



## 成層被圧帯水層における溶解物質の分散に関する研究

メタデータ	言語: jpn 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2014-03-04 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 藤間, 聡 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10258/736">http://hdl.handle.net/10258/736</a>

# 成層被圧帯水層における溶解物質の分散に関する研究

藤 間 聡

## Study on Dispersion of a Conservative Solute in Stratified Confined Aquifer

Satoshi TOHMA

### Abstract

The dispersive transport of a conservative solute in the two dimensional stratified confined aquifer is analyzed by applying the integral moment method. In this analysis, it is assumed that the aquifer is of constant thickness and of infinite lateral extent, the permeability is a known function of the vertical coordinate, and the flow is unidirectional, parallel to the stratification.

Analytical solutions are obtained for the time derivative of the second moment of the tracer concentration distribution for the cosine permeability profile. The results of the analysis are applied to measured permeability profiles, and predicted values of the macroscopic-dispersion coefficients are compared with experimental results. An important conclusion from the analysis is that *non-Fickian* behavior occurs early in the process, macroscopic-dispersion coefficients have been demonstrated to depend in a complex manner on heterogeneities of the permeability. The mean transport process can not be represented by conventional convection-diffusion equation. For large time, the dispersion process becomes *Fickian* transport, macroscopic-dispersion coefficients approach continuously to a asymptotic value. Macroscopic-dispersion coefficients measured in the laboratory tracer tests may be inadequate for predicting dispersive transport in the stratified aquifer.

### 1. ま え が き

恒温で良質な水質をもつ地下水は、各種の主要、補助水源として広く利用されている。しかし、近年汚染物質の混入等による水質劣化が各地で進行し、水資源確保に深刻な影響を与えている。水質を保全し、被害範囲を最小限とする地下水管理を実施するには、地下水系における汚染機構の解明、それに基づく技術的知識の集積が不可欠となる。

地下水系における保存系溶解物質の分散は、主に次に述べる三要因により生ずると考えられる。①分子拡散、②分散物質の分子群の平均流速と一分子の流路に沿った平均流速との差、③分散物質が通過する層の平均流速と全断面平均流速との差。一般に、①および②は空隙径の偏差に基づく現象であり、微視的分散と定義される。一方、③は地層構造の不均質性に起因し、巨視的分散と呼称される。微視的分散に関しては、現在に至るまで多数の研究がなされ、その結果は実験的に検証され、基本的な水理特性はほぼ解明されている。しかし、これらの成果を現実の地下水汚

染予測に適用した場合、その妥当性は著しく低く実用に供しないことが多い<sup>1)</sup>。この原因は微視的分散と異なり、巨視的分散が実験室規模では再現し難いスケールの不均質性に起因するため、見掛け上の分散係数を正確に推定できないことにあると思われる。

本論文は、透水係数が異なる多層で構成される鉛直二次元被圧帯水層における保存系溶解物質の分散機構を解析対象とし、濃度積率法<sup>2)</sup>を適用して決定論的に巨視的分散係数の定式化を図り、溶解物質の分散形態とその経時変化を究明することを目的とする。さらに、この手法の妥当性を分散実験結果と比較し検証するものである。

## 2. 成層被圧帯水層における分散過程の定式化

### 2-1. 基礎方程式と初期・境界条件式

本研究で対象とする帯水層モデルは、Fig. 1 に示す透水係数の異なる多層で構成される被圧帯水層であり、層厚は一定で、水平方向の流動域は無限とする。ここで、以後本帯水層を成層帯水層と呼称する。帯水層内の地下水流動は層に平行な一方向定常剪断流とし、流速は鉛直方向の位置の関数で与えられるものとする。この流れ系に分散物質を瞬間的に線状放出した場合、任意時間経過後の分散物質は Fig. 2 に示す分布形を呈する。図中の英字 A は空隙径の偏差に基づく微視的分散帯を、同じく B は透水係数の変動に基づく巨視的分散帯を表わす。

微視的分散過程の溶解物質の挙動は、次の分散方程式で示される。

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -V(z) \frac{\partial c}{\partial x} + D_1(z) \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ D_2(z) \frac{\partial c}{\partial z} \right] \quad (1)$$

$$0 \leq x < \infty, \quad 0 \leq z \leq h.$$

ここに、 $c$  は分散物質濃度、 $V$  は実流速、 $D_1$  は微視的縦方向分散係数、 $D_2$  は同じく横方向分散係数、 $h$  は帯水層総厚、 $x, z$  は位置座標、 $t$  は時間をそれぞれ表わす。

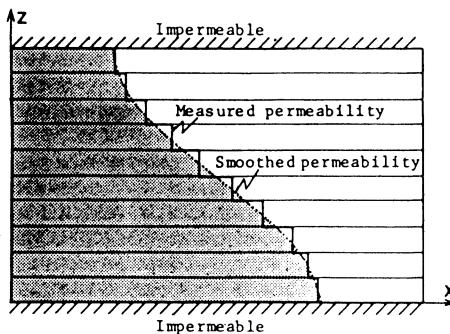


Fig. 1 Schematic diagram of a stratified aquifer with vertical variations of permeability.

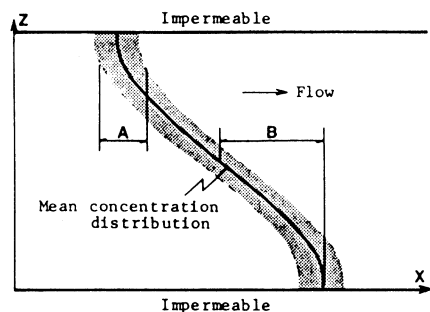


Fig. 2 Behavior of a conservative solute injected into a stratified aquifer with the flow.

ここで以後の解析を容易に行なうため、各水理量の断面平均量を用いて変数変換し、(1)式の無次元化を行なう。

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = -\alpha V^* \frac{\partial C}{\partial \xi} + D_1^* \frac{\partial^2 C}{\partial \xi^2} + \frac{\partial}{\partial \eta} (D_2^* \frac{\partial C}{\partial \eta}) \quad (2)$$

ここに、 $C = [\bar{D}_1/\bar{D}_2]^{1/2} \rho ch/m$ ,  $\tau = \bar{D}_2 t/h^2$ ,  $\xi = [\bar{D}_2/\bar{D}_1]^{1/2} (x - \bar{V}t)/h$ ,  $\eta = z/h$ ,

$$\alpha = \bar{V}h/[\bar{D}_1 \bar{D}_2]^{1/2}, V^* = (V - \bar{V})/\bar{V}, D_1^* = \bar{D}_1/\bar{D}_1, D_2^* = \bar{D}_2/\bar{D}_2 \quad (3)$$

上式中、 $m$  は単位空隙面積当たりの分散物質質量、 $\rho$  は流体密度を示す。また、記号 $\bar{\cdot}$ は断面平均量を表わし、例えば、平均流速 $\bar{V}$ に関しては次式で定義する。

$$\bar{V} = \frac{1}{h} \int_0^h V dz \quad (4)$$

濃度の初期条件に関しては、時刻 $t=0$ 、地点 $x=0$ において、保存系溶解物質を瞬間線状放出する場合を考えると次式を得る。

$$c(x, z, t=0) = m \delta(x)/\rho \quad (5)$$

ここに、 $\delta(x)$ はDiracのデルタ関数を示し、 $\delta(0)=1$ ,  $\delta(x \neq 0)=0$ である。

放出された分散物質は質量保存則に従い、帯水層全域において次式を満足しなければならない。

$$\int_0^h \int_0^\infty c(x, z, t) dx dz = mh/\rho \quad (6)$$

一方、境界条件に関しては、帯水層頂、底部の不浸透面を横切る物質収支がなく、水平方向の分散域が無限であることを考慮すると次式で与えられる。

$$D_2 \frac{\partial c}{\partial z} = 0 (z=0, h), c=0, \frac{\partial c}{\partial z} = 0 (x \rightarrow \infty) \quad (7)$$

## 2-2. 断面平均濃度分布

成層帯水層においては断面流速分布は一様でなく、分散物質の平均移動距離は各断面で差異を生ずる。この結果、採用する測定法により異なった濃度破過曲線が得られる。例えば、観測井の一定水深に濃度検出器を設置する場合は、Fig. 2に示す微視的分散帯Aの濃度分布が得られる。また、観測井の全断面もしくは区間から揚水し、その濃度を測定する場合には断面平均濃度分布が得られる。後者の測定法は地下水流動方向、透水係数の算定に多用されている。断面平均濃度分布の推定に関しては、一般に一次元移流拡散方程式が用いられるが、濃度分布が正規分布以外の場合には推定誤差が大きく、複雑な流れ系には適用し難いと考えられる。従って、本解析では濃度積分法を用いて断面平均濃度分布の定式化を行なう。

無次元移動座標系 $\xi$ において、原点 $\xi=0$ で瞬間に放出された分散物質は流下に伴い不規則な挙動を繰り返し、その遷移は確率的となり、任意時間経過後の分散物質の位置は確率変数 $\Xi$ で表わすことができる。この結果、濃度分布の定式化問題は確率変数 $\Xi$ の密度関数 $f(\xi)$ を求めることに帰着される。なお、以下においては確率変数 $\Xi$ の平均を $\bar{\xi}$ 、分散を $\sigma^2$ で表わすこととする。

濃度積率法により確率密度関数 $f(\xi)$ を決定するため、次式で定義される特性関数 $\phi(r)$ を導入する。

$$\phi(r) = E[e^{ir\Xi}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ir\xi} f(\xi) d\xi \quad (8)$$

ここに、 $r$ は任意の実数パラメータ、 $i$ は虚数単位、 $E[\cdot]$ は期待値を表わす。この特性関数 $\phi(r)$ の対数をとると、次式で定義されるキュムラント母関数 $\psi(r)$ を得る。

$$\psi(r) = \log \phi(r) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(ir)^j}{j!} \lambda_j \quad (9)$$

ここに、 $\lambda_j$ は $j$ 次のキュムラントであり、平均値回りの積率 $m_n$ との間に次式が成立する。

$$\lambda_1 = m_1/m_0 = 0, \lambda_2 = m_2/m_0, \lambda_3 = m_3/m_0 = f_1 \sigma^3, \quad (10)$$

$$\lambda_4 = m_4/m_0 - 3(m_2/m_0)^2 = (f_2 - 3) \sigma^4$$

上式中、 $f_1$ は歪度 (skewness)、 $f_2$ は尖度 (kurtosis) であり、いずれも度数分布の統計的特性量の測度を表わす。従って、キュムラント $\lambda_3$ は平均値に対する濃度分布の非対称性の測度となり、 $\lambda_4$ は最頻値付近の高低の測度となる。また、平均値回りの積率 $m_n$ は次式で定義される。

$$m_n = \int_{-\infty}^{\infty} (\xi - \bar{\xi})^n f(\xi) d\xi \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (11)$$

特性関数 $\phi(r)$ は、(10)式を考慮して(9)式を変換すると次式で与えられる。

$$\phi(r) = \exp\left(-\frac{(r\sigma)^2}{2}\right) \left[ 1 + \frac{(ir)^3}{3!} \lambda_3 + \frac{(ir)^4}{4!} \lambda_4 + \dots \right] \quad (12)$$

上式を(8)式に代入したのち Fourier 逆変換を行なうと、確率密度関数 $f(\xi)$ は次式となる。

$$f(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-ir\xi - \frac{r^2\sigma^2}{2}\right) \left[ 1 + \frac{(ir)^3}{3!} \lambda_3 + \frac{(ir)^4}{4!} \lambda_4 + \dots \right] dr \quad (13)$$

ここで、上式の積分を簡単に行なうため、次式で定義される Hermite 多項式 $H_n$ を導入する。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-ir\xi - \frac{r^2\sigma^2}{2}\right) (ir)^n dr = \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right) \frac{\sqrt{2\pi}}{\sigma^{n+1}} H_n\left(\frac{\xi}{\sigma}\right) \quad (14)$$

(14)式を(13)式に代入すると、最終的に確率密度関数 $f(\xi)$ は次の無限級数の漸化式で与えられる。

$$f(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right) \left[ 1 + \frac{\lambda_3}{6\sigma^3} H_3\left(\frac{\xi}{\sigma}\right) + \frac{\lambda_4}{24\sigma^4} H_4\left(\frac{\xi}{\sigma}\right) + \frac{\lambda_3^2}{72\sigma^6} H_6\left(\frac{\xi}{\sigma}\right) + \dots \right] \quad (15)$$

ここに

$$H_3 = (\xi/\sigma)^3 - 3(\xi/\sigma), \quad H_4 = (\xi/\sigma)^4 - 6(\xi/\sigma)^2 + 3,$$

$$H_6 = (\xi/\sigma)^6 - 15(\xi/\sigma)^4 + 45(\xi/\sigma)^2 - 15.$$

(15)式において、キュムラント $\lambda_3, \lambda_4$ がいずれも零の場合にのみ断面平均濃度分布は正規分布となる。他の場合は、 $\lambda_3, \lambda_4$ の値に応じて正に歪んだ非対称の濃度分布形が得られ、現在慣用されている一次元移流拡散方程式では推定できない分布形となる。

以上の結果、成層帯水層内の定常剪断流場における断面平均濃度分布の定式化がなされた。

### 2-3. 巨視的分散係数

本節ではFig. 1に示すような透水係数の空間分布が余弦関数で近似できる場合の巨視的分散係数の定式化を行なうこととする。

$$k = \bar{k} [1 + a \cdot \cos(\pi \eta)] \quad (16)$$

ここに、 $k$ は任意の高さ $\eta$ における透水係数、 $\bar{k}$ は断面平均透水係数、 $a$ は比例定数を示す。

帯水層における流動が水平流の場合、巨視的分散係数 $K_1$ と物質分子の分散 (variance)  $\sigma_x^2$ との間には次の関係が成立する<sup>3)</sup>。

$$K_1 = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_x^2}{dt} = \frac{\bar{D}_1}{2} \frac{dm^2}{d\tau} \quad (17)$$

ここに、 $\bar{D}_1$ は微視的縦方向分散係数の断面平均を表わす。

(17)式の2次積率 $m_2$ を求めるため、(2)式の各項に $\xi^n$ を乗じ、 $(-\infty, \infty)$ 区間で積分を行なうと次式が与えられる。

$$\frac{\partial \theta_n}{\partial \tau} = n\alpha V^* \theta_{n-1} + n(n-1)D_1^* \theta_{n-2} + \frac{\partial}{\partial \eta} (D_2^* \frac{\partial \theta_n}{\partial \eta}) \quad (18)$$

ここに、 $\theta_n$ は次式で定義される無次元濃度積率である。

$$\theta_n = \int_{-\infty}^{\infty} \xi^n C d\xi \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad (19)$$

この無次元濃度積率 $\theta_n$ は前述の平均値回りの濃度積率 $m_n$ との間に次の関係が成立する。

$$m_n = \int_0^1 \int_{-\infty}^{\infty} \xi^n C d\xi d\eta = \int_{-\infty}^{\infty} \xi^n \bar{C} d\eta = \bar{\theta}_n \quad (20)$$

ここに、 $\bar{\theta}_n$ は断面平均濃度に関する積率を表わす。

(18)式の各項を $\eta$ に関して(0, 1)区間で積分し、(20)式を考慮すると次に示す平均値回りの積率微分方程式を得る。

$$\frac{\partial m_n}{\partial \tau} = n\alpha \int_0^1 V^* \theta_{n-1} d\eta + n(n-1) \int_0^1 D_1^* \theta_{n-2} d\eta \quad (21)$$

上式の誘導過程において、(18)式の右辺第3項は次の被圧境界条件により消去される。

$$D_2^* \frac{\partial \theta_n}{\partial \eta} = 0 \quad (\eta = 0, 1) \quad (22)$$

一方、1次濃度積率 $\theta_1$ は、透水係数の空間分布設定条件から次式を満足する。

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} = \alpha a \cos(\pi \eta) + \frac{\partial}{\partial \eta} (D_2^* \frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}) \quad (23)$$

上式における $D_2^*$ を求めるには、各層の微視的横方向分散係数 $D_2$ の値を必要とする。本節では、この分散係数が分散率 (dispersivity) と流速に規定される水量であることを考慮し、

(i) 断面方向に一定、(ii) 分散率および流速に比例の二つの場合に分けて解析を行なう。

(i)  $D_2$ が断面方向に一定の場合

各層の流れの Peclet 数が10以下の状態においては、微視的横方向分散係数は多孔体の空隙系特性に影響されずに有効分子拡散係数の値に漸近し一定値となる<sup>4)</sup>。この結果、無次元微視的横方向分散係数 $D_2^* = 1$ となり、(23)式の解は境界条件(22)式を考慮して次式で与えられる。

$$\theta_1 = \frac{\alpha a}{\pi^2} \cos(\pi \eta) [1 - \exp(-\pi^2 \tau)] \quad (24)$$

$\theta_1$ はFig. 2の実線で示す濃度重心位置を表わす。なお、上式は無次元時間 $\tau > 0.3$ の範囲においてはほぼ一定値となる。この状態は濃度分布の重心位置が各層の平均流速で移動することを意味し、分散過程が定常状態に到達したと考えられる。

巨視的分散係数は(21)式を考慮して(17)式から次式のように与えられる。

$$K_1 = \bar{D}_1 + \frac{\bar{V}^2 h^2}{D_2} \cdot \frac{a^2}{2\pi^2} [1 - \exp(-\pi^2 \tau)] \quad (25)$$

上式から分散物質は放出源付近の領域では、微視的スケールで分散し、長時間経過後では平均流速、層厚等の運動学的、幾何学的特性により巨視的スケールで分散することが推定される。

断面平均濃度分布の算定に必要な平均値回りの濃度積率は(18), (21)式を用いて次式で与えられる。

$$m_2 = \frac{\alpha^2 a^2}{\pi^2} \left[ \tau - \frac{1}{\pi^2} (1 - \exp(-\pi^2 \tau)) \right]$$

$$m_3 = \frac{3\alpha^3 a^3}{8\pi^3} \left( \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\pi} \right) \left[ \tau - \frac{1}{\pi^2} (1 - \exp(-\pi^2 \tau)) \right] \quad (26)$$

$$m_4 = \frac{3\alpha^4 a^4}{8\pi^4} \left( \frac{\pi^2}{8} + \frac{3}{4} + \frac{1}{\pi^2} \right) \left[ \tau - \frac{1}{\pi^2} (1 - \exp(-\pi^2 \tau)) \right] \\ - \frac{\alpha^4 a^4}{\pi^6} \left[ \tau \exp(-\pi^2 \tau) + \frac{2}{3\pi^2} (1 - \exp(-\pi^2 \tau)) + \frac{1}{12\pi^2} (1 - \exp(-4\pi^2 \tau)) \right] \\ + 3m_2^2$$

上式で与えられる平均値回りの濃度積率を(15式)に代入するとこの状態における断面平均濃度分布が算定される。

(ii)  $D_2$ が分散率および流速に比例する場合

この場合、透水係数が各層の構成材料の粒径の二乗に比例することを考慮すると無次元横方向分散係数は次式となる。

$$D_2^* = \frac{[1 + a \cdot \cos(\pi \eta)]^{3/2}}{1 + 3a^2/16} \quad (27)$$

上記の $D_2^*$ を(18式)に代入すると、同式は複雑な非斉次方程式となり、解析的に取り扱うことが困難になる。従って、本研究においては(18式の右辺第2項を無視する放出源付近の非定常領域と左辺の濃度時間変化率を無視する定常領域に分離して解析的に濃度積率 $\theta_1$ を求めることとする。ここで、以後前者の領域を第I種領域、後者を第II種領域と呼称する<sup>5)</sup>。

第I種領域：

$$\theta_1 = \alpha a \tau \cdot \cos(\pi \eta) \quad (28)$$

上式から、この領域における巨視的分散係数は次式で得られる。

$$K_1 = \overline{D}_1 + \frac{\overline{V}^2 a^2 t}{2} \quad (29)$$

第II種領域：

$$\theta_1 = -\frac{2\alpha}{\pi^2} \left( 1 + \frac{3a^2}{16} \right) \left[ \frac{1}{\sqrt{a \cdot \cos(\pi \eta) + 1}} - \frac{1}{\sqrt{a + 1}} \right] \quad (30)$$

この $\theta_1$ を(21式)に代入すると、巨視的分散係数は最終的に次の無限べき級数で与えられる。

$$K_1 = \frac{2\overline{V}^2 h^2}{\overline{D}_2 \pi^2} \left( 1 + \frac{3a^2}{16} \right) \sum_{j=1}^{\infty} \left[ \frac{(j-1)!!}{j!!} \right]^2 a^j \quad (j!! = j(j-2) \cdots 4 \cdot 2) \quad (31)$$

ここに、 $j$ は偶数を表わす。

以上、微視的横方向分散係数 $D_2$ に関して二つの場合を解析し、それぞれ巨視的分散係数を求めた。ただし、後者の場合は解析解が得られないため、その近似解を示した。



2-4. 微視的分散係数の同定

前節で述べた巨視的分散係数の決定には、各層の微視的縦・横方向分散係数をあらかじめ正確に把握しておく必要がある。本解析においてはこの微視的分散係数を客観的にかつ機械的に求めるため、Powell の共役方向法<sup>6)</sup>を用いて同定する。この方法は非線形関数の最小化問題に対する効率のよい解法の一つで測定値の一階偏導関数を必要としない長所を有し、水文学を始めとする工学分野において数理モデルの定数同定に適用され、その妥当性が確められている<sup>7,8)</sup>。微視的分散係数を求めるモデル式は、汎用性をもたすため次の三次元分散方程式を用いる。

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -V \frac{\partial c}{\partial x} + D_1 \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + D_2 \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + D_2 \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \quad (32)$$

$$\text{初期条件: } c(x, y, z, t = 0) = 0 \quad (33)$$

$$\text{境界条件: } c(x = 0, y, z, t) = c_0 e^{-\gamma t} \quad (34)$$

$$c(x \rightarrow \infty, y, z, t) = 0 \quad (35)$$

境界条件の $\gamma$ は濃度減衰率を示し、実験において分散物質を矩形波状に瞬間放出することが困難であり、実際に生起する挙動を再現するため導入している。

(32)式の解は次式で与えられる。

$$c = \frac{c_0 Q}{8 \pi D_1 R} \exp(-\gamma t) \left[ \exp\left(\frac{Vx - \beta R}{2 D_1}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{R - \beta t}{\sqrt{4 D_1 t}}\right) + \exp\left(\frac{Vx + \beta R}{2 D_1}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{R + \beta t}{\sqrt{4 D_1 t}}\right) \right] \quad (36)$$

ここに、 $R = [x^2 + (D_1/D_2)y^2 + (D_1/D_2)z^2]^{1/2}$ 、 $\beta = [V^2 - 4 D_1 \gamma]^{1/2}$ であり、 $\operatorname{erfc}(\cdot)$ は余誤差関数、 $Q$ は流量を表わす。

上式の右辺の角括弧中の第2項は、 $R$ の増加に伴い余誤差関数が急速に0に収束するため5%以下の誤差で無視することができる。従って、本解析では次式のモデル式を用いることとする。

$$c = \frac{c_0 Q}{8 \pi D_1 R} \exp(-\gamma t) \exp\left(\frac{Vx - \beta R}{2 D_1}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{R - \beta t}{\sqrt{4 D_1 t}}\right) \quad (37)$$

微視的分散係数の最適同定の評価基準には、解析目的、測定値の精度に応じて種々の形式が考えられるが、本解析においては分散実験に用いるトレーサ濃度検出器の感知性能を考慮して高濃度部の測定値と(37)式との絶対残差の最小化を用いる。この共役方向法は制約条件のない場合に限り有効であるため負の分散係数を得る可能性がある。この場合においても機械的な演算は可能であるが、分散係数の物理的意味を失う。この欠点を避けるため負値が得られた場合、大きな正定値を加え再度探索を実行し、分散係数の最適同定値を求める手法を採る<sup>9)</sup>。

### 3. 解析結果と考察

本章においては、前章で得られた解析法を Pickens らの現地分散実験<sup>10)</sup>、著者らの室内分散実験に適用して巨視的分散係数、断面平均濃度分布の推定を行ない、その妥当性を検討する。

#### 3-1. 現地分散実験への適用

Pickens らが対象とした帯水層は粘土層に挟まれた厚さ8.2mの砂層からなる被圧帯水層であり、濃度、透水係数等の測定は15m×25mの範囲にある観測井群で行なわれた。その諸元は Table 1 に提示してある。同表には現地で採取した試料の室内カラム実験結果も併せて掲載してある。この帯水層の透水係数はトレーサ投入井から4m離れた観測井の垂線上15点で算定されており、平均値で無次元化した結果を Fig. 3 に示す。図中の黒丸印は測定値、実線は次式で与えられる透水係数分布近似値である。

$$k/\bar{k} = 1 + 0.8\cos(\pi\eta) \quad (0 \leq \eta \leq 1) \quad (38)$$

Pickens らはトレーサ投入井から1m間隔で直線上に配置された4本の観測井でトレーサ到達時間およびその分布を測定し、次の巨視的分散率に関する実験を提示した。

$$Ae = 0.256 \cdot L \quad (39)$$

ここに、 $Ae$  は巨視的分散率、 $L$  はトレーサの平均移動距離を示し、単位はいずれも[m]である。実験ではトレーサ投入井から $L = 1$  mの位置にある観測井の垂線上20点で濃度測定が行なわれ、

Table 1. Stratified aquifer parameters measured by Pickens and Grisak.

Parameter	Value
Field single well tracer tests:	
Aquifer thickness	8.2 m
Mean grain size	0.12~0.21mm
Permeability	$2 \times 10^{-1} \sim 2 \times 10^{-2}$ cm/s
Longitudinal dispersivity	$0.256 \cdot L^* \text{m}$
Laboratory column tracer tests:	
Column length	30.0cm
Mean grain size	0.20mm
Velocity	$9.26 \times 10^{-4} \sim 8.60 \times 10^{-3}$ cm/s
Longitudinal dispersivity	0.035cm

\* L: Mean travel distance.

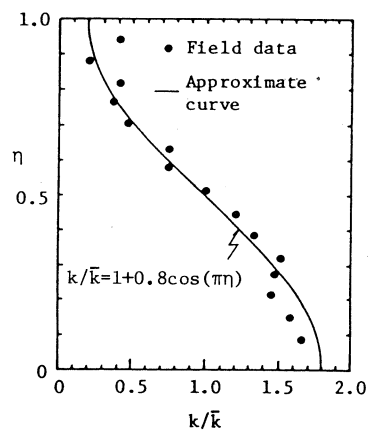


Fig. 3 Measured and simulated permeability profiles.

その濃度分布から微視的縦方向分散率  $\epsilon_1 = 0.007 \text{ m}$  を得ている。これに対して巨視的縦方向分散率は(39)式から  $Ae = 0.256 \text{ m}$  となる。これは微視的縦方向分散率の約40倍に達し、分散過程は断面流速分布に基づく移流の寄与が著しく、空隙径の偏差による分散は無視できるものとなる。

この実験における巨視的分散係数は、トレーサがこの観測井に到達するまで平均4.8時間を要し、平均速度は  $\bar{V} = 5.8 \times 10^{-5} \text{ m/s}$  と推定されることから、 $K_1 = Ae \cdot \bar{V} = 1.49 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  を得る。

一方、本解析法による巨視的分散率、分散係数は、(38)式の透水係数分布を考慮して(25)式からそれぞれ  $Ae = 0.320 \text{ m}$ 、 $K_1 = 1.86 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  を得る。上記実験値との相対誤差は約20%である。ただし、巨視的分散係数の算定に必要な微視的横方向分散係数は、平均速度  $\bar{V} = 5.8 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$ 、砂粒子平均径  $d = 0.21 \text{ mm}$ 、分子拡散係数  $D_* = 2.03 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$  を用い、次の *Peclet* 数から推定した。

$$Pe = \bar{V}d/D_* = 6.0 < 10 \tag{40}$$

この値から微視的横方向分散係数は砂層の空隙系特性には影響されずに一定となり、有効分子拡散係数  $D_e = 1.02 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$  を用いることができると考えられる。

Fig. 4はトレーサを瞬間線状放出した場合の濃度重心位置の経時変化を(24)式を用いて解析的に求めたものである。無次元時間  $\tau < 0.3$  の範囲では時間の経過とともに分散帯が増大する状態であり、巨視的分散係数はトレーサの移動距離または経過時間の関数となる。 $\tau > 0.3$  では濃度重心の移動速度は各層の浸透流速に等しくなり、分布形は時間に関して不変となる。

この結果、Fig. 2に示す巨視的分散帯  $B$  は一定となり、流速分布に基づく移流の寄与は消滅する。すなわち分散過程は第II種領域に達し、巨視的分散係数は一定値となる。

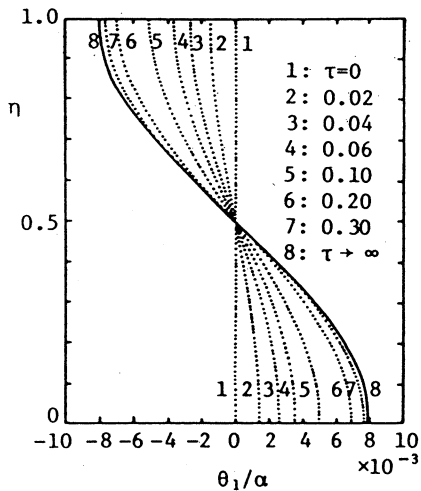


Fig. 4 Transient development of  $\theta_1/\alpha$  for the cosine permeability profile.

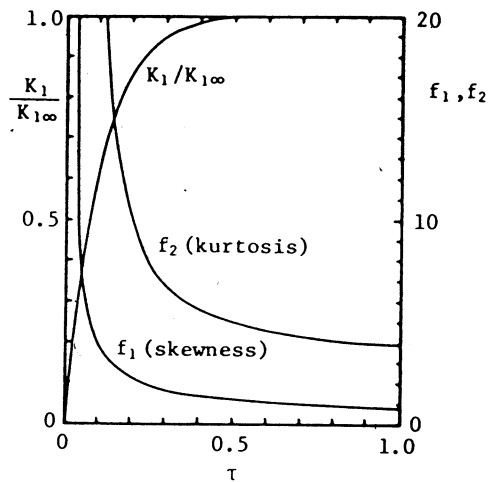


Fig. 5 Transient behavior of macroscopic dispersion coefficient, skewness and kurtosis.

Fig. 5は(23)式から求めた巨視的分散係数, 歪度および尖度の経時変化を表わす。図中の  $K_{1\infty}$  は  $\tau \rightarrow \infty$  における巨視的分散係数を表わし, また  $f_1, f_2$  は(10)式で定義した測度で, 断面平均濃度分布の形状を規定するものである。 $f_1$  は  $\tau < 0.2$  の領域で急減し, その後は  $\tau^{-1/2}$  の逓減率で 0 に漸近する。この傾向からトレーサ放出源付近の濃度分布は強い非対称性を有し, 流下距離の増大に伴い暫時対称な分布形に近づくことが推定できる。一方,  $f_2$  に関しては  $f_1$  より遅れて  $\tau < 0.3$  で急減し,  $\tau^{-1}$  の逓減率で正規分布の尖度 3 に漸近する傾向を示す。以上の特性から巨視的分散係数が一定になる第 II 種領域においても, 断面平均濃度分布は僅かな歪みを有する非対称形であり,  $\tau \rightarrow \infty$  で正規分布となる。従って, 厳密に解釈すると分散過程が第 II 種領域に達しても, 現在慣用されている一次元移流拡散方程式では正しく現象を把握できないことになる。

Fig. 6はトレーサ平均濃度の空間分布を(15)式から推定したものであり, 縦軸は正規分布の場合に 1 となるように  $\sqrt{2\pi}\sigma$  で除し, 同様に横軸は  $\sigma$  で除して基準化を行なっている。これらの分布は時間の経過と共に正規分布に漸近することが認められる。

Fig. 7はトレーサを連続30時間放出した場合の放出源から 2 m の位置にある観測井における断面平均濃度破過曲線を示す。測定値は図中の黒丸印で示され, 各層で測定された濃度に重みとして層厚と透水係数を用いて平均したものである。破線は Pickens が Gelhar の解析法<sup>(11)</sup>を用いて得た結果である。一方, 実線は測定値の算出法に従い次式で求めたものである。

$$\bar{c}(x, t) = \frac{1}{kh} \int_0^h k(z) \cdot c(x, y, z) dz \quad (41)$$

本解法と Gelhar の解法との比較において, 相対濃度  $\bar{c}/c_0 < 0.7$  の範囲では結果に差異は認められないが, 高濃度部の  $\bar{c}/c_0 > 0.7$  においては本解析結果が測定値の傾向を精度よく再現している。

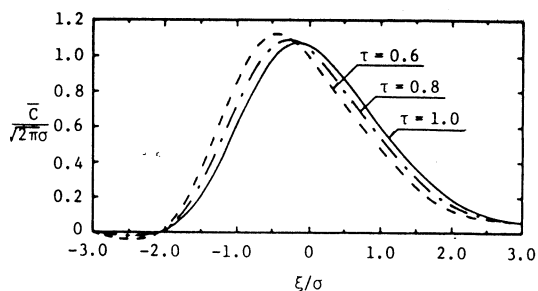


Fig. 6 Spatial concentration distribution of the stratified aquifer for several times.

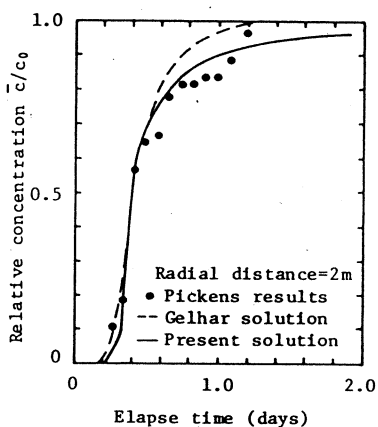


Fig. 7 Measured and simulated breakthrough curves.

3-2. 室内分散実験への適用

本節で対象とする帯水層モデルは総厚30cm、幅40cm、長さ100cmの5層被圧砂帯水層である。この帯水層の各層の厚さは等しく6cmであり、水理諸元を Table 2に示してある。

用いたトレーサは1%濃度の塩水であり、濃度測定は内径16mmの完全貫入井に直径6mmの検出器(計測技研製MK-106)を挿入して行ない、計算機によりデータ処理および図化を行なった。

本実験の帯水層における透水係数の分布は次式で近似される。

$$k/\bar{k} = 1 + 0.84\cos(\pi \eta) \tag{42}$$

解析に必要な各層の微視的分散係数を決定するため、成層帯水層と同一の寸法を有する均質帯水層を個々に作製し定常一様流条件の分散実験を行ない、その測定値を前出のPowell法により最適同定した結果を Table 3に示す。各層における微視的横方向分散率はほぼ等しい値となる。

断面平均濃度分布に関して(15)式の有効性を検証するため、本実験においてはトレーサ放出井か

Table 2. Five-layered sand aquifer parameter values.

Layer	Thickness $h_i$ (cm)	Grain Size $d_i$ (mm)	Permeability $k_i$ (cm/s)
1st	6.0	0.15~0.30	0.03
2nd	6.0	0.30~0.40	0.10
3rd	6.0	0.40~0.60	0.25
4th	6.0	0.60~0.71	0.36
5th	6.0	0.71~0.85	0.46

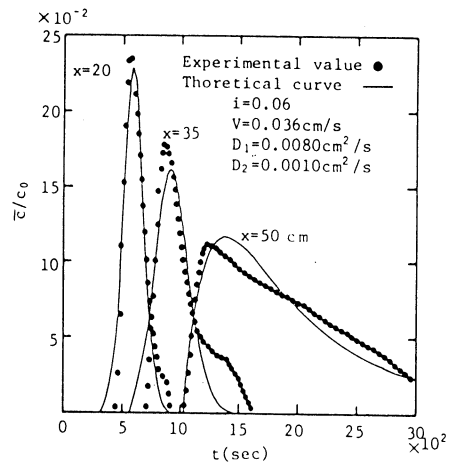


Fig. 8 Measured and simulated breakthrough curves at distances of 20cm, 35cm and 50cm.

Table 3. Microscopic dispersion coefficients and dispersivities.

Layer	Velocity $V$ (cm/s)	Dispersion Coefficient		Dispersivity	
		$D_1$ (cm <sup>2</sup> /s)	$D_2$ (cm <sup>2</sup> /s)	$\epsilon_1$ (cm)	$\epsilon_2$ (cm)
1st	0.005	0.0006	0.0001	0.13	0.02
2nd	0.015	0.0030	0.0003	0.20	0.02
3rd	0.038	0.0083	0.0008	0.22	0.02
4th	0.054	0.0124	0.0016	0.23	0.03
5th	0.069	0.0159	0.0021	0.23	0.03

ら20, 35, 50cmの位置にある観測井の第1, 3, 5の各層中央部の3点で濃度測定を行ない, 得られた測定値の単純平均を断面平均濃度とした。この結果の一例を Fig. 8に示してある。図中の黒丸印は測定値に基づく断面平均濃度分布であり, 実線は(15)式による値である。理論値はピーク部で実験値と多少の差異が認められるが, 3地点の実験値をいずれも精度よく表わしている。濃度分布は放出直後ではパルス状を呈しているが, 流下経過時間に伴いその尖度は通減し, 逆に歪度は増加する傾向を示している。この機構については次のように推察される。成層帯水層においては, 透水係数の大きな高速層ではトレーサの流動に伴い層に直角方向の濃度勾配が次第に急になり, 横方向分散により低速層へトレーサの一部を輸送する。一方, 低速層では既に高濃度部が流下した高速層へ濃度勾配に比例したトレーサ量を供給する。この結果, 高速層の濃度分布は減衰部が長く尾を引き, 低速部では逆に上昇部が通増し, とともに濃度分布が引き伸ばされた形状になる。この濃度平滑化現象により分散帯が漸次拡大するため尖度は減少し, 歪度は増大する。

Fig. 8においてトレーサが最遠地点50cmの観測井に到達する時間は $t=1000\sim 3000\text{sec}$ であり, 無次元時間に換算すると $\tau=(1.0\sim 3.3)\times 10^{-3}$ となる。この値から本実験で再現可能な分散現象は第I種領域に限定されることになる。

巨視的分散係数の実験値に関しては断面平均濃度分布を用いて次式で求める。

$$K_1 = \frac{1}{2} V^3 \left( \frac{\Delta I}{\Delta x} \right) \quad (43)$$

ここに,  $I = \int_0^T c(t) t^2 dt$ ,  $V$ は浸透流速,  $c(t)$ は時刻 $t$ における濃度測定値,  $I$ は2次積率を示し, 上式では台形公式を用いて近似する。また,  $\Delta$ は二観測井間における変量の差を示す。Fig. 8に示す断面平均濃度分布を用いて, 上式から求めた35, 42.5cmの二地点における巨視的分散係数をTable 4に掲げてある。

一方, 理論値に関しては(42)式の透水係数分布を考慮して(29)式から求め, その結果を同表に併せて示してある。解析結果は非定常性の著しい放出直後の35cm地点における分散係数の推定精度は低い, 42.5cm地点では実験値に対する相対誤差が10%以下であり, 第I種領域の巨視的分散係数を十分な精度で推定できると考えられる。本分散実験はトレーサ放出源付近の初期過程に限定され, 分散現象が定常状態に達するまでの過程を把握することができない。従って, 定常期に至るまでの分散過程を理論的に推定することとする。Fig. 9は瞬間線状放出したトレーサの濃度重心の経時変化を(23)式から求めたものである。 $\tau < 0.3$ では移流に基づく見掛け上の分散が卓越し, トレーサの流下速度がまだ浸透流速に達せず, 分散帯が時間の経過に伴い増大する領域である。 $\tau > 0.3$ ではトレーサの流下速度は浸透流速と一致し, 断面方向の濃度重心の分布形は時間に関して不変となる。この結果, 分散過程は移流による寄与がなく, 微視的分散のみによると考えられ, 巨視的分散係数は一定となる。この状態に至るまでに要する流下距離は本実験条件では32.8mであり, 小規模な室内実験においては再現不可能なスケールとなる。

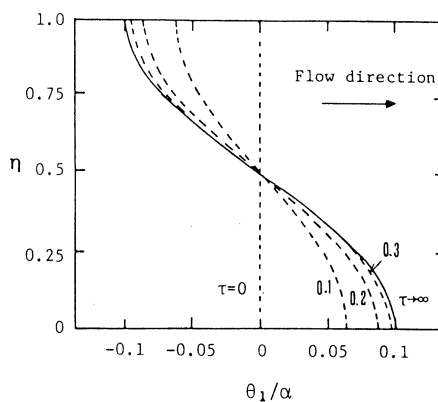
Table 4. Macroscopic dispersion coefficients evaluated from breakthrough curves from sampling points for chloride tracer tests.

Head Gradient J	Method	Velocity V(cm/s)	Dispersion Coefficient $K_1$ (cm <sup>2</sup> /s)		
			$K_{1A}$ <sup>2)</sup>	$K_{1B}$ <sup>2)</sup>	$K_{1\infty}$ <sup>3)</sup>
0.0571	a <sup>1)</sup>	0.0375	0.256	0.453	
	b <sup>1)</sup>	0.0360	0.445	0.540	51.652
0.0714	a	0.0453	0.384	0.701	
	b	0.0450	0.437	0.674	67.245
0.0929	a	0.0665	0.483	0.890	
	b	0.0580	0.716	0.870	89.367
0.1286	a	0.0843	0.536	0.998	
	b	0.0809	0.998	1.212	118.254
0.1429	a	0.1130	0.738	1.457	
	b	0.0894	1.104	1.340	132.702

- 1) a: Experimental, b: Analytical. 2) Results for  $K_{1A}$  and  $K_{1B}$  were obtained from sampling devices located 35.0cm and 42.5cm.  
3)  $K_{1\infty}$  is large-time limit of  $K_1$ .

以上の結果、巨視的分散係数は帯水層の幾何学特性、地下水の運動学特性等の複雑な関数となり、微視的分散のように多孔体固有値とはならない。また、断面平均濃度分布は強い歪みをもち、正規分布にならないため Fick 則が成立しないことになる。従って、広範な現地帯水層における分散機構を小規模な分散実験結果から推定することは非常に困難であると考えられる。

本解析法は、野外、室内分散実験結果との比較から、複雑な剪断流場における分散現象を規定する分散係数と断面平均濃度分布を実用上支障のない精度で推定できると思われる。

Fig. 9 Transient development of  $\theta_1/\alpha$  for the cosine permeability profile.

#### 4. 結 論

成層帯水層の分散現象を規定する巨視的分散係数、断面平均濃度分布に関して濃度積率法を用いて定式化を行ない、その水理特性を明らかにした。主な結論を要約すると以下ようになる。

- (1) 本解法は、成層帯水層の分散過程における溶解物質の分散形態とその経時変化を十分な精度で推定できる。
- (2) 濃度重心の移動速度が浸透流速に達しない放出源付近の分散領域では、巨視的分散係数は多層系の流速偏差と平均流速との関数であり、移動距離に比例して増大する。
- (3) 濃度重心の移動速度が浸透流速にほぼ等しい領域では、巨視的分散係数は一定となり、多層系の平均流速、層厚及び微視的横方向分散係数の関数で与えられる。
- (4) 断面平均濃度分布は分散時間  $t$  の経過とともに歪度は  $t^{-1/2}$  の減少率で、また尖度は  $t^{-1}$  の減少率で遁減し、 $t \rightarrow \infty$  の極限で正規分布となる。

謝 辞：本研究を進めるにあたり、パシフィックコンサルタント株式会社 高島 英博氏（当時、本学土木工学科大学院生）の多大な協力を得た。ここに記して謝意を表する。

#### 参考文献

- 1) Pickens, J. F., and G. E. Grisak : Scale-dependent dispersion in a stratified granular aquifer, Water Resour. Res., Vol. 17, No. 4, pp. 1191-1211, 1981.
- 2) Molz, F. J., O. Guven, and J. G. Melville : An examination of scale-dependent dispersion coefficients, Groundwater, Vol. 21, No. 6, pp. 715-725, 1983.
- 3) Scheidegger, A. E. : The physics of Flow through Porous Media, Univ. Toronto Press, p. 142, 1960.
- 4) Fried, J. J., and M. A. Combarous : Dispersion in porous media, Adv. Hydroscience, Vol. 7, pp. 228-229, 1971.
- 5) 本間仁・林泰造編：続水理学，丸善，p. 82, 1980.
- 6) Powell, M. J. D. : An efficient method for finding the minimum of several variables without calculating derivatives, Com. J., pp. 155-162, 1964.
- 7) 小林慎太郎・丸山利輔：Powell の共役方向法によるタンクモデル定数の探索，農業土木学会論文集，第65号，pp. 42-47, 1976.
- 8) 藤間聡：非線形最適化手法による飽和多孔体の分散係数の同定について，土木学会北海道支部論文報告集，第41号，pp. 183-188, 1985.
- 9) 藤間聡・馬場一孝：多孔体の分散係数の最適同定について，室蘭工業大学研究報告，第34号，理工編，pp. 17-24, 1984.
- 10) 前 出 1)
- 11) Gelhar, L. W., A. L. Gutjahr, and R. L. Naff : Stochastic analysis of macrosorption in a stratified aquifer, Water Resour. Res., Vol. 6, pp. 1387-1397, 1979.