室蘭工業大学
学術資源アーカイブ
Muroran Institute of Technology Academic Resources Archive

垂直および水平振動場における単一球の沈降速度

メタデータ	言語: Japanese
	出版者: 室蘭工業大学
	公開日: 2014-03-04
	キーワード (Ja):
	キーワード (En):
	作成者: 小幡, 英二, 渡辺, 治夫, 安藤, 公二
	メールアドレス:
	所属:
URL	http://hdl.handle.net/10258/1118

垂直および水平振動場における単一球の沈降速度

小 幡 英 二・渡 辺 治 夫・安 藤 公 二

Sedimentation Velocities of Single Particle in the Vertical and the Horizontal Oscillating Fields

Eiji OBATA, Haruo WATANABE and Koji ANDO

Abstract

The effect of oscillation on the average terminal sedimentation velocities of a particle was measured by means of video recorging device. Seven sizes of Nylon spheres were used and oscillation frequencies were from 0.33 to 1.5 Hz with three amplitudes; 5.5, 8.0, and 10.5 cm. Ion exchanged water, ethylene glycol solution of 45 wt%, and glycerol were used as fluids.

Results obtained were as follow:

An increase in either frequency or amplitude leads to decrease the terminal sedimentation velocities of particles.

Frequency affected the retardation in terminal velocities more than amplitude in both the vertical and horizontal oscillating fields.

The dimentionless equation derivated for a horizontal oscillation was related to Reynolds number, Frods number, the ratio of particle-size to amplitude, and the ratio of densities. The correlation based on the experimental values was given by

$$\frac{\bar{v}_p}{A\omega}=k\left(\frac{\rho d A\omega}{\mu}\right)^{0.8}\left(\frac{A\omega^2}{g}\right)^{\beta}\left(\frac{d}{A}\right)^{\gamma}\left(\frac{\rho_p-\rho}{\rho}\right)^{\delta}$$

where $\beta=-1,\ \gamma=2,\ \delta=1$ in Stokes range,

$-2<\beta<-1,\ \ 0.5<\gamma<2,\ \ 0.5<\delta<1$ in Allen range, and

$\beta=-2,\ \gamma=0.5,\ \delta=0.5$ in Newton range.

1. 緒　　言

流体の振動を応用した実用装置には浮遊選鉱，連続抽出の脈動カラム，およびガス吸収塔がある[1,2]。抽出塔や吸収塔のように分散相（気泡，あるいは粒子）近傍の乱れや，分散相の滞留時間の増加が良い結果をもたらすものは振動効果であり，沈降分離装置のように振動によって能力を減じるものは，負の振動効果といえる。これらの振動の影響はひとつは物質移動や熱移動の問題であり，もうひとつは分散相に加わる流体抵抗の問題である。ここでは後者を扱う。

垂直振動を与えた研究には，連続相（流体）中で分散相の運動を理論的に考察した Houghton[3]，

Molerus[4]，Herringe[5]，Schöneborn[6]や，実験的解析を試みたBaird[7]，Jameson[8]，Foster[9]等の報告，および斉藤による総説[10]がある。上記の振動効果は水平振動場でも考えられるが，水平振動では連続相のみを振動させる（垂直振動では脈動ポンプによって流体のみを動かす）ことはできず，この方面の研究は皆無である。

本報は単一ナイロン球の沈降速度を垂直振動場，および水平振動場で実測し，静止流体中の沈降速度と比較検討したものである。また，水平振動場における単一粒子沈降速度の次元解析式と実験式を求めた。

2．振動流体中の沈降速度基礎方程式

物質移動や熱移動における流体と粒子の相互作用は垂直振動においても，水平振動においても同一と考えられる。しかし，粒子沈降速度に関しては異ってくる。垂直振動では流体加速度と粒子沈降速度は同軸方向に働くのに対し，水平振動では直角方向に働く。すなわち，同一振幅，同一振動数でも両者の沈降速度は異ってくる。

2—1　垂直振動の運動方程式

加速された流体中の自由粒子にかかる垂直方向の力の収支は非線型Langevinの式で表される[3,4,5,6]。

$$\frac{\pi d^3}{6}(\rho_p-\chi\rho)\frac{dV_p}{dt}+C_D\frac{\pi d^2}{8}\rho\,|V_p-U_L|^n\mathrm{sgn}(V_P-U_L)-\frac{\pi d^3}{6}(1+\chi)\rho\frac{dU_L}{dt}+B(t)=0$$

$$\text{ただし}\quad \mathrm{sgn}(V_P-U_L)=\begin{cases}+1, & V_P-U_L>0\\ -1, & V_P-U_L<0\end{cases} \tag{1}$$

ここで，dは粒径，ρ_P，ρは粒子および流体密度，V_P，U_Lは粒子および流体速度，χは流体の見かけ質量係数，C_Dは流体抵抗係数，および$B(t)$はBasset termと呼ばれ，定常状態における流線からのずれの影響を表す。(1)式の第2項の指数nは層流域（Stokes range）では$n=1$，剥離現象を伴う乱流域（Newton range）では$n=2$である。本報で用いた実験粒子の粒子基準Reynolds数（$Re=\rho dV_s/\mu$，μは流体粘度）は乱流域であり，$n=2$である。また，Houghtonによれば乱流域では，Basset termは無視できる。流体速度に正弦運動を考える。

$$U_L=A\omega\cos\omega t=A\omega\cos 2\pi ft \tag{2}$$

ここで，Aは振幅，ωは角振動数，fは振動数である。理想振動流体中の粒子について，Rschevkinの理論解を応用する[11]。すなわち，瞬間粒子沈降速度V_Pを平均粒子沈降速度$\bar{V}_P$を用いて次式で表す。

$$V_P=\bar{V}_P+U_L\frac{3}{2(\rho_P/\rho)+1} \tag{3}$$

(1)〜(3)式より，平均粒子沈降速度 $\bar{V}_P$ と終末沈降速度 V_S の関係は次式で表される[7]。

$$\frac{\bar{V}_P}{V_S}=\left[1-2\left(\frac{(\rho_P/\rho)-1}{2(\rho_P/\rho)+1}\right)^2\left(\frac{A\omega}{V_S}\right)^2\right]^{1/2} \tag{4}$$

2—2　水平振動場の沈降速度に関する次元解析

重力場では，水平加速度が加わっても重力方向の力の収支式は静止流体中のものと同一である。しかし，水平振動場の沈降実験でも粒子沈降速度の遅れ現象（遅延効果と呼ぶ）が認められる。これは(1)式の流体抵抗係数が異なるためである。

ここでは平均粒子沈降速度を $\bar{V}_P$ とし，沈降速度に関する因子を次式のように考える。

$$\bar{V}_p=kA^a\omega^b(\rho_P-\rho)^c d^d \mu^e g^f \rho^g \tag{5}$$

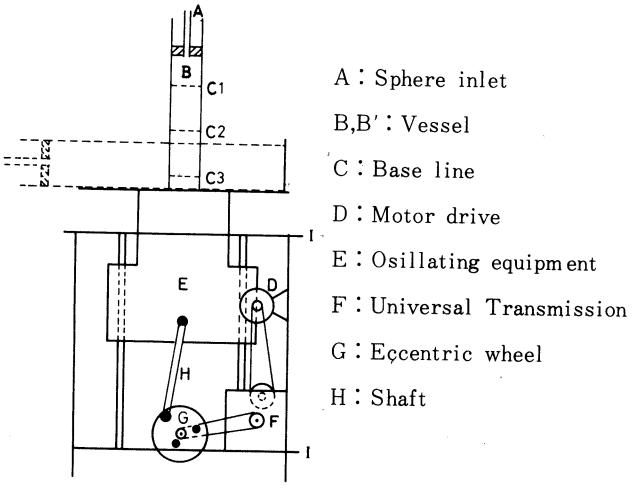
(5)式を無次元化し，次元解析によって解くと

$$\frac{\bar{V}_P}{A\omega}=k\left(\frac{\rho dA\omega}{\mu}\right)^{c+g}\left(\frac{A\omega^2}{g}\right)^{-f}\left(\frac{d}{A}\right)^{d-c-g}\left(\frac{\rho_P-\rho}{\rho}\right)^c \tag{6}$$

すなわち，$(\bar{V}_P/A\omega)$ は Reynolds 数，Froude 数，（粒径／振幅），および密度比の関数となる。(6)式の対数をとり，1つの項に着目し，その他の項を定数となるように実験値を代入していくと，各項の指数が決定できる。

3．実験装置および実験方法

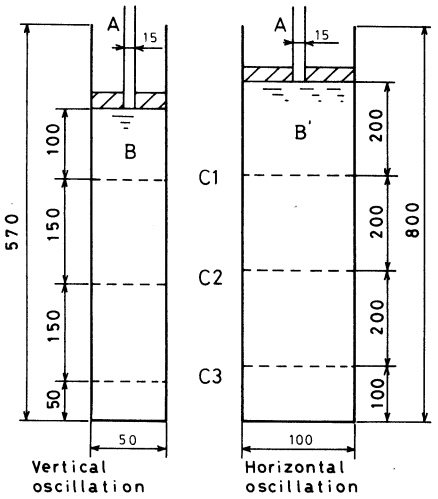
垂直振動，水平振動とも同一の実験装置を用いた。図—1は垂直振動の場合である。駆動モータDから無段変速機（ZERO—MAX E3）Fを通して動力が駆動輪Gに伝わる。振幅の変化は駆動軸Hと駆動輪の取り付け位置を換えることにより行い，振動数の変化は無段変速機により行った。水平振動の場合には，同一の装置を半回転し，外枠II面を底面にして，垂直振動と同様の操作を行った。ただし，沈降容器Bは垂直振動，水平振動で，駆動モーターの関係上容量が異っている。垂直振動では容器B（50×50×570 mm^3），水平振動では容器B′（100×100×800 mm^3）の透明アクリル角柱である。両容器には図—2に示すように3本の基準線



図—1　実験装置概略図

C1，C2，C3を設けてある。実験時の液面高さは垂直振動の場合が450 mm，水平振動の場合が700 mmである。両振動とも，表面波の発生を防止するため，発泡スチロール板（ハッチ部）で覆ってある。

単一ナイロン粒子を粒子投入口A（15 mmφ）より自然落下させ，基準線間を通過する経過時間をビデオ撮影後のスローモーション再生により測定した。通過時間から沈降速度が決定された。実験は垂直振動，水平振動とも振幅Aを55 mm，80 mm，105 mmの3種類，振動数fを0.33 Hzから1.5 Hzの範囲で行った。なお，垂直振動，水平振動とも正確な正弦運動であることを確認した。



図－2　沈降容器

実験試料は直径3.17～12.76 mmのナイロン真球粒子を用いた。粒子密度は個々に異なるため，すべて実測した。流体はイオン交換水，グリセリン水溶液（45 wt%），エチレングリコールを使用し，液温は20℃とした。各物性値はイオン交換水が$\rho=9.982\times10^{2}$ kg・m^{-3}，$\mu=1.005\times10^{-3}$Pa・s，グリセリン水溶液が$\rho=1.116\times10^{3}$kg・m^{-3}，$\mu=4.563\times10^{-3}$Pa・s，エチレングリコールが$\rho=1.116\times10^{3}$kg・m^{-3}，$\mu=20.92\times10^{-3}$Pa・s，である。

4．垂直振動場における粒子沈降速度

振幅$A=55$ mm，80 mm，振動数$f=1.0$ Hz，1.5 Hzで単振動しているイオン交換水中にナイロン球を投入し，沈降速度を測定した。測定距離150 mm（基準線C1—C2，あるいはC2—C3）で求めた平均沈降速度と測定距離300 mm（基準線C1—C3）で求めた平均沈降速度の差は±3％以内にあった。これは測定誤差内にあると考え，以後の測定距離を300 mmとした。なお，$f=0.5$ Hzにおける沈降速度は静水中とほぼ同程度であり，省略した。表—1に粒径d，Reynolds数（$\mathrm{Re}=\rho d V_S/\mu$），静水中の終末沈降速度$V_S$，振動場での平均沈降速度$\bar{V}_P$，および$\bar{V}_P/V_S$（括弧書き）を示す。

垂直振動場での遅延効果を調べるため，(1)式をつぎのように整理する。

$$\left(\frac{\bar{V}_P}{V_S}\right)^2=1-2\frac{[(\bar{\rho}_P/\rho)-1](2\pi)^2}{[2(\bar{\rho}_P/\rho)+1]V_S^2}(A f)^2 \tag{7}$$

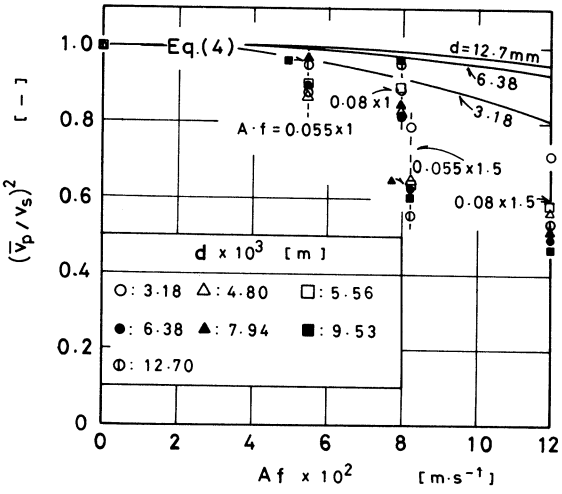
2．1節で述べた垂直振動場での遅延効果（$\bar{V}_P/V_S$）は(4)式，あるいは(7)式より，V_Sの小さい小粒子ほど小さくなることがわかる。(4)式のρ_Pに平均粒子密度$\bar{\rho}_P$を用い整理したのが図—3の曲線である。上から$d=12.70$ mm，6.38 mm，3.18 mmの場合である。表—1より実測され

表－1　垂直振動場の沈降速度

d×10³ [m]	Re ($\rho d v_s/\mu$) [−]	ρ_p×10⁻³ [kg.m⁻³]	v_s×10² [m.s⁻¹]	$\bar{v}_p$×10² A=0.055 f=1.0	$\bar{v}_p$×10² A=0.055 f=1.5	$\bar{v}_p$×10² A=0.080 f=1.0	$\bar{v}_p$×10² A=0.080 f=1.5	[m.s⁻¹] [m] [Hz]
3.18	281	1.098	8.89	8.33	7.89	8.33	7.50	
				(0.94)	(0.89)	(0.94)	(0.84)	
4.80	598	1.200	12.55	11.67	10.10	11.41	9.46	
				(0.93)	(0.80)	(0.91)	(0.75)	
5.56	716	1.138	12.97	12.35	10.34	12.24	9.58	
				(0.95)	(0.80)	(0.94)	(0.74)	
6.38	928	1.267	14.64	13.95	11.54	13.35	10.27	
				(0.95)	(0.79)	(0.91)	(0.70)	
7.94	1180	1.128	14.97	14.78	12.00	13.82	10.71	
				(0.99)	(0.80)	(0.92)	(0.72)	
9.53	1610	1.102	17.01	16.67	13.22	16.06	11.54	
				(0.98)	(0.78)	(0.94)	(0.68)	
12.70	2281	1.126	18.08	17.65	13.45	17.65	13.20	
				(0.98)	(0.74)	(0.98)	(0.73)	

(　)：$\bar{v}_p/v_s$　，$\rho_p=1.151\times10^3$ kg.m⁻³

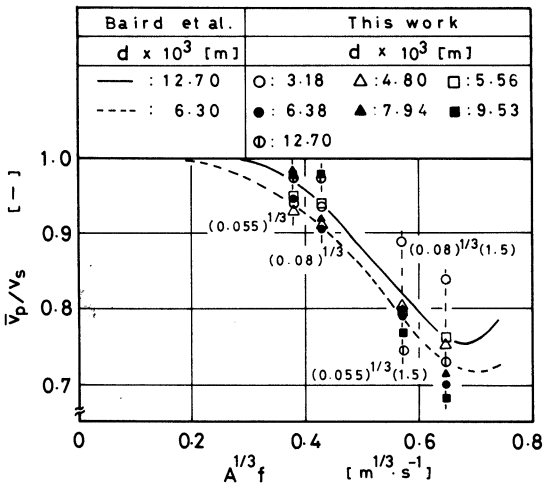
た遅延効果の二乗 $(\bar{V}_p/V_S)^2$ は(7)式の理論線より著しく小さかった。また，粒径による差異は見出せない。これは(1)式の解析で考えたBasset termや，見かけ質量係数χの仮定，およびRschevkinの理論解の導入に無理があると思われる。また，(1)式は流体振動速度$A\omega$（$=2\pi fA$）が同じであれば同様の遅延効果を示すが，図—3の実測値では振動数fが振幅Aよりも大きな遅延効果を持つことが認められる。すなわち，吸収操作や抽出操作においては，振幅を大きくするより振動数を大きくするのが望ましい。



図—3　振動速度（Af）に対する遅延効果 $(\bar{V}p/Vs)^2$

Baird 等は遅延効果 $\bar{V}_P/V_S$ と $A^{1/3}f$ をプロットし，$\bar{V}_P/V_S$ が粒径と無関係にひとつの曲線群にのることを報告した[7]。図—4 は表—1 の実測値を Baird 等と同様の整理をしたものである。実験条件が異なるにもかかわらず，両者の値は一致する。

以上の実験結果は Reynolds 数 Re＝2281以下，流体の最大振動加速度 $4\pi^2 f^2 A = 7.11\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ 以下のものである。振動加速度を増加し，重力加速度（9.8 $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$）を越えてくるなら，粒子の浮上現象が認められ，その挙動も変化すると思われる。



図—4　$A^{1/3}f$ に対する遅延効果（$\bar{V}p/Vs$）

5．水平振動場における粒子沈降速度

2．2節で求めた水平振動場の沈降速度に関する次元解析より，振動場の平均沈降速度と振動速度 $A\omega$ の比は Reynolds 数，Froude 数，（粒径／振幅），および密度比の関数であった。(6)式を次式で表し，各項の指数を求める。

$$\bar{V}_p = k\left(\frac{\rho d A\omega}{\mu}\right)^{\alpha}\left(\frac{A\omega^2}{g}\right)^{\beta}\left(\frac{d}{A}\right)^{\gamma}\left(\frac{\rho_P-\rho}{\rho}\right)^{\delta} A\omega \tag{8}$$

指数 α，β，γ，δ は1つの項に着目し，その他の項を定数においた対数プロットの傾きより求められる。なお，(8)式の4項目の密度比は定数項とみなして解析した。

5．1　Reynolds 数（Re）の影響

Re 数の指数 α を求めるため，第3項（d/A）を定数とする。粒径と振幅の比を表—2に示す。表—2中，＊印の値が $d/A \fallingdotseq 0.06$ と近似しているので，この場合を考える。

つぎに，第2項 $A\omega^2/g$ を定数とするため，各振幅 A と各角振動数 ω より $A\omega^2/g$ を求め表—3に示す。表—3中，＊，＊＊，＊＊＊の値が，それぞれ $A\omega^2/g \fallingdotseq 0.22$，0.15，0.10に近似している。なお，このときの $A\omega$ は表—3中の括弧書きで示したように差異が小さいので定数項とする。以上，3つの場合について，$\bar{V}_P$ と $\rho dA\omega/\mu$ を整理したのが表—4である。表—4の関係を図—5に示す。図—5より，水平振動場の平均沈降速度 $\bar{V}_P$ は Froude 数（$A\omega^2/g$）に関係なく，Re 数の0.8乗に比例することが認められる。

5．2　Froude 数（$A\omega^2/g$）の影響

表－2　（粒径/振幅）の値：$(d/A)\times10^2$

振幅A〔m〕＼粒径d×10³〔m〕	3.17	4.79	5.61	6.40	9.59	12.76
0.055	5.76*	8.71	10.20	11.64	17.44	23.20
0.080	3.96	5.99*	7.01	8.00	11.99	15.95
0.105	3.02	4.56	5.34	6.10*	9.13	12.15

＊：d／A≒0.06

表－3　Froude 数の値：$(A\omega^2/g)\times10^2$

振幅A〔m〕＼角振動数 ω〔rad.s⁻¹〕（振動数） f〔Hz〕	0.67Π (0.333)	Π (0.50)	1.33Π (0.667)	1.67Π (0.833)	2Π (1.0)
0.055	2.45	5.53	9.95*** [23.0]	15.28** [28.9]	22.15* [34.6]
0.080	3.59	8.05	14.45** [33.4]	22.19* [42.0]	---
0.105	4.70	10.58*** [33.0]	18.74	---	---

〔　〕：Aω　　＊：0.22　＊＊：0.15　＊＊＊：0.10

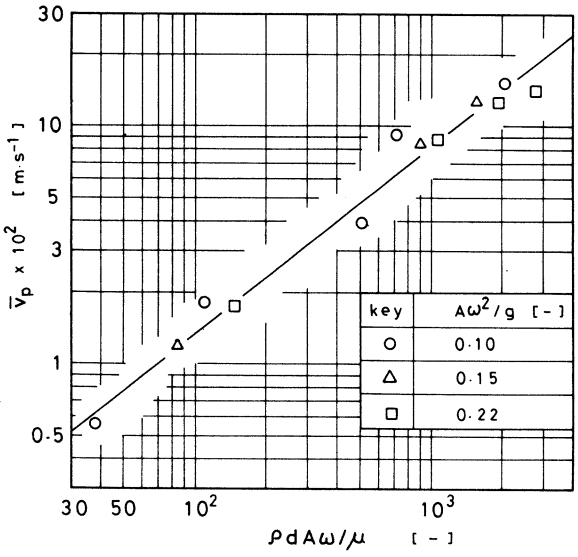
表－4　平均沈降速度 $\overline{V}p$ と Reynolds 数（$\rho dA\omega/\mu$）の関係：（d/A≒0.06）

	$A\omega^2/g=0.10$					$A\omega^2/g=0.15$			$A\omega^2/g=0.22$			
$v_p\times10^2$〔m.s⁻¹〕	0.56	1.81	3.90	9.13	15.09	1.20	8.66	12.70	1.74	8.66	12.42	14.04
$\rho dA\omega/\mu$〔－〕	39.0	112.6	516.4	725.8	2097.1	85.7	906.4	1595.1	150.2	1088.0	1992.1	2797.3

d/A を一定にして，Re 数を 4 区分して，$\bar{V}_P$ と $A\omega^2/g$ の関係を整理したのが表―5 である。表―5 の関係を図―6 に示す。いずれの Re 数にたいしても，$\bar{V}_P$ と $A\omega^2/g$ の間には，直線関係が存在する。最小二乗法により，各直線の傾き β を求めると，Re＝30～50では $\beta=-0.72$，Re＝60～80では $\beta=-0.84$，Re＝200～400では $\beta=-1.0$，Re＝500～1000では $\beta=-1.2$である。終末沈降速度における，重力加速度 g の影響は層流域では 1 次，乱流域では0.5次に働く。したがって，$(A\omega^2/g)$ の影響は層流域では 1 次，乱流域では 2 次と考えられる。実験値はいずれも予想値より大きな値であるが，その傾向は認められる。

5．3　（粒径／振幅）の影響

$A\omega^2/g\fallingdotseq0.22$，$A\omega=34.6\sim42.0$を一定にし，Re 数を 3 区分して，$\bar{V}_P$ とd/A の関係を整理したのが表―6 である。表―6 の関係を図―7 に示す。いずれの Re 数にたいしても，$\bar{V}_P$ と d/A



図－5　Reynolds 数の影響

表－5　平均沈降速度 $\bar{V}p$ と Froude 数($A\omega^2/g$)の関係：(d/A＝0.06～0.07)

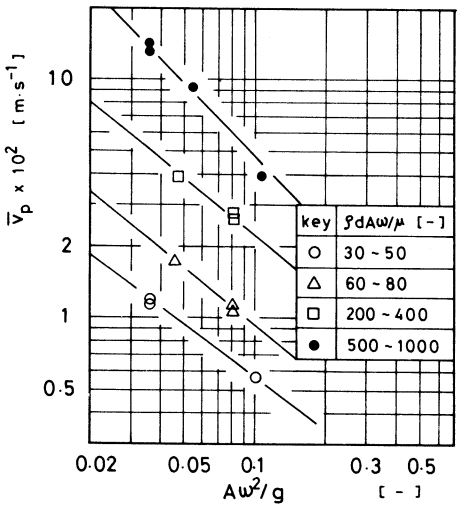
Reynolds 数 Re [-]					
30 ～ 50	$\bar{v}_p \times 10^2$ [m.s⁻¹]	0.56	1.13	1.19	
	$A\omega^2/g \times 10^2$ [-]	9.95	3.59	3.59	
60 ～ 80	$\bar{v}_p \times 10^2$ [m.s⁻¹]	1.08	1.14	1.76	
	$A\omega^2/g \times 10^2$ [-]	8.05	8.05	4.70	
200～400	$\bar{v}_p \times 10^2$ [m.s⁻¹]	2.63	2.67	3.88	9.24
	$A\omega^2/g \times 10^2$ [-]	8.05	8.05	4.70	2.45
500～1000	$\bar{v}_p \times 10^2$ [m.s⁻¹]	3.90	9.22	12.94	13.89
	$A\omega^2/g \times 10^2$ [-]	10.6	5.53	3.59	3.59

は直線関係にある。それぞれの場合にたいして，直線の傾き γ を求めると，Re＝50～250では $\gamma=1.6$，Re＝250～1000では $\gamma=1.2$；Re＝1000～3000では $\gamma=0.69$である。これより，d/A の指数 γ は層流域で $\gamma=2$，乱流域で $\gamma=0.5$，遷移域で $\gamma=0.5$～2.0と考えられる。このことは重力場の粒子沈降理論に合致する。

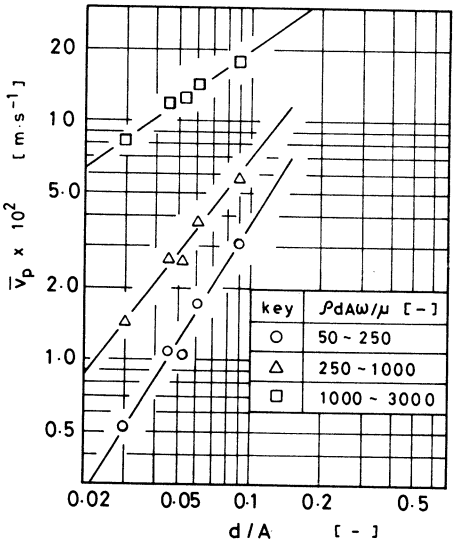
5．4　密度比の影響

今回の実験では粒子密度 ρ_p がほぼ一定であり，密度比の実験的考察はできない。しかし，重力場の沈降理論より，層流域では $\delta=1$，乱流域では $\delta=0.5$であることが知られている。

以上の結果より，水平振動場の平均沈降速度 $\bar{V}_p$ は次式で整理できる。



図－6　Froude 数の影響



図－7　（粒径/振幅）の影響

表－6　平均沈降速度 $\bar{V}p$ と（粒径/振幅）の関係：（$A\omega^2/g=0.02$，$A\omega=34.6\sim42.0$）

	Re〔－〕 ＼ d/A×10²〔－〕	3.02	4.56	5.34	6.10	9.13
$\bar{V}_p\times10^2$	50 ～ 250	0.53	1.08	1.05	1.74	3.07
〔m.s⁻¹〕	250 ～ 1000	1.48	2.73	2.66	3.90	5.89
	1000 ～ 3000	8.18	11.8	12.5	14.0	17.8

$$\bar{V}_p=k\left(\frac{\rho dA\omega}{\mu}\right)^{0.8}\left(\frac{A\omega^2}{g}\right)^{\beta}\left(\frac{d}{A}\right)^{\gamma}\left(\frac{\rho_p-\rho}{\rho}\right)^{\delta}A\omega \tag{9}$$

但し，層流域　$\beta=-1$，　$\gamma=2$，　$\delta=1$

遷移域　$-2<\beta<-1$，$0.5<\gamma<2$，$0.5<\delta<1$

乱流域　$\beta=-2$，　$\gamma=0.5$，　$\delta=0.5$

6．結　　言

単一ナイロン球の流体垂直振動場，および水平振動場の平均沈降速度を測定し，以下の結果を得た。

(1)　垂直振動場での遅延効果は終末沈降速度の小さい粒子ほど影響が大きいことが予測された

が，実測値は粒径の差異を認めなかった。

(2) 垂直振動場，および水平振動場とも，遅延効果は振幅よりも振動数に大きな影響を受ける。

(3) 水平振動場の平均沈降速度はつぎの無次元式で表され，その各指数を求めた。

$$\frac{\bar{V}_P}{A\omega}=k\left(\frac{\rho dA\omega}{\mu}\right)^{0.8}\left(\frac{A\omega^2}{g}\right)^{\beta}\left(\frac{d}{A}\right)^{\gamma}\left(\frac{\rho_P-\rho}{\rho}\right)^{\delta}$$

〔謝辞〕本研究は文部省科学研究費（奨励研究 A，課題番号56750631）の援助を受けた。ここに付記し，感謝の意を表します。また，実験に参加された高島透君，大矢悟君，舟橋靖君に心より感謝申し上げます。

参考文献

1）Hafez, M. M., M. H. I. Baird and I. Nirdosh : Can. J. Chem. Eng., *57*, 150 (1979)
2）Edwards, R. B. and G. H. Beyer : A. I. Ch. E. Journal, *2*, 148 (1956)
3）Houghton, G. : Can. J. Chem. Eng., *44*, 95 (1966)
4）Molerus, O. and J. Werther : Chemie-Ing.-Tech., *40*, 522 (1968)
5）Herringe, R. A. : Int. J. Maltiphase Flow, *3*, 243 (1977)
6）Schöneborn, P.-R. : Int. J. Maltiphase Flow, *2*, 307 (1975)
7）Baird, M. H. I., M. G. Senior, et. al. : Chem. Eng. Sci., *22*, 551 (1967)
8）Jameson, G. J. : Chem. Eng. Sci., *21*, 35 (1966)
9）Foster, J. M., J. A. Botts, et al. : J. Basic Eng., Trans. ASME, *90*, 125 (1968)
10）斎藤正三郎：化学工学，*32*，980（1968）
11）Rschevkin, S. N. : The Theory of Sound, p. 385 (Pergamon Press, Oxford, 1963)