を行うものである(厳密解と呼ぶ)。また、St. Venantの振りモーメント M_S を一定とした解析解も示す(簡略解と呼ぶ)。 M_S を一定とする解析は簡便であり、マトリックス解法は開断面壁を含む建築構造物の設計には便利であるので、数値計算例によって簡略解(マトリックス解析解)の精度について検討する。併せて、拙論¹⁾に基づく厳密解はせん断変形を無視するとVlasovの理論²⁾に一致することを示す。

2. 開断面壁の解析理論の概要

2.1 縁伸縮力と全軸力・全曲げモーメント

本論では開断面壁を構成する各壁板を分割して壁要素とし、それぞれ平面要素として取扱う。コ型開断面壁が水平力を受けると図-1 (a) のように変形すると考えられるが、この場合、壁要素内の斜線で示す微小部分 abcd が、外力と直接釣合う断面力（曲げモーメント M 、軸方向力 N 、せん断力 Q ）のほかに、壁縁 ad, bc に連続する直交壁によって同図に示すような境界における拘束力 n_1, n_2 の作用を受けているものとする。 n_1, n_2 は通常の断面力とは異なり、それぞれ壁縁に発生する ad を縮めようとする一対の力と、bc を伸ばそうとする一対の力（以後、これらを縁伸縮力と呼ぶ。単位は kg, ton 等）であり、それら自身がその作用線上で釣合っているものである。縁伸縮力の符号は伸びる時を正、縮む時を負とし、同図 (b) に示すように切り離れた両壁縁の伸縮力は符号が逆で大きさが等しい。 n_1, n_2 は壁縁の適合条件を満足させることによって求められる。壁断面には M, N, Q と縁伸縮力 n_1, n_2 とによって応力が生ずるものとし、縁伸縮力を中立軸に作用する軸力と曲げモーメントに換算すれば、断面に作用する軸力と曲げモーメントの総和 \bar{N}, \bar{M} （以後、それぞれ全軸力、全曲げモーメントと呼ぶ）は、同図 (b) の場合それぞれ次式で表されることになる。

$$\bar{N} = N + n_1 + n_2 \dots\dots\dots (1)$$

$$\bar{M} = M - n_1 d_1 + n_2 d_2 \dots\dots\dots (2)$$

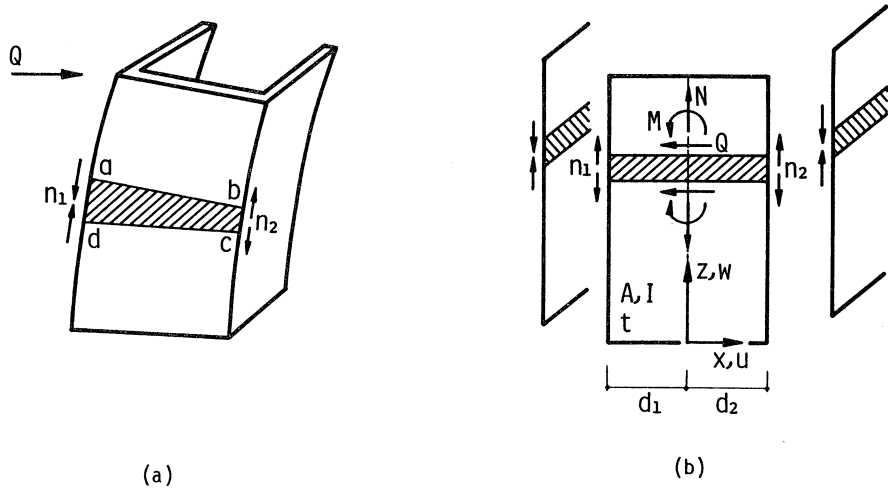


図-1 縁伸縮力

2.2 壁要素の仮定

壁要素に関して以下の仮定を設ける。

- 1) 壁の面外方向の剛性は無視する。
- 2) 平面保持の仮定が成立する。
- 3) せん断応力度の分布は、垂直応力度との釣合いから定める。
- 4) 壁高の中間に軸方向荷重は存在しない。

2.3 壁要素の垂直応力度

壁断面に作用する全軸力と全曲げモーメントはそれぞれ(1), (2)式であるから、図-1(b)に示す z 断面の x での垂直応力度 σ_z は次式で表される。

$$\sigma_z = \frac{\bar{N}}{A} + \frac{\bar{M}}{I} x \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 A ：断面積、 I ：断面二次モーメント

2.4 壁要素のせん断応力度

本論の壁要素では、縁伸縮力が存在することによって全軸力が材軸に沿って変化するため、せん断応力度の大きさは曲げ応力の変化に軸方向応力の変化を加えた釣合いから定める。

図-2(a)に示す壁要素内の座標 z の位置で長さ dz , x 方向に幅 dx だけを取った微小部分を同図(b)に示す。この部分の壁厚を t として z 方向の力の釣合いをたてると次式を得る。

$$\frac{d(\tau t)}{dx} = - \left(\frac{1}{I} \cdot \frac{d\bar{M}}{dz} t x + \frac{1}{A} \cdot \frac{d\bar{N}}{dz} t \right) \dots\dots\dots (4)$$

ここで、(2)式を z で微分すると、

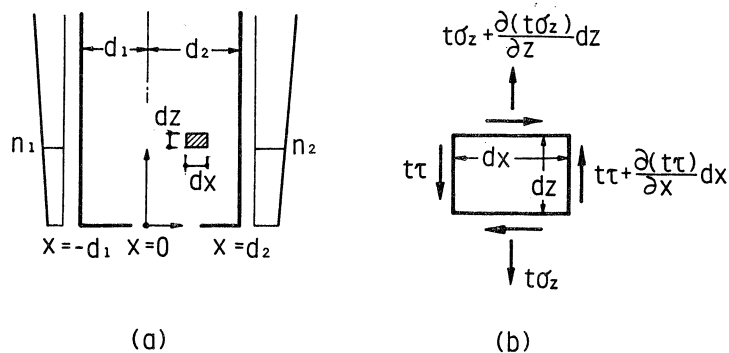


図-2 壁要素内微小部分の応力の釣合い

$$\frac{d\bar{M}}{dz} = Q - d_1 \frac{dn_1}{dz} + d_2 \frac{dn_2}{dz} \dots\dots\dots (5)$$

また、 N は z に関して一定であるから(1)式を微分すると次式となる。

$$\frac{d\bar{N}}{dz} = \frac{dn_1}{dz} + \frac{dn_2}{dz} \dots\dots\dots (6)$$

(5), (6)式を(4)式に代入し、 x で積分すると次式が得られる。

$$\tau t = -\frac{1}{I} \left(Q - d_1 \frac{dn_1}{dz} + d_2 \frac{dn_2}{dz} \right) \int_0^x t x dx + \frac{1}{A} \left(\frac{dn_1}{dz} + \frac{dn_2}{dz} \right) \int_0^x t dx + C \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 C ：積分定数

ところで、壁縁には図-3に示すように伸縮力 n_1, n_2 が作用しており、その変化率(dn_1/dz), (dn_2/dz) が縁に働くせん断力となるから壁縁 $x = dz$ において、

$$\tau t = -\frac{dn_2}{dz} \dots\dots\dots (8)$$

となる。これより積分定数 C を定めると(7)式は、

$$\begin{aligned} \tau t = & \frac{1}{I} \left(Q - d_1 \frac{dn_1}{dz} + d_2 \frac{dn_2}{dz} \right) \int_x^{d_2} t x dx \\ & + \frac{1}{A} \left(\frac{dn_1}{dz} + \frac{dn_2}{dz} \right) \int_x^{d_2} t dx - \frac{dn_2}{dz} \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

となる。壁厚 t を一定とすると、せん断応力度 τ は次式で表される。

$$\tau = ax^2 + bx + c \dots\dots\dots (10)$$

ただし、

$$a = -\frac{1}{2I} \left(Q - d_1 \frac{dn_1}{dz} + d_2 \frac{dn_2}{dz} \right)$$

$$b = -\frac{1}{A} \left(\frac{dn_1}{dz} + \frac{dn_2}{dz} \right)$$

$$c = -ad_2^2 - bd_2 - \frac{1}{t} \cdot \frac{dn_2}{dz}$$

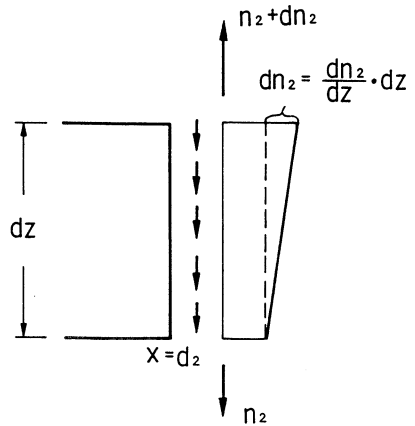


図-3 壁縁に働くせん断力

2.5 壁要素のせん断剛性

せん断剛性を GA/κ (G ：せん断弾性係数、 κ ：形状係数) と表すことにするが、本論では壁縁に (dn_1/dz), (dn_2/dz) のせん断力が作用しているため、(10)式で表されるせん断応力分布は一般の曲げ材とは異ってくる。図-4(a)に示すようにせん断応力度の向きが逆転する場合には、本論の

せん断変形を考慮した開断面耐震壁の振り解析

壁要素は同図 (b) のようにせん断変形するものとする。すなわち、 τ の向きが変化する毎に領域 [I], [II], … を考え、それぞれの領域毎のせん断変形角を $\gamma_I, \gamma_{II}, \dots$ として、壁要素全体のせん断変形角は図中の記号を用いて、

$$\gamma = \frac{\gamma_I d_I + \gamma_{II} d_{II} + \dots}{d} \dots\dots\dots (11)$$

で表されるものとする。

各領域の負担せん断力を Q_I, Q_{II}, \dots とすると、

$$Q_I = t \int_I \tau dx, Q_{II} = t \int_{II} \tau dx, \dots\dots\dots (12)$$

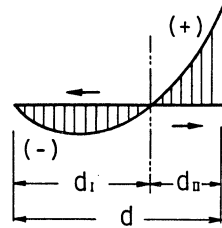
であり、壁要素全体のせん断力 Q は、

$$Q = Q_I + Q_{II} + \dots\dots\dots (13)$$

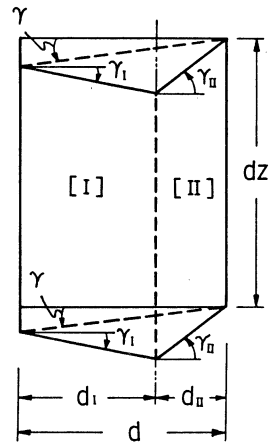
となる。各領域で内働と外働が等しいと置くと、領域 [I] では、

$$\frac{1}{2} dz \gamma_I Q_I = \frac{tdz}{2G} \int_I \tau^2 dx$$

$$\therefore \gamma_I = \frac{1}{G} \cdot \frac{\int_I \tau^2 dx}{\int_I \tau dx} \dots\dots\dots (14)$$



(a)



(b)

図-4 壁要素のせん断変形

となって γ_I が求まる。以下同様に領域毎のせん断変形角が求まり、(11)式により γ が決定される。したがって、 $\gamma = \kappa Q/GA$ として形状係数 κ が得られ、壁要素としてのせん断剛性 GA/κ が定まる。

3. コ型開断面壁の振り解析

3.1 せん断変形を考慮した振り解析 (厳密解)

前章で述べた開断面壁の解析法を、図-5 に示すコ型開断面壁の頂部に振りモーメント M_T を与えた振り解析に応用する。

コ型開断面壁を図-6 に示すように3枚の壁要素に分割し、座標および各記号を定義する。振りモーメント M_T を偶力として考え、同図に示すように両フランジ壁の頂部に M_T/d_w の水平力を与える。対称性を考慮して縁伸縮力 n を同図のように設定してウェブ壁と右側のフランジ壁のみについて考える。各壁要素の断面積と断面二次モーメントはそれぞれ次式で表される。

$$A_W = t_W d_W, \quad A_F = t_F d_F \dots\dots\dots (15)$$

$$I_W = A_W d_W^2/12, \quad I_F = A_F d_F^2/12 \dots\dots\dots (16)$$

ウェブ壁のせん断力は0であるから、せん断変形はフランジ壁のみについて考え、せん断変形

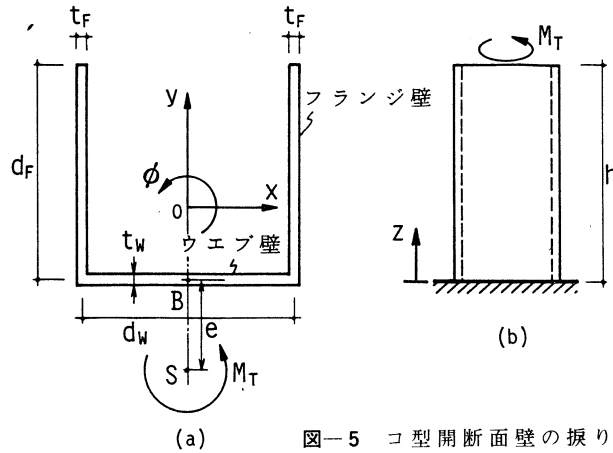


図-5 コ型開断面壁の捩り

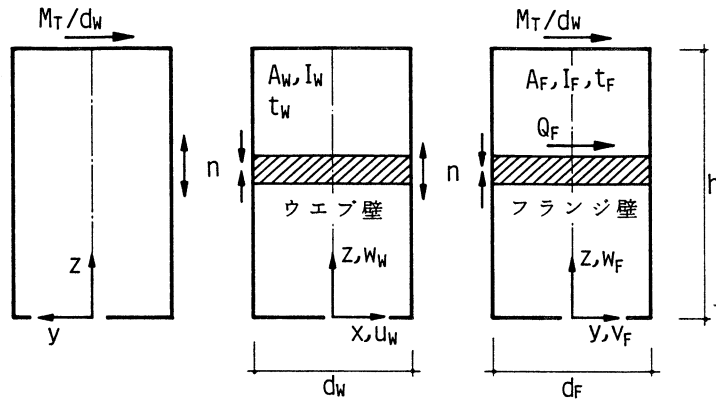


図-6 壁要素の記号と座標系

を v_{Fs} , 曲げ変形を v_{Fb} とするとフランジ壁の水平変形は

$$v_F = v_{Fb} + v_{Fs} \dots\dots\dots (17)$$

である。捩れ角 ϕ はコ型断面の対称性からフランジ壁の変位 v_F を用いて次式で表される。

$$\phi = 2v_F/d_W \dots\dots\dots (18)$$

St. Venant の捩りモーメント M_S は

$$M_S = GJ \frac{d\phi}{dz} \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 J は St. Venant の捩り定数で

$$J = \frac{1}{3}(d_W t^3 + 2d_F t_F^3)$$

であるから、フランジ壁の高さ z でのせん断力 Q_F は、

$$Q_F(z) = \frac{M_T}{d_W} - \frac{GJ}{d_W} \cdot \frac{d\phi}{dz} \dots\dots\dots (20)$$

となる。したがって図-6で高さ z の斜線で示す微小部分の全曲げモーメントと全軸力は次式となる。

フランジ壁に関して

$$\begin{aligned} \bar{M}_F &= -\int_z^h Q_F(z) dz + \frac{d_F}{2} n \\ &= -\frac{M_T}{d_W} (h-z) + \frac{GJ}{d_W} \{ \phi(h) - \phi(z) \} + \frac{d_F}{2} n \\ \bar{N}_F &= -n \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

ウェブ壁に関して

$$\begin{aligned} \bar{M}_W &= n d_W \\ \bar{N}_W &= 0 \end{aligned}$$

全軸力と高さ方向変位および全曲げモーメントと水平変位の関係は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dw_W}{dz} &= \frac{\bar{N}_W}{EA_W}, \quad \frac{d^2w_W}{dz^2} = -\frac{\bar{M}_W}{EI_W} \\ \frac{dw_F}{dz} &= \frac{\bar{N}_F}{EA_F}, \quad \frac{d^2w_F}{dz^2} = -\frac{\bar{M}_F}{EI_F} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

ウェブ壁とフランジ壁が相接する壁縁の高さ方向ひずみの連続性から

$$\frac{dw_W}{dz} - \frac{d_W}{2} \cdot \frac{d^2w_W}{dz^2} = \frac{dw_F}{dz} + \frac{d_F}{2} \cdot \frac{d^2w_F}{dz^2} \dots\dots\dots (23)$$

が成立しなければならない。(21), (22)式を(23)式に代入すると縁伸縮力 n に関する次式が得られる。

$$n = \frac{d_F}{2 \alpha I_F d_W} \left[(h-z) M_T - \{ \phi(h) - \phi(z) \} GJ \right] \dots\dots\dots (24)$$

ただし

$$\alpha = \frac{d_W^2}{2 I_W} + \frac{1}{A_F} + \frac{d_F^2}{4 I_F} \dots\dots\dots (25)$$

(24)式を(21)式の第1式に代入すると

$$\bar{M}_F = -\frac{\alpha'}{d_W} \left[(h-z) M_T - \{ \phi(h) - \phi(z) \} GJ \right] \dots\dots\dots (26)$$

ただし,

$$\alpha' = 1 - \frac{d_F^2}{4 \alpha I_F} \dots\dots\dots (27)$$

さらに, (26)式を(22)式の第4式に代入して,

$$\frac{d^2 v_{Fb}}{dz^2} = \frac{\alpha'}{d_W EI_F} \left[(h-z) M_T - \frac{2 GJ}{d_W} \{v_F(h) - v_F\} \right] \dots\dots\dots (28)$$

を得る。

フランジ壁のせん断変形 v_{Fs} とせん断力 Q_F との関係は

$$\frac{dv_{Fs}}{dz} = \frac{\kappa_F}{GA_F} Q_F \dots\dots\dots (29)$$

ただし、 κ_F ：フランジ壁の形状係数

であり、 z で微分すると次式を得る。

$$\frac{d^2 v_{Fs}}{dz^2} = \frac{\kappa_F}{GA_F} \cdot \frac{dQ_F}{dz} \dots\dots\dots (30)$$

一方、(20)式を z で微分すると

$$\frac{dQ_F}{dz} = -\frac{GJ}{d_W} \cdot \frac{d^2 \phi}{dz^2} \dots\dots\dots (31)$$

であり、(18)式を z で2回微分すると

$$\frac{d^2 \phi}{dz^2} = \frac{2}{d_W} \cdot \frac{d^2 v_F}{dz^2} \dots\dots\dots (32)$$

であるから、(30)~(32)式より次式を得る。

$$\frac{d^2 v_{Fs}}{dz^2} = -\frac{2 \kappa_F GJ}{d_W^2 GA_F} \cdot \frac{d^2 v_F}{dz^2} \dots\dots\dots (33)$$

(17)式を z で2回微分すると

$$\frac{d^2 v_F}{dz^2} = \frac{d^2 v_{Fb}}{dz^2} + \frac{d^2 v_{Fs}}{dz^2} \dots\dots\dots (34)$$

となるから、上式に(28)式と(33)式を代入すると次の微分方程式を得る。

$$\frac{d^2 v_F}{dz^2} - \frac{k_s^2}{h^2} v_F = \frac{\alpha' M_T}{EI_F d_W J_s} (h-z) - \frac{k_s^2}{h^2} v_F(h) \dots\dots\dots (35)$$

ただし、

$$k_s = h \sqrt{\frac{GJ}{EJ_\omega J_s}} \dots\dots\dots (36)$$

$$J_s = 1 + \frac{2 \kappa_F J}{d_W^2 A_F} \dots\dots\dots (37)$$

$$J_\omega = \frac{d_W^2 I_F}{2 \alpha'} \dots\dots\dots (38)$$

(35)式の一般解は、

せん断変形を考慮した開断面耐震壁の振り解析

$$v_F = C_1 \cosh \frac{k_s}{h} z + C_2 \sinh \frac{k_s}{h} z + \frac{d_W M_T}{2 GJ} (z-h) + v_F(h) \dots\dots\dots (39)$$

となり、境界条件を代入して C_1 , C_2 , $v_F(h)$ を定めると次式を得る。

$$v_F = \frac{d_W h M_T}{2 GJ_s k_s} \left\{ J_s \frac{k_s}{h} z - \sinh \frac{k_s}{h} z + \tanh k_s \left(\cosh \frac{k_s}{h} z - 1 \right) \right\} \dots\dots\dots (40)$$

したがって、振れ角 $\phi(z)$ は、

$$\phi(z) = \frac{h}{k_s} \left\{ J_s \frac{k_s}{h} z - \sinh \frac{k_s}{h} z + \tanh k_s \left(\cosh \frac{k_s}{h} z - 1 \right) \right\} \frac{M_T}{GJ_s} \dots\dots\dots (41)$$

となり、振り率 $\phi'(z)$ は次式となる。

$$\phi'(z) = \left\{ J_s - \cosh \frac{k_s}{h} z + \tanh k_s \sinh \frac{k_s}{h} z \right\} \frac{M_T}{GJ_s} \dots\dots\dots (42)$$

縁伸縮力 n は(24), (41)式より

$$n = -\frac{d_F}{2 \alpha I_F d_W} B_S(z) \dots\dots\dots (43)$$

ただし、

$$B_S(z) = \frac{h}{k_s} \left(\sinh \frac{k_s}{h} z - \tanh k_s \cosh \frac{k_s}{h} z \right) \frac{M_T}{J_s} \dots\dots\dots (44)$$

と書ける。また、(43), (44)式, (21)式の第3式および(22)式の第2式よりウェブ壁の水平変位 u_W を求めると次式を得る。

$$u_W = -\frac{d_F h^3}{2 \alpha I_F I_W E J_s k_s^3} \left\{ \frac{k_s}{h} z - \sinh \frac{k_s}{h} z + \tanh k_s \left(\cosh \frac{k_s}{h} z - 1 \right) \right\} M_T \dots\dots\dots (45)$$

ウェブ壁から振れ中心 S までの距離 $e_s = |u_W / \phi|$ は(41), (45)式より、

$$e_s = e J_s \cdot \frac{\frac{k_s}{h} z - \sinh \frac{k_s}{h} z + \tanh k_s \left(\cosh \frac{k_s}{h} z - 1 \right)}{J_s \frac{k_s}{h} z - \sinh \frac{k_s}{h} z + \tanh k_s \left(\cosh \frac{k_s}{h} z - 1 \right)} \dots\dots\dots (46)$$

ただし、

$$e = \frac{d_F d_W^2}{4 \alpha \alpha' I_W} \dots\dots\dots (47)$$

となる。フランジ壁とウェブ壁の全曲げモーメントは $B_S(z)$ を用いて

$$\bar{M}_F = \frac{\alpha'}{d_W} B_S(z) \dots\dots\dots (48)$$

$$\bar{M}_W = \frac{d_F}{2 \alpha I_F} B_S(z) \dots\dots\dots (49)$$

と表されるから、各壁の垂直応力度 σ_F , σ_W は(3)式によってそれぞれ

$$\sigma_F = \frac{B_S(z)}{d_W I_F} \left(\alpha' y + \frac{d_F}{2 \alpha A_F} \right) = \frac{d_W}{2} (y + \frac{d_F}{2} - e) \frac{B_S(z)}{J_\omega} \dots\dots\dots (50)$$

$$\sigma_W = -\frac{d_F B_S(z)}{2 \alpha I_F I_W} x = -\frac{e B_S(z)}{J_\omega} x \dots\dots\dots (51)$$

となる。

フランジ壁のせん断力 Q_F は(4)式を(2)式に代入して、

$$Q_F = \left(\cosh \frac{k_s}{h} z - \tanh k_s \cdot \sinh \frac{k_s}{h} z \right) \frac{M_T}{d_W J_s} \dots\dots\dots (52)$$

となる。縁伸縮力 n に関する(4), (4)式を z で微分して(5)式を代入すると、

$$\frac{dn}{dz} = -\frac{d_F}{2 \alpha I_F} Q_F(z) \dots\dots\dots (53)$$

となり、フランジ壁とウェブ壁のせん断応力度 τ_F , τ_W は(10)式によってそれぞれ次式で表される。

$$\begin{aligned} \tau_F &= -\frac{\alpha' Q_F(z)}{2 I_F} \left(y^2 + \frac{d_F}{\alpha \alpha' A_F} y - \frac{d_F^2}{4} - \frac{d_F^2}{2 \alpha \alpha' A_F} \right) \\ &= -\frac{d_W}{4} \left\{ y^2 + (d_F - 2e)y - \frac{3}{4} d_F^2 + d_F e \right\} \frac{H_\omega(z)}{J_\omega} \dots\dots\dots (54) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_W &= \frac{d_F d_W Q_F(z)}{4 \alpha I_F I_W} \left(x^2 - \frac{d_W^2}{4} + \frac{2 I_W}{d_W t_W} \right) \\ &= \frac{e}{2} \left(x^2 - \frac{d_W^2}{12} \right) \frac{H_\omega(z)}{J_\omega} \dots\dots\dots (55) \end{aligned}$$

ただし、

$$H_\omega(z) = d_W Q_F(z) \dots\dots\dots (56)$$

また、フランジ壁の形状係数 κ_F は、前章 2.5 より次式のように表される。

$$\kappa_F = \frac{6}{5} \times \frac{(\alpha \alpha' A_F)^2 + 5 \alpha \alpha' A_F + 10}{\alpha A_F (\alpha \alpha' A_F + 3)} \dots\dots\dots (57)$$

3.2 Vlasov の理論との対応

Vlasov の理論²⁾によって前節のコ型開断面壁の振り解析を行うと以下のようになる。

振り中心は(5)式で表され、主扇形面積 ω は図-7 (a) のようになって扇形慣性モーメント J_ω は(5)式となる。

$$e = \frac{t_F d_W^2 d_F^2}{4 I_y} \dots\dots\dots (58)$$

せん断変形を考慮した開断面耐震壁の振り解析

$$J_{\omega} = \frac{1}{6} (d_F - 3e) d_W^2 d_F^2 t_F + e^2 I_y$$

$$= d_W^2 I_F \left(2 - 3 \frac{e}{d_F} \right) \dots\dots\dots (59)$$

ここに、 $I_y = I_W + A_F d_W^2/2$ 、 I_W と I_F は(16)式である。(58)、(59)式を変形するとそれぞれ前節の(47)、(38)式に一致する。

扇形一次モーメント S_{ω} は図-7 (b) のようになり、同図の座標 s_W, s_F を用いて、

$$S_{\omega}(s_W) = \frac{et_W}{2} (s_W^2 + d_W s_W) + \frac{1}{4} (d_F - 2e) d_W d_F t_F \dots\dots\dots (60)$$

$$S_{\omega}(s_F) = \frac{d_W t_F}{2} \left(e s_F - \frac{s_F^2}{2} \right) + \frac{1}{4} (d_F - 2e) d_W d_F t_F \dots\dots\dots (61)$$

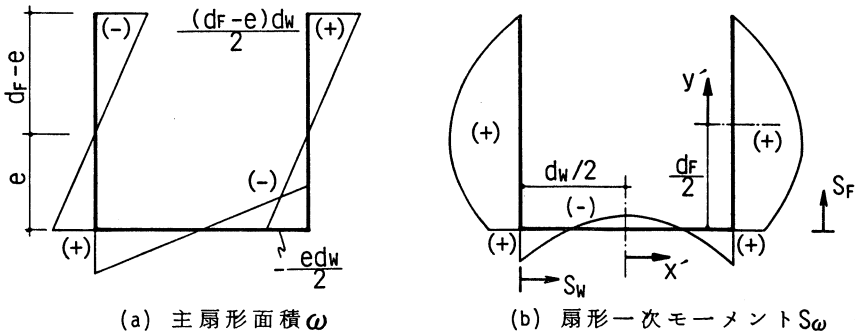


図-7 Vlasov の幾何学的特性値

のように表される。あるいは、それぞれの壁の中央に座標の原点をとった x', y' で表すと次式となる。

$$S_{\omega}(x') = \frac{et_W}{2} \left(x'^2 - \frac{d_W^2}{12} \right) \dots\dots\dots (60')$$

$$S_{\omega}(y') = -\frac{d_W t_F}{4} \left\{ y'^2 + (d_F - 2e) y' - \frac{3}{4} d_F^2 + ed_F \right\} \dots\dots\dots (61')$$

捩れ角 $\phi(z)$ 、振り率 $\phi'(z)$ 、バイモーメント $B(z)$ はそれぞれ次式で表される。

$$\phi(z) = \frac{h}{k} \left\{ \frac{k}{h} z - \sinh \frac{k}{h} z + \tanh k \left(\cosh \frac{k}{h} z - 1 \right) \right\} \frac{M_T}{GJ} \dots\dots\dots (62)$$

$$\phi'(z) = \left\{ 1 - \cosh \frac{k}{h} z + \tanh k \cdot \sinh \frac{k}{h} z \right\} \frac{M_T}{GJ} \dots\dots\dots (63)$$

$$B(z) = \frac{h}{k} \left\{ \sinh \frac{k}{h} z - \tanh k \cosh \frac{k}{h} z \right\} M_T \dots\dots\dots (64)$$

ここに、

$$k = h \sqrt{\frac{GJ}{EJ_\omega}} \dots\dots\dots (65)$$

また、曲げ振りモーメント $H_\omega(z)$ は次式となる。

$$\begin{aligned} H_\omega(z) &= M_T - GJ\phi'(z) \\ &= \left(\cosh \frac{k}{h} z - \tanh k \cdot \sinh \frac{k}{h} z \right) M_T \dots\dots\dots (66) \end{aligned}$$

垂直応力度 σ_ω とせん断応力度 τ_ω はそれぞれ次式で表される。

$$\sigma_\omega = \frac{B(z)}{J_\omega} \omega \dots\dots\dots (67)$$

$$\tau_\omega = \frac{H_\omega(z)S_\omega}{J_\omega t} \dots\dots\dots (68)$$

上記の Vlasov の理論ではせん断変形が考慮されていないので、前述の本論の解析でも $\kappa_F = 0$ としてせん断変形を無視すると(37)式の J_S は 1 となり、また(36)式中の J_ω は(59)式に等しいから $k_s = k$ となる。したがって、振れ角および振り率を表す(41)、(42)式はそれぞれ(62)、(63)式に一致する。また、(44)式の $B_S(z)$ は Vlasov のバイモーメント $B_S(z)$ に等しく、(56)式の $H_\omega(z)$ は曲げ振りモーメントを表す(66)式に一致する。振り中心を表す(46)式も $e_s = e$ となる。

垂直応力度を表す(50)、(51)式で、

$$\omega_n = -ex, \quad \omega_F = \frac{d_W}{2} \left(y + \frac{d_F}{2} - e \right)$$

とおくと、これらは図-7(a)の主扇形面積 ω と一致するので(50)、(51)式は(67)式に等しい。また、せん断応力度を表す(54)、(55)式で、

$$S_\omega(y) = -\frac{d_W t_F}{4} \left\{ y^2 + (d_F - 2e)y - \frac{3}{4}d_F^2 + d_F e \right\}$$

$$S_\omega(x) = \frac{et_W}{2} \left(x^2 - \frac{d_W^2}{12} \right)$$

とおくと、これらは図-7(b)の扇形一次モーメントを表す(60')、(61')式に一致し、(54)、(55)式は(68)式に等しい。

以上のように拙論¹⁾の開断面壁の解析法はせん断変形を無視すると Vlasov の理論に一致する。

3.3 St. Venant の振りモーメントを一定とした振り解析 (簡略解)

St. Venant の振りモーメント M_S を無視するか或いは高さ方向 z に関して一定と仮定すると、前述のコ型開断面壁の振り解析は非常に簡単になる。この場合のフランジ壁のせん断力 Q_F は、

$$Q_F = \frac{1}{d_W} \left(M_T - M_S \right) = \text{const.} \dots\dots\dots (69)$$

となり、両壁の全曲げモーメントと全軸力はそれぞれ次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_F &= -Q_F(h-z) + \frac{d_W}{2} n \\ \bar{N}_F &= -n \\ \bar{M}_W &= nd_W \\ \bar{N}_W &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (70)$$

前記 3.1 と同様にして縁伸縮力とフランジ壁の全曲げモーメント \bar{M}_F を求めると、

$$n = \frac{d_F}{2 \alpha I_F} (h-z) Q_F \dots\dots\dots (71)$$

$$\bar{M}_F = -\alpha' (h-z) Q_F \dots\dots\dots (72)$$

ここに、 α 、 α' はそれぞれ(25)、(27)式

となる。これよりフランジ壁の曲げ変形 v_{Fb} とせん断変形 v_{Fs} はそれぞれ

$$v_{Fb} = \frac{\alpha' Q_F}{6 EI_F} (3hz^2 - z^3) \dots\dots\dots (73)$$

$$v_{Fs} = \frac{\kappa_F Q_F}{GA_F} z \dots\dots\dots (74)$$

となるから捩れ角 $\phi(z)$ は、

$$\phi(z) = \frac{\alpha'}{3 EI_F d_W^2} \left\{ (3hz^2 - z^3) + \frac{6 \kappa_F EI_F}{\alpha' GA_F} z \right\} (M_T - M_S) \dots\dots\dots (75)$$

ここで、St. Venant の振りモーメント M_S を、

$$M_S = GJ \frac{\phi(h)}{h} \dots\dots\dots (76)$$

と仮定し、(75)式を代入すると、

$$M_S = \frac{k^2 (1 + g_F)}{3 + k^2 (1 + g_F)} M_T \dots\dots\dots (77)$$

ただし、

$$g_F = \frac{3 \kappa_F EI_F}{\alpha' GA_F h^2} \dots\dots\dots (78)$$

k および J_w はそれぞれ(65)、(38)式

となる。(77)式を(75)式に代入して、

$$\phi(z) = \frac{\alpha' M_T}{EI_F d_W^2 \{3 + k^2(1 + g_F)\}} \{ (3hz^2 - z^3) + 2h^2 g_F z \} \dots\dots\dots(79)$$

振り率 $\phi'(z)$ は上式を z で微分して

$$\phi'(z) = \frac{\alpha' M_T}{EI_F d_W^2 \{3 + k^2(1 + g_F)\}} \{ (6hz - 3z^2) + 2h^2 g_F \} \dots\dots\dots(80)$$

となる。また、(77)式を(69)式に代入して

$$Q_F = \frac{3}{3 + k^2(1 + g_F)} \cdot \frac{M_T}{d_W} \dots\dots\dots(81)$$

(81)式を(71)式に代入して

$$n = \frac{3 d_F M_T}{2 \alpha I_F d_W \{3 + k^2(1 + g_F)\}} (h - z) \dots\dots\dots(82)$$

を得る。ウェブ壁の変位 u_W を求めると、

$$u_W = - \frac{d_F M_T}{4 \alpha EI_F I_W \{3 + k^2(1 + g_F)\}} (3hz^2 - z^3) \dots\dots\dots(83)$$

となる。振れ中心 S までの距離 $e_s = |u_W / \phi|$ は

$$e_s = \frac{e}{1 + \frac{2 h^2 g_F z}{3 h z^2 - z^3}} \dots\dots\dots(84)$$

ただし、 e は(47)式

(82)式で、

$$B_S(z) = \frac{3 M_T}{3 + k^2(1 + g_F)} (z - h) \dots\dots\dots(85)$$

とおくと、

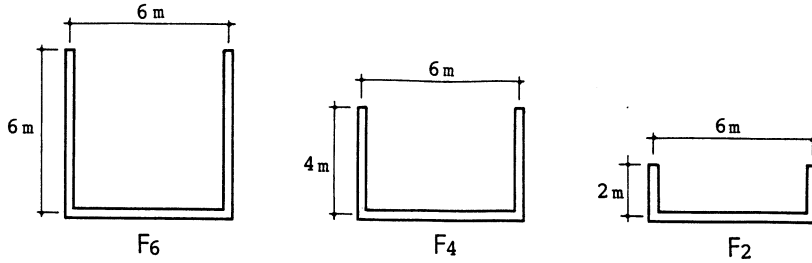
$$n = - \frac{d_F}{2 \alpha I_F d_W} B_S(z)$$

となる。上式は(43)式と同形であり、 \bar{M}_F, \bar{M}_W についてもそれぞれ(48)、(49)式と同形になる。また、(71)式を z で微分すると、

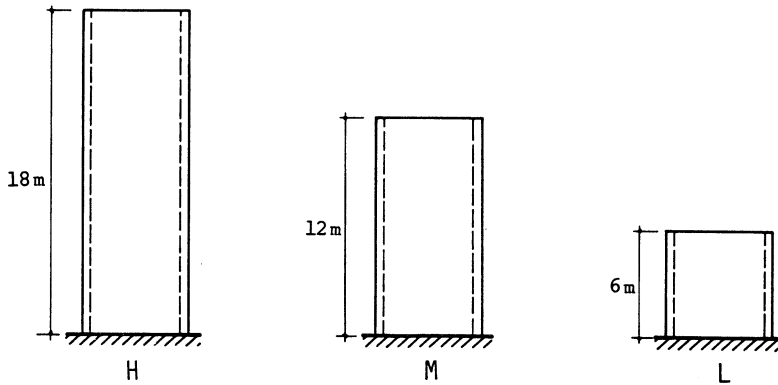
$$\frac{dn}{dz} = - \frac{d_F}{2 \alpha I_F} Q_F$$

となり、(53)式と同形になる。したがって、垂直応力度、せん断応力度とも前記 3.1 と同形の式で求められる。

せん断変形を考慮した開断面耐震壁の振り解析



(a) 断面形種別



(b) 高さ種別

図-8 計算モデル

4. 振り計算例と簡略解の精度

前章では壁の頂部に集中振りモーメントを受けるコ型開断面壁の解析法として、1) 薄肉弾性ばりの Vlasov の理論、およびせん断変形を考慮した本論の解析法で、2) St. Venant の振りモーメント M_S を(19)式とする厳密解、3) M_S を高さ方向に一定と仮定して簡略化した解析の3方法について述べた。本章

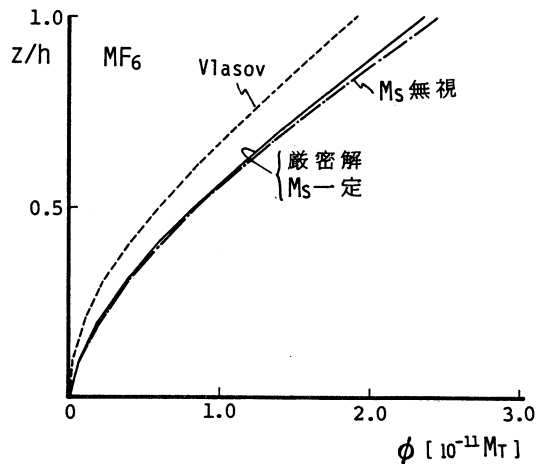


図-9 (a) 振れ角 ϕ

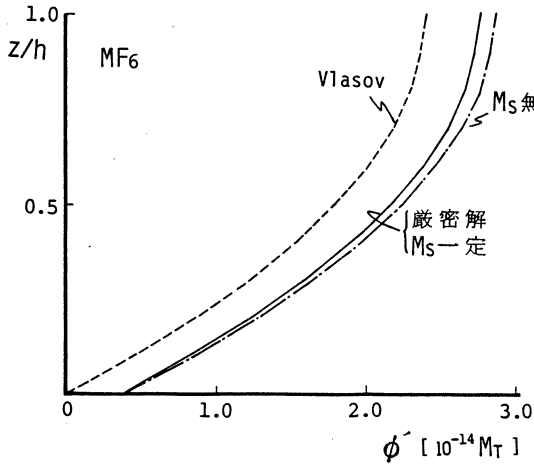


図-9(b) 振り率 ϕ'

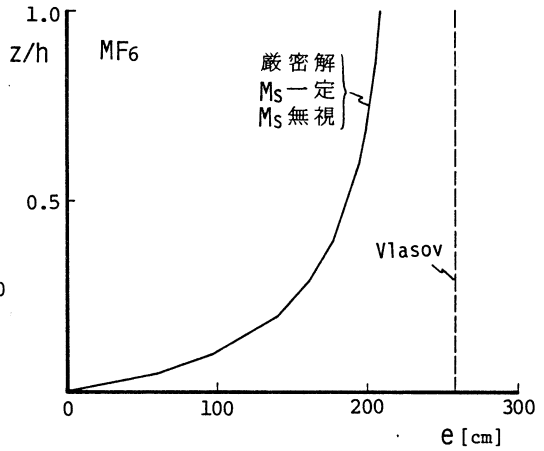


図-9(c) 振れ中心

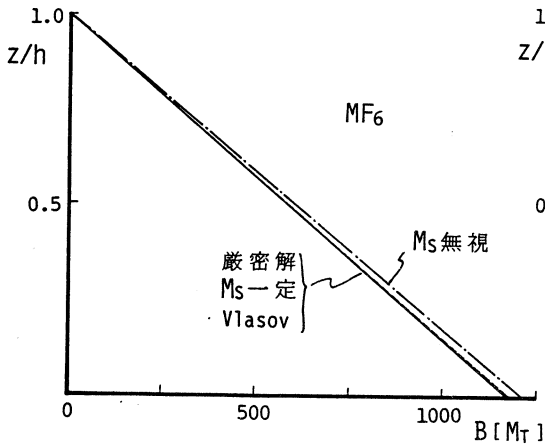


図-9(d) バイモーメント $B(z)$

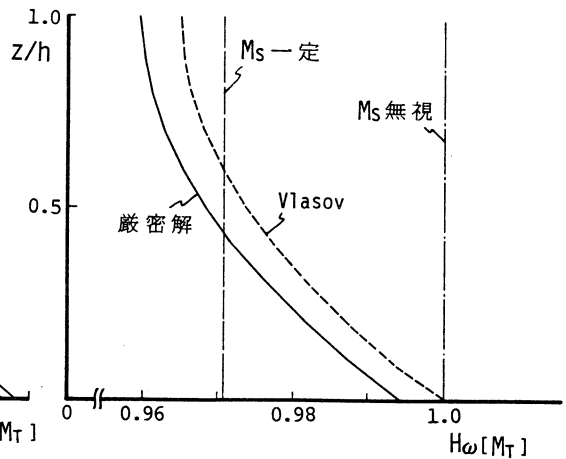


図-9(e) 曲げ振りモーメント H_ω

では、これら3とおりの解析法によって数値計算を行い、3者の計算結果を比較検討する。計算モデルは図-8に示すように、壁厚を30cm、ウェブ壁長さを6mと一定として、フランジ壁長さを3種、壁高さを3種に変化させた9種である。 M_S を一定とした解析では M_S を(76)式とした場合と全く無視した場合の計算も行った。計算結果は振れ角 ϕ 、振り率 ϕ' 、ウェブ壁から振れ中心までの距離 e 、およびバイモーメント B （本論の解析法ではこれに類似させた B_S ）、曲げ振りモーメント H_ω について示す。なお、垂直応力度、せん断応力度の断面内の分布形状は3解析法とも同一であるので、 B および H_ω の相違がそのまま応力度の相違となる。また、集中振りモーメント

トは M_T , 弾性係数 E は $2.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$, せん断弾性係数 G は $0.9 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ とした。

モデルの高さ記号 M , 断面形記号 F_6 についての計算結果を縦軸に z/h をとって図-9 (a)~(e) に示す。振れ角および振り率とも Vlasov の計算値よりもせん断変形を考慮した本論の計算値が大きく, 本論の厳密解と M_S 一定とした値とは同図上で一致している。振り率は高さ $z=0$ で Vlasov の値は 0 となるが本論の値はせん断変形によって 0 とはならず, 本論の振り率を示す曲線は同図のように Vlasov の曲線を平行移動したような形となっている。振れ中心は, Vlasov の理論では高さ方向に関して一定となっているのに対し, 本論の値は $z=0$ ではウェブ壁上にあり, z が大きくなるほど同図 (c) のようにウェブ壁から離れている。最も離れている壁頂部でも本論の e は Vlasov の値より小さい。バイモーメントは同図 (d) に示すように解析法によらず高さ方向に関して直線的に変化し, 大きさの違いもほとんどない。曲げ振りモーメントは, Vlasov の理論では $z=0$ で M_T に一致し z が大きくなるほど減少する曲線となるが, 本論の厳密解では同図 (e) に示すようにそれを小さい側に平行移動した形となっている。 M_S 一定の場合の曲げ振りモーメントは, 厳密解のほぼ平均値となって頂部と $z=0$ の付近で厳密解との差が大きくなるが, 横軸の座標に示される通りその誤差は小さい。

図-8 に示した全種類のモデルに関して頂部の振れ角 $\phi(h)$, 頂部の振り率 $\phi'(h)$, 頂部の振れ中心までの距離 e , 脚部のバイモーメント $B(o)$, 頂部と脚部の曲げ振りモーメント $H_\omega(h)$, $H_\omega(o)$ をそれぞれ表-1 (a)~(f) に示す。表中の () 内の数値は厳密解に対する比を示している。

頂部振れ角 $\phi(h)$ の Vlasov の値は, フランジ壁長さが長いほど, 壁高が低いほど厳密解から離れており, モデル LF₆ の厳密解との比は 0.518 となっている。 M_S 一定とした場合の値は, 上記とは逆にフランジ壁長さが短いほど, 壁高が高いほど厳密解と差が生じているが, 誤差の最も大きなモデル HF₂ の厳密解との比は 1.068 である。 M_S 無視の場合のモデルによる変化は M_S 一定の場合と同様であり, 誤差はそれより大きい壁高が低い場合か或いはフランジ壁長さが長い場合には 10% 以内の精度となっている。

頂部振り率 $\phi'(h)$ のモデルおよび解析法による相違は $\phi(h)$ の場合とほぼ同様である。

振れ中心 e は, せん断変形を考慮すると断面形が同じでも壁高によって変化するが, Vlasov の理論では壁高によらず一定である。Vlasov の誤差のモデル種別による傾向は振れ角の場合と同様であり, モデル LF₆ の e は厳密解の二倍近くにもなっている。 M_S 一定および無視の場合の e は厳密解にほとんど一致している。

バイモーメント $B(o)$ については, Vlasov の値は全モデルで厳密解にほぼ等しい。 M_S 一定の場合も厳密解との誤差は非常に小さいが, M_S 無視の場合にはフランジ壁長さが短く壁高が高くなると誤差が大きくなる。

曲げ振りモーメント H_ω の Vlasov の値と厳密解とはほぼ等しい。 M_S 一定とした場合の誤差のモデル種別による傾向は振れ角の場合と同様であり, モデル HF₂ の厳密解との比は頂部で 1.265,

表-1(a) 頂部 振れ 角 ϕ (h)

		[$10^{-11}M_T$]		
モデル記号		F ₆	F ₄	F ₂
L	厳密解	0.4732 (1.000)	1.067 (1.000)	5.035 (1.000)
	Ms一定	0.4735 (1.001)	1.069 (1.002)	5.086 (1.010)
	Ms無視	0.4790 (1.012)	1.091 (1.022)	5.461 (1.085)
	Vlasov	0.2451 (0.518)	0.732 (0.686)	4.421 (0.878)
M	厳密解	2.360 (1.000)	6.196 (1.000)	30.04 (1.000)
	Ms一定	2.369 (1.004)	6.254 (1.009)	31.18 (1.038)
	Ms無視	2.440 (1.034)	6.647 (1.073)	39.49 (1.315)
	Vlasov	1.920 (0.814)	5.576 (0.900)	29.14 (0.970)
H	厳密解	6.885 (1.000)	18.27 (1.000)	77.07 (1.000)
	Ms一定	6.949 (1.009)	18.65 (1.021)	82.29 (1.068)
	Ms無視	7.363 (1.069)	21.13 (1.157)	130.67 (1.695)
	Vlasov	6.261 (0.909)	17.44 (0.955)	76.12 (0.988)

表-1(b) 頂部 振り 率 ϕ' (h)

		[$10^{-14}M_T$]		
モデル記号		F ₆	F ₄	F ₂
L	厳密解	0.9905 (1.000)	2.379 (1.000)	11.97 (1.000)
	Ms一定	0.9925 (1.002)	2.390 (1.005)	12.17 (1.017)
	Ms無視	1.0041 (1.014)	2.439 (1.025)	13.07 (1.092)
	Vlasov	0.6127 (0.619)	1.828 (0.768)	11.02 (0.921)
M	厳密解	2.755 (1.000)	7.438 (1.000)	36.53 (1.000)
	Ms一定	2.774 (1.007)	7.545 (1.014)	38.52 (1.054)
	Ms無視	2.856 (1.037)	8.019 (1.078)	48.79 (1.336)
	Vlasov	2.397 (0.870)	6.951 (0.935)	35.97 (0.985)
H	厳密解	5.532 (1.000)	14.84 (1.000)	62.01 (1.000)
	Ms一定	5.608 (1.014)	15.28 (1.030)	68.20 (1.100)
	Ms無視	5.942 (1.074)	17.32 (1.167)	108.31 (1.747)
	Vlasov	5.204 (0.941)	14.45 (0.974)	61.76 (0.996)

表-1(c) 頂部の振れ中心

モデル記号		[cm]		
		F ₆	F ₄	F ₂
L	厳密解	132.5 (1.000)	109.0 (1.000)	58.03 (1.000)
	M _s 一定	132.5 (1.000)	109.1 (1.001)	58.13 (1.002)
	M _s 無視	132.5 (1.000)	109.1 (1.001)	58.13 (1.002)
	Vlasov	257.1 (1.940)	160.0 (1.468)	66.67 (1.149)
M	厳密解	208.0 (1.000)	143.1 (1.000)	64.19 (1.000)
	M _s 一定	208.2 (1.001)	143.3 (1.001)	64.31 (1.002)
	M _s 無視	208.2 (1.001)	143.3 (1.001)	64.31 (1.002)
	Vlasov	257.1 (1.236)	160.0 (1.118)	66.67 (1.039)
H	厳密解	232.6 (1.000)	151.9 (1.000)	65.48 (1.000)
	M _s 一定	232.8 (1.001)	152.1 (1.001)	65.60 (1.002)
	M _s 無視	232.8 (1.001)	152.1 (1.001)	65.60 (1.002)
	Vlasov	257.1 (1.105)	160.0 (1.053)	66.67 (1.018)

表-1(d) 脚部のパイモーメントB(o)

モデル記号		[-M _T]		
		F ₆	F ₄	F ₂
L	厳密解	593 (1.000)	588 (1.000)	559 (1.000)
	M _s 一定	593 (1.000)	588 (1.000)	559 (1.000)
	M _s 無視	600 (1.012)	600 (1.020)	600 (1.073)
	Vlasov	596 (1.005)	592 (1.007)	564 (1.009)
M	厳密解	1166 (1.000)	1130 (1.000)	957 (1.000)
	M _s 一定	1165 (1.000)	1129 (0.999)	947 (0.990)
	M _s 無視	1200 (1.029)	1200 (1.062)	1200 (1.254)
	Vlasov	1172 (1.005)	1137 (1.006)	964 (1.007)
H	厳密解	1700 (1.000)	1593 (1.000)	1176 (1.000)
	M _s 一定	1699 (0.999)	1589 (0.997)	1133 (0.963)
	M _s 無視	1800 (1.059)	1800 (1.130)	1800 (1.531)
	Vlasov	1709 (1.005)	1602 (1.006)	1183 (1.006)

表-1(e) 頂部の曲げ振りモーメント $H\omega(h)$

		[M _T]		
モデル記号		F ₆	F ₄	F ₂
L	厳密解	0.9856 (1.000)	0.9730 (1.000)	0.9030 (1.000)
	M _S 一定	0.9885 (1.003)	0.9798 (1.007)	0.9313 (1.031)
	M _S 無視	1.0000 (1.015)	1.0000 (1.028)	1.0000 (1.107)
	Vlasov	0.9911 (1.006)	0.9793 (1.006)	0.9108 (1.009)
M	厳密解	0.9598 (1.000)	0.9156 (1.000)	0.7040 (1.000)
	M _S 一定	0.9712 (1.012)	0.9409 (1.028)	0.7895 (1.121)
	M _S 無視	1.0000 (1.042)	1.0000 (1.092)	1.0000 (1.420)
	Vlasov	0.9650 (1.005)	0.9212 (1.006)	0.7086 (1.007)
H	厳密解	0.9193 (1.000)	0.8316 (1.000)	0.4978 (1.000)
	M _S 一定	0.9437 (1.027)	0.8825 (1.061)	0.6297 (1.265)
	M _S 無視	1.0000 (1.088)	1.0000 (1.203)	1.0000 (2.009)
	Vlasov	0.9241 (1.005)	0.8362 (1.006)	0.4998 (1.004)

表-1(f) 脚部の曲げ振りモーメント $H\omega(o)$

		[M _T]		
モデル記号		F ₆	F ₄	F ₂
L	厳密解	0.9944 (1.000)	0.9935 (1.000)	0.9906 (1.000)
	M _S 一定	0.9885 (0.994)	0.9798 (0.986)	0.9313 (0.940)
	M _S 無視	1.0000 (1.005)	1.0000 (1.007)	1.0000 (1.009)
	Vlasov	1.0000 (1.005)	1.0000 (1.007)	1.0000 (1.009)
M	厳密解	0.9944 (1.000)	0.9935 (1.000)	0.9906 (1.000)
	M _S 一定	0.9712 (0.977)	0.9409 (0.947)	0.7895 (0.797)
	M _S 無視	1.0000 (1.005)	1.0000 (1.007)	1.0000 (1.009)
	Vlasov	1.0000 (1.005)	1.0000 (1.007)	1.0000 (1.009)
H	厳密解	0.9944 (1.000)	0.9935 (1.000)	0.9906 (1.000)
	M _S 一定	0.9437 (0.949)	0.8825 (0.888)	0.6297 (0.636)
	M _S 無視	1.0000 (1.005)	1.0000 (1.007)	1.0000 (1.009)
	Vlasov	1.0000 (1.005)	1.0000 (1.007)	1.0000 (1.009)

せん断変形を考慮した開断面耐震壁の振り解析

脚部で0.636となっていて、フランジ壁長さが短く壁高が高いと誤差が幾分大きい。 M_S 無視の場合には脚部では厳密解にほぼ等しいが、頂部ではフランジ壁長さが短いか壁高が高くなると誤差が大きくなる。

以上のように、St. Venant の振りモーメント M_S を一定とした場合の計算結果は、全般的に厳密解と良く対応しているが、フランジ壁長さが短く壁高が高い場合には St. Venant の振り剛性の影響が大きくなるために誤差が幾分大きい。上記の計算では壁高の全長にわたって M_S を一定としたが、壁高を分割し各区分毎に M_S を一定として計算した結果を表-2 に示す。計算モデルは前述の誤差が最も大きかった HF₂ であり、実際の計算は拙論¹⁾で示したマトリックス解析によって行った。分割数が多いほど当然精度もよくなり、6分割した場合の厳密解との比は振れ角 $\phi(h)$ で1.002、曲げ振りモーメント $H\omega$ の頂部で1.006、脚部で0.913となっている。HF₂ の6分割した各区分の層高は3mであり、通常の建物の構造解析では各層毎に M_S を一定として計算しても工学的に十分な精度を有すると考えられる。

表-2 モデルHF₂の分割数による精度 (M_S 一定)

		$\phi(h)$ [10 ⁻¹¹ M _T]	$H\omega(h)$ [M _T]	$H\omega(0)$ [M _T]
厳密解		77.07 (1.000)	0.4978 (1.000)	0.9906 (1.000)
分割数	2	78.60 (1.020)	0.5248 (1.054)	0.7680 (0.775)
	3	77.70 (1.009)	0.5094 (1.023)	0.8310 (0.839)
	6	77.25 (1.002)	0.5006 (1.006)	0.9042 (0.913)

5. む す び

本報では、そり拘束に伴って生ずる二次せん断応力によるせん断変形を考慮したコ型開断面壁の曲げ振り解析について述べた。解析理論は拙論¹⁾の開断面壁の解析法に基づいている。この曲げ振り解析と St. Venant の振りモーメントを一定とした解析、および Vlasov の理論による解析の3通りの解析方法によって、壁高とフランジ壁長さを変化させたコ型開断面壁の数値計算を行い、後二者の解析精度の検討を行った。その結果、本例題のような中低層規模のコ型開断面壁に関して、

- 1) Vlasov の振り解析値は、せん断変形を考慮していないのでフランジ壁長さが長いほど、壁高が低いほど誤差が大きい。
- 2) 拙論¹⁾のマトリックス解法は、St. Venant の振りモーメントが各層毎に一定となるが、構造設計上、十分な精度を有する。

荒井康幸・荒川 卓・溝口光男

また、本報で述べた曲げ振り解析値はせん断変形を無視すると Vlasov の振り解析値に一致することを示した。

(昭和61年 5 月20日 受理)

参 考 文 献

- 1) 荒井康幸, 柴田拓二: 日本建築学会論文報告集 313,48 (1982)
- 2) Vlasov, V. Z. 著, 奥村敏恵, 他邦訳: 薄肉弾性ばりの理論 (技報堂, 1967)