



室蘭工業大学

学術資源アーカイブ

Muroran Institute of Technology Academic Resources Archive



## 室蘭工業大学研究報告. 理工編 第45号 全1冊

メタデータ	言語: eng 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2014-03-13 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10258/2807">http://hdl.handle.net/10258/2807</a>

(ISSN 0580-2415)  
(CODE : MKDKBC)

室蘭工業大学  
研 究 報 告

理 工 編

第 45 号  
平成7年11月

---

MEMOIRS  
OF  
THE MURORAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY  
Science and Engineering

---

---

NO. 45  
Nov., 1995

---

---

MURORAN HOKKAIDO  
JAPAN

Editing Committee

S. Ozaki	Professor	<i>Chief Librarian</i>
K. Izumi	Professor	<i>Civil Engineering and Architecture</i>
T. Kazama	Assistant Professor	<i>Mechanical Systems Engineering</i>
M. Hatanaka	Assistant Professor	<i>Computer Science and Systems Engineering</i>
A. Sakai	Assistant Professor	<i>Electrical and Electronic Engineering</i>
T. Ishigaki	Assistant Professor	<i>Materials Science and Engineering</i>
M. Akiyoshi	Assistant Professor	<i>Applied Chemistry</i>
H. Konari	Professor	<i>Common Subject</i>

---

All communications regarding the memoirs should be addressed to the chairman of the committee.

These publications are issued at irregular intervals. They consist of two parts, Science and Engineering and Cultural Science.

理 工 編

目 次

LiF - REF <sub>3</sub> (RE : La, Pr, Nd, Yb) 2成分系溶融 塩中における金属 La, Pr, Nd および Yb の溶解挙動 .....	嶋 影 和 宜 平 井 伸 治 山 田 豊 和 高 橋 徹 作 田 庸 一	1
担持 CoMo 系触媒の水素化脱硫活性に及ぼす 担体の種類の影響 .....	杉 岡 正 敏 栃 山 千 賀 小 林 隆 夫	13
化学蒸着法 (CVD) を用いるゼオライト担持 モリブデン系触媒の調製と水素化脱硫活性 .....	杉 岡 正 敏 高 橋 克 佳 中 山 晋 一 小 林 隆 夫	21
Subspace of Finsler space and Riemannian metrics on its bundle .....	溝 口 宣 夫	35
数学教育における正負の数の指導について .....	山 口 格	43
水平力を受ける鉄筋コンクリートラーメン架構 の剛域に関する研究 .....	大 築 和 夫 鈴 木 邦 康	57

ジャーナル軸受の最適設計に関する研究 .....	風 間 俊 治 藤 原 満	83
研究室内コンピュータネットワークの構築実験 .....	畑 中 雅 彦 寺 崎 仁 司 竹 谷 弘	101
Free PC-UNIX を用いたゲートウェイの構築 .....	寺 崎 仁 司 畑 中 雅 彦	117
Free PC-UNIX を利用したワークベンチの構築 .....	近 藤 武 郎 畑 中 雅 彦	129
ホスクルにおける数式解答評価システムの開発研究 .....	倉 重 龍一郎 棚 田 一 郎	141

# LiF-REF<sub>3</sub>(RE : La, Pr, Nd, Yb) 2成分系溶融塩中における金属 La, Pr, Nd および Yb の溶解挙動

嶋影 和宜, 平井 伸治, 山田 豊和\*<sup>1</sup>, 高橋 徹\*<sup>2</sup>, 作田 庸一\*<sup>2</sup>

## Dissolution Behaviors of Metallic Lanthanum, Praseodymium, Neodymium and Ytterbium in LiF-REF<sub>3</sub>(RE : La, Pr, Nd, Yb) Binary Molten Salts

Kazuyoshi SHIMAKAGE, Shinji HIRAI, Toyokazu YAMADA,  
Thoru TAKAHASI and Youichi SAKUTA

### Abstract

In the production of rare earth metals by molten salt electrolysis, there is the dissolution problem of cathodic deposited metal in an electrolyte such as metal fog. These behaviors are considered to lower cathodic current efficiency in molten salt electrolysis. In order to clarify this problem, saturated solubilities of metallic lanthanum, praseodymium, neodymium and ytterbium in LiF-REF<sub>3</sub>(RE : La, Pr, Nd, Yb) binary molten salts have been examined in graphite crucible at the temperature range of 1213 K to 1323K, and reaction compounds after dissolution have been also identified by X-ray diffraction method. Dissolution reactions of lanthanum, praseodymium, neodymium and ytterbium in rare earth fluoride melts containing lithium fluoride could be classified by following three forms. Saturated solubility of metal such as dissolution of lanthanum decreased with an increase in rare earth fluoride concentration in melts. Saturated solubilities of metals such as dissolutions of praseodymium and neodymium were not dependent on rare earth fluoride concentration in melts. Furthermore, saturated solubility of metal such as dissolution of ytterbium increased with an increase in rare earth fluoride concentration in melts. These dissolution behaviors can be considered to be caused by the differences of dissolution reactions in melts. Metallic lanthanum predominantly reacts with LiF in binary melt by the displacement reaction to form both compound of LaF<sub>2</sub> and LaF<sub>3</sub>. Metallic praseodymium and neodymium respectively form

PrF<sub>3</sub> and NdF<sub>3</sub> compounds by the displacement reaction with LiF in melt at the initial stage of dissolution, and also react with PrF<sub>3</sub> and NdF<sub>3</sub> itself in binary melt by the disproportionation reaction to form PrF<sub>2</sub> and NdF<sub>2</sub> compounds, respectively. On the other hand, Metallic ytterbium reacts with LiYbF<sub>4</sub> complex compound in melt at the initial stage of dissolution to YbF<sub>2</sub> compound, and also dissolves in melt by the displacement reaction with LiF in melt at the final stage of dissolution.

## 1. 緒言

レア・アース金属は大量消費されるFe, Al, CuおよびZnなどの金属と異なり, 金属材料に少量添加することにより, その特性を著しく向上させる有用な金属で, 材料のビタミン剤と呼ばれている。これらのレア・アース金属は通常金属熱還元法および熔融塩電解法により製造される<sup>1)</sup>。しかし, 熔融塩電解によってレア・アース金属を製造する場合, その電流効率がミッシュメタルで80~85%, 金属Laでは75~95%, 金属Prでは80~88%および金属Ndでは70~77%と水溶液電解に比べ極めて低く<sup>2)~4)</sup>, またレア・アース合金を熔融塩電解によって製造する場合にも陰極電流効率の低下が指摘されている<sup>5)~6)</sup>。それらの, 電流低下原因の一つとして, 陰極に析出した金属が熔融塩中へ再溶解ことが考えられる。

そこで, 本研究では熔融塩電解における電流効率低下の原因解明を目的とし, フッ化物を電解質に用いた熔融塩電解によってレア・アース金属を製造する場合の基礎研究として, 金属La, Pr, NdおよびYbのLiF-REF<sub>3</sub> (RE: La, Pr, Nd, Yb) 2成分系熔融塩中における飽和溶解量を測定し, 各レア・アース金属の溶解反応について検討した。

## 2. 実験方法

### 2.1 試料

試料は市販のレア・アース金属(純度99.9%), フッ化リチウム(純度98.0%)およびレア・アースフッ化物(純度99.9%)を使用した。これら2成分系混合熔融塩の調合はフッ化リチウムおよびレア・アースフッ化物の全モル量を0.10 molとなるように予め混合秤量し, 乳鉢で十分に粉碎し, オープン内で24時間以上乾燥させて作成した。またレア・アース金属はアセトン洗浄後, エメ

---

脚注 ※1大学院工学研究科博士前期課程(材料物性工学科)

※2北海道立工業試験所

リー紙で表面の酸化物を除去し, 再度アセトン洗浄したものを使用した。これらの混合塩および金属を Fig.1 に示すような蓋付きグラファイト製のつぼ(内径:20 mm, 外径:30 mm, 高さ:155 mm)に装填し, このグラファイト製のつぼを反応容器内に設置して実験を行った。

## 2. 2 実験装置

実験装置の概略図を Fig.2 に示す。ステンレス鋼製反応容器(材質, SUS-304H)の上部に真ちゅう製のキャップを取り付け, 反応容器内を密閉した。キャップとステンレス鋼製反応容器の密閉に使用される Oリングを熱影響から保護するために, 銅製冷却パイプを取り付けてある。この反応容器を円筒状カンタル・ヒーターにより加熱して実験を行った。反応容器内部にはステンレス鋼内部の表面保護およびグラファイト製のつぼの支持のためにアルミナ製保護管を設置した。上部キャップには3ヶ所の孔を設け, その孔を通して温度測定用熱電対, Ar ガス導入口, Ar ガス排気口および油回転真空ポンプを接続した。また電気炉とステンレス鋼製反応容器の間にも熱電対を設置し, 炉の温度を制御した。

さらに, 反応容器内にはグラファイト製のつぼを3本同時に挿入し, 同一組成あるいは異なる組成の溶解量の測定を一度に行えるように工夫した。

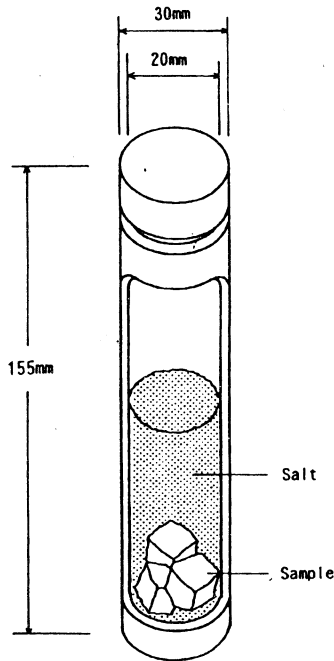


Fig.1 Graphite crucible containing sample and salt.

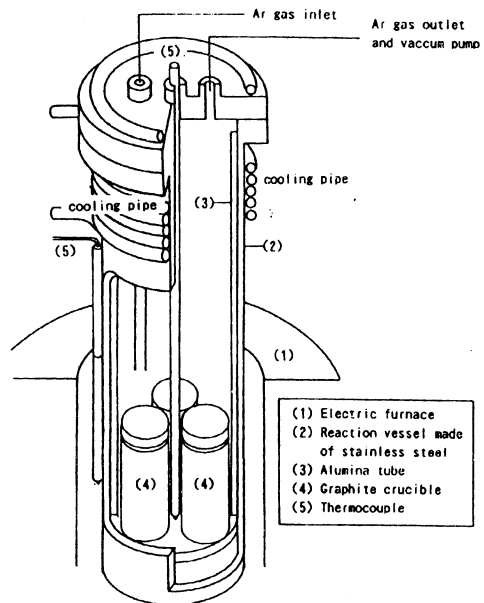


Fig.2 Schematic diagram of the experimental apparatus used.



### 2. 3 実験手順

実験の順序は下記の通りである。まず最初にレア・アース金属および混合塩を装填したグラファイト製のつぼを反応容器内に設置して反応容器内を油回転真空ポンプで減圧状態とし、円筒状カンタル・ヒーターにより加熱し、反応容器内のつぼの温度を400℃で24時間保持して混合塩中の吸着水分を除去した。その後、真空ポンプを停止し、Arガスを毎分200 ccの割合で反応容器内に導入して容器内を不活性雰囲気とした。次にレア・アース金属を所定の時間および温度で溶解させ、飽和溶解量の測定実験を行った。実験終了後、つぼを反応容器内より取り出して急冷し、つぼ内のレア・アース金属および溶融塩を取り出してX線回折により反応生成物の同定を行った。またレア・アース金属の溶解量は溶融塩中に分散している未溶解金属をICP発光分光分析法により定量分析し、初期金属質量との差から算出した。

なお、LiF-LaF<sub>3</sub>およびLiF-NdF<sub>3</sub> 2成分系溶融塩の実験では1050℃、LiF-PrF<sub>3</sub> 2成分系溶融塩では990℃、LiF-YbF<sub>3</sub> 2成分系溶融塩では940℃の温度で、各溶融塩中のレア・アースフッ化物濃度を0~40 mol%まで変化させて実験を行った。これらの実験条件ではレア・アース金属および混合塩ともに融体である。

## 3. 実験結果

### 3. 1 LiF-REF<sub>3</sub> (RE : La, Pr, Nd, Yb) 2成分系溶融塩のX線回折

LiF-REF<sub>3</sub> (RE : La, Pr, Nd, Yb) 2成分系の状態図から判断すると、LiF-LaF<sub>3</sub> 2成分系、LiF-NdF<sub>3</sub> 2成分系およびLiF-PrF<sub>3</sub> 2成分系の各混合溶融塩では特異な挙動は認められないが、LiF-YbF<sub>3</sub> 2成分系混合溶融塩ではLiYbF<sub>4</sub>化合物の形成が認められ、融体構造が複雑であると推察される。そこでレア・アース金属を添加せずに混合塩のみで溶解した場合の混合溶融塩のX線回折測定を行った。それらのX線回折図形をFig.3に示す。これらの回折図形中によれば、La, PrおよびNdの各混合溶融塩の場合にはいずれもLiFとLaF<sub>3</sub>, PrF<sub>3</sub>, NdF<sub>3</sub>の回折ピークが認められ、Ybの場合にはLiFおよびLiYbF<sub>4</sub>の回折ピークが認められる。したがって、LiF-YbF<sub>3</sub> 2成分系混合溶融塩では融体構造が複雑で、錯イオン形成傾向があるものと推測される。

### 3. 2 溶解時間曲線

まず金属と混合溶融塩間の平衡到達状態について知るために、レア・アース金属とLiF-20 mol% REF<sub>3</sub> (RE : La, Pr, Nd, Yb) 2成分系溶融塩を用い、各温度でのレア・アース金属の溶解量の経時変化を調べた。その結果をFig.4に示す。レア・アース金属の溶解量はいずれの場合も溶解時間の増加とともに増大するが、溶解時間がLa, PrおよびNdでは20時間、Ybでは40時間でほぼ一定の値を示した。このことからレア・アース金属の溶解量は20時間または40時間以上では溶融塩中で飽和し、金属と溶融塩の2液相間で平衡に達していることが分かった。したがって、本系

における平衡関係を維持するためにLa, PrおよびNdでは30時間, Ybでは60時間の保持時間で実験を行った。

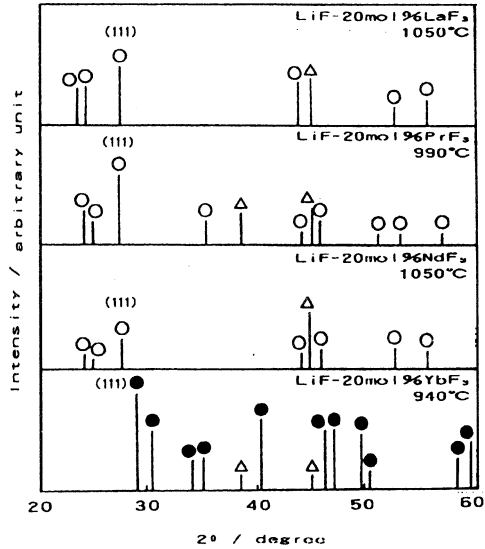


Fig.3 X-ray diffraction patterns of LiF-REF<sub>3</sub> binary melt. (Cu-K<sub>α</sub>) (○: REF<sub>3</sub>, ●: LiREF<sub>4</sub>, △LiF)

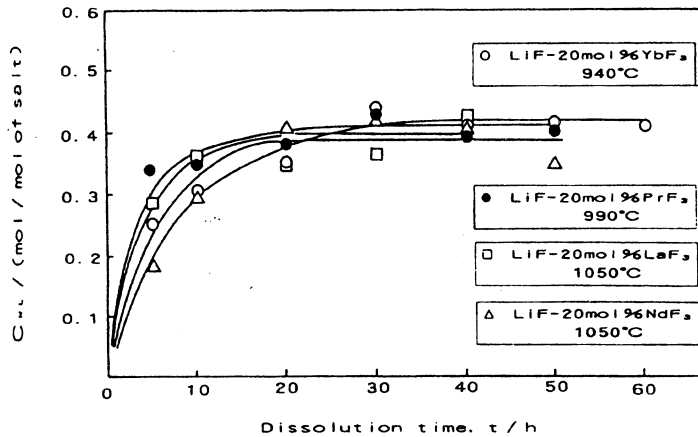


Fig.4 Dissolution curves of rare earth metals in LiF-REF<sub>3</sub> binary melt.

### 3. 3 組成依存性

LiF-REF<sub>3</sub> (RE: La, Pr, Nd, Yb) 2成分系溶融塩中におけるレア・アース金属の溶解量の組成依存性について測定を行った。その結果を Fig.5 に示す。縦軸にはレア・アース金属の飽和溶解量を示し、横軸にはレア・アースフッ化物濃度を示す。これによると、溶融塩中にレア・アースフッ化物を含まない純 LiF 溶融塩中における飽和溶解量は溶融塩 1mol 当たり La では 0.44 mol, Pr では 0.50 mol, Nd では 0.45 mol および Yb では 0.36 mol である。各レア・アース金属の飽和溶解量について比較すると、飽和溶解量は金属 Pr が最も高く、溶融塩中のレア・アースフッ化物濃度が増加するにしたがい金属 La, Pr および Nd の飽和溶解量は減少するのに対し、金属 Yb の飽和溶解量は増大する傾向が認められた。また金属 Pr および Nd の飽和溶解量は金属 La の場合に比べ減少率が小さいことが分かった。

次に、溶解実験後の各組成における溶融塩の X 線回折図形を Fig.6~Fig.9 に示す。これらの回折図形中には La では LaF<sub>2</sub> および LaF<sub>3</sub> の回折ピークが認められ、Pr では PrF<sub>2</sub> および PrF<sub>3</sub> に対応する回折ピークが認められる。また Nd では NdF<sub>2</sub> および NdF<sub>3</sub> の回折ピークが認められ、Yb の場合には LiF, YbF<sub>2</sub>, YbF<sub>3</sub> に加え LiYbF<sub>4</sub> の回折ピークが認められる。

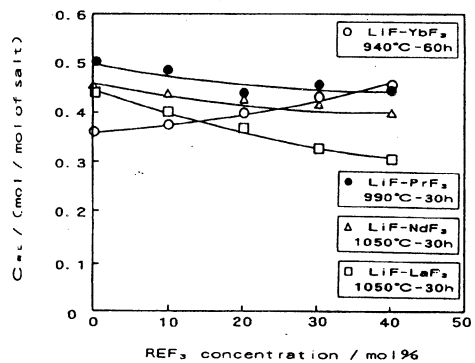


Fig.5 Composition dependence of saturated content of rare earth metals in LiF-REF<sub>3</sub> binary melt.

### 3. 4 レア・アース金属溶解後における溶融塩中の各イオン種の検討

溶融塩中の各イオン種について X 線回折による同定結果から検討を行った。まずレア・アース金属は添加せずに混合塩のみを溶解した場合の X 線回折図形において、La, Pr, Nd の場合には LiF および REF<sub>3</sub> (RE: La, Pr, Nd) の回折ピークが認められることから、溶融塩中には Li<sup>+</sup>, RE<sup>3+</sup>, F<sup>-</sup> のイオン種が存在していると推測される。また Yb の場合には LiF および LiYbF<sub>4</sub> に対応する回折ピークが認められることから、溶融塩中には Li<sup>+</sup>, YbF<sub>4</sub><sup>-</sup> および F<sup>-</sup> の各イオン種が存在していると推定される。この場合の溶融塩中における各イオン種をまとめると Table 1 のように示される。

さらにこれらの 2 成分系溶融塩に対して Kordes の法則を適用した。Kordes の法則は溶融塩中で単純イオンのみが存在する場合に成立し、錯イオンなどが存在する場合には成立しない関係式であり、次式で与えられる。

$$\text{Kordes の法則, } (T_a - T_c) / (T_b - T_c) = N_b / N_a$$

この関係式で T<sub>a</sub> は a 成分の融点, T<sub>b</sub> は b 成分の融点, T<sub>c</sub> は共晶点の絶対温度, N<sub>a</sub> は共晶点におけ

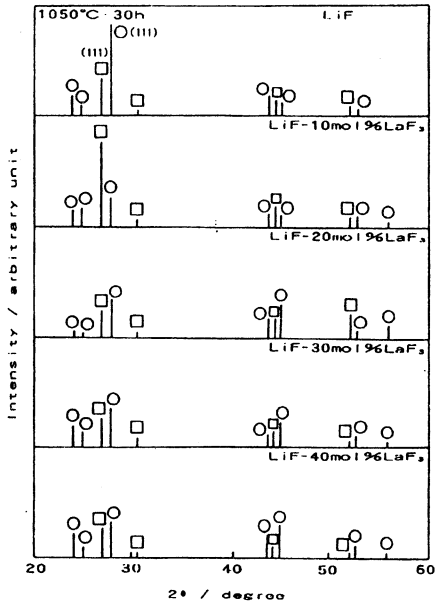


Fig 6 X-ray diffraction patterns of LiF - LaF<sub>3</sub> binary melt after metallic lanthanum dissolution. (Cu - K<sub>α</sub>) (○ : LaF<sub>3</sub> □ LaF<sub>2</sub>)

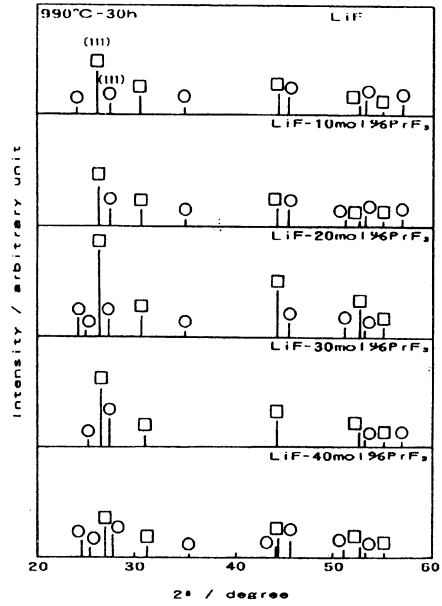


Fig 7 X-ray diffraction patterns of LiF - PrF<sub>3</sub> binary melt after metallic praseodymium dissolution. (Cu - K<sub>α</sub>) (○ : PrF<sub>3</sub> □ PrF<sub>2</sub>)

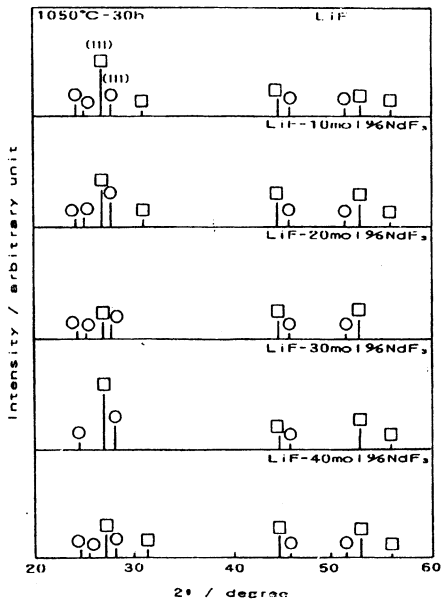


Fig 8 X-ray diffraction patterns of LiF - NdF<sub>3</sub> binary melt after metallic neodymium dissolution. (Cu - K<sub>α</sub>) (○ : NdF<sub>3</sub> □ NdF<sub>2</sub>)

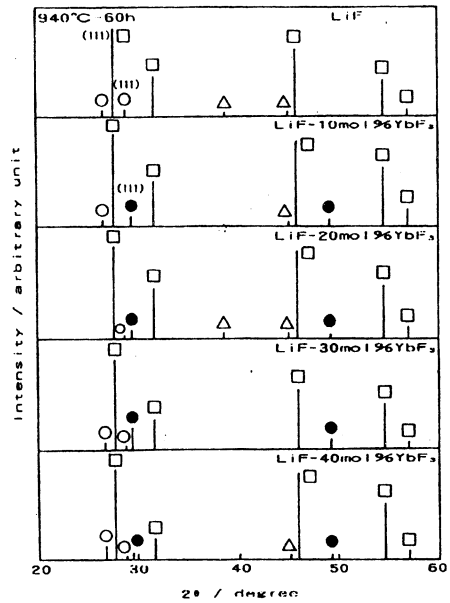


Fig 9 X-ray diffraction patterns of LiF - YbF<sub>3</sub> binary melt after metallic ytterbium dissolution. (Cu - K<sub>α</sub>) (○ : YbF<sub>3</sub> □ YbF<sub>2</sub> ● : LiYbF<sub>4</sub> △ LiF)

る a 成分のモル分率および N<sub>b</sub> は共晶点における b 成分のモル分率である。LiF-REF<sub>3</sub> (RE : La, Pr, Nd, Yb) 2 成分系溶融塩の状態図を使用し, Kordes の法則を適用した。その結果, LiF-LaF<sub>3</sub>, LiF-PrF<sub>3</sub> および LiF-NdF<sub>3</sub> 2 成分系溶融塩では Kordes の法則が成立し, 溶融塩中には Li<sup>+</sup>, 3 価のレア・アースイオンおよび F<sup>-</sup> などの単純イオンが存在していると推測される。また LiF-YbF<sub>3</sub> 2 成分系溶融塩では Kordes の法則が成立しないことから, 本系では錯イオンが安定に存在し, 溶融塩中のイオン種は Li<sup>+</sup>, YbF<sub>4</sub><sup>-</sup> および F<sup>-</sup> であると推測される。この Kordes の法則によるイオン種の検討は Table 1 に示した結果と一致する。

次に各金属を溶解させた場合の溶融塩の同定から検討した。Fig.6~Fig.9 の X 線回折図形中において, La, Pr および Nd の場合では REF<sub>2</sub> (RE : La, Pr, Nd) および REF<sub>3</sub> (RE : La, Pr, Nd) の回折ピークが認められ, 溶融塩中には 2 価, 3 価のレア・アースイオンおよび F<sup>-</sup> のイオン種が安定に存在していると考えられる。また Yb の場合には LiF, YbF<sub>2</sub>, YbF<sub>3</sub> および LiYbF<sub>4</sub> の回折ピークが認められ, 溶融塩中には Li<sup>+</sup>, Yb<sup>2+</sup>, Yb<sup>3+</sup>, YbF<sub>4</sub><sup>-</sup> および F<sup>-</sup> のイオン種が存在していると考えられる。その結果をまとめて Table 2 にまとめて示す。

Molten salt	Ionic species	Compound
LiF-LaF <sub>3</sub> melt	Li <sup>+</sup> , La <sup>3+</sup> F <sup>-</sup>	LiF LaF <sub>3</sub>
LiF-PrF <sub>3</sub> melt	Li <sup>+</sup> , Pr <sup>3+</sup> F <sup>-</sup>	LiF PrF <sub>3</sub>
LiF-NdF <sub>3</sub> melt	Li <sup>+</sup> , Nd <sup>3+</sup> F <sup>-</sup>	LiF NdF <sub>3</sub>
LiF-YbF <sub>3</sub> melt	Li <sup>+</sup> F <sup>-</sup> , YbF <sub>4</sub> <sup>-</sup>	LiF LiYbF <sub>4</sub>

Table 1 Ionic species in initial molten salt by X-ray diffraction analysis.

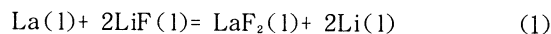
Molten salt	Ionic species	Compound
LiF-LaF <sub>3</sub> melt	La <sup>2+</sup> , La <sup>3+</sup> F <sup>-</sup>	LaF <sub>2</sub> , LaF <sub>3</sub>
LiF-PrF <sub>3</sub> melt	Pr <sup>2+</sup> , Pr <sup>3+</sup> F <sup>-</sup>	PrF <sub>2</sub> , PrF <sub>3</sub>
LiF-NdF <sub>3</sub> melt	Nd <sup>2+</sup> , Nd <sup>3+</sup> F <sup>-</sup>	NdF <sub>2</sub> , NdF <sub>3</sub>
LiF-YbF <sub>3</sub> melt	Li <sup>+</sup> , Yb <sup>2+</sup> , Yb <sup>3+</sup> F <sup>-</sup> , YbF <sub>4</sub> <sup>-</sup>	LiF, LiYbF <sub>4</sub> YbF <sub>2</sub> , YbF <sub>3</sub>

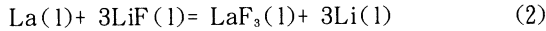
Table 2 Ionic species in molten salt after the dissolution of metal by X-ray diffraction analysis.

#### 4. 考 察

LiF-REF<sub>3</sub> (RE : La, Pr, Nd, Yb) 2 成分系溶融塩中におけるレア・アース金属の溶解反応について推測してみる。

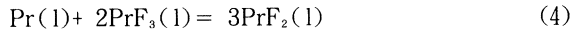
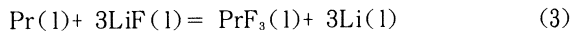
まず, LiF-LaF<sub>3</sub> 2 成分系溶融塩中における金属 La の溶解反応形態を飽和溶解量, 組成依存性および X 線回折による分析結果から検討した。本系における溶融塩中に存在するイオン種はすでに述べたように, La<sup>2+</sup> イオン, La<sup>3+</sup> イオンおよび F<sup>-</sup> イオンであることから, 推定される溶解反応は(1)式および(2)式で与えられる。





ここで(1)式および(2)式の反応における金属Laの理論溶解量を計算した。金属Laが(1)式および(2)式の反応で完全に溶解した場合、それぞれの溶解反応式の物質収支から計算した理論溶解量を実験から得られた測定値とともにFig.10に示す。(1)式および(2)式の溶解反応が進行した場合の理論溶解量はそれぞれ破線で示した。それぞれの理論溶解量を比較すると(1)式の反応は純LiFの場合には熔融塩1molあたり0.5mol, また(2)式の反応では0.33molとなり、熔融塩中のLaF<sub>3</sub>濃度の増加にしたがい飽和溶解量はともに減少することになる。ここで実際の測定値とを併せて考えると、金属Laの溶解量は熔融塩中のLaF<sub>3</sub>濃度の増加にしたがい減少することから、金属Laは(1)式および(2)式に示すようにLiFとの置換反応により、LaF<sub>2</sub>およびLaF<sub>3</sub>を生成して溶解すると考えられる。

また金属Pr溶解後のLiF-PrF<sub>3</sub>成分系熔融塩中に存在するイオン種はPr<sup>2+</sup>イオン、Pr<sup>3+</sup>イオンおよびF<sup>-</sup>イオンであり、その溶解反応は(3)式および(4)式が考えられる。



(3)式および(4)式の反応における溶解反応式の物質収支から計算した理論溶解量および実験から得られた測定値をFig.11に示す。(4)式の溶解反応が進行した場合の理論溶解量は破線で示し、(3)式および(4)式の両者の溶解反応が進行した場合は点線で示した。それぞれの理論溶解量を比較すると(4)式の反応は純LiFの場合には進行せず、熔融塩中のPrF<sub>3</sub>濃度の増加にしたがい溶解量も増大する。また(3)式および(4)式の両方の溶解反応が進行した場合は、点線で示すように溶解量は熔融塩中のPrF<sub>3</sub>濃度に関係なく一定となり、熔融塩1molあたり0.50molである。飽和溶解量の測定では熔融塩中のPrF<sub>3</sub>濃度の増加にしたがい金属Prの溶解量は若干の減少が認められるが、熔融塩中にはPr<sup>2+</sup>のイオンが多く安定に存在することから、金属Prはまず(3)式に示すようにLiFとの置換反応によりPrF<sub>3</sub>を生成して溶解し、さらに(4)式に示すように不均化反応によりPrF<sub>2</sub>を生成して溶解すると考えられる。その際、溶解量の若干の減少は(4)式の不均化反応が完全には進行しないためと考えられる。

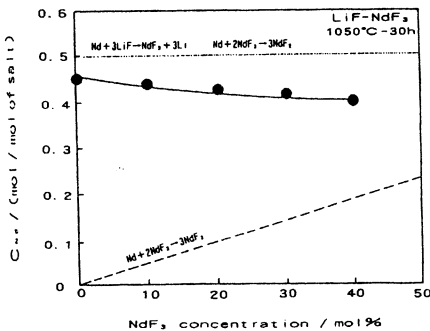


Fig.10 Composition dependence of saturated content of metallic lanthanum in LiF-LaF<sub>3</sub> binary melt.

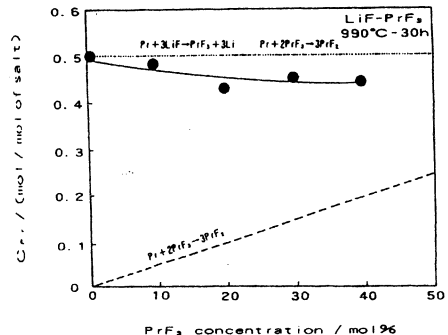
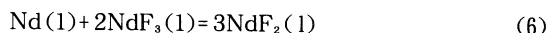
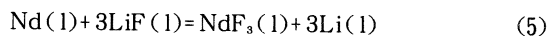


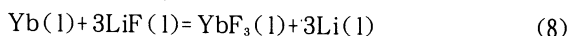
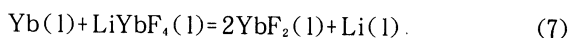
Fig.11 Composition dependence of saturated content of metallic praseodymium in LiF-PrF<sub>3</sub> binary melt.

さらにLiF-NdF<sub>3</sub>2成分系熔融塩中における金属Ndの溶解反応を飽和溶解量から検討した。本系における熔融塩中に存在するイオン種はNd<sup>2+</sup>イオン, Nd<sup>3+</sup>イオンおよびF<sup>-</sup>イオンであるから, 推測される溶解反応は(5)式および(6)式のように与えられる。



ここで(5)式および(6)式の反応における金属Ndの理論溶解量を計算すると, 金属Ndが(5)式および(6)式の反応で完全に溶解した場合, それぞれの溶解反応式の物質収支から計算した理論溶解量および実測値をFig.12に示す。(6)式の溶解反応が進行した場合の理論溶解量は破線で示し, (5)式および(6)式の両方の溶解反応が進行した場合は点線で示した。それぞれの理論溶解量を比較すると(6)式の反応は純LiFの場合には進行せず, 熔融塩中のNdF<sub>3</sub>濃度の増加にしたがい溶解量も増大する。また(5)式および(6)式の両方の溶解反応が進行した場合は, 点線で示すように溶解量は熔融塩中のNdF<sub>3</sub>濃度に関係なく一定となり, 熔融塩1molあたり0.50molである。実測の飽和溶解量は熔融塩中のNdF<sub>3</sub>濃度の増加にしたがい金属Ndの溶解量は若干の減少が認められるが, 熔融塩中にはNd<sup>2+</sup>のイオンが安定に存在することから, 金属Ndはまず(5)式に示すようにLiFとの置換反応によりNdF<sub>3</sub>を生成し, さらに(6)式に示すように不均化反応によりNdF<sub>2</sub>を生成して溶解すると考えられる。その際, 溶解量の若干の減少は金属Prの場合と同様に(4)式の不均化反応が完全には進行していないためと考えられる。

LiF - YbF<sub>3</sub>2成分系熔融塩中における金属Ybの溶解反応では, 融体中に存在するイオン種はLi<sup>+</sup>イオン, Yb<sup>2+</sup>イオン, Yb<sup>3+</sup>イオン, YbF<sub>4</sub><sup>-</sup>イオンおよびF<sup>-</sup>イオンであり, 推測される溶解反応は(7)式および(8)式のように推定される。ここで(7)式は錯体形成反応である。



金属Ybが(7)式および(8)式の反応で完全に溶解した場合, それぞれの溶解反応式の物質収支から計算した理論溶解量および実測値をFig.13に示す。(7)式および(8)式の溶解反応が進行した場合の理論溶解量はそれぞれ破線で示した。また(7)式および(8)式の両方の溶解反応が進行した場合は点線で示した。それぞれの理論溶解量を比較すると(7)式の反応は純LiFの場合, LiYbF<sub>4</sub>が生成されないため反応は進行せず, 熔融塩中のYbF<sub>3</sub>濃度の増加とともに溶解量も増大する。また(8)式の反応ではLiFとの置換反応により溶解が進行し, 純LiFの場合の飽和溶解量は熔融塩1molあたり0.33molとなり, 熔融塩中のYbF<sub>3</sub>濃度の増加にしたがい金属Ybの溶解量は減少する。(7)式および(8)式の両方の溶解反応が進行した場合は点線で示すように, 熔融塩中のYbF<sub>3</sub>濃度の増加とともに溶解量も増大する。以上の計算結果を踏まえ実測値とを併せて考えると, 金属Ybの飽和溶解量は熔融塩中のYbF<sub>3</sub>濃度の増加とともに増大する傾向がみられることから, 金属Ybの溶解反応形態は次のように推測される。金属YbはまずLiYbF<sub>4</sub>と(7)式のよう

に不均化反応で溶解し, 次に(8)式に示すようにLiFとの置換反応によりYbFを生成して溶解する。

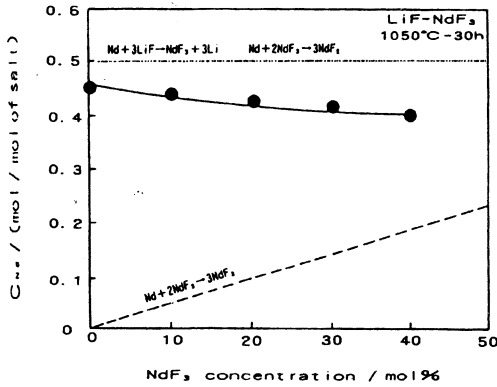


Fig.12 Composition dependence of saturated content of metallic neodymium in LiF - NdF<sub>3</sub> binary melt.

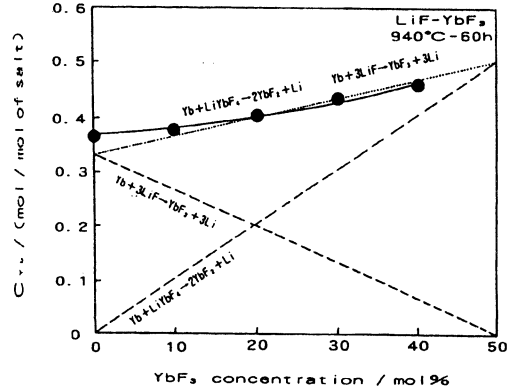


Fig.13 Composition dependence of saturated content of metallic ytterbium in LiF - YbF<sub>3</sub> binary melt.

また各レア・アース金属の溶解量の組成依存性をFig.14に示す。縦軸には溶融塩1molあたりのレア・アース金属の飽和溶解量を示し, 横軸にはLiF濃度を示す。この結果より, 各レア・アース金属の飽和溶解量を比較すると, LiF濃度が60mol%の場合ではYb > Pr > Nd > Laの順に前者ほど多く, LiF濃度の増加にしたがいそれぞれ異なる挙動を示すことが分かる。そこで金属の溶解にはLiF濃度が関与すると考えられることから, Fig.14の測定値から各レア・アース金属の飽和溶解量の実験式を導いた。それらの実験式を(9)式, (10)式, (11)式および(12)式に示す。

$$C_{La} = 4.3 \times 10^{-5} \cdot X_{LiF}^2 - 3.5 \times 10^{-3} \cdot X_{LiF} + 0.36 (T=1323K) \quad (9)$$

$$C_{Pr} = 6.4 \times 10^{-5} \cdot X_{LiF}^2 - 8.8 \times 10^{-3} \cdot X_{LiF} + 0.74 (T=1263K) \quad (10)$$

$$C_{Nd} = 1.4 \times 10^{-3} \cdot X_{LiF} + 0.31 (T=1323K) \quad (11)$$

$$C_{Yb} = 1.4 \times 10^{-5} \cdot X_{LiF}^2 - 4.9 \times 10^{-3} \cdot X_{LiF} + 0.7 (T=1213K) \quad (12)$$

ここでLiF濃度は $X_{LiF}$ で示した。この結果, 金属La, PrおよびYbについてはLiF濃度の2次式で表されるが, 金属Ndについては1次式で表され, 各レア・アース金属の飽和溶解量はLiF濃度に依存することが分かった。以上の測定結果より, 従来ほぼ同一であると考えられていたレア・アース金属の飽和溶解量はレア・アースフッ化物の種類により異なることが分かった。その原因として溶融塩中におけるイオン種がフッ化物の種類によって異なるからであると推測された。

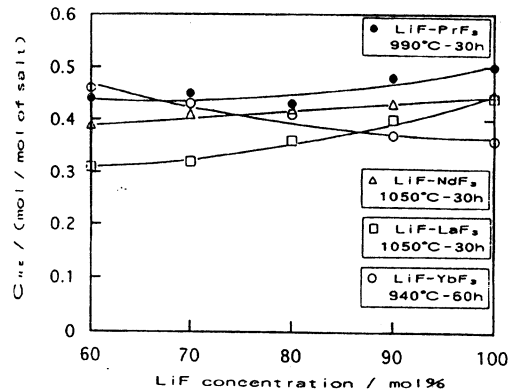


Fig.14 Composition dependence of saturated content of rare earth metals in LiF - REF<sub>3</sub> binary melt.



## 5. 結 言

レア・アース金属の熔融塩電解における電流効率低下の原因解明を目的とし、LiF-REF<sub>3</sub>(RE : La, Pr, Nd, Yb) 2成分系熔融塩中における各レア・アース金属の飽和溶解量を測定し、その溶解挙動について検討した。得られた結果は次のように要約される。

フッ化物系熔融塩中における金属 La, Pr, Nd および Yb の溶解反応は次の3つの形態で示されることが分かった。

- (1) 金属Laのように熔融塩中のレア・アースフッ化物濃度が増加するにしたがい飽和溶解量は減少するグループ
- (2) 金属PrおよびNdのように熔融塩中のレア・アースフッ化物濃度に関係なく飽和溶解量はほぼ一定であるグループ
- (3) 金属Ybのように熔融塩中のレア・アースフッ化物濃度の増加とともに飽和溶解量も増加するグループ

従来は化学的性質が似ているため飽和溶解量もほぼ同一であると考えられていたレア・アース金属であるが、実際は熔融塩中におけるイオン種が異なり、溶解反応形態が異なるため飽和溶解量も異なることを見出した。さらにこれらの溶解挙動の違いがレア・アース金属のフッ化物浴熔融塩電解における電流効率低下の原因の一つであると推測された。

## 参 考 文 献

- (1) Gschneider, Jr, K. A. and Eyring, L. : Handbook on the Physics and Chemistry of Rare Earths, Vol.1, North - Holland Publishing Company,(1978)
- (2) 山内睦文, 坂尾弘, 増子昇 : 鉄と鋼, 71, 652(1985)
- (3) 大町良治 : 日本鉱業会誌, 58, 29(1988)
- (4) 伊藤勝久, 中村英次, 佐々木茂明 : 住友軽金属技報, 29, 29(1988)
- (5) 伊藤勝久 : 工業レアメタル, No104, 52(1992)
- (6) 玉村英雄 : 電気化学, 59, 385(1991)

# 担持 CoMo 系触媒の水素化脱硫活性に 及ぼす担体の種類の影響

杉岡 正敏, 栃山 千賀, 小林 隆夫

Effect of Kind of Carriers on Hydrodesulfurization Activity of Supported  
CoMo Catalysts

Masatoshi SUGIOKA, Chika TOCHIYAMA  
and Takao KOBAYASHI

## Abstract

The effect of various kind of carriers such as metal oxides, zeolites and carbons, etc. on the activities of supported CoMo catalysts for the hydrodesulfurization of thiophene at 400°C were examined. It was found that catalytic activities of supported CoMo catalysts were remarkably influenced by the kind of carriers and alumina is the most effective carriers for the supported CoMo catalysts for the hydrodesulfurization.

## 1. はじめに

近年, 地球的規模での酸性雨による環境破壊が深刻化しており, 石油系燃料油のクリーン化に対する高性能脱硫触媒の開発が急務とされている<sup>1-8)</sup>。石油の脱硫活性として従来から担持 Mo 系触媒が使用されており, この系の脱硫活性発現機構および高活性化に対して多くの努力が払われている<sup>9-15)</sup>。Mo 系脱硫触媒は担体の種類および調製法の違いにより, 脱硫活性が大きく変化することが知られているが, このことに対する系統的な研究は少ない。

本研究では, 高活性な担持 Mo 系脱硫触媒を開発するために, 種々の担体に CoMo を担持した担持 Mo 系脱硫触媒を調製し, 脱硫活性に及ぼす担体の種類の影響について検討した。

## 2. 実験方法

### 2. 1 触媒調製

種々の担体（金属酸化物系、ゼオライト系、炭素系、その他）に硝酸コバルト、パラモリブデン酸アンモニウムの水溶液を用いて Co および Mo を含浸法で担持した。なお、Co および Mo の担持率は CoO 5wt%、MoO<sub>3</sub> 15wt% になるように調製した。担体に Co および Mo を担持後、触媒を 120℃ で 2 時間乾燥し、500℃ で 4 時間空气中で焼成した。いずれの触媒（30 mg 使用）も使用前に反応管中にて水素還元し、400℃ で予備硫化を行った後 HDS 反応に使用した。

### 2. 2 モデル反応を用いた脱硫活性の評価

種々の担持 Mo 系触媒の脱硫活性の評価にはチオフェンの水素化脱硫（HDS）反応を採用した。チオフェンの HDS 反応は水素をキャリアーガスとするパルス反応器を使用し、反応温度 400℃、触媒量 30 mg、チオフェン注入量 2 μl の一定条件で行った。チオフェンの脱硫率は反応前後のチオフェンのピーク面積より求めた。

## 3. 結果と考察

### 3. 1 種々の担持 CoMo 系触媒のチオフェン HDS 活性

実用触媒および含浸法で調製した種々の担持 CoMo 触媒のチオフェン HDS 活性を以下に示す。

#### (a) 実用脱硫触媒の活性

表 1 に CoMo/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> および NiMo/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 系実用触媒の HDS 活性を示す。これより両者の実用触媒の初期活性はほぼ同程度であり、いずれもパルス回数に対する活性低下が少ないことがわかった。なお、これらの実用触媒の活性を種々の担持 CoMo 触媒の活性に対する基準活性として採用した。

Table 1. Thiophene HDS Activities of Commercial Hydrodesulfurization Catalysts  
Cat.wt.=0.03 g, React.Temp.=400℃

Catalyst	HDS Activity (%)	
	Initial Activity <sup>a)</sup>	Steady Activity <sup>b)</sup>
CoMo/Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	39.9	33.3
NiMo/Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	36.3	31.3

a) Conversion at 1st pulse, b) Conversion at 20th pulse

(b) 金属酸化物系担体

金属酸化物を担体とした担持 CoMo 触媒の HDS 活性を表 2 に示す。酸化物担体として  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{SiO}_2 \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{TiO}_2$ ,  $\text{ZrO}_2$ ,  $\text{MgO}$ ,  $\text{ZnO}$  を用いた。

Table 2. Thiophene HDS Activities of CoMo Supported on Metal Oxides  
Cat.wt.=0.03g, React.Temp.=400°C

Catalyst	HDS Activity (%)	
	Initial Activity <sup>a)</sup>	Steady Activity <sup>b)</sup>
CoMo/ $\text{Al}_2\text{O}_3$	30.9	22.2
CoMo/ $\text{SiO}_2$	20.2	3.6
CoMo/ $\text{SiO}_2 \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	26.9	9.0
CoMo/ $\text{TiO}_2$	32.3	16.9
CoMo/ $\text{ZrO}_2$	13.7	2.3
CoMo/ $\text{MgO}$	26.9	26.9
CoMo/ $\text{ZnO}$	8.5	2.5

a) Conversion at 1st pulse, b) Conversion at 20th pulse

この結果、酸化物担持 CoMo 触媒の活性は担体である酸化物の種類によって大きく異なり、初期活性の序列は

$\text{Al}_2\text{O}_3, \text{TiO}_2 > \text{MgO}, \text{SiO}_2 \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 > \text{SiO}_2 > \text{ZrO}_2 > \text{ZnO}$

であった。このことから、従来から言われているように  $\text{Al}_2\text{O}_3$  を担体とする Mo 触媒が高い HDS 活性を示し、活性低下も比較的少ないことが本研究からも確認されたが、実用触媒の活性を超えるものではなかった。

また、CoMo 系触媒の担体として  $\text{Al}_2\text{O}_3$  が効果的であることが確認されたので、つぎに種々のアルミナ、すなわち触媒学会提供の参照アルミナ (JRC-ALO-1~5) を担体としたアルミナ担持 Mo 触媒を調製してチオフェンの HDS 活性を検討した。結果を表 3 に示す。

この結果、参照アルミナを担体とする Mo 触媒ではアルミナの種類により多少の活性の差が認められ、その中でも ALO-1 を担体とする触媒が実用触媒に近い初期活性と定常活性を示すこと

がわかった。

さらに、担体として使用する金属酸化物の純度と粒子径の影響を検討するために、高純度超微粒子系酸化物を担体とした触媒を調製し、その HDS 活性を検討した。担体として、 $\text{Al}_2\text{O}_3$  (Alon),  $\text{SiO}_2$  (Cabotsil),  $\text{MgO}$  (宇部興産),  $\text{TiO}_2$  (出光興産) を用いた。結果を表 4 に示す。

Table 3. Thiophene HDS Activities of CoMo Suported on Various Aluminas  
Cat.wt.=0.03 g, React.Temp.=400°C

Catalyst	HDS Activity (%)	
	Initial Activity <sup>a)</sup>	Steady Activity <sup>b)</sup>
CoMo/ $\text{Al}_2\text{O}_3$ (JRC-ALO-1)	39.8	31.5
CoMo/ $\text{Al}_2\text{O}_3$ (JRC-ALO-2)	34.8	26.9
CoMo/ $\text{Al}_2\text{O}_3$ (JRC-ALO-3)	30.3	22.7
CoMo/ $\text{Al}_2\text{O}_3$ (JRC-ALO-4)	30.9	22.2
CoMo/ $\text{Al}_2\text{O}_3$ (JRC-ALO-5)	31.5	21.5

a) Conversion at 1st pulse, b) Conversion at 20 th pulse

Table 4. Thiophene HDS Activities of CoMo Suported on Various Oxides  
Cat.wt.=0.03 g, React.Temp.=400°C

Catalyst	HDS Activity (%)	
	Initial Activity <sup>a)</sup>	Steady Activity <sup>b)</sup>
CoMo/ $\text{Al}_2\text{O}_3$	28.9	22.6
CoMo/ $\text{SiO}_2$	16.2	4.6
CoMo/ $\text{TiO}_2$	34.7	18.0
CoMo/ $\text{MgO}$	33.6	25.6

a) Conversion at 1st pulse, b) Conversion at 20 th pulse

この結果、担体に高純度超微粒子系酸化物を用いても、脱硫活性は著しく高くはならなかった。したがって、高活性CoMo系触媒を調製するための担体としての金属酸化物では、金属酸化物の純度、粒子径および表面積などはそれほど重要な要因ではなく、金属酸化物の種類が重要な因子であることが明らかとなった。このことは、担体が単に脱硫触媒の主成分であるMoおよびCoMoの分散性を高めているのみではなく、担体も脱硫反応に大きく関与していることを示唆しているものと考えられる。

(c) ゼオライト系担体

つぎに結晶性複合酸化物である種々のゼオライト(NaY, HY, USY, NaMor, HMor, NaZSM-5, HZSM-5, NaX, CaXなど)を担体としたCoMo触媒を調製し、チオフェンのHDS活性を検討した。結果を表5に示す。この結果、USY, CaXなどの酸性質を有するゼオライトが高い初期活性を示す傾向にあるが、アルミナ担体の触媒よりもとくに優れた活性を示すことはなかった。しかしながら、USYを担体とした場合には活性低下が著しいが高い初期活性を示すので、USYを担体とするCoMo触媒の高い初期活性を何らかの方法で維持できれば、USYがアルミナに代わるCoMo触媒の担体として使用できる可能性があるものと考えられる。

Table 5. Thiophene HDS Activities of CoMo Supported on Zeolites  
Cat.wt.=0.03 g, React.Temp.=400°C

Catalyst	HDS Activity (%)	
	Initial Activity <sup>a)</sup>	Steady Activity <sup>b)</sup>
CoMo/HY	16.4	8.2
CoMo/NaY	13.1	3.0
CoMo/USY	59.4	16.9
CoMo/HMor	5.1	1.4
CoMo/NaMor	2.2	1.4
CoMo/HZSM-5	16.7	9.0
CoMo/NaZSM-5	11.6	2.6
CoMo/NaX	7.6	3.9
CoMo/CaX	22.6	8.8

a) Conversion at 1st pulse, b) Conversion at 20th pulse

また、含浸法による触媒調製では、CoおよびMoがゼオライトの外表面にのみ担持され、細孔内部には担持されないことが考えられるので、これらの金属成分をゼオライトの細孔内部にも担持することができれば、より高活性な脱硫触媒を調製できるものと考えられる。

#### (d) 炭素系担体

近年、炭素系の担体も脱硫触媒の担体として効果的であることが知られているので、炭素系担体として活性炭、グラファイト、無定形炭素を用いて炭素担持 CoMo 触媒を調製し、その HDS 活性を検討した。結果を表6に示す。この結果、表面積の大きい活性炭を担体としたとき、高い HDS 活性を示すことが明らかとなったが、アルミナ担体および実用触媒よりも高いものではなかった。しかしながら、活性炭を担体として採用し、活性炭表面のイオン交換能などを利用して触媒を調製することにより、より活性の高い脱硫触媒を調製することも可能であると考えられる。

Table 6. Thiophene HDS Activities of CoMo Supported on Carbons  
Cat.wt.=0.03 g, React.Temp.=400°C

Catalyst	HDS Activity (%)	
	Initial Activity <sup>a)</sup>	Steady Activity <sup>b)</sup>
CoMo/ Activated carbon	30.0	20.0
CoMo/ Graphite	3.2	1.5
CoMo/ Amorphous carbon	5.5	2.6

a) Conversion at 1st pulse, b) Conversion at 20th pulse

#### (e) その他の担体

その他の担体として粘土（モンモリロナイト）、群青（ウルトラマリン）、天然ゼオライト、 $\text{AlF}_3$ 、 $\text{AlPO}_4$ などを担体とした CoMo 触媒を調製し、その HDS 活性を検討した。結果を表7に示す。この結果、 $\text{AlF}_3$ が比較的高い活性を示したが、パルス回数に対しての活性低下が著しい。また、アルミニウムのフッ化物である  $\text{AlF}_3$  およびリン酸塩である  $\text{AlPO}_4$  を担体とした場合よりも、アルミニウムの酸化物である  $\text{Al}_2\text{O}_3$  を担体としたときの方が高い活性を示すことが明らかとなった。したがって、アルミナが脱硫触媒の担体として効果的であるのは、担体中にアルミニウムイオンが存在するためではなく、酸化アルミニウムの状態で存在することが必要であると思われる。

Table 7. Thiophene HDS Activities of CoMo Supported on Other Carriers  
Cat.wt.=0.03 g, React.Temp.=400°C

Catalyst	HDS Activity (%)	
	Initial Activity <sup>a)</sup>	Steady Activity <sup>b)</sup>
CoMo/UMB	3.1	1.9
CoMo/MM	13.6	2.5
CoMo/NZ	23.9	2.1
CoMo/AlF <sub>3</sub>	29.3	2.3
CoMo/AlPO <sub>4</sub>	1.0	0.8

a) Conversion at 1st pulse, b) Conversion at 20th pulse

UMB : Ultramarine blue, MM : Montmorillonite, NZ : Natural Zeolite

#### 4. まとめ

高活性な脱硫触媒を開発するために、種々の担体を用いた担持CoMo触媒を含浸法により調製し、モデル反応であるチオフェンの水素化脱硫反応に対する活性を系統的に検討した。この結果、担持CoMo触媒のHDS活性は担体の種類により大きく変化し、担体の性質がHDS反応に大きく関与しているものと考えられた。また、本研究からも従来からいわれているように、アルミナが担持CoMo系脱硫触媒に対する効果的な担体であることが確認された。

したがって、Mo系脱硫触媒では担体の選択は極めて重要であり、より効果的な担体を探索あるいは調製することは高活性脱硫触媒を開発するために極めて重要な研究課題といえる。Mo系脱硫触媒に対する担体の役割には多くの不明な点が残されているが、担体の役割と機能を解明することは高活性な脱硫触媒を調製するために是非とも必要である。

このように、現在の脱硫触媒よりもさらに高活性な脱硫触媒を開発するためには、より効果的な担体の開発を行わなければならないが、それには多大の時間と労力を必要とする。しかしながら、そのための研究を根気よく続けることにより、いずれはアルミナ以上に効果的な担体を見いだすことができるものと考えられる。



## 参 考 文 献

- 1) 加部利明 : 触媒, **31**, 171(1989).
- 2) 宮内愛光, 井上好昌 : ペトロテック, **13**, 44(1990).
- 3) 高塚 透, 和田幸隆 : 触媒, **33**, 306(1991).
- 4) M.Sugioka : J.Japan Petrol. Inst., **33**, 280(1990).
- 5) 杉岡正敏 : 表面, **31**, 972(1992).
- 6) 杉岡正敏 : ゼオライト, **10**, 121(1993).
- 7) 杉岡正敏 : 月刊「水」, No. 5, 18(1994).
- 8) M.Sugioka: Erdol & Kohle, Petrochemie, **48**, 128(1995).
- 9) H.Topoe, B.S.Clausen : Catal.Rev. - Sci.Eng., **26**, 395(1984).
- 10) R.Prins, V.H.J.DeBeer, G.A.Somorajai : Catal.Rev. - Sci.Eng., **31**, 1(1989).
- 11) 西島昭生 : 触媒, **31**, 177(1989).
- 12) 山田宗慶 : 触媒, **31**, 519(1989).
- 13) 島田広道 : 化学と工業, **43**, 242(1990).
- 14) 瀬川幸一 : 触媒, **34**, 33(1992).
- 15) 杉岡正敏 : 日本エネルギー学会誌, **73**, 17(1994).

# 化学蒸着法(CVD)を用いるゼオライト担持 モリブデン系触媒の調製と水素化脱硫活性

杉岡 正敏, 高橋 克佳, 中山 晋一, 小林 隆夫

Preparation of Zeolite-Supported Mo Catalysts by Chemical Vapor Deposition(CVD)  
Method and Their Catalytic Activities for Hydrodesulfurization

Masatoshi SUGIOKA, Katsuyoshi TAKAHASHI, Shin-ichi NAKAYAMA and Takao  
KOBAYASHI

## Abstract

Zeolite-Supported molybdenum catalysts were prepared by chemical vapor deposition (CVD) method using  $\text{Mo}(\text{CO})_6$  and their catalytic activities for the hydrodesulfurization of thiophene were examined at 400°C. It was revealed that  $\text{Mo}(\text{CO})_6/\text{Ni}^\circ\text{Y}$  followed by sulfiding with  $\text{H}_2\text{S}$  showed higher catalytic activity than commercial  $\text{CoMo}/\text{Al}_2\text{O}_3$  catalysts. There is a possibility of use of  $\text{Mo}(\text{CO})_6/\text{Ni}^\circ\text{Y}$  as highly active second generation hydrodesulfurization catalyst for petroleum feedstocks.

## 1. 緒言

近年地球規模での硫黄酸化物, 窒素酸化物による酸性雨の被害が深刻化している。

石油工業では  $\text{CoMo}/\text{Al}_2\text{O}_3$  系触媒を用いる水素化脱硫法により, 石油の脱硫が広く行われている。しかし, 硫黄分のより少ないクリーンな石油系燃料油を製造するためには, 現在広く使用されている  $\text{CoMo}/\text{Al}_2\text{O}_3$  系脱硫触媒よりも, さらに高性能な脱硫触媒の開発が強く望まれている<sup>1-8)</sup>。新規の脱硫触媒として種々の触媒系が提案されているが, ゼオライトをベースとする触媒系にも大きな可能性があると考えられている<sup>9-13)</sup>。

本研究では,  $\text{Mo}(\text{CO})_6$ を用いる化学蒸着法(Chemical Vapor Deposition, CVD)で種々のゼオライトにモリブデン(Mo)を担持した触媒を調製し, この系のチオフェンの水素化脱硫反応に

対する触媒活性を調べ、この系の触媒の新規高性能脱硫触媒としての可能性を検討した。

## 2. 実験方法

### 2. 1 触媒調製

担体としてNaY, HYおよびMeYゼオライト(Me=Ni, Co, Cu, Ag)を使用し、これらのゼオライトに $\text{Mo}(\text{CO})_6$ を用いてCVD法でMoを担持し、その後硫化処理してゼオライト担持Mo触媒を調製した。すなわち、NaY(SK-40)のイオン交換で調製したHYおよびMeYを300~400℃で真空排気後、 $\text{Mo}(\text{CO})_6$ を室温で17時間接触させ、300℃で硫化水素処理した。その後、触媒(50 mg 使用)を反応管に充填し、水素気流中で450℃、1時間水素還元してHDS反応に使用した。このようにして調製した触媒を $\text{Mo}(\text{CO})_6/\text{HY}$ および $\text{Mo}(\text{CO})_6/\text{MeY}$ として表す。

### 2. 2 モデル反応を用いた脱硫活性の評価

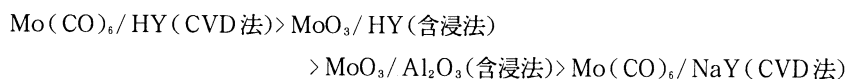
種々のゼオライト担持Mo系触媒の脱硫活性の評価にはチオフェンの水素化脱硫(HDS)反応を採用した。チオフェンのHDS反応は水素をキャリアガスとするパルス反応器を使用し、反応温度400℃、触媒量は50 mg、チオフェン注入量は2 $\mu\text{l}$ の一定条件で行った。チオフェンの脱硫率は反応前後のチオフェンのピーク面積より求めた。

## 3. 結果と考察

### 3. 1 $\text{Mo}(\text{CO})_6/\text{HY}$ 触媒のHDS活性

図1にCVD法で調製した $\text{Mo}(\text{CO})_6/\text{HY}$ 触媒によるチオフェンのHDS反応の結果を示す。なお、図中には比較のために、HYに $\text{MoO}_3$ を含浸法で担持した $\text{MoO}_3/\text{HY}$ 触媒( $\text{MoO}_3$ 担持量: 5wt%) および $\text{MoO}_3/\text{Al}_2\text{O}_3$  ( $\text{MoO}_3$ 担持量: 7.5 wt%)の結果も同時に示した。また図1の結果をまとめたものを表1に示した。表1にはNaYに $\text{Mo}(\text{CO})_6$ をCVD法で担持した $\text{Mo}(\text{CO})_6/\text{NaY}$ 触媒の結果も示した。

この結果、HDS活性の序列は



となり、酸性担体であるHYに $\text{Mo}(\text{CO})_6$ をCVD法で担持して調製した触媒が高いHDS活性を示すことが明らかとなった。

これまでの我々の研究から、高活性脱硫触媒には高い酸性質と高い水素化能の両者の機能が必要であることが明らかとなっている<sup>9)</sup>。

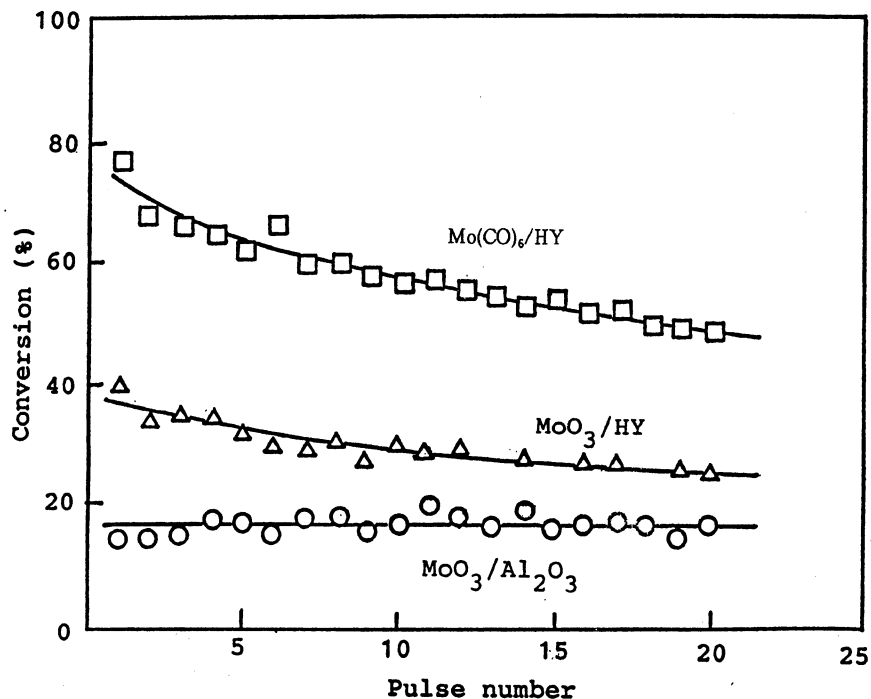


Fig.1 HDS of Thiophene over Mo(CO)<sub>6</sub>/HY Catalysts at 400°C

Table 1 Effect of Carriers and Preparation Methods on Activities of Supported Mo Catalysts

Cat.wt. = 0.05 g , React.Temp. = 400°C

Catalyst	Preparation Method	HDS Activity(%)	
		Initial Activity <sup>a)</sup>	Steady Activity <sup>b)</sup>
MoO <sub>3</sub> /HY	Impregnation	50	18
MoO <sub>3</sub> /Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Impregnation	15	15
Mo(CO) <sub>6</sub> /NaY	CVD	10	12
Mo(CO) <sub>6</sub> /HY	CVD	77	48

a) : Conversion at 1st pulse , b) : Conversion at 20th pulse

CVD : Chemical Vapor Deposition

したがって、 $\text{Mo}(\text{CO})_6/\text{HY}$  触媒が高い HDS 活性を示す原因は、高活性 HDS 触媒に必要な高い酸性質と高い水素化能のいずれの機能も有しているためであると考えられる。 $\text{MoO}_3/\text{HY}$ 、 $\text{MoO}_3/\text{Al}_2\text{O}_3$  および  $\text{Mo}(\text{CO})_6/\text{NaY}$  触媒が  $\text{Mo}(\text{CO})_6/\text{HY}$  触媒よりも低活性であるのは、HDS 触媒に必要な酸性質および水素化能のいずれかの機能が不十分であるためと考えられる。 $\text{MoO}_3/\text{HY}$  触媒が  $\text{Mo}(\text{CO})_6/\text{HY}$  触媒よりも低活性であるのは、 $\text{MoO}_3$  は主として HY の外表面のみに担持され、ゼオライトの細孔内部には担持されておらず、したがって Mo の分散度が低いためと考えられる。また  $\text{Mo}(\text{CO})_6/\text{NaY}$  が最も低活性であるのは、 $\text{Mo}(\text{CO})_6$  の担持に必要なゼオライト表面上の酸性水酸基の量が著しく少なく、したがって Mo があまり担持されていないためと考えられる。

さらに、 $\text{Mo}(\text{CO})_6/\text{HY}$  触媒はチオフェン HDS 反応に対して高い活性を示すが、その触媒活性は  $\text{Mo}(\text{CO})_6$  を担持させる前の HY の処理温度にも大きく影響されることがわかった。図 2 に HY の前処理温度と  $\text{Mo}(\text{CO})_6$  担持後の触媒活性との関係を示すが、 $300\sim 400^\circ\text{C}$  で前処理した HY に  $\text{Mo}(\text{CO})_6$  を担持させたときに高い触媒活性が得られることがわかった。このことは HY 表面上に  $\text{Mo}(\text{CO})_6$  を効果的に担持させるためには、HY 表面上の酸性水酸基の量も重要な因子であることを示している。

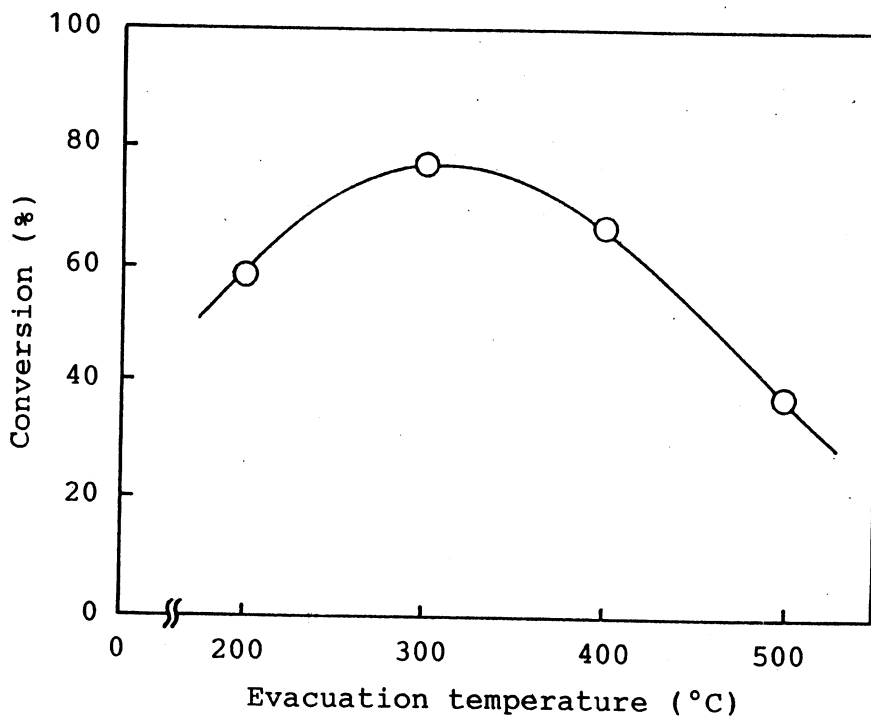


Fig.2 Effect of Evacuation Temperatures of HY on Activity of  $\text{Mo}(\text{CO})_6/\text{HY}$  Catalyst

### 3. 2 Mo(CO)<sub>6</sub>/MeY 触媒のHDS 活性

Mo(CO)<sub>6</sub>/HY 触媒はチオフェンのHDS反応に対して高い活性を示すことが明らかとなった。しかしながら、この系の触媒はパルス回数に対して活性が徐々に低下する傾向にある。そこで、活性低下を抑制すると同時に、さらに高活性な触媒を開発するために、種々のMeYゼオライト(Me=Ni, Co, Cu, Ag)に対してMo(CO)<sub>6</sub>を担持した触媒を調製し、チオフェンHDS活性を検討した。この結果、表2に示すようにAgY, CoYに対してMo(CO)<sub>6</sub>を担持しても活性の向上は認められなかったが、CuYおよびNiYでは活性の向上が認められた。また図3に示すようにMo(CO)<sub>6</sub>/NiYはとくに高活性であり、この活性はMo(CO)<sub>6</sub>/HYの活性よりも高いことがわかった。さらに、NiYをあらかじめ水素還元してMo(CO)<sub>6</sub>を担持して調製したMo(CO)<sub>6</sub>/Ni<sup>0</sup>Y触媒では図4に示すように、さらに高い安定したHDS活性が得られることがわかった。

Table 2 Thiophene HDS Activities of MeY and Mo(CO)<sub>6</sub>/MeY Catalysts  
Cat.wt. = 0.05 g, React.Temp. = 400°C

Catalyst	HDS Activity (%)	
	Initial Activity <sup>a)</sup>	Steady Activity <sup>b)</sup>
AgY	45	38
Mo(CO) <sub>6</sub> /AgY	42	48
CuY	42	28
Mo(CO) <sub>6</sub> /CuY	58	36
NiY	63	29
Mo(CO) <sub>6</sub> /NiY	83	70
CoY	28	24
Mo(CO) <sub>6</sub> /CoY	31	28
NiMo/Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	50	45

a) : Conversion at 1st pulse , b) : Conversion at 20th pulse

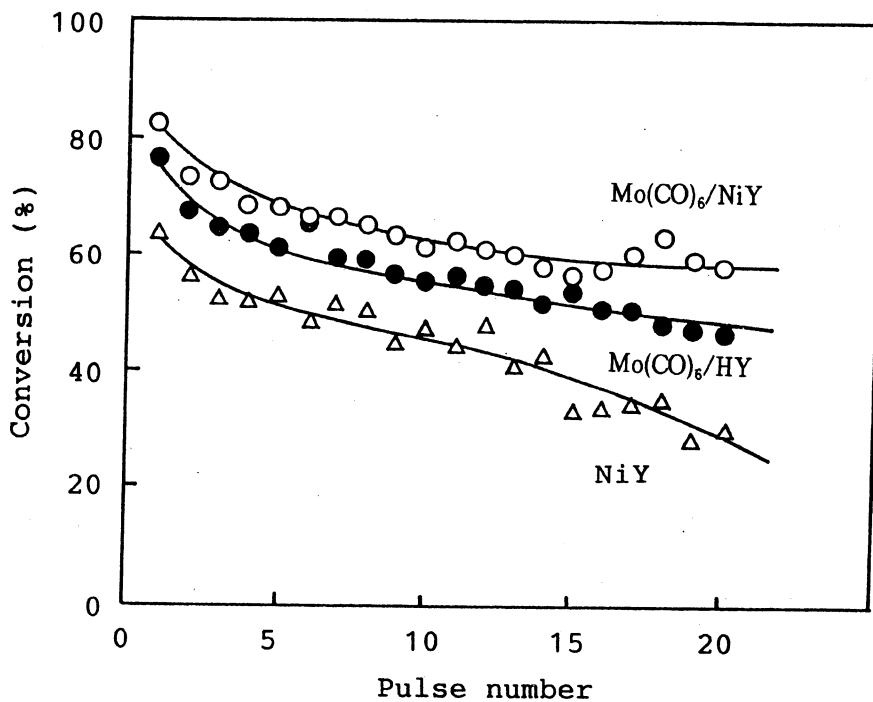


Fig.3 HDS of Thiophene over Mo(CO)<sub>6</sub>/NiY Catalysts at 400°C

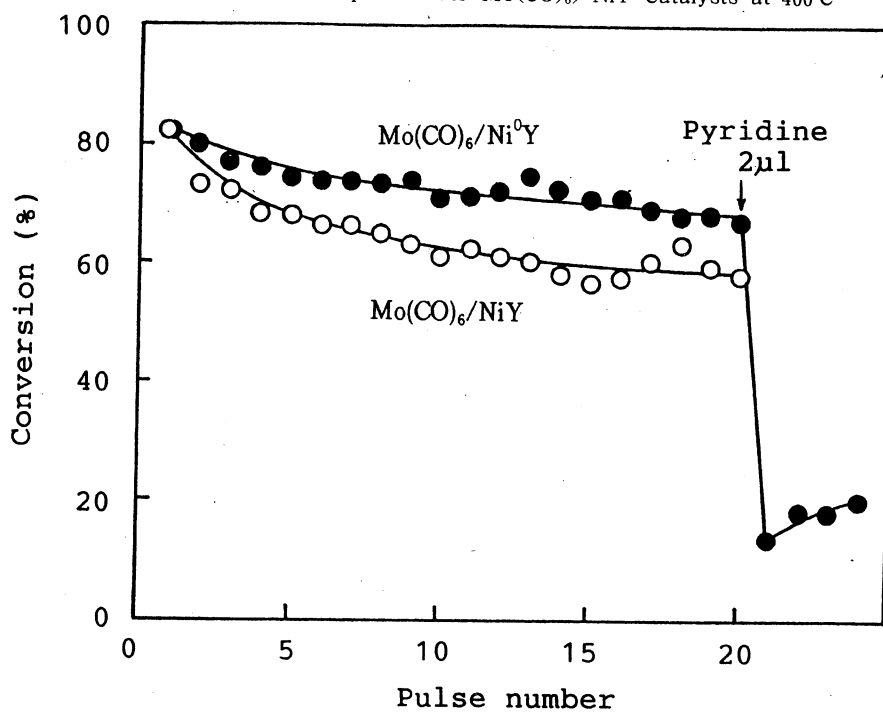


Fig.4 HDS of Thiophene over Mo(CO)<sub>6</sub>/NiY and Mo(CO)<sub>6</sub>/Ni<sup>0</sup>Y Catalysts at 400°C

一方,  $\text{Mo}(\text{CO})_6/\text{Ni}^0\text{Y}$  触媒によるチオフェンのHDS反応の途中でピリジンを $2\mu\text{l}$ 注入するとHDS活性は著しく減少することがわかった。このことは,  $\text{Mo}(\text{CO})_6/\text{Ni}^0\text{Y}$  触媒によるHDS反応では触媒の酸点が大きく関与していることを示している。

さらに, この高活性を示す  $\text{Mo}(\text{CO})_6/\text{Ni}^0\text{Y}$  触媒のチオフェンのHDS活性を  $\text{NiMo}/\text{Al}_2\text{O}_3$  触媒の活性と比較してみると, 図5に示すように  $\text{Mo}(\text{CO})_6/\text{Ni}^0\text{Y}$  触媒は  $\text{NiMo}/\text{Al}_2\text{O}_3$  触媒よりも高いHDS活性を示すことがわかった。また,  $\text{NiMo}/\text{Al}_2\text{O}_3$  触媒によるチオフェンのHDS反応では  $\text{C}_4$  炭化水素のみしか生成しないが,  $\text{Mo}(\text{CO})_6/\text{ゼオライト}$  触媒では  $\text{C}_1\sim\text{C}_3$  炭化水素成分も生成し,  $\text{Mo}(\text{CO})_6/\text{ゼオライト}$  触媒上では明らかに炭化水素の水素化分解反応も進行していることがわかった。

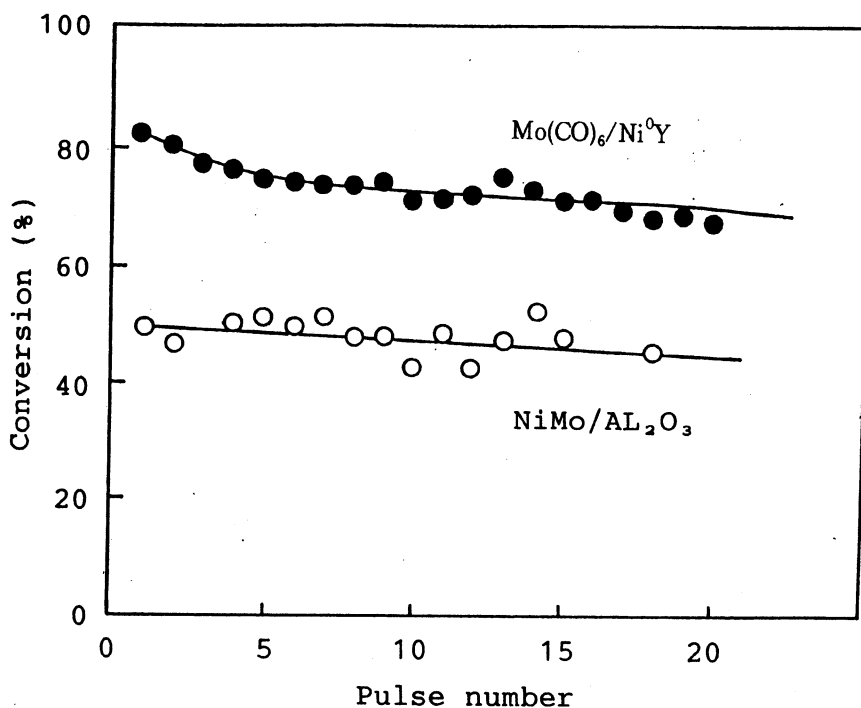
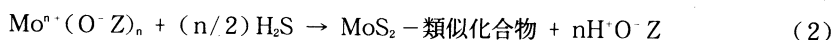
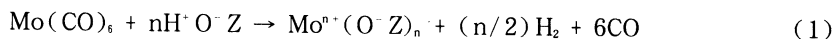


Fig.5 Comparison of HDS Activity of  $\text{Mo}(\text{CO})_6/\text{Ni}^0\text{Y}$  Catalyst with that of  $\text{NiMo}/\text{Al}_2\text{O}_3$  Catalyst



### 3. 3 Mo(CO)<sub>6</sub>/ゼオライト触媒の高活性発現機構

HYまたはMeY(とくにNi<sup>0</sup>Y)にMo(CO)<sub>6</sub>をCVD法で担持して調製したMo(CO)<sub>6</sub>/ゼオライト触媒がチオフェンの水素化脱硫反応に対して高い触媒活性を示すことが明らかとなった。そこで、この系の高活性発現機構を明らかにするためにHYおよびNi<sup>0</sup>Yに吸着したMo(CO)<sub>6</sub>の赤外吸収スペクトルを観察した。結果を図6, 7に示す。Mo(CO)<sub>6</sub>/HY触媒では、図6に示すようにMo(CO)<sub>6</sub>はHYの酸性水酸基と優先的に相互作用して吸着し、酸性水酸基の吸収はブロードになるが、硫化処理後ではHY表面上の酸性水酸基が再び回復することがわかった。また、HY上に吸着したMo(CO)<sub>6</sub>は硫化処理後MoS<sub>2</sub>に類似した化合物に変化しているものと考えられる。したがって、Mo(CO)<sub>6</sub>/HYの硫化処理に伴う表面構造の変化はつぎの(1)~(2)のように考えることができる。

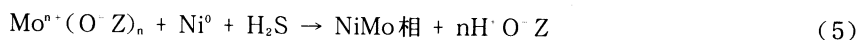
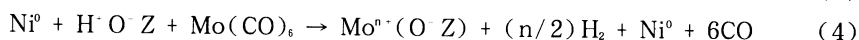


ここで、(O<sup>-</sup>Z)<sub>n</sub>はゼオライト格子、H<sup>+</sup>O<sup>-</sup>Zは表面酸性水酸基を表す。

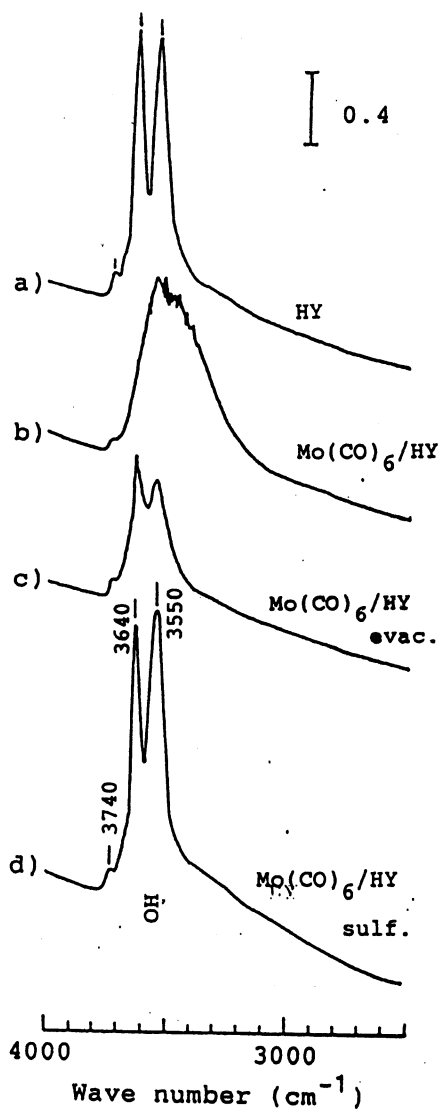
このように、HYにMo(CO)<sub>6</sub>をCVD法で吸着させ、その後硫化水素で硫化処理すると、HYのスーパーケージ内または外表面上にMoS<sub>2</sub>が高分散した触媒と同じ状態の触媒となり、チオフェンのHDS反応に対して高い触媒活性が発現するものと考えられる。

また、図7にMo(CO)<sub>6</sub>/NiY触媒系での結果を示す。図7のIRスペクトルはあまり明瞭ではないが、NiYを水素還元すると新たな酸性水酸基が生成し、Mo(CO)<sub>6</sub>は新たに生成した酸性水酸基と強く相互作用することがわかった。その後硫化処理を施すと酸性水酸基領域の吸収強度が増加し、酸性水酸基が再び回復することがわかった。

以上のことより、Mo(CO)<sub>6</sub>/Ni<sup>0</sup>Y触媒の調製段階では、つぎの(3)~(5)の諸反応が起こっているものと考えられる。

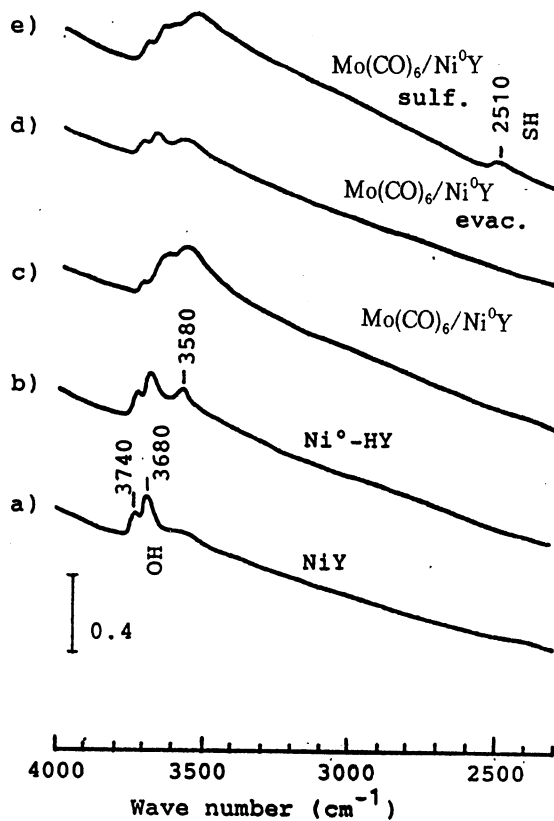


すなわち、Mo(CO)<sub>6</sub>/HYの硫化後では高い水素化能を有していると思われるNiMoS相がY型ゼオライトのスーパーケージ内に高分散し、かつNiMoS相の近傍にブレンステッド酸点が共存した状態になっているため、高いHDS活性を示すものと考えられる。



- a) Evacuation at 500°C
- b)  $\text{Mo(CO)}_6$  Adsorption at 25°C
- c) Evacuation at 300°C
- d) Sulfiding at 300°C

Fig.6 Infrared Spectra of  $\text{Mo(CO)}_6/\text{HY}$  Catalyst

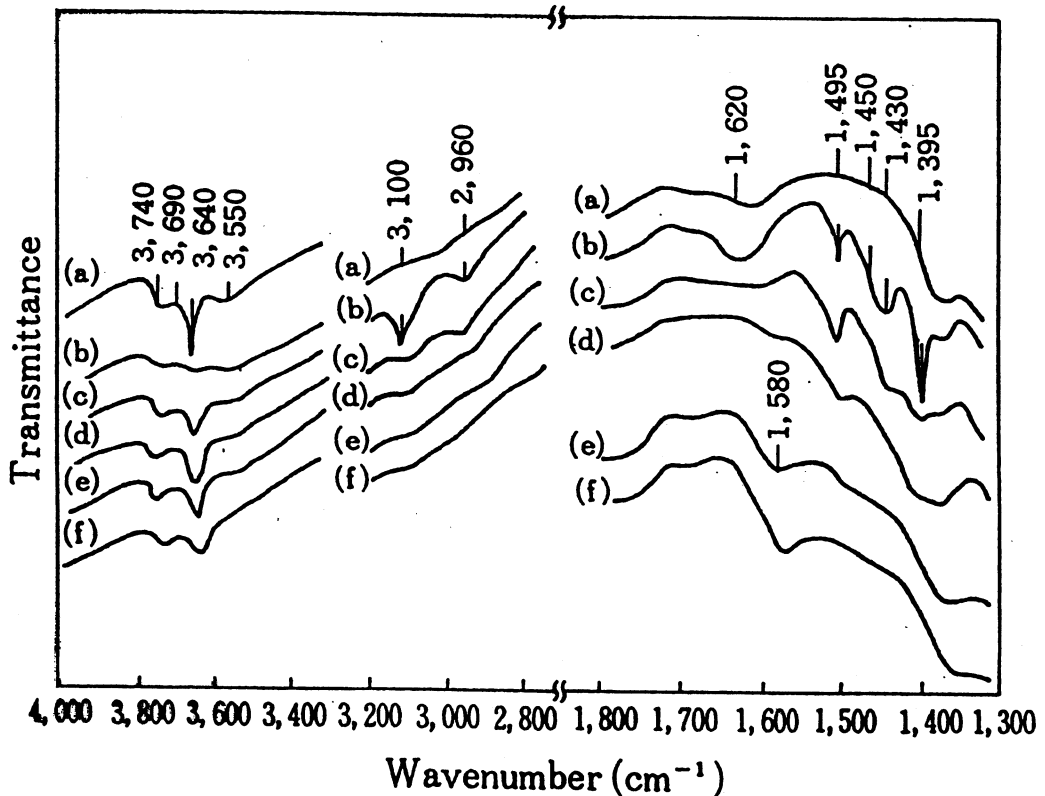


- a) Evacuation at 500°C
- b) Reduction at 400°C
- c)  $\text{Mo(CO)}_6$  Adsorption at 25°C
- d) Evacuation at 300°C
- e) Sulfiding at 300°C

Fig.7 Infrared Spectra of  $\text{Mo(CO)}_6/\text{NiY}$  Catalyst

### 3. 4 Mo(CO)<sub>6</sub>/ゼオライト触媒上でのチオフェンのHDS反応機構

水素還元したMeYゼオライト触媒上でのチオフェンのHDS反応機構を明らかにするために、水素還元したNi<sup>0</sup>Y触媒上に吸着したチオフェンの赤外吸収スペクトルを観察した。結果を図8に示す。この結果、Ni<sup>0</sup>Y触媒上にチオフェンを吸着させるとHYにチオフェンを吸着させた場合と同様に、酸性水酸基とチオフェンが強く相互作用してチオフェン環のC—S結合の一部が開裂し、炭化水素種を生成することがわかった。



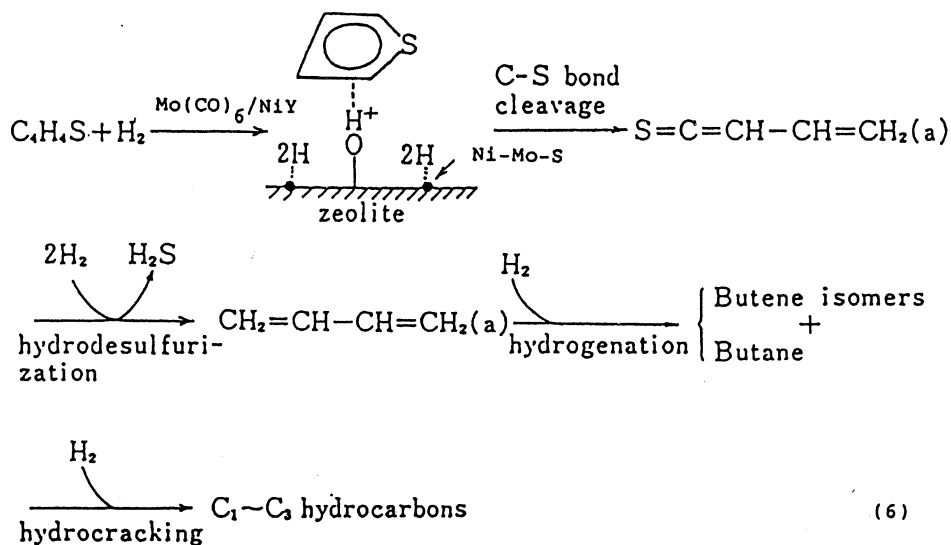
a) Ni<sup>0</sup>Y reduced at 450°C,  
Thiophene Adsorption followed by Evacuation at b) 25°C, c) 120°C, d) 200°C, e) 300°C, f) 400°C.

Fig.8 Infrared Spectra of Thiophene Adsorbed on Ni<sup>0</sup>Y

また、図8のスペクトルを詳細に解析するとチオフェンはNi<sup>0</sup>Y表面に平面状で吸着し、反応中間体としてS=C=CH-CH=CH<sub>2</sub>なる化学種を生成することが明らかとなった。硫化処理後の

Mo(CO)<sub>6</sub>/HYまたはMo(CO)<sub>6</sub>/Ni<sup>0</sup>Y触媒上でのHDS反応も本質的にはNi<sup>0</sup>Y触媒上と同様な機構で進行するものと考えられる。

したがって、Mo(CO)<sub>6</sub>/Ni<sup>0</sup>Y触媒上でのチオフェンのHDS反応は以下に示す機構に従って進行するものと考えられる。



この機構において、チオフェンは(5)式に従って生成したB酸点に吸着する。チオフェンがB酸点、すなわちプロトンと相互作用するとチオフェン環のπ電子系が乱れ、安定なチオフェン環が不安定となる。その結果、チオフェン分子内のC—S結合が開裂し、反応中間体としてのS=C=CH-CH=CH<sub>2</sub>(a)なる化学種が生成する。この中間体は非常に不安定なので水素が共存しない系では直ちに重合し、炭素質の前駆体となる。しかしながら、硫化した後のMo(CO)<sub>6</sub>/HYまたはMo(CO)<sub>6</sub>/Ni<sup>0</sup>Y触媒のようにB酸点の近傍に水素分子の解離能を有するMoS<sub>2</sub>相が存在すると、これらの金属硫化物表面で水素分子が解離し、水素原子を生成する。生成した水素原子が直ちに反応中間体である炭化水素化学種を攻撃し、H<sub>2</sub>Sおよびブタジエンを生成し、HDS反応が進行する。一方、生成したブタジエンあるいはC<sub>4</sub>炭化水素は触媒のB酸点上で分解し、C<sub>1</sub>~C<sub>3</sub>の低級炭化水素を副生する。このように、チオフェンのHDS反応に対する硫化後のMo(CO)<sub>6</sub>/Ni<sup>0</sup>Y触媒は、水素化能と酸性質を有する二元機能触媒として作用すると考えられる。

また、HDS反応中においてMo(CO)<sub>6</sub>/Ni<sup>0</sup>Yから生成するNiMoS相はゼオライトのスーパーゼージ内に高分散した状態になっているものと考えられる。したがって、硫化処理後の

Mo(CO)<sub>6</sub>/Ni<sup>0</sup>Y触媒によるチオフェンのHDS反応は模式的には図9のように表現することができるものと考えられる。

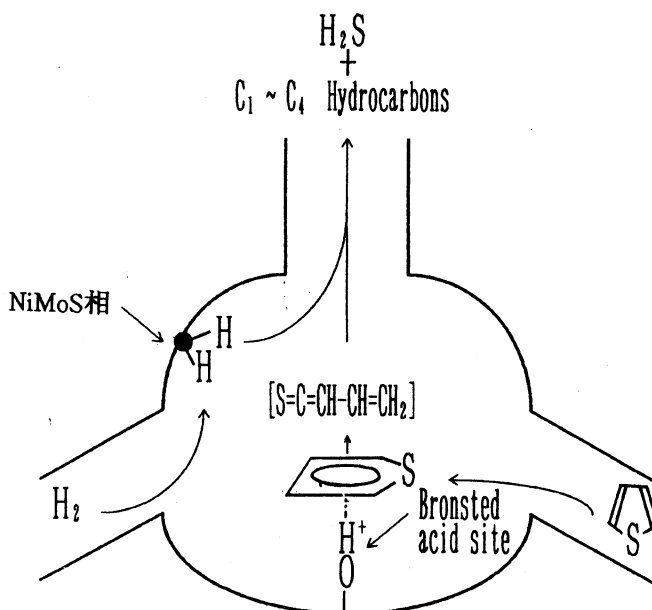


Fig.9 A Model of HDS of Thiophene over Mo(CO)<sub>6</sub>/Ni<sup>0</sup>Y Catalyst

#### 4. まとめ

本研究ではゼオライトを担体素材として採用し、ゼオライトを担体とする高活性ゼオライト担持Mo触媒をMo(CO)<sub>6</sub>を用いるCVD法により分子・原子レベルで調製することを試みた。この結果、CVD法で調製したゼオライト担持Mo触媒(とくにMo(CO)<sub>6</sub>/Ni<sup>0</sup>Y)は実用触媒であるNiMo/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>触媒よりも高いHDS活性を示した。したがって、ゼオライトを担体とする脱硫触媒はアルミナ担持の脱硫触媒に代わる新しいタイプの脱硫触媒になり得る可能性を有しているものと考えられる。また、ゼオライトをベースとする脱硫触媒の開発では、分子・原子レベルでの触媒調製が可能であると同時に、より高活性な脱硫触媒の設計のための指針を得ることができるものと考えられる。

## 参 考 文 献

- 1) 加部利明 : 触媒, **31**, 171(1989).
- 2) R. Prins, V. H. J. DeBeer, G. A. Somorajai: Catal. Rev. - Sci. Eng., **31**, 1(1989).
- 3) 西島昭生 : 触媒, **31**, 177(1989).
- 4) 山田宗慶 : 触媒, **31**, 519(1989).
- 5) 島田広道 : 化学と工業, **43**, 242(1990).
- 6) 宮内愛光, 井上好昌:ペトロテック, **13**, 44(1990).
- 7) 瀬川幸一 : 触媒, **34**, 33(1992).
- 8) 杉岡正敏 : 日本エネルギー学会誌, **73**, 17(1994).
- 9) M. Sugioka : J. Japan Petrol. Inst., **33**, 280(1990).
- 10) 杉岡正敏 : 表面, **31**, 972(1992).
- 11) 杉岡正敏 : ゼオライト, **10**, 121(1993).
- 12) 杉岡正敏 : 月刊「水」, No. 5, 18(1994).
- 13) M. Sugioka : Erdol & Kohel, Erdgas, Petrochemie, **48**, 128(1995).

# Subspace of Finsler space and Riemannian metrics on its bundle

Nobuo Mizoguchi

S.Sasaki introduced a Riemannian metric on tangent bundle of Riemannian space. Instead of Riemannian space, we treat subspace of Finsler space. Then, we can construct three Riemannian metrics which are related with E.Cartan's symmetric connection coefficients. We shall investigate relations between them and get conditions of these coincidences.

Let  $N$  be an  $n$ -dimensional Finsler space with fundamental function  $F$ . Hereafter, indices  $h, i, j, k, l$  run the range  $\{1, 2, \dots, n\}$  and we adopt summation convention for repeated index. At point with local coordinate  $(x^h)$ , we consider a tangent vector  $x^{*h}\partial/\partial x^h$ . Then,  $(x^H)=(x^h, x^{*h})$  yields local coordinate system on tangent bundle  $TN$  of  $N$ , where indices  $H, I, J$  run the range  $\{1, 2, \dots, n, *1, *2, \dots, *n\}$ . Fundamental function  $F$  is continuous on  $TN$  and differentiable on  $UN=TN \setminus F^{-1}(0)$ . Moreover,  $F=F(x, x^*)$  is positive on  $UN$  and positively homogeneous of degree 1 in  $x^*$ . We put

$$g_{ji} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 F^2}{\partial x^{*j} \partial x^{*i}}$$

at point  $(x, x^*)$  on  $UN$ . Then  $F$  satisfies that the matrix  $(g_{ji})$  is positive definite. We denote its inverse matrix by  $(g^{ji})=(g_{ji})^{-1}$ . The quantities  $g_{ji}$  are components of metric tensor on Finsler space  $N$ . Now we employ the following notations :

$$C_{kji} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial g_{ji}}{\partial x^{*k}}, \quad r_{ji}{}^h = \frac{1}{2} \cdot g^{kh} \left( \frac{\partial g_{ki}}{\partial x^j} + \frac{\partial g_{jk}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ji}}{\partial x^k} \right),$$

$$\Gamma_i{}^h = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial x^{*i}} (r_{kj}{}^h x^{*k} x^{*j}),$$

$$\Gamma_{ji}^{*h} = r_{ji}^h - g^{kh}(C_{iki}\Gamma_j^i + C_{ljk}\Gamma_i^l - C_{lij}\Gamma_k^l).$$

The quantities  $\Gamma_{ji}^{*h}$  are E.Cartan's symmetric connection coefficients. We shall often use the well known identities

$$C_{njl}x^{*k} = 0, \quad \Gamma_i^h = \Gamma_{ji}^{*h}x^{*j}, \quad \frac{\partial \Gamma_{ji}^{*h}}{\partial x^{*k}}x^{*j}x^{*l} = 0$$

and others.

Let us consider an  $m$ -dimensional subspace  $M$  of  $N$ . Space  $M$  with restricted function  $F$  is also a Finsler space. We assume that indices  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$  run the range  $\{1, 2, \dots, m\}$  and that indices  $A, B$  run the range  $\{1, 2, \dots, m, *1, *2, \dots, *m\}$ . We introduce local coordinate  $(u^A)$  on subspace  $M$  and attendant local coordinate  $(u^A) = (u^a, u^{*a})$  on tangent bundle  $TM$ . Now, subspace  $M$  of  $N$  is locally expressed by  $x^h = x^h(u)$ . We denote the components of projection tensor on  $M$  by

$$B_a^h = \frac{\partial x^h}{\partial u^a}.$$

Matrix  $(B_a^h)$  has maximal rank  $m$ . Therefore, we can define  $C_i^A$  such that

$$C_i^A B_a^i = 0$$

and matrix  $(C_i^A)$  has rank  $n - m$ , where indices  $\lambda, \mu$  run the range  $\{m+1, m+2, \dots, n\}$ . Metric tensor on subspace  $M$  is defined from fundamental function  $F$  and coincides with induced metric tensor, that is, its components are given by

$$g_{\beta\alpha} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 F^2}{\partial u^{*\beta} \partial u^{*\alpha}} = g_{ji} B_\beta^j B_\alpha^i.$$

Now, intrinsically, we define  $g^{\beta\alpha}$ ,  $C_{\gamma\beta\alpha}$ ,  $\Gamma_\beta^a$  and E.Cartan's symmetric connection coefficients  $\Gamma_{\gamma\beta}^{*a}$  of subspace  $M$ . At point  $(u, u^*)$  on  $UM = TM \setminus F^{-1}(0)$ , we put

$$g^{\mu\lambda} = g^{ji} C_j^\mu C_i^\lambda, \quad (g_{\mu\lambda}) = (g^{\mu\lambda})^{-1}, \quad C_\lambda^h = g_{\mu\lambda} C_i^\mu g^{ih},$$

$$B_i^a = g_{ji} B_\beta^j g^{\beta a}.$$

Subspace  $TM$  of  $TN$  is locally expressed by  $x^H = x^H(u, u^*)$  i. e.



$$\begin{cases} \mathbf{x}^h = \mathbf{x}^h(u) \\ \mathbf{x}^{*h} = B_a^h \mathbf{u}^{*a} \end{cases}$$

and components

$$D_A^H = \frac{\partial x^H}{\partial u^A}$$

of projection tensor on the subspace  $TM$  are represented as

$$\begin{aligned} D_a^h &= B_a^h, & D_{*a}^h &= 0, \\ D_a^{*h} &= \frac{\partial B_\beta^h}{\partial u^a} \mathbf{u}^{*\beta}, & D_{*a}^{*h} &= B_a^h. \end{aligned}$$

Its restriction on  $UM$  constructs projection tensor on subspace  $UM$  of  $UN$ .

From E.Cartan's symmetric connection coefficients of  $N$ , we shall induce another connection coefficients of  $M$ . We define these by

$$\bar{\Gamma}_{\tau\beta}^{*a} = B_a^a \left( \frac{\partial B_\beta^h}{\partial u^\tau} + \Gamma_{ji}^{*h} B_j^i B_\beta^i \right).$$

Using  $\Gamma_{ji}^{*h}$  and  $\bar{\Gamma}_{\tau\beta}^{*a}$ , mixed type covariant differentiation of  $B_a^h$  is given by

$$H_{\beta a}^h = \frac{\partial B_a^h}{\partial u^\beta} + \Gamma_{ji}^{*h} B_\beta^j B_a^i - \bar{\Gamma}_{\beta a}^{*\tau} B_\tau^h.$$

These are components of Euler – Schouten's tensor. Because of  $B_i^a B_a^h + C_i^\lambda C_\lambda^h = \delta_i^h$ , we obtain another expression :

$$H_{\beta a}^h = C_\lambda^h C_k^\lambda \left( \frac{\partial B_a^k}{\partial u^\beta} + \Gamma_{ji}^{*k} B_\beta^j B_a^i \right).$$

To describe the difference between two connections, we put

$$H^h = H_{\beta a}^h \mathbf{u}^{*\beta} \mathbf{u}^{*a}, \quad P_{\tau\beta a} = C_{kji} (B_\tau^k B_a^j H_{\delta\beta}^i \mathbf{u}^{*\delta} - B_\beta^k H^j B_\delta^i g^{jk} C_{\epsilon\tau a}).$$

Then, after somewhat long calculations, we shall find

$$\Gamma_{\gamma\beta}^{*\alpha} - \bar{\Gamma}_{\gamma\beta}^{*\alpha} = g^{\beta\alpha} (P_{\gamma\beta\delta} + P_{\beta\gamma\delta} - P_{\gamma\delta\beta}).$$

When we put

$$P_{\beta\alpha} = P_{\beta\gamma\alpha} u^{*\gamma}, \quad \bar{\Gamma}_{\beta}^{\alpha} = \bar{\Gamma}_{\gamma\beta}^{*\alpha} u^{*\gamma},$$

we have

$$P_{\beta\alpha} = C_{kji} H^k B_{\beta}^j B_{\alpha}^i, \quad \Gamma_{\beta}^{\alpha} - \bar{\Gamma}_{\beta}^{\alpha} = g^{\gamma\alpha} P_{\gamma\beta}.$$

We consider a curve on  $N$  which is given by  $x^h = x^h(s)$  where we suppose parameter  $s$  to satisfy  $F(x(s), x'(s)) = 1$ , that is, parameter  $s$  is an arc length. If the curve satisfies a system of equations

$$x^{hh} + \Gamma_{ji}^{*h}(x, x') x^{j'} x^{i'} = 0,$$

it is called geodesic on  $N$ . Let us consider a geodesic on subspace  $M$  which is given by  $u^{\alpha} = u^{\alpha}(s)$  with arc length parameter  $s$ . According to the identity  $\Gamma_{\gamma\beta}^{*\alpha} u^{*\gamma} u^{*\beta} = \bar{\Gamma}_{\gamma\beta}^{*\alpha} u^{*\gamma} u^{*\beta}$ , it satisfies a system of equations

$$u^{\alpha\alpha} + \bar{\Gamma}_{\gamma\beta}^{*\alpha}(u, u') u^{\gamma'} u^{\beta'} = 0.$$

For our geodesic  $x^h = x^h(u(s))$  on subspace  $M$ , we have

$$\begin{aligned} & x^{hh} + \Gamma_{ji}^{*h}(x, x') x^{j'} x^{i'} \\ &= B_{\alpha}^h u^{\alpha\alpha} + \left( \frac{\partial B_{\alpha}^h}{\partial u^{\beta}} + \Gamma_{ji}^{*h}(x, x') B_{\beta}^j B_{\alpha}^i \right) u^{\beta'} u^{\alpha'} \\ &= B_{\alpha}^h (u^{\alpha\alpha} + \bar{\Gamma}_{\gamma\beta}^{*\alpha}(u, u') u^{\gamma'} u^{\beta'}) + H_{\beta\alpha}^h(u, u') u^{\beta'} u^{\alpha'} \\ &= H^h(u, u'). \end{aligned}$$

It is geodesic on  $N$  if and only if system of equations  $H^h(u, u') = 0$  is established for

each  $s$ . If all geodesics on  $M$  are also geodesics on  $N$ ,  $M$  is said to be totally geodesic. Our considerations show that the necessary and sufficient condition for  $M$  to be totally geodesic is  $H^h(u, u^*)=0$  for  $F(u, u^*)=1$ . But, according to homogeneity of  $H^h$  in  $u^*$ , presupposed condition  $F(u, u^*)=1$  can be removed. Now, we know that  $M$  is totally geodesic if and only if  $H^h=0$  for each point on  $UM$ .

We shall attempt to describe this property in another way. From  $H^h=0$ , we get  $C_h^\lambda H^h=0$ , that is,

$$C_h^\lambda \left( \frac{\partial B_a^h}{\partial u^\beta} + \Gamma_{ji}^{*h} B_\beta^j B_a^i \right) u^{*\beta} u^{*a} = 0 .$$

Because of  $B_a^h = B_a^h(u)$  and  $C_h^\lambda = C_h^\lambda(u)$ , partial differentiation with respect to  $u^*$  turns to

$$C_h^\lambda \left( \frac{\partial B_a^h}{\partial u^\beta} + \Gamma_{ji}^{*h} B_\beta^j B_a^i \right) u^{*\beta} = 0 .$$

By contraction with  $C_i^k$ , we obtain  $H_{\beta a}^h u^{*\beta} = 0$ . Once more, partially differentiating with respect to  $u^*$  and contracting with  $C_i^k$ , we get

$$H_{\beta a}^h = -C_i^k C_h^\lambda \frac{\partial \Gamma_{ji}^{*k}}{\partial x^{*i}} x^{*j} B_\beta^j B_a^i$$

and then, evidently, system of above equations gives  $H^h=0$ .

THEOREM. Following (1), (2) and (3) are equivalent each other.

- (1)  $M$  is a totally geodesic subspace of  $N$ .
- (2)  $H_{\beta a}^h u^{*\beta} = 0$ .

$$(3) H_{\beta a}^h = -C_i^k C_h^\lambda \frac{\partial \Gamma_{ji}^{*k}}{\partial x^{*i}} x^{*j} B_\beta^j B_a^i .$$

If  $H_{\beta a}^h u^{*\beta} = 0$ , then  $P_{\gamma \beta a} = 0$  and we obtain the following property.

THEOREM. If  $M$  is a totally geodesic subspace of  $N$ , intrinsic connection on  $M$

coincides with induced one, that is,  $\Gamma_{\gamma \beta}^{*a} = \bar{\Gamma}_{\gamma \beta}^{*a}$ .

We shall constitute a Riemannian metric tensor on  $UN$  which was introduced by

S.Sasaki. For two tangent vectors  $X=X^h\partial/\partial x^h$  and  $Y=Y^h\partial/\partial x^h$  on  $UN$ , we consider the following four tangent vectors on  $N$ :

$$\begin{aligned} X^h\partial/\partial x^h, & (X^{*h}+\Gamma_i^h X^i)\partial/\partial x^h, \\ Y^h\partial/\partial x^h, & (Y^{*h}+\Gamma_i^h Y^i)\partial/\partial x^h. \end{aligned}$$

Now, we can define an inner product of  $X$  and  $Y$  by

$$G(X,Y)=g_{ji}X^jY^i+g_{ji}(X^{*j}+\Gamma_l^j X^l)(Y^{*i}+\Gamma_k^i Y^k).$$

It gives a Riemannian metric tensor  $G$  on  $UN$  and its components  $G_{ji}=G(\partial/\partial x^j, \partial/\partial x^i)$  are given by

$$G_{ji}=g_{ji}+g_{lk}\Gamma_j^l\Gamma_i^k, \quad G_{*ji}=G_{i*j}=g_{jk}\Gamma_i^k, \quad G_{**ji}=g_{ji}.$$

Using  $\bar{\Gamma}_\beta^\alpha$ , we similarly define a Riemannian metric tensor  $\bar{G}$  on  $UM$ . Then, components  $\bar{G}_{\beta\alpha}=\bar{G}(\partial/\partial u^\beta, \partial/\partial u^\alpha)$  of this tensor are given by

$$\bar{G}_{\beta\alpha}=g_{\beta\alpha}+g_{\delta\gamma}\bar{\Gamma}_\beta^\delta\bar{\Gamma}_\alpha^\gamma, \quad \bar{G}_{*\beta\alpha}=\bar{G}_{\alpha*\beta}=g_{\gamma\beta}\bar{\Gamma}_\alpha^\gamma, \quad \bar{G}_{**\beta\alpha}=g_{\beta\alpha}.$$

On the other hand, induced metric tensor  $G$  on subspace  $UM$  of  $UN$  may also be existing. Its components are defined by

$$G_{BA}=G(\partial/\partial u^B, \partial/\partial u^A)=G_{ji}D_B^jD_A^i.$$

We shall search out the relation between  $G$  and  $\bar{G}$ .

$$\begin{aligned} G_{\beta\alpha} &= G_{ji}B_\beta^jB_\alpha^i + G_{*ji}\frac{\partial B_\beta^j}{\partial u^\alpha}u^{*j}B_\alpha^i + G_{j*i}B_\beta^j\frac{\partial B_\gamma^i}{\partial u^\alpha}u^{*\gamma} + \\ &\quad + G_{**i} \frac{\partial B_\beta^j}{\partial u^\alpha}u^{*j} \frac{\partial B_\gamma^i}{\partial u^\alpha}u^{*\gamma} \\ &= g_{\beta\alpha} + g_{ji} \left( \frac{\partial B_\beta^j}{\partial u^\alpha}u^{*j} + \Gamma_l^j B_\beta^l \right) \left( \frac{\partial B_\gamma^i}{\partial u^\alpha}u^{*\gamma} + \Gamma_k^i B_\alpha^k \right) \\ &= g_{\beta\alpha} + g_{ji} (H_{\delta\beta}^j u^{*\delta} + \bar{\Gamma}_\beta^\delta B_\delta^j) (H_{\gamma\alpha}^i u^{*\gamma} + \bar{\Gamma}_\alpha^\gamma B_\gamma^i) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \bar{G}_{\beta\alpha} + g_{ji}(H_{\delta\beta}^j u^{*\delta})(H_{\gamma\alpha}^i u^{*\gamma}), \\
 G_{*\beta\alpha} &= G_{*ji} B_{\beta}^j B_{\alpha}^i + G_{*ji} B_{\beta}^j \frac{\partial B_{\gamma}^i}{\partial u^{\alpha}} u^{*\gamma} \\
 &= g_{ji} B_{\beta}^j (H_{\gamma\alpha}^i u^{*\gamma} + \bar{\Gamma}_{\alpha}^{\gamma} B_{\gamma}^i) = g_{\gamma\beta} \bar{\Gamma}_{\alpha}^{\gamma} = \bar{G}_{*\beta\alpha}, \\
 G_{*\beta*\alpha} &= G_{*ji} B_{\beta}^j B_{\alpha}^i = g_{\beta\alpha} = \bar{G}_{*\beta*\alpha}.
 \end{aligned}$$

Remarking the fact that system of equations  $g_{ji}(H_{\delta\beta}^j u^{*\delta})(H_{\gamma\alpha}^i u^{*\gamma})=0$  is equivalent to system of equations  $H_{\beta\alpha}^h u^{*h}=0$ , we know that the subspace  $M$  of  $N$  is totally geodesic if and only if  $G=\bar{G}$  on  $UM$ .

Instead of  $\bar{\Gamma}_{\beta}^{\alpha}$ , we will make use of  $\Gamma_{\beta}^{\alpha}$ . Then, another Riemannian metric tensor  $\tilde{G}$  on  $UM$  can be defined and its components  $\tilde{G}_{\beta\alpha}=\tilde{G}(\partial/\partial u^{\beta}, \partial/\partial u^{\alpha})$  are given by

$$\tilde{G}_{\beta\alpha} = g_{\beta\alpha} + g_{\delta\gamma} \Gamma_{\beta}^{\delta} \Gamma_{\alpha}^{\gamma}, \quad \tilde{G}_{*\beta\alpha} = \tilde{G}_{\alpha*\beta} = g_{\gamma\beta} \Gamma_{\alpha}^{\gamma}, \quad \tilde{G}_{*\beta*\alpha} = g_{\beta\alpha}.$$

Mentioning  $\tilde{G}_{*\beta\alpha} - \bar{G}_{*\beta\alpha} = g_{\gamma\beta}(\Gamma_{\alpha}^{\gamma} - \bar{\Gamma}_{\alpha}^{\gamma})$ , we obtain the condition of  $\tilde{G} = \bar{G}$ .

**THEOREM.** Metric tensor  $\tilde{G}$  on  $UM$  coincides with  $\bar{G}$  if and only if  $\Gamma_{\beta}^{\alpha} = \bar{\Gamma}_{\beta}^{\alpha}$ , that is,  $P_{\beta\alpha} = 0$ .

By straight forward calculations, we obtain the relation between  $\tilde{G}$  and  $\bar{G}$ .

$$\tilde{G}_{\beta\alpha} = \bar{G}_{\beta\alpha} + \bar{\Gamma}_{\beta}^{\gamma} P_{\gamma\alpha} + \bar{\Gamma}_{\alpha}^{\gamma} P_{\gamma\beta} + g^{\delta\gamma} P_{\delta\beta} P_{\gamma\alpha},$$

$$\tilde{G}_{*\beta\alpha} = \tilde{G}_{\alpha*\beta} = \bar{G}_{*\beta\alpha} + P_{\beta\alpha}, \quad \tilde{G}_{*\beta*\alpha} = \bar{G}_{*\beta*\alpha}.$$

If  $\tilde{G} = \bar{G}$ , equation  $\tilde{G}_{*\beta\alpha} = \bar{G}_{*\beta\alpha} + P_{\beta\alpha} = G_{*\beta\alpha} + P_{\beta\alpha}$  gives  $P_{\beta\alpha} = 0$  and then we conclude  $G = \tilde{G} = \bar{G}$ . Now, our investigations may be summarized as follows.

**THEOREM.** Following (1), (2) and (3) are equivalent each other.

- (1)  $M$  is a totally geodesic subspace of  $N$ .

(2) Metric tensor  $\bar{G}$  on  $UM$  coincides with  $G$ .

(3) Metric tensor  $\tilde{G}$  on  $UM$  coincides with  $G$ .

### REFERENCES

- [1] H.Rund : The Differential Geometry of Finsler Spaces,  
Die Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften Band 101,  
Springer – Verlag.
- [2] S.Sasaki : On the differential geometry of tangent bundles of Riemannian  
manifolds I ,  
Tōhoku Mathematical Journal VOL.10, 338–354.
- [3] M.Tani : Prolongations of hypersurfaces to tangent bundles,  
Kōdai Mathematical Seminar Reports VOL.21, 85–96.
- [4] K.Yano and E.T.Davies : On the tangent bundles of Finsler and Riemannian  
manifolds,  
Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo TOMO XIII , 1 –18.

# 数学教育における正負の数の指導について

山 口 格

## Positive and negative numbers in the education of mathematics

by Kaku Yamaguchi

### Abstract

The set of vectors on a line is a vector space of dimension 1. This vector space is a model of positive and negative numbers.

We study a method of education of mathematics on the positive and negative numbers.

### 1. はじめに

中学校における正負の数の指導には様々な方法が用いられている。現行の教科書ではどれも、温度で正負の数の導入をしている。民間教育団体の実践では多様な量の実例を用いることが多い。例えば財産を正の数、借金を負の数と考えることがある。この場合、財産2万円に借金3万円の時、合せて借金1万円を

$$(+2) + (-3) = (-1)$$

と表わしてわかりやすいのである。しかしこのやり方では

$$(-2) \times (-3) = (+6)$$

の説明に困難がある。乗法の意味づけ、特に負の数をかけることの意味が説明しにくい。他の量、例えば海拔、海面下の深度、最初の位置とそこからの変化の量等、正負の数を表わすもの、量は多様である。これらの量はたしかに正負の数の母胎ではあるが、これらの量を個別に考えると、単独では正負の数のモデルとしては不十分なものが多い。温度を例にとると加法ができない。それに $-273.15^{\circ}\text{C}$ 以下がない。そこでこれまでの実践プランの中には、正負の数の導入や演算の学習の節目節目に、その学習すべき内容にふさわしい量の例を個々に用いて、さまざまな量から抽象したものとして正負の数の概念をまとめようとしたものがある。<sup>1), 2)</sup> もし出来ることなら1つの量のモデルで導入から演算までを通して教えることが教師の希望であらう。

数学の側から見ると正負の数の導入には少くとも2つの立場がある。1つは整数または有理数のレベルでの対称化（半群を群にすること）である。もう1つはベクトル空間の導入として考えてみる立場である。これまでの実践はほとんど前者の立場に意識するかどうかは別として立っているようである。

本稿は学問としての数学を教えるという立場<sup>3)</sup>から見て、後者の立場に立って、単一の量モデルで押し通す新しい実践の例を提出するものである。

## 2. 対称化について

一般に集合Aにおける算法を次のように定義する。AとAの直積 $A \times A$ を考え、 $A \times A$ からAへの写像 $\alpha$ をAにおける1つの算法という。 $A \times A$ の元 $(x, y)$ の $\alpha$ による像を、 $x \alpha y$ と書く。また $A \times A \times A$ の任意の元 $(x, y, z)$ に対して

$$(x \alpha y) \alpha z = x \alpha (y \alpha z) \quad (1)$$

となるならば、 $\alpha$ は結合的という。(1)のことを結合法則という。算法 $\alpha$ の与えられた集合Aを $(A; \alpha)$ と書く。Aにいくつかの算法 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ の与えられた場合も考えられる。このようにいくつかの算法の与えられた集合のことを代数系という。代数系 $(A; \alpha)$ が結合的なとき、結合系または半群という。 $(A; \alpha)$ が $A \times A$ の任意の元 $(x, y)$ に対し

$$x \alpha y = y \alpha x \quad (2)$$

をみたしているとき、 $\alpha$ は可換な算法であるといい、(2)を $\alpha$ についての可換法則とよんである。自然数全体の集合をNで表す。

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

Nに0を付加した集合を $\bar{N}$ で表すとき、 $(N; +)$ ,  $(N; \times)$ ,  $(\bar{N}; +)$ ,  $(\bar{N}; \times)$ はいずれも半群である。そしてこれらはいずれも(2)をみたしているので可換結合系または可換半群とよぶ。小学校で学ぶ自然数の演算のなかに減法というものがある。例えば $2 - 3$ は自然数でないから、減法は $N \times N$ からNへの写像になっていない。減法ははたがってNにおける算法になっていないのである。一般に代数系 $(A; \alpha)$ でAの元eが算法 $\alpha$ の単位元であるとは、Aのすべての元xに対し、 $e \alpha x = x \alpha e = x$ となることである。単位元は存在すればそれは一意的に定まる。単位元をもつ半群を単位的半群という。 $(N; +)$ は単位的ではないが、 $(\bar{N}; +)$ は単位的な可換半群である。

単位的半群 $(A; \alpha)$ において、Aの元xに対して、 $x' \alpha x = x \alpha x' = e$ （単位元）となる元 $x'$ が存在すれば、 $x'$ はxの逆元または対称元という。xの逆元が存在すれば、xは可逆であるという。単位元eはいつも可逆であって、その逆元もeである。 $(\bar{N}; +)$ では、単位元0のみが可逆元である。

単位的半群で、そのすべての元が可逆であるようなものを群という。 $(\bar{N}; +)$ は単位的可換半



群であるが、0以外の元は可逆でないから群ではない。 $\bar{N}$ の元1, 2, 3…等の逆元となるべき、 $-1, -2, -3$ …等を付加して可換群にすれば、整数全体の集合 $Z$ を得る。逆元を対称元ともよぶことからこの $\bar{N}$ から $Z$ を作ることを対称化といっている。数学教育（中学校での）における負の数の導入はこの対称化に相当することとも考えられる。しかし実際は単位的可換半群 $(\bar{N}; +)$ の対称化だけで話がすむわけではない。自然数の演算は加法だけでなく、乗法も扱われている。そうすると半群ではなく、半環を考える必要がある。もう一つ順序構造も考えに入れねばならない。そうすると順序半環を順序環に対称化することを考えねばならない。しかし現実には小学校や中学校で行なわれている数学教育ではこのような代数系の枠組みにとらわれず、たとえば $\frac{1}{2} \times (-3)$ などが中学校で扱われることからわかるように、整数の環をはみだして教授がなされている。したがってこれまでの数学教育の理論的枠組みは実数体を教えれば良いと、意識することもあまりなかったが、考えられているようである。そのことは、例えば自然数の乗法を教える小学校2年では、(1あたり量)  $\times$  (いくつ分) という形でかけ算の導入が行なわれることが多いことからいえる。1あたり量というのは内包量<sup>5)</sup>で分離量よりもむしろ連続量すなわち分数、小数の世界にふさわしいのである。それが自然数の乗法で登場するというのは、自然数の演算を実数の演算のレベルで考えているからなのである。だから「わかるさんすう2」の解説では次のように述べられている。<sup>5)</sup>

「数年前まで、教科書では、かけ算を $2 + 2 + 2 = 2 \times 3$ のように同じ数を何回か加えるたし算(累加)の簡単なやり方として導入していました。ところが、この考え方だと $\times 1, \times 0, \times$ 小数、 $\times$ 分数の説明がつかなくなって、すぐにゆきづまってしまい、意味の切り換えを必要としました。

そこで、倍という概念をもち出し、「2個の3つ分を、2個の3倍といい、 $2 \times 3$ と書きます。2  $\times$  3の答えは、 $2 + 2 + 2$ で求められます」のように、「倍」を前面に押し出し、累加は答を求める手段に後退させました。しかし、倍による導入法も、1倍( $\times 1$ ) 0倍( $\times 0$ )ということを理解させるのがむずかしいとか、倍は操作、つまり関数ですから、それを2年生にいきなり教えることは困難であるなどの欠点があります。

そこで、これらを乗り越える形として、「1あたり量 $\times$ いくつ分(土台量) = 全体の量」という考え方でかけ算を扱いました。」

自然数、整数、有理数を実数の要素として統一的に見て行こうとするこのような見解は、傾聴すべき内容をもっているが、もともと自然数、整数には整列性など実数とは異なる性質もある。それについてはここでは深入りしないで、連続量と実数体の対応以外にも量と代数系の統一的な対応が考えられることを小論で示してみよう。<sup>6)</sup>

### 3. ベクトル空間

ここでベクトル空間という概念を定義しておこう。実数全体のつくる集合を $R$ と書くことにして、考えるべき要素の全体の集合を $V$ と書くことにしよう。集合 $V$ の元を $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$ のように太字で表わす。集合 $V$ の元の間次のように2つの演算

ベクトルの和  $\mathbf{u} + \mathbf{v}$  ( $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in V$ )

ベクトルのスカラー倍  $a\mathbf{u}$  ( $\mathbf{u} \in V, a \in R$ )

が定義され、 $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ ,  $a\mathbf{u}$ がまた $V$ 元であって、次の(1)~(8)の性質をみたしているとしよう。 $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{w} \in V$ に対して

- (1)  $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$
- (2)  $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$
- (3)  $(\mathbf{u} + \mathbf{o}) = \mathbf{o} + \mathbf{u}$ となる元 $\mathbf{o}$ が $V$ の中に存在する。
- (4)  $a(b\mathbf{u}) = (ab)\mathbf{u}$  ( $a, b \in R$ )
- (5)  $(a + b)\mathbf{u} = a\mathbf{u} + b\mathbf{u}$
- (6)  $a(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = a\mathbf{u} + a\mathbf{v}$
- (7)  $1\mathbf{u} = \mathbf{u}$
- (8)  $\mathbf{o}\mathbf{u} = \mathbf{o}$

このとき $V$ を $R$ 上のベクトル空間であるといい、 $V$ の元をベクトルという。

正負の数の授業にはいろいろな量が用いられていることは、すでに述べたとうりである。これらの量の中で一番すぐれていると考えられるのが「直線上にあるベクトル」である。直線上のベクトルの全体は上に述べたベクトル空間を作っている。直線(平面上の) $l$ の上で単位の長さを定めると、 $l$ 上の線分の長さは数で表わされる。いま $l$ 上の線分に向きを考え、位置を無視して $l$ 上のベクトルを考えよう。



すなわち $l$ 上のベクトルとは「向きをもつ長さ」のことで、 $l$ 上のどの位置にあっても、向きと長さが等しければベクトルは等しいと考えよう。これは $l$ 上の平行移動と同一視することができる。

直線 $l$ 上で単位の長さと共に基準となる向きを指定して、これを正、反対の向きを負とよべば、正または0ベクトルが小学校での数概念と重ねられる。負のベクトルに対応して負の数が導入される。このようにして得られた数 $a, b$ の和 $a + b$ は平行移動の合成に相当する。加法の法則

- (1)  $(a + b) + c = a + (b + c)$  (結合法則)

$$(2) a + 0 = 0 + a = a$$

$$(3) a + b = b + a \text{ (交換法則)}$$

$$(4) a + c = b + c \Rightarrow a = b \text{ (簡約法則)}$$

が正負の数について直ちに確認される。

積についてはベクトルのスカラー倍を考える。 $\ell$ 上のベクトル $x$ に対して $a$ を実数とすれば  
 $x \rightarrow ax$

として、 $a$ は $\ell$ 上のベクトル空間に作用する。これがスカラー倍である。 $x$ という $\ell$ 上のベクトルが正の数とする。 $a$ が正の数であれば、 $ax$ は正の数で大きさは $|x|$ の $|a|$ 倍である。 $a$ が負の数であれば、 $ax$ は負の数で大きさは $|x|$ の $|a|$ 倍である。負の数を作用させることは $x$ の逆向きのベクトルを考えることとするのである。

ここで作用という概念を用いたが、ベクトルのかけ算は作用という概念になるのである。一つの対象 $a$ と集合 $S$ が与えられたときに $a$ に $S$ の変換を対応させることを

$a$ を $S$ に作用させる

という。直線上のベクトルの集合 $S$ に $a$ という数を作用させることは、 $S$ の各元(すなわち直線上のベクトル)に、そのベクトルを他のベクトルに写す変換を対応させることで、これが通常ベクトルのスカラー倍といている変換である。

ここでマイナスの数をかけると符号が変わることは、 $x$ を逆向きのベクトルに写す変換を対応させることになる。

この作用という概念は、多次元の場合には、行列の積が1次変換と考えられることとも符号して、積の本質的な概念であると言える。

#### 4. 減法について

いわゆる減法は小学校では重要な題材であるが、代数の入口である正負の数では加法のみで済んでしまう。即ち $x + a = b$ のとき、この式の両辺に $a$ の逆元 $-a$ を加える。

$$x + a + (-a) = b + (-a)$$

これは  $x + 0 = b + (-a)$

したがって  $x = b + (-a)$

この右辺を $b - a$ と略記するのである。この考えは現場の教師にはなかなか受け入れられないようであるが、代数としては当然のことであろう。そこで $(+5) + (-3)$ を $5 - 3$ と書くと教えればよい。つまり加法記号の省略である。文字式、正負の数の授業で代数和として教えられている内容である。

除法についても逆元をかけると考える必要がある。

## 5. 積の交換則について

$R \times R \rightarrow R$ が積の定義であるから  $(a, x) \rightarrow ax$ で  $a$ と  $x$ の役割を交代させるとよい。つまり  $a$ を  $x$ に作用させていたのを、 $a$ に  $x$ を作用させると考えることもできる。それが

$$ax = xa$$

である。つまり  $R$ と  $R^*$ の同一視がここにある。")

## 6. 正負の数の授業

前節までに述べた方針で行なわれた授業の報告を以下に記す。室蘭市立北辰中学校で近藤忠義教諭が1991年7月と1994年6月に授業を行った。以下は近藤によるレポートである。

正の数・負の数 …… 数の世界の広がり ……

近 藤 忠 義 (室蘭市立北辰中学校)

### 0. はじめに

3年前、山口格氏(室蘭工業大学)より提案があり、正・負の数の計算をベクトルを使って教えてみた。(このときは乗法からベクトルを使った。)3年ぶりの1年生の数学の担当になったので、再度、ベクトルで指導してみようと思い実践してみた。(加減法についてはトランプによる指導も捨て難かったのですが)。負の数の指導にあたっては、数の世界の広がりを重視して指導してみたつもりです。

### 1. 「0ある」という表現

(1) 皿の上りんごが何個ありますか



3個ある



2個ある



1個ある



なにもない。……しばらくして、「0個ある」

- (2) 「0」という数を使うことにより、「ある」、「ない」の2つの表現から「ある」という表現だけでよくなった。

## 2. 「プラス」、「マイナス」

- (1) 「マイナス」という言葉を見たり、聞いたりしたことがあると思うけれど、どんなところで使っていた？

温度 ゴルフ マージャン 借金

電気 磁石 ドライバ（これは今は関係ない）

- (2) どのように使っているの？

① 温度のときは？

- ・ 0度より低いとき、マイナス何度という
- ・ 0度というのは
- ・ 水が凍るときの温度
- ・ そのときの温度を0度にして、それより低いときは「マイナス」、それより高いときは「プラス」を使うのだね。

② ゴルフのときは？

- ・ パーより少ない回数でカップインしたとき、マイナスを使う。
- ・ パーというのは…
- ・ やはりあるものを基準にして多ければ「プラス」、少なければ「マイナス」で表すのですね。

以下、「マージャン」、「借金」についてまとめる。（「人生にマイナスになるようなことをするな」というときにも使われる。このときの意味は？）

③ これらに共通する考え方は？

- ・ 基準となるものがある
- ・ 基準となるものを中心にして、大きい方を「プラス」、小さい方を「マイナス」で表している。

## 3. 「負の数」の誕生

- (1) あるものを基準にして、大きいか（多いか）、小さいか（少ないか）

① 自然界の基準（人為的ともいえるが）

温度, 海拔

② 人為的な基準

ゴルフのスコア, マージャンの得点

(2) 反対の意味を表す (基準の0がない)

・利益と損失・勝ちと負け・上がると下がる・増えると減る

※特定の大きさを基準にしないという意味で「基準の0がない」

(3) 反対の方向を表す

・上へ(下へ)・右へ(左へ)・東へ(西へ)・進む(戻る)

(4) 表現を一つの言葉で統一できる

「プラス」と「マイナス」を用いることにより, 反対の意味の言葉を一方の言葉で表現できる。そのことにより, 表などに記載するのが便利になる。さらに, 後で理解されることではあるが, 立式が楽になる。

4. 正負の数とベクトル

(1) 3の(1)~(3)に共通する要素

・反対の意味(方向)

・大きさ

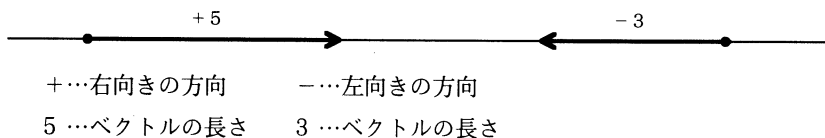
※この2つの要素を表すものとして, 直線上のベクトルがあり, 正負の数を表すシェーマとして適当である。

(2) 正負の数とベクトル

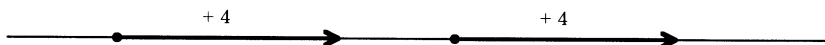
① ベクトル…大きさと方向をもった矢印



② 正負の数をベクトルで表す。

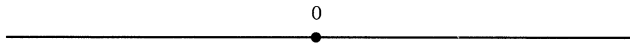


※起点がちがっても同じ向きと同じ長さのベクトルは同じ数を表す。



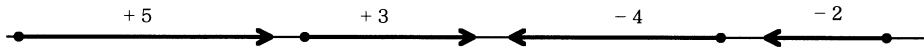
※ベクトルの長さを絶対値という。+5の絶対値は5, -3の絶対値は3

※「0」を表すベクトル…直線上の点

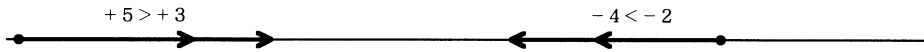


(3) 正負の数の大小と数直線

① 同符号の数の大小



起点をそろえる。

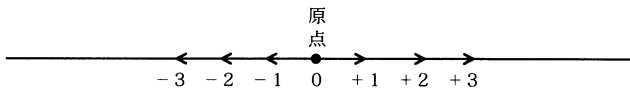


② 異符号の数の大小

正の数 (+) > 負の数 (-)

③ 数直線

- ・ 起点を原点にそろえる。
- ・ 終点はその数の位置



5. 加 法

(1) 正負の数を用いて立式する。

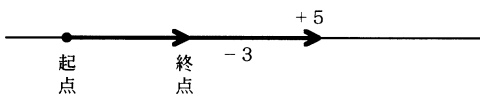
「ゲームをして、1回目は5円もうけて2回目は3円そんした。何円もうけたか。」

$$(+5) + (-3)$$

「ゲームをして、1回目は( )円もうけて2回目は( )円もうけた。何円もうけたか。」

(2) ベクトルで表す

$$(+5) + (-3) = + (5 - 3) = +2$$



$$\begin{aligned} & ※(+5) + (+3) = + (5 + 3) = + 8 \\ & (-5) + (-3) = - (5 + 3) = - 8 \\ & (+5) + (-3) = + (5 - 3) = + 2 \\ & (-5) + (+3) = - (5 - 3) = - 2 \end{aligned}$$

(3) 加法の計算方法を発見しよう

- ・ 同じ符号の加法は、同じ符号がついている。
- ・ ちがう符号の加法は、ひきざんをしている。
- ・ 同じ符号の加法は、たしざんをしている。
- ・ ちがう符号の加法は、プラスになったりマイナスになったりしている。
- ・ たしざんをしたのに、答えが大きくなったり小さくなったりしている。

……

〈まとめ〉同符号の加法は、同じ符号にして絶対値の和を書けばよい。異符号の加法は絶対値の大きいほうの符号にして絶対値の差を書けばよい。

※正負の数の世界では、加法なのに「ひきざん」をしたり、和が加えられる数より小さくなったりする。

(4) 加法の交換法則，結合法則

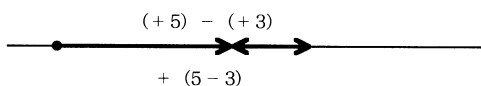
ベクトルで説明（省略）

6. 減 法<sup>8)</sup>

(1) 式で表そう

- ① りんごを5個もっていました。友達に3個あげたので残りは何個でしょう。
- ② 借金が5円ありました。借金を3円返しました。残りは何円でしょう。
- ③ お母さんは3円もっています。5円の買い物をしたので、何円残っているでしょう。
- ④ お母さんは5円の借金があります。子供が3円ほしいといったので、なんとかして3円あげました。お母さんは何円もっているでしょう。
- ⑤ 海拔5mの高さの山と、3mの深さの海との差は何mでしょう。

(2) 減法の計算方法





$(+5) - (+3)$  右へ5進んで、右の反対(左へ)3進む。すなわち  
 $-(+3)$  は向きを変えて足すことにします。

$$(+5) - (+3) = (+5) + (-3) = +2$$

〈まとめ〉減法の計算は、引く数の符号を変えてたす。

※⑤は生徒にとって理解しやすいが、②は難しい。

※減法の計算方法が生徒に納得されたか？

### 7. 加減混合算

$$\begin{aligned} & (+5) + (-4) - (+2) - (-7) \\ & = (+5) + (-4) + (-2) + (+7) \\ & = (+5) + (-4) + (-2) + (+7) \\ & = +5 - 4 - 2 + 7 \\ & = 5 - 4 - 2 + 7 \\ & = (5 + 7) - (4 + 2) \\ & = 12 - 6 \\ & = 6 \end{aligned}$$

減法は加法になおす

全部加法になったので+はなくてもよい

( ) も必要なくなる

一番前の+も必要ない

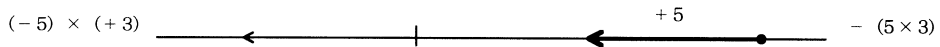
※正負の数の世界では、加法だけでよい

### 8. 乗法

(1)  $(+5) \times (+3)$  +5のベクトルを同じ方向に3倍する



$(-5) \times (+3)$  -5のベクトルを同じ方向に3倍する



$(+5) \times (-3)$  +5のベクトルを反対の方向に3倍する

$(-5) \times (-3)$  -5のベクトルを反対の方向に3倍する

※定義による計算の結果が、実際の例の答えと合うことを確かめながら進めた。

〈まとめ〉

$(+) \times (+) = (+)$  同符号の乗法の積は  $(+)$

$(-) \times (-) = (+)$

$(+) \times (-) = (-)$  異符号の乗法の積は  $(-)$

$(-) \times (+) = (-)$

※乗法の交換法則，結合法則もベクトルで説明

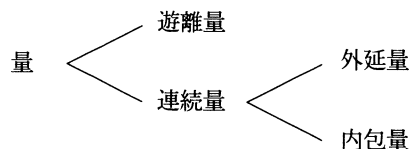
※除法も乗法と同じように説明

8. 感想

- (1) 正負の数の意味を考えると，ベクトルをシェーマにして計算方法を考えるのは分かりやすい。(生徒が自分で図を書いて考えられる。)
- (2) ベクトルは抽象的なシェーマなので，具体的な問題にもどったときに，生徒の混乱は少ない。
- (3)  $-(-3) = +3$  は， $(-1) \times (-3)$  と見ることができるようになると，理解されやすい。(乗法や文字式の約束のあとに)
- (4) 負の数を導入することにより，計算方法や計算結果に，今までにないことが発見でき，数学の世界が広がった。

注

- 1) 木村稔子：中学数学 I 正の数・負の数 ほるぷ 教育システム
- 2) 福田義人：心に広がる楽しい授業6 (正負の数) 新算数・数学教育実践講座刊行会 1989年
- 3) 山口格・須田勝彦：「数学教育の観点から見たアルキメデスの公理」北海道大学教育学部紀要 第49号 1987年
- 4) 遠山啓は量を次の様に分類した。内包量は加法性がなりたない連続量とした。



- 5) 遠山啓監修：「わかるさんすう2」むぎ書房指導ノート (79年改訂版) 1987年
- 6) 山口格：「自然数の除法と整列性について」北海道大学教育学部「教授学の探究」

第9号 1991年

- 7)  $R \rightarrow R$  線形写像の全体を  $R^*$  と書く
- 8) 近藤は2則でなく4則で実践した

# 水平力を受ける鉄筋コンクリートラーメン架構の剛域に関する研究

大築 和夫, 鈴木 邦康

## Study on the Rigid Zone of Reinforced Concrete Frames under Horizontal Loading

Kazuo OHTSUKI and Kuniyasu SUZUKI

### Abstract

The purpose of this paper is to clarify the rigid zone lengths for reinforced concrete members. The rigid zone lengths were calculated from the results of finite element analysis of column – beam connections. The equations to estimate a rigid zone lengths were derived to utilize those rigid zone lengths.

The estimated rigid zone lengths were applied to three spans, 1~9 stories reinforced concrete frames, and those frames were analyzed by stiffness method. The results of the analysis were very much in agreement with the results of finite element analysis of those frames.

### 1. はじめに

通常、柱・梁からなる鉄筋コンクリートラーメン架構の応力解析は、各部材を線材に置換して行うが、その場合、材端条件あるいは部材断面の形状によっては精度の良い解が得られないこともあり得る。そのような場合の応力解析の一つの手法として材端に剛域なる概念を取入れた解析方法が提案<sup>1)</sup>されている。この剛域の決め方に関しては日本建築学会鉄筋コンクリート構造計算規準<sup>2)</sup>（以下、RC規準という）にも示されており、それによれば剛域長さは柱、梁に関係なく、単にその部材のせいとそれに接続する部材のせいによって決めるとしている。剛域長さは部材の応力状態によって変ることは既に指摘<sup>3)</sup>されているが、その他にも接続部材の形状、即ち部材の幅あるいは接続部材が両側にあるのか片側のみにあるのかによっても変化すると考えられる。

剛域長さに関する研究としては、RC規準に示されている剛域算定式の基となったセルロイド模型による実験<sup>4)</sup>やエポキシ樹脂板による模型実験<sup>5)</sup>があるが、いずれも小型模型による平面的な形状のものであり、上述の接合部材の接合の仕方あるいは接合部材の寸度が変化した場合については十分に検討されていない。

近年、建築構造部材の諸性状に関する研究は塑性設計指向となっているが、建築基準法施行令の耐震規定では、低層建物（31 m以下）については許容応力度設計を行って、層間変位、剛性率、偏心率等によって安全性を確認すれば良いとしている。この場合、それらの値は弾性応力および弾性剛性に基づいて算出されており、弾性時の応力および変形を精度良く求めることによって、より信頼性のあるものとなる。

このような視点に立ち、本論では剛域を取入れて線材置換される構造物の解析精度を高めることを目的として、柱・梁からなるラーメンモデルを三次元有限要素法解析し、その結果に基づいて剛域長さを算定し、それらを統計的に処理して、簡易な剛域算定式を提示する。更に、層数を1～9層まで変化させた3スパン平面ラーメンを二次元有限要素法解析し、その結果と有限要素法解析結果に基づく剛域を取入れた線材置換による解析結果との比較を行い、提案剛域長さの適合性について検証する。

なお、本論は既に建築学会大会<sup>6) 7)</sup>および建築学会北海道支部研究報告集<sup>8) 9)</sup>に発表したものと並びに投稿中のもの<sup>10) 11)</sup>を取まとめ加筆したものである。

## 2. 有限要素法解析結果に基づく剛域長さについて

### 2. 1 剛域算定のための有限要素法解析モデルについて

解析モデルは図-1に示す4つのタイプの形状のもので、同図(a)はラーメン中間部の柱、(b)は同外側柱、(c)は中間階の梁、(d)は最上階または最下階の梁を想定したものである。以下では柱を想定し

たもの、梁を想定したもの、梁を想定したものに拘らず図示の垂直部分を柱、水平部分を梁と呼ぶことにする。解析モデルの種類を表-1に示

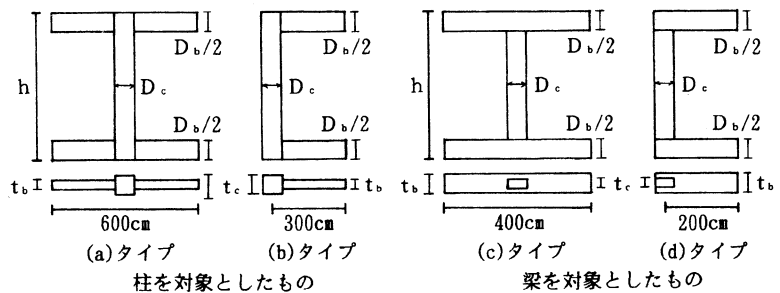


図-1 解析モデルの形状

す。表中のモデル名は部材断面を示しており、柱幅 ( $t_c$ ) × 柱せい ( $D_c$ ) - 梁幅 ( $t_b$ ) × 梁せい ( $D_b$ )となっている。表-1の断面のものについて、柱の両側に梁がある場合 (図-1 (a), (c) タイプ) と片側のみにそれがある場合 (図-1 (b), (d) タイプ) の2通りとし、それぞれのものについて、モデル名の後に・印を付してないものうち、柱を対象としたものについては材長  $h$  を2.4, 3.0, 3.6, 4.2m の4種に変化させ、同じく梁を対象としたものについては材長を3.1, 4.2, 6.0, 7.8m と5種に変化させた。なお、上記の他に後述の剛域算定に用いるために、それぞれの柱断面 ( $t_c \times D_c$ ) の柱のみのもの (純柱という) について、材長  $h$  を数種に変化させた場合についても解析した。

解析に用いた単位要素は自由度24の直方体要素である。要素分割の一例を図-2に示す。その他の諸元のモデルについても図示のものに準じた分割である。解析に際しては図-2に示す梁材軸を通るA-A平面およびB-B平面内の全節点のZ方向変位、回転拘束のためB-B平面内のD点のX方向変位およびB-B平面内の全節点のY方向変位を零とし、その他の節点は自由とした。外力としてはA-A平面内の全節点のY方向に単位の変位  $\delta = 1$  を与えた。これは梁材軸を固定とし、単位の層間変位 (部材間変位) を想定したものである。また、コンクリートのポアソン比は1/6、ヤング係数  $E$  は単位とした。

## 2. 2 解析結果に基づく剛域長の算定

図-3に示すように単位水平変位時の梁付き柱のせん断力  $Q$  と純柱のせん断力  $Q_0$  が等しくなるときの両者の階高 (材長)  $h$  と  $h_0$  との差から剛域長さ  $l_r$  を次のように算定する。

表-1 解析モデルの種別

モデル名 (柱を対象)	モデル名 (梁を対象)
$t_c \times D_c - t_b \times D_b$	$t_c \times D_c - t_b \times D_b$
・ 45 × 45 - 30 × 60	・ 45 × 60 - 45 × 45
・ " 40 × 60	・ " 60 × 45
・ " 45 × 60	・ " 80 × 45
・ " 30 × 80	・ " 45 × 60
・ " 40 × 80	・ " 60 × 60
・ " 45 × 80	・ " 80 × 60
・ " 30 × 110	・ " 45 × 80
・ " 40 × 110	・ " 60 × 80
・ " 45 × 110	・ " 80 × 80
・ 60 × 60 - 30 × 60	45 × 80 - 45 × 45
・ " 40 × 60	・ " 60 × 60
・ " 60 × 60	・ " 80 × 80
・ " 30 × 80	45 × 110 - 45 × 45
・ " 40 × 80	・ " 60 × 60
・ " 60 × 80	・ " 80 × 80
・ " 30 × 110	・ 40 × 60 - 45 × 45
・ " 40 × 110	・ " 60 × 60
・ " 60 × 110	・ " 80 × 80
・ 80 × 80 - 30 × 60	40 × 80 - 45 × 45
・ " 40 × 60	・ " 60 × 45
・ " 80 × 60	・ " 80 × 45
・ " 30 × 80	・ " 45 × 60
・ " 40 × 80	・ " 60 × 60
・ " 80 × 80	・ " 80 × 60
・ " 30 × 110	・ " 45 × 80
・ " 40 × 110	・ " 60 × 80
・ " 80 × 110	・ " 80 × 80
・ 60 × 45 - 30 × 33.8	40 × 110 - 45 × 45
・ " 40 × 33.8	・ " 60 × 60
・ " 60 × 33.8	・ " 80 × 80
・ " 30 × 45	・ 30 × 60 - 45 × 45
・ " 40 × 45	・ " 60 × 60
・ " 60 × 45	・ " 80 × 80
・ " 30 × 60	30 × 80 - 45 × 45
・ " 40 × 60	・ " 60 × 60
・ " 60 × 60	・ " 80 × 80
	30 × 110 - 45 × 45
	・ " 60 × 60
	・ " 80 × 80

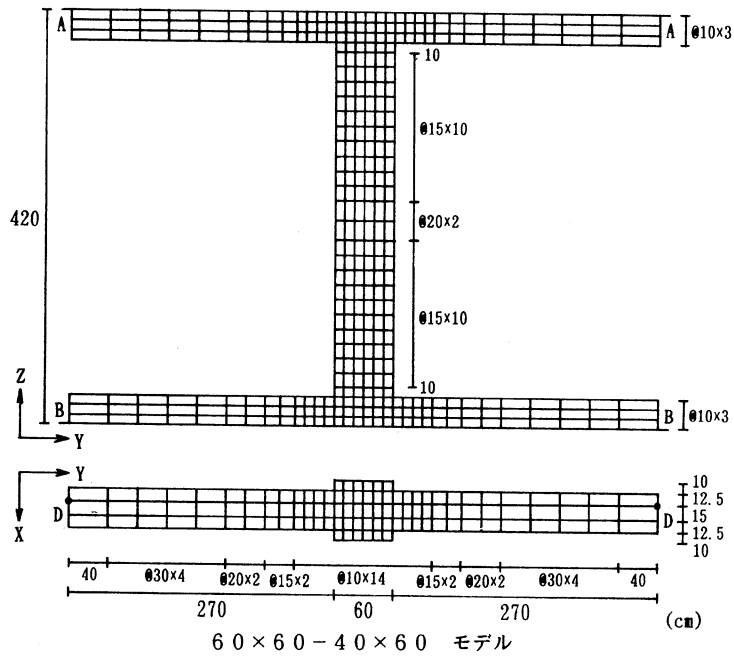


図-2 要素の分割の一例

$$\ell_s = \frac{(h-h_0)}{2} \dots\dots\dots (1)$$

なお、曲げおよびせん断変形を考慮した梁理論によれば、単位層間変位時の純柱の負担せん断力 $Q_0$ と材長 $\ell$ との関係は次式のようなになる。

$$\frac{1}{Q_0} = \left( \frac{\ell^3}{12I} + \frac{2.8\ell}{A} \right) \cdot \left[ \frac{1}{E} \right] \dots\dots\dots (2)$$

ただし $I$ : 断面二次モーメント

$A$ : 断面積

$\kappa$ : 1.2 形状係数

$G$ :  $E/2(1+\nu)$

$\nu$ : 1/6 ポアソン比

(2)式の値と純柱の有限要素法解析値の近似度合は要素分割によって変化し、(2)式によって得られる $Q_0$ を用いることは得られる剛域長さの精度を悪くするので、剛域算定に際しては純柱の有限要素法解析値に基づいて $Q_0$ と $l$ との関係を次式で近似させるとして各柱断面毎に係数 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ を最小二乗法により求め、その式により求まる $Q_0$ を使用した。このようにすることにより、純柱と梁付き柱の分割状態はほぼ同様なので算定結果（剛域長さ）に及ぼす要素分割の影響は微小になると考えられる。

$$\frac{1}{Q_0} = a + b l + c l^2 + d l^3 \quad \dots\dots\dots (3)$$

表-2に各柱断面についての係数 $a \sim d$ を示す。表-3に部材断面 $60 \times 60 \text{ cm}^2$ および $45 \times 80 \text{ cm}^2$ の場合について(3)式によって求めた値と有限要素法解析値を示す。同表に見られるように(3)式によって求め

られる値は有限要素法解析値に十分近似しており、他の部材断面の場合も同様である。これより任意の材長の純柱のせん断力 $Q_0$ を(3)式によって算定しても問題はないと考える。

表-4および5のFEMの欄に前述の手法により、有限要素法解析結果に基づいて求めた剛域長さ（FEM値）を、柱を対象としたモデルについては材長2.4m、4.2mの場合について、梁を対象としたものについては材長4.2m、8.7mの場合について示した。

### 2. 3 既住の算定式との比較

表-4および表-5に徳広式<sup>3)</sup>およびRC規準式<sup>2)</sup>による剛域長さを示す。表中( )内はそれらの値とFEM値との差である。

まず、徳広式の値とFEM値を比較すると、柱を対象としたモデルでは

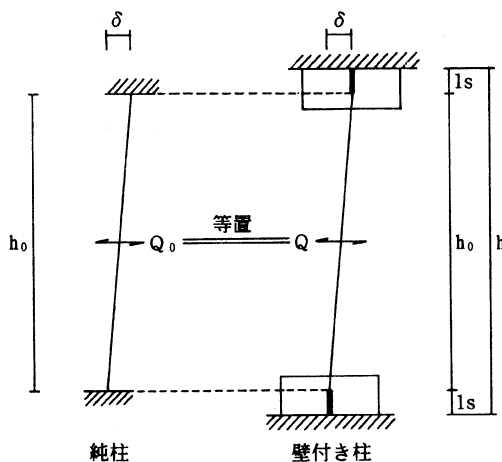


図-3 剛域算定の概念

表-2 純柱のせん断力算定に用いた係数

部材断面 t c × D c (cm × cm)	係 数			
	a	b	c	d
45×45	0.003517	0.115280	0.011310	0.232455
60×60	-0.000141	0.070904	0.001479	0.075045
80×80	-0.000759	0.041628	0.000048	0.024034
60×45	-0.019673	0.107331	0.000667	0.174978
45×60	0.233191	-0.122849	0.068614	0.093405
45×80	0.055953	0.020823	0.016405	0.041078
45×110	0.009631	0.044444	0.003095	0.016220
40×60	0.263889	-0.139261	0.077449	0.105076
40×80	0.062798	0.023552	0.018437	0.046217
40×110	0.010832	0.050002	0.003481	0.018248
30×60	0.346904	-0.182416	0.102630	0.140140
30×80	0.083637	0.031458	0.024551	0.061623
30×110	0.014432	0.066666	0.004627	0.024331



両側に梁がある場合および片側のみに梁がある場合とも、材長4.2mのものでは徳広式によって算定される剛域長さはFEM値より10cm以上長くなるものが多い。材長2.4mのものでは両者の差は10cm以下となっているが、モデルの断面形状によっては徳広式によって算定される剛域長さの方が短いものもある。梁を対象としたモデルでは直交部材の取付き

表-3 単位水平変位時の純柱のせん断力一例

( $\times \delta E$ )[1/cm]					
部材断面 45cm×45cm			部材断面 45cm×80cm		
材長(m)	FEM値	(3)式	材長(m)	FEM値	(3)式
0.80	10.42173	10.42190	2.30	1.44951	1.44834
1.25	4.21280	4.21279	3.10	0.66535	0.66581
1.70	2.02690	2.02689	4.20	0.28767	0.28767
2.15	1.10502	1.10502	5.10	0.16564	0.16562
2.60	0.66085	0.66085	6.00	0.10369	0.10369
3.05	0.42389	0.42389	6.90	0.06908	0.06908
3.50	0.28705	0.28705	7.80	0.04828	0.04829
3.95	0.20292	0.20292	8.70	0.03505	0.03505
4.40	0.14852	0.14852			

方、材長(4.2mおよび8.7m)に拘らず、いずれのものも徳広式によって算定される剛域長さの方がFEM値より長く、その差は殆んどのもので10cm以上となっている。また、両者の差は材長の長い方が大きくなっている。このように徳広式による値とFEM値との差は材長、断面形状によって大きく異なるものとなった。これは徳広式が腰壁・垂壁付き柱を対象として、限られた諸元のモデルの実験結果に基づいて導かれているためと考えられる。従って、この式を用いて、柱・梁からなる一般的なラーメン部材の剛域を精度良く推定することは難しいと言える。

因に、材長4.2mの部材で一端の剛域長さに10cmの差がある場合、全体で可撓長さは20cm異なることになり、両者の可撓長さの比は最小の場合(4.2mと4.0mの場合)でも1.05となる。この場合、集中荷重を受ける部材の曲げ変形は材長の三乗に比例するので水平変位量は約16%差が出ることになり、水平変位を問題にする場合には無視出来ない値となる。

次にRC規準式による値とFEM値を比較すると、両側に梁がある柱を対象としたものでは直交する梁断面が30×80cm<sup>2</sup>、30×110cm<sup>2</sup>、40×110cm<sup>2</sup>の一部のものを除けば両者の値は比較的近似していると言える。しかし、片側のみに梁がある柱を対象としたものではいずれもRC規準式による値はFEM値よりも大きく、RC規準式では剛域長さを過大に見積もることになる。

表-5の梁を対象としたモデルについて見ると、両側に直交部材(柱)のあるものではいずれもRC規準式による値はFEM値よりも小さく、両者の差は断面の縦横比(D<sub>c</sub>/t<sub>c</sub>)が大きいものほど増大する傾向が見られる。片側のみに直交部材(柱)があるものではRC規準式による値は比較的FEM値に近似しているが部材断面の形状によっては両者間に差のあるものも見られる。

以上のように既往の剛域算定式では部材断面の形状、直交部材の有無によって精度に変動が見られ、構造解析結果の精度を高めるためには不十分であると考えられる。

## 2. 4 剛域算定式の提案

FEM値を整理して剛域算定式を導く。剛域長さに影響する要因は応力状態をも含めれば無数

表-4 柱対象モデルの剛域長さ

モデル名 tc×Dc-tb×Db	材長 (cm)	直交部材(梁)が両側にあり(aタイプ)			直交部材(梁)が片側にあり(bタイプ)		
		FEM (cm)	徳広式(-FEM) (cm)	RC規準(-FEM) (cm)	FEM (cm)	徳広式(-FEM) (cm)	RC規準(-FEM) (cm)
45×45-30×60	240	16.0	23.0(7.0)	18.8(2.8)	10.3	18.8(8.5)	18.8(8.5)
	420	15.7	26.0(10.3)	18.8(3.1)	10.3	23.6(13.3)	18.8(8.5)
	240	17.9	24.9(7.0)	18.8(0.9)	11.9	21.0(9.1)	18.8(6.9)
	420	17.6	27.1(9.5)	18.8(1.2)	11.8	24.8(13.0)	18.8(7.0)
	240	18.6	25.6(7.0)	18.8(0.2)	12.4	21.7(9.3)	18.8(6.4)
	420	18.3	27.5(9.2)	18.8(0.5)	12.3	25.3(13.0)	18.8(6.5)
	240	24.7	30.6(5.9)	28.8(4.1)	17.1	25.1(8.0)	28.8(11.7)
	420	24.5	34.6(10.1)	28.8(4.3)	17.2	31.5(14.3)	28.8(11.6)
	240	27.0	33.2(6.2)	28.8(1.8)	19.2	28.0(8.8)	28.8(9.6)
	420	26.7	36.1(9.4)	28.8(2.1)	19.2	33.1(13.9)	28.8(9.6)
	240	27.8	34.1(6.3)	28.8(1.0)	19.9	28.9(9.0)	28.8(8.9)
	420	27.5	36.6(9.1)	28.8(1.3)	19.9	33.7(13.8)	28.8(8.9)
-30×80	240	38.5	42.1(3.6)	43.8(5.3)	28.9	34.5(5.6)	43.8(14.9)
	420	38.5	47.6(9.1)	43.8(5.3)	29.5	43.8(13.8)	43.8(14.3)
	240	41.1	45.7(4.6)	43.8(2.7)	31.5	38.5(7.0)	43.8(12.3)
	420	40.9	49.7(8.8)	43.8(2.9)	31.9	45.6(13.7)	43.8(11.9)
	240	42.0	46.9(4.9)	43.8(1.8)	32.4	39.8(7.4)	43.8(11.4)
	420	41.8	50.3(8.5)	43.8(2.0)	32.7	46.3(13.6)	43.8(11.1)
60×60-30×60	240	11.7	17.1(5.4)	15.0(3.3)	6.8	11.2(4.4)	15.0(8.2)
	420	11.3	22.7(11.4)	15.0(3.7)	6.7	19.3(12.6)	15.0(8.3)
	240	13.6	20.6(7.0)	15.0(1.4)	8.2	15.1(6.9)	15.0(6.8)
	420	13.2	24.6(11.4)	15.0(1.8)	8.0	21.5(13.5)	15.0(7.0)
	240	16.4	24.1(7.7)	15.0(-1.4)	10.2	18.9(8.7)	15.0(4.8)
	420	15.9	26.6(10.7)	15.0(-0.9)	10.0	23.7(13.7)	15.0(5.0)
	240	18.7	22.9(4.2)	25.0(6.3)	11.6	14.9(3.3)	25.0(13.4)
	420	18.4	30.2(11.8)	25.0(6.6)	11.6	25.7(14.1)	25.0(13.4)
	240	21.3	27.5(6.2)	25.0(3.7)	13.7	20.1(6.4)	25.0(11.3)
	420	20.8	32.8(12.0)	25.0(4.2)	13.6	28.6(15.0)	25.0(11.4)
	240	24.8	32.1(7.3)	25.0(0.2)	16.5	25.3(8.8)	25.0(8.5)
	420	24.2	35.5(11.3)	25.0(0.8)	16.3	31.6(15.3)	25.0(8.7)
-30×110	240	30.7	31.4(0.7)	40.0(9.3)	20.7	20.6(-0.1)	40.0(19.3)
	420	30.6	41.5(10.9)	40.0(9.4)	21.1	35.3(14.2)	40.0(18.9)
	240	34.0	37.8(3.8)	40.0(6.0)	23.6	27.6(4.0)	40.0(16.4)
	420	33.8	45.2(11.4)	40.0(6.2)	23.9	39.4(15.5)	40.0(16.1)
	240	38.3	44.1(5.8)	40.0(1.7)	27.4	34.7(7.3)	40.0(12.6)
	420	37.8	48.8(11.0)	40.0(2.2)	27.5	43.4(15.9)	40.0(12.5)
80×80-30×60	240	7.8	6.7(-1.1)	10.0(2.2)	4.3	0.(-4.3)	10.0(5.7)
	420	7.5	16.7(9.2)	10.0(2.5)	4.1	11.7(7.6)	10.0(5.9)
	240	9.5	12.9(3.4)	10.0(0.5)	5.3	4.9(-0.4)	10.0(4.7)
	420	9.1	20.2(11.1)	10.0(0.9)	5.1	15.7(10.6)	10.0(4.9)
	240	14.3	22.1(7.8)	10.0(-4.3)	8.4	15.3(6.9)	10.0(1.6)
	420	13.6	25.5(11.9)	10.0(-3.6)	8.0	21.6(13.6)	10.0(2.0)
	240	12.9	8.9(-4.0)	20.0(7.1)	7.4	0.(-7.4)	20.0(12.6)
	420	12.6	22.2(9.6)	20.0(7.4)	7.2	15.7(8.5)	20.0(12.8)
	240	15.4	17.1(1.7)	20.0(4.6)	9.0	6.6(-2.4)	20.0(11.0)
	420	14.9	26.9(12.0)	20.0(5.1)	8.8	20.9(12.1)	20.0(11.2)
	240	21.9	29.5(7.6)	20.0(-1.9)	13.5	20.3(6.8)	20.0(6.5)
	420	21.0	34.0(13.0)	20.0(-1.0)	13.2	28.8(15.6)	20.0(6.8)
-30×110	240	22.2	12.3(-9.9)	35.0(12.8)	13.4	0.(-13.4)	35.0(21.6)
	420	22.1	30.6(8.5)	35.0(12.9)	13.6	21.5(7.9)	35.0(21.4)
	240	25.8	23.6(-2.2)	35.0(9.2)	16.0	9.1(-6.9)	35.0(19.0)
	420	25.4	37.0(11.6)	35.0(9.6)	16.1	28.7(12.6)	35.0(18.9)
	240	34.4	40.5(6.1)	35.0(0.6)	22.8	28.0(5.2)	35.0(12.2)
	420	33.5	46.7(13.2)	35.0(1.5)	22.6	39.6(17.0)	35.0(12.4)
60×45-30×33.8	240	5.1	13.8(8.7)	5.6(0.5)	2.8	12.3(9.5)	5.6(2.8)
	420	6.1	14.6(8.5)	5.6(-0.5)	3.5	13.3(9.8)	5.6(2.1)
	240	7.7	15.4(7.7)	5.6(-2.1)	4.5	14.2(9.7)	5.6(1.1)
	420	8.0	18.4(10.4)	11.2(3.2)	4.5	16.5(12.0)	11.2(6.7)
	240	9.5	19.5(10.0)	11.2(1.7)	5.6	17.7(12.1)	11.2(5.6)
	420	11.6	20.6(9.0)	11.2(-0.4)	7.1	18.9(11.8)	11.2(4.1)
	240	13.3	24.5(11.2)	18.8(5.5)	8.2	21.9(13.7)	18.8(10.6)
	420	15.2	26.0(10.8)	18.8(3.6)	9.7	23.6(13.9)	18.8(9.1)
	240	17.8	27.5(9.7)	18.8(1.0)	11.8	25.3(13.5)	18.8(7.0)

表-5 梁対象モデルの剛域長さ

モデル名 tc×Dc-tb×Db	材長 (cm)	直交部材(柱)が両側にあり(cタイプ)				直交部材(柱)が片側にあり(dタイプ)			
		FEM (cm)	徳広式(-FEM) (cm)	RC規準(-FEM) (cm)	(cm)	FEM (cm)	徳広式(-FEM) (cm)	RC規準(-FEM) (cm)	(cm)
45×60-45×45	420	10.1	20.0(9.9)	7.5(-2.6)	5.9	17.8(11.9)	7.5(1.6)		
	870	10.0	21.3(11.3)	7.5(-2.5)	5.8	20.2(14.4)	7.5(1.7)		
	-60×45	420	12.0	20.7(8.7)	7.5(-4.5)	8.3	18.6(10.3)	7.5(-0.8)	
	870	12.3	21.3(9.0)	7.5(-4.8)	8.8	19.2(10.4)	7.5(-1.3)		
	-45×60	420	15.6	26.6(11.0)	15.0(-0.6)	9.7	23.7(14.0)	15.0(5.3)	
	870	18.0	27.6(9.6)	15.0(-3.0)	13.0	24.8(11.8)	15.0(2.0)		
	-80×60	420	18.2	28.8(10.6)	15.0(-3.2)	13.3	27.5(14.2)	15.0(1.7)	
	870	18.5	28.3(9.8)	15.0(-3.5)	13.9	25.6(11.7)	15.0(1.1)		
	-45×80	420	23.7	35.5(11.8)	25.0(1.3)	15.9	31.6(15.7)	25.0(9.1)	
	870	26.6	36.8(10.2)	25.0(-1.6)	20.0	33.1(13.1)	25.0(5.0)		
-60×80	420	27.4	37.8(10.4)	25.0(-2.4)	21.6	34.2(12.6)	25.0(3.4)		
870	27.9	38.9(11.0)	25.0(-2.9)	22.2	37.2(15.0)	25.0(2.8)			
45×80-45×45	420	8.5	19.1(10.6)	2.5(-6.0)	4.7	16.2(11.5)	2.5(-2.2)		
	870	8.2	20.9(12.7)	2.5(-5.7)	4.6	19.5(14.9)	2.5(-2.1)		
	-60×60	420	16.0	26.8(10.8)	10.0(-6.0)	11.4	23.1(11.7)	10.0(-1.4)	
	870	15.9	28.5(12.6)	10.0(-5.9)	11.4	26.6(15.2)	10.0(-1.4)		
	-80×80	420	25.0	37.1(12.1)	20.0(-5.0)	19.2	32.2(13.0)	20.0(0.8)	
	870	24.9	38.6(13.7)	20.0(-4.9)	19.5	36.2(16.7)	20.0(0.5)		
45×110-45×45	420	7.2	17.6(10.4)	0.(-7.2)	3.8	13.8(10.0)	0.(-3.8)		
	870	6.6	20.3(13.7)	0.(-6.6)	3.6	18.3(14.7)	0.(-3.6)		
	-60×60	420	14.3	25.6(11.3)	2.5(-11.8)	10.1	20.4(10.3)	2.5(-7.6)	
	870	13.8	27.9(14.1)	2.5(-11.3)	10.0	25.4(15.4)	2.5(-7.5)		
	-80×80	420	22.8	36.0(13.2)	12.5(-10.3)	17.3	29.3(12.0)	12.5(-4.8)	
	870	22.2	38.0(15.8)	12.5(-9.7)	17.2	34.8(17.6)	12.5(-4.7)		
40×60-45×45	420	11.2	20.3(9.1)	7.5(-3.7)	7.3	18.1(10.8)	7.5(0.2)		
	870	11.2	21.4(10.2)	7.5(-3.7)	7.4	20.4(13.0)	7.5(0.1)		
	-60×60	420	18.5	27.9(9.4)	15.0(-3.5)	13.8	25.2(11.4)	15.0(1.2)	
	870	18.7	29.0(10.3)	15.0(-3.7)	14.2	27.7(13.5)	15.0(0.8)		
	-80×80	420	27.9	38.1(10.2)	25.0(-2.9)	22.3	34.5(12.2)	25.0(2.7)	
	870	28.4	39.1(10.7)	25.0(-3.4)	22.9	37.4(14.5)	25.0(2.1)		
40×80-45×45	420	9.8	19.6(9.8)	2.5(-7.3)	6.3	16.7(10.4)	2.5(-3.8)		
	870	9.5	21.1(11.6)	2.5(-7.0)	6.2	19.7(13.5)	2.5(-3.7)		
	-60×45	420	11.0	20.4(9.4)	2.5(-8.5)	7.9	17.7(9.8)	2.5(-5.4)	
	870	11.3	21.1(9.8)	2.5(-8.8)	8.2	18.4(10.2)	2.5(-5.7)		
	-45×60	420	14.8	26.1(11.3)	10.0(-4.8)	9.7	22.2(12.5)	10.0(0.3)	
	870	16.7	27.2(10.5)	10.0(-6.7)	12.3	23.5(11.2)	10.0(-2.3)		
	-80×60	420	16.5	28.7(12.2)	10.0(-6.5)	12.4	26.9(14.5)	10.0(-2.4)	
	870	17.1	28.1(11.0)	10.0(-7.1)	13.0	24.5(11.5)	10.0(-3.0)		
	-45×80	420	22.3	34.8(12.5)	20.0(-2.3)	15.2	27.6(12.4)	20.0(4.8)	
	870	24.8	36.3(11.5)	20.0(-4.8)	18.7	31.4(12.7)	20.0(1.3)		
-80×80	420	25.6	37.5(11.9)	20.0(-5.6)	20.1	32.7(12.6)	20.0(-0.1)		
870	25.5	38.8(13.3)	20.0(-5.5)	20.3	36.5(16.2)	20.0(0.3)			
40×110-45×45	420	8.5	18.4(9.9)	0.(-8.5)	5.4	14.5(9.1)	0.(-5.4)		
	870	8.1	20.5(12.4)	0.(-8.1)	5.3	18.6(13.3)	0.(-5.3)		
	-60×60	420	15.0	26.2(11.2)	2.5(-12.5)	11.1	21.1(10.0)	2.5(-8.6)	
	870	14.6	28.2(13.6)	2.5(-12.1)	11.0	25.7(15.7)	2.5(-8.5)		
	-80×80	420	23.5	36.6(13.1)	12.5(-11.0)	18.3	30.0(11.7)	12.5(-5.8)	
	870	22.9	38.3(15.4)	12.5(-10.4)	18.2	35.2(17.0)	12.5(-5.7)		
30×60-45×45	420	12.7	21.0(8.3)	7.5(-5.2)	9.4	18.9(9.5)	7.5(-1.9)		
	870	12.8	21.8(9.0)	7.5(-5.3)	9.6	20.7(11.1)	7.5(-2.1)		
	-60×60	420	19.5	28.6(9.1)	15.0(-4.5)	15.4	25.9(10.5)	15.0(-0.4)	
	870	19.8	29.3(9.5)	15.0(-4.8)	15.8	28.0(12.2)	15.0(-0.8)		
	-80×80	420	29.1	38.8(9.7)	25.0(-4.1)	24.2	35.3(11.1)	25.0(0.8)	
	870	29.6	39.4(9.8)	25.0(-4.6)	24.9	37.7(12.8)	25.0(0.1)		
30×80-45×45	420	11.5	20.4(8.9)	2.5(-9.0)	8.5	17.7(9.2)	2.5(-6.0)		
	870	11.3	21.5(10.2)	2.5(-8.8)	8.5	20.2(11.7)	2.5(-6.0)		
	-60×60	420	17.9	28.1(10.2)	10.0(-7.9)	14.0	24.5(10.5)	10.0(-4.0)	
	870	17.8	29.1(11.3)	10.0(-7.8)	14.1	27.4(13.3)	10.0(-4.1)		
	-80×80	420	27.1	38.4(11.3)	20.0(-7.1)	22.3	33.7(11.4)	20.0(-2.3)	
	870	27.1	39.2(12.1)	20.0(-7.1)	22.6	37.0(14.4)	20.0(-2.6)		
30×110-45×45	420	10.4	19.7(9.3)	0.(-10.4)	7.8	15.8(8.0)	0.(-7.8)		
	870	10.1	21.0(10.9)	0.(-10.1)	7.7	19.3(11.6)	0.(-7.7)		
	-60×60	420	16.4	27.4(11.0)	2.5(-13.9)	13.0	22.5(9.5)	2.5(-10.5)	
	870	16.1	28.8(12.7)	2.5(-13.6)	12.9	26.4(13.5)	2.5(-10.4)		
	-80×80	420	25.2	37.8(12.6)	12.5(-12.7)	20.7	31.3(10.6)	12.5(-8.2)	
	870	24.7	38.9(14.2)	12.5(-12.2)	20.7	35.8(15.1)	12.5(-8.2)		

に存在することになるが、それでは実用にならないので、ここでは応力状態に関しては本論で有限要素法解析した応力状態、即ち部材中央点に反曲点があり、せん断力一定の場合とする。剛域長さ  $\ell_s$  に影響する要因としては部材形状のみを取り上げ、材長  $h$ 、部材幅  $t_c$ 、部材せい  $D_c$ 、直交部材幅  $t_b$ 、およびせい  $D_b$  を考える。

剛域長さに及ぼす材長の影響は表-4, 5に見られるように非常に小さく、材長4.2mのものを基準にすると柱を対象としたものでは材長2.4mの場合、剛域長さは増すが、その差は1.0cm以下であり、梁を対象としたものでは材長3.1m~8.7mの間でその差は±0.5cm以下のものが殆どであった。このことから算定式を導くに際しては材長を剛域長さに影響する要因から除外し、材長4.2mの場合のFEM値を用いることにする。また算定式に汎用性を与えるため以下のように無次元化した変数を用いることにする。

$$\ell'_s = \frac{2\ell_s}{D_b} \quad t_{bc} = \frac{t_b}{t_c} \quad D_{bc} = \frac{D_b}{D_c} \quad D_{tc} = \frac{t_c}{D_c} \quad \dots\dots\dots (4)$$

表-6は、 $\ell'_s$  と各変数との関係を示したものである。これによると  $D_{bc}$ 、 $D_{tc}$  の値に拘らずいずれの場合も  $t_{bc}$  の値が大きくなるにつれて  $\ell'_s$  の値も増加している。また、 $D_{tc}$  の値が違って  $\ell'_s$  と  $t_{bc}$  の関係は近似し、 $t_{bc}$  の値が同じならば  $D_{tc}$  の値が変わっても  $\ell'_s$  には大きな差は見られない。このことから  $D_{tc}$  の値も影響要因から除外し、剛域推定式を導くことにする。

図-4は表-6の値を  $D_{bc}$  毎に、 $D_{tc}$  の値の違いを区別することなくプロットしたものである。これについて最小二乗法により近似式を導く。なお、解析モデルの中には表に示した  $D_{bc}$  の値以外のものもあるが、同じ  $D_{bc}$  の値に対するデータの数少なく、これらから導かれる式は外挿点での誤差が大きくなる可能性があるため本論ではFEM値のうち、表-6に示したもの（表-1のモデル名の前に・印を付したもの）のみの値を用いることにした。近似式としては直交部材の幅  $t_b$  が薄くなれば  $\ell'_s$  は零に近づき、逆に厚くなれば1.0に近づくと考え次式の形とした。

$$\ell'_s = 1 - \frac{1}{\{1 + a(t_{bc})^b\}} \quad \dots\dots\dots (5)$$

FEM値より  $D_{bc}$  毎に求めた(5)式の係数  $a$ ,  $b$  を表-7に示す。また、図-4の実線は(5)式の値である。係数  $a$ ,  $b$  をプロットすると図-5のようになり、これを  $D_{bc}$  の二次式で近似させると次式を得る。

$$\left. \begin{array}{l} \text{両側に直交部材がある場合} \\ a = 0.351 + 0.388 (D_{bc}) + 0.325 (D_{bc})^2 \\ b = 1.043 - 0.166 (D_{bc}) - 0.056 (D_{bc})^2 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

片側にのみ直交部材がある場合

表-6 剛域長さ  $l'$  と各変数の関係

直交部材が両側に有る場合 (a, cタイプ)												
Db/Dc	tc/Dc	t bc = t b / t c										
		0.375	0.500	0.667	0.889	1.000	1.125	1.333	1.500	1.778	2.000	2.667
0.75	0.375											0.596
	0.5						0.494		0.556		0.571	
	0.563							0.535		0.564		
	0.667						0.498					
	0.75					0.448		0.531		0.545		
1.0	0.250	0.303			0.453							
1.333		0.300	0.364		0.457							
1.0	0.375											0.677
	0.5						0.558		0.619		0.650	
	0.563									0.626		
	0.667								0.617			
	0.75					0.520		0.599		0.618		
1.0	0.314	0.372	0.440		0.525							
1.333		0.378	0.422		0.529							
1.33	0.5											0.727
	0.667										0.697	
	0.75					0.593		0.664		0.686		
	1.0		0.459	0.521	0.588	0.605						
	1.333		0.443	0.507		0.594						

直交部材が片側に有る場合 (b, dタイプ)												
Db/Dc	tc/Dc	t bc = t b / t c										
		0.375	0.500	0.667	0.889	1.000	1.125	1.333	1.500	1.778	2.000	2.667
0.75	0.375											0.467
	0.5						0.324		0.409		0.432	
	0.563							0.379		0.417		
	0.667						0.325					
	0.75					0.261		0.371		0.391		
1.0	0.138	0.169			0.268							
1.333		0.164	0.205		0.267							
1.0	0.375											0.557
	0.5						0.379		0.468		0.513	
	0.563									0.481		0.503
	0.667								0.461			
	0.75					0.324		0.433		0.464		
1.0	0.181	0.219	0.268		0.329							
1.333		0.224	0.248		0.333							
1.33	0.5											0.606
	0.667										0.558	
	0.75					0.397		0.499		0.539		
	1.0		0.290	0.343	0.393	0.411						
	1.333		0.274	0.325		0.395						

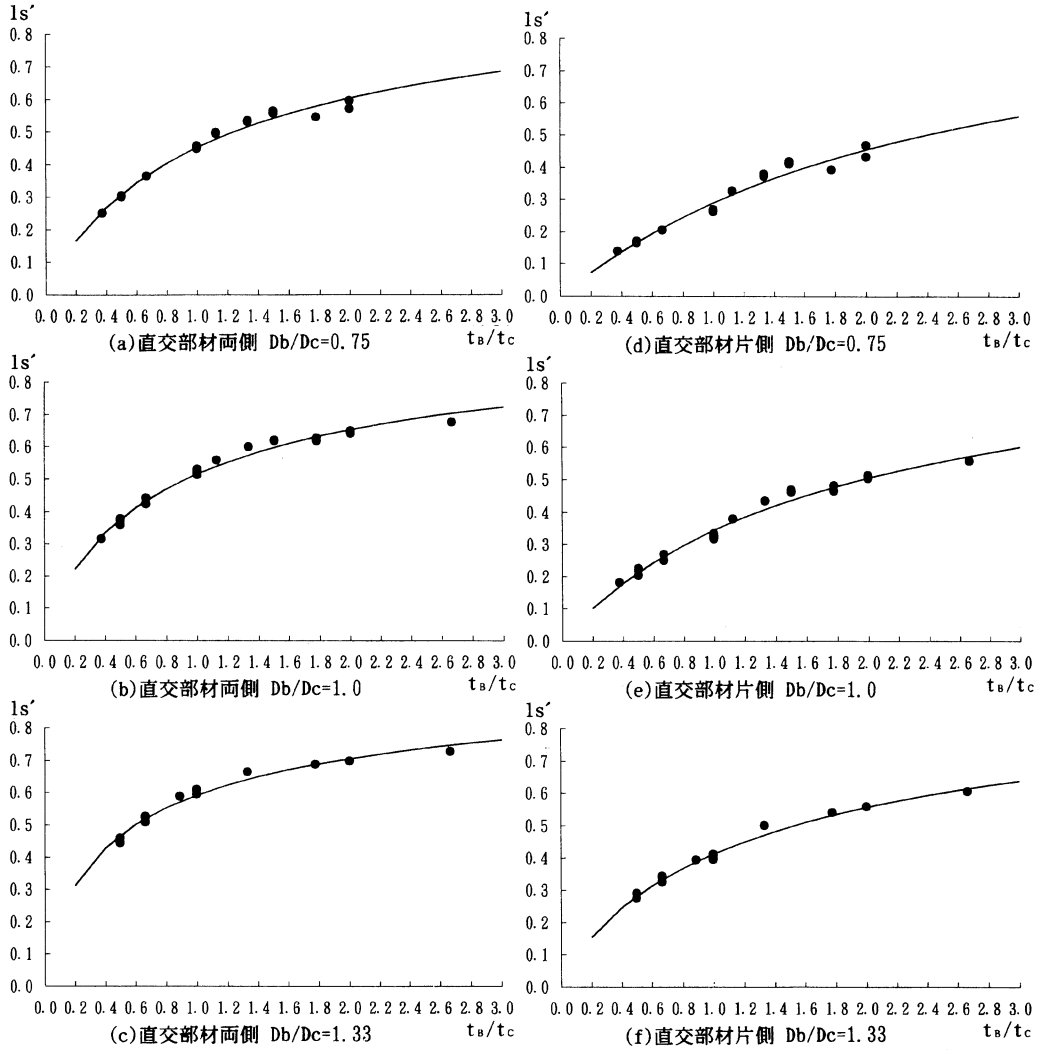


図-4  $l's'$  と  $t_b/t_c$  の関係

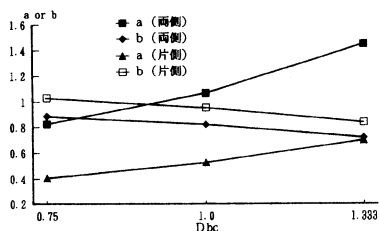


図-5 係数 a, b と D<sub>bc</sub> の関係

表-7 係数 a および b

D <sub>bc</sub>	0.75	1.0	1.333
両 a	0.8262	1.0664	1.4505
側 b	0.8864	0.8205	0.7218
片 a	0.4082	0.5251	0.7011
側 b	1.0306	0.9545	0.8378

$$\left. \begin{aligned} a &= 0.135 + 0.287 (D_{bc}) + 0.103 (D_{bc})^2 \\ b &= 1.200 - 0.167 (D_{bc}) - 0.078 (D_{bc})^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

(4)~(7)式を用いて算定した剛域長さを表-8, 9の提案式の欄にFEM値との差と共に示す。なお, 同表には柱の負担せん断力も示した。同表に見られるように推定式を導くのに用いなかったモデル(モデル名の前に・印を付していないもの)をも含めて, 本論の提案式の値とFEM値との差は大きなものでも±2 cm以内であり, 前述の既往の式と比べてFEM値との近似度は良く, 推定式としては十分な精度であると言える。また, 本論での解析モデルは通常用いられている部材断面の範囲を包含しており, 実用式として十分対応し得ると考えられる。

表-8 柱対象モデル提案式の剛域長さ

モデル名 tc×Dc-tb×Db	材長 (cm)	せん断力 単位 [1/cm]								
		直交部材が両側にあり(aタイプ)				直交部材が片側にあり(bタイプ)				
		せん断力 Q(×δE)	FEM 提案式	(cm)	(cm)	せん断力 Q(×δE)	FEM 提案式	(cm)	(cm)	
45×45-30×60	240	0.41947	16.0	15.5	(0.5)	0.36196	10.3	10.0	(0.3)	
	420	0.07017	15.7		(0.2)	0.06469	10.3		(0.3)	
	-40×60	240	0.44172	17.9	17.3	(0.6)	0.37658	11.9	11.7	(0.2)
		420	0.07218	17.6		(0.3)	0.06615	11.8		(0.1)
	-45×40	240	0.44979	18.6	17.9	(0.7)	0.38187	12.4	12.4	(0.1)
		420	0.07289	18.3		(0.4)	0.06666	12.3		(-0.1)
	-30×80	240	0.53296	24.7	24.6	(0.1)	0.43234	17.1	17.1	(0.1)
		420	0.08023	24.5		(-0.1)	0.07175	17.2		(0.1)
	-40×80	240	0.56986	27.0	26.6	(0.4)	0.45706	19.2	19.0	(0.2)
		420	0.08311	26.7		(0.1)	0.07396	19.2		(0.2)
	-45×80	240	0.58339	27.8	27.4	(0.4)	0.46608	19.9	19.8	(0.1)
		420	0.08413	27.5		(0.1)	0.07474	19.9		(0.1)
-30×110	240	0.81390	38.5	39.9	(-1.4)	0.60388	28.9	31.0	(-2.1)	
	420	0.10084	38.5		(-1.4)	0.08688	29.5		(-1.5)	
-40×110	240	0.88792	41.1	42.0	(-0.9)	0.65256	31.5	32.3	(-0.8)	
	420	0.10518	40.9		(-1.1)	0.09039	31.9		(-0.4)	
-45×110	240	0.91531	42.0	42.8	(-0.8)	0.67041	32.4	32.8	(-0.4)	
	420	0.10672	41.8		(-1.0)	0.09162	32.7		(-0.1)	
60×60-30×60	240	1.08220	11.7	11.2	(0.5)	0.96357	6.8	6.4	(0.4)	
	420	0.19949	11.3		(0.1)	0.18668	6.7		(0.3)	
	-40×60	240	1.13623	13.6	13.0	(0.6)	0.99545	8.2	7.9	(0.3)
		420	0.20502	13.2		(0.2)	0.19023	8.0		(0.1)
	-60×60	240	1.21838	16.4	15.5	(0.9)	1.04480	10.2	10.3	(-0.1)
		420	0.21325	15.9		(0.4)	0.19564	10.0		(-0.3)
	-30×80	240	1.29130	18.7	18.4	(0.3)	1.08189	11.6	11.2	(0.4)
		420	0.22129	18.4		(0.1)	0.20030	11.6		(0.4)
	-40×80	240	1.38263	21.3	20.7	(0.6)	1.13711	13.7	13.3	(0.4)
		420	0.22975	20.8		(0.1)	0.20608	13.6		(0.3)
	-60×80	240	1.51875	24.8	23.9	(0.9)	1.22029	16.5	16.5	(0.1)
		420	0.24189	24.2		(0.3)	0.21453	16.3		(-0.2)
-30×110	240	1.79018	30.7	31.6	(-0.9)	1.36175	20.7	21.6	(-0.9)	
	420	0.26758	30.6		(-1.0)	0.23061	21.1		(-0.5)	
-40×110	240	1.97106	34.0	34.4	(-0.4)	1.47067	23.6	24.1	(-0.5)	
	420	0.28133	33.8		(-0.6)	0.24065	23.9		(-0.2)	
-60×110	240	2.23811	38.3	38.2	(0.1)	1.63144	27.4	27.8	(-0.4)	
	420	0.30041	37.8		(-0.4)	0.25464	27.5		(-0.3)	
80×80-30×60	240	2.74623	7.8	7.7	(0.1)	2.53981	4.3	3.9	(0.4)	
	420	0.56655	7.5		(-0.2)	0.54079	4.1		(0.2)	
	-40×60	240	2.85185	9.5	9.2	(0.3)	2.59711	5.3	5.0	(0.3)
		420	0.57925	9.1		(-0.1)	0.54808	5.1		(0.1)
	-80×60	240	3.17988	14.3	13.5	(0.8)	2.77980	8.4	8.4	(0.1)
		420	0.61729	13.6		(0.1)	0.57085	8.0		(-0.4)
	-30×80	240	3.08002	12.9	12.7	(0.2)	2.71670	7.4	6.8	(0.6)
		420	0.60820	12.6		(-0.1)	0.56435	7.2		(0.4)
	-40×80	240	3.26027	15.4	14.9	(0.5)	2.81598	9.0	8.5	(0.5)
		420	0.62870	14.9		(0.1)	0.57669	8.8		(0.3)
	-80×80	240	3.80457	21.9	20.7	(1.2)	3.12308	13.5	13.7	(-0.2)
		420	0.68722	21.0		(0.3)	0.61345	13.2		(-0.5)
-30×110	240	3.83991	22.2	22.7	(-0.5)	3.11722	13.4	13.3	(0.1)	
	420	0.69840	22.1		(-0.6)	0.61719	13.6		(0.3)	
-40×110	240	4.18990	25.8	25.8	(0.1)	3.31002	16.0	15.9	(0.1)	
	420	0.73402	25.4		(-0.4)	0.63988	16.1		(0.2)	
-80×110	240	5.22817	34.4	33.4	(1.0)	3.89074	22.8	23.2	(-0.4)	
	420	0.83065	33.5		(0.1)	0.70369	22.6		(-0.6)	
60×45-30×33.8	240	0.08013	5.1	5.2	(-0.1)	0.07755	2.8	2.8	(0.1)	
	420	0.08137	6.1	6.1	(0.1)	0.07831	3.5	3.6	(-0.1)	
	-60×33.8	240	0.08324	7.7	7.6	(0.1)	0.07949	4.5	4.8	(-0.3)
		420	0.08362	8.0	8.4	(-0.4)	0.07954	4.5	4.8	(-0.3)
	-45×45	240	0.08543	9.5	9.7	(-0.2)	0.08073	5.6	5.9	(-0.3)
		420	0.08805	11.6	11.6	(0.1)	0.08251	7.1	7.7	(-0.6)
	-30×60	240	1.09033	13.3	13.8	(-0.5)	0.08386	8.2	8.4	(-0.2)
		420	0.09299	15.2	15.5	(-0.3)	0.08575	9.7	10.0	(-0.3)
	-40×60	240	0.09671	17.8	17.9	(-0.1)	0.08843	11.8	12.4	(-0.6)



表-9 梁対象モデル提案式の剛域長さ

モデル名 tc×Dc-tb×Db	材長 (cm)	せん断力 単位 [1/cm]							
		直交部材が両側にあり(cタイプ)			直交部材が片側にあり(dタイプ)				
		せん断力 Q(×δE)	FEM 提案式(FEM-提案)	FEM 提案式(FEM-提案)	せん断力 Q(×δE)	FEM 提案式(FEM-提案)	FEM 提案式(FEM-提案)		
45×60-45×45	420	0.14686	10.1	10.1	0.	0.13831	5.9	6.4	(-0.5)
	870	0.01626	10.0		(-0.1)	0.01580	5.8		(-0.6)
	420	0.15089	12.0	11.6	(0.4)	0.14324	8.3	7.9	(0.4)
-60×45	420	0.15157	12.3	13.0	(-0.7)	0.14418	8.8	9.4	(-0.6)
	420	0.15917	15.6	15.5	(0.1)	0.14607	9.7	10.3	(-0.6)
	420	0.16488	18.0	17.3	(0.7)	0.15321	13.0	12.2	(0.8)
-60×60	870	0.01721	18.2		(0.9)	0.01663	13.3		(1.1)
	420	0.16627	18.5	19.1	(-0.6)	0.15531	13.9	14.3	(-0.4)
	420	0.17997	23.7	23.9	(-0.2)	0.15980	15.9	16.5	(-0.6)
-80×60	420	0.18800	26.6	26.1	(0.5)	0.16993	20.0	19.0	(1.0)
	420	0.19064	27.4	28.1	(-0.7)	0.17409	21.6	21.5	(0.1)
	870	0.01845	27.9		(-0.2)	0.01771	22.2		(0.7)
45×80-45×45	420	0.32327	8.5	9.0	(-0.5)	0.30675	4.7	5.4	(-0.7)
	870	0.03706	8.2		(-0.8)	0.03615	4.6		(-0.8)
	420	0.35952	16.0	15.4	(0.6)	0.33641	11.4	10.5	(0.9)
-60×60	870	0.03909	15.9		(0.5)	0.03790	11.4		(0.9)
	420	0.41042	25.0	25.5	(-0.5)	0.37664	19.2	19.0	(0.2)
	870	0.04169	24.9		(-0.6)	0.04009	19.5		(0.5)
45×110-45×45	420	0.75547	7.2	8.0	(-0.8)	0.72317	3.8	4.6	(-0.8)
	870	0.09245	6.6		(-1.4)	0.09054	3.6		(-1.0)
	420	0.83086	14.3	13.7	(0.6)	0.78510	10.1	8.9	(1.2)
-60×60	870	0.09710	13.8		(0.1)	0.09456	10.0		(1.1)
	420	0.93372	22.8	22.8	(0.)	0.86571	17.3	16.5	(0.8)
	870	0.10296	22.2		(-0.6)	0.09941	17.2		(0.7)
40×60-45×45	420	0.13264	11.2	10.7	(0.5)	0.12546	7.3	7.0	(0.3)
	870	0.01457	11.2		(0.5)	0.01419	7.4		(0.4)
	420	0.14773	18.5	17.3	(0.7)	0.13781	13.8	13.1	(0.7)
-60×60	870	0.01536	18.7		(0.9)	0.01487	14.2		(1.1)
	420	0.17063	27.9	28.9	(-1.0)	0.15650	22.3	22.5	(-0.2)
	870	0.01645	28.4		(-0.5)	0.01582	22.9		(0.4)
40×80-45×45	420	0.29235	9.8	9.6	(0.2)	0.27845	6.3	6.0	(0.3)
	870	0.03325	9.5		(-0.1)	0.03250	6.2		(0.2)
	420	0.29759	11.0	11.0	(0.)	0.28484	7.9	7.3	(0.6)
-60×45	420	0.29849	11.3	12.5	(-1.2)	0.28597	8.2	8.9	(-0.7)
	420	0.31398	14.8	14.3	(0.5)	0.29217	9.7	9.3	(0.4)
	420	0.32252	16.7	16.2	(0.5)	0.30286	12.3	11.3	(1.0)
-60×60	870	0.03491	16.5		(0.3)	0.03391	12.4		(1.1)
	420	0.32457	17.1	18.1	(-1.0)	0.30579	13.0	13.4	(-0.4)
	420	0.35017	22.3	21.7	(0.6)	0.31549	15.2	14.8	(0.4)
-80×60	420	0.36329	24.8	24.2	(0.6)	0.33214	18.7	17.4	(1.3)
	420	0.36786	25.6	26.4	(-0.8)	0.33899	20.1	20.1	(0.)
	870	0.03721	25.5		(-0.9)	0.03586	20.3		(0.2)
40×110-45×45	420	0.68364	8.5	8.6	(-0.1)	0.65644	5.4	5.1	(0.3)
	870	0.08300	8.1		(-0.5)	0.08142	5.3		(0.2)
	420	0.74602	15.0	14.5	(0.5)	0.70706	11.1	9.7	(1.4)
-60×60	870	0.08678	14.6		(0.1)	0.08463	11.0		(1.3)
	420	0.83788	23.5	23.9	(-0.4)	0.77973	18.3	17.6	(0.7)
	870	0.09197	22.9		(-1.0)	0.08896	18.2		(0.6)
30×60-45×45	420	0.10165	12.7	12.1	(0.6)	0.09690	9.4	8.5	(0.9)
	870	0.01105	12.8		(0.7)	0.01081	9.6		(1.1)
	420	0.11245	19.5	19.8	(-0.3)	0.10574	15.4	15.1	(0.3)
-60×60	870	0.01160	19.8		(0.)	0.01128	15.8		(0.7)
	420	0.13039	29.1	30.7	(-1.6)	0.12085	24.2	24.9	(-0.7)
	870	0.01245	29.6		(-1.1)	0.01204	24.9		(0.)
30×80-45×45	420	0.22456	11.5	11.0	(0.5)	0.21535	8.5	7.3	(1.2)
	870	0.02525	11.3		(0.3)	0.02476	8.5		(1.2)
	420	0.24613	17.9	18.1	(-0.2)	0.23282	14.0	13.4	(0.6)
-60×60	870	0.02641	17.8		(-0.3)	0.02575	14.1		(0.7)
	420	0.28208	27.1	28.5	(-1.4)	0.26257	22.3	22.9	(-0.6)
	870	0.02822	27.1		(-1.4)	0.02732	22.6		(-0.3)
30×110-45×45	420	0.52587	10.4	10.1	(0.3)	0.50783	7.8	6.3	(1.5)
	870	0.06311	10.1		(0.)	0.06208	7.7		(1.4)
	420	0.57038	16.4	16.5	(-0.1)	0.54402	13.0	11.7	(1.3)
-60×60	870	0.06575	16.1		(-0.4)	0.06431	12.9		(1.2)
	420	0.64421	25.2	26.2	(-1.0)	0.60493	20.7	20.5	(0.2)
	870	0.06989	24.7		(-1.5)	0.06790	20.7		(0.2)

### 3. 有限要素法解析結果に基づく剛域長の適合性について

#### 3. 1 解析モデルおよび解析方法

ここではラーメン架構を2次元有限要素法解析し, その結果と剛域を取入れた既往の解析法との比較を行い, 有限要素法解析結果に基づいて求められる剛域長さの適合性について検討する。

解析モデルは図-6に示すような左右対称な3スパンで, 1, 3, 5, 7, 9層の平面ラーメンである。スパン長は415cm - 600cm - 415cmとしたもの(4.15-6.-4.15モデル)と全スパン600cmとしたもの(6.-6.-6.モデル)の2種で, 前者では柱断面55×55cm<sup>2</sup>, 梁断面36×75cm<sup>2</sup>, 基礎梁断面36×80cm<sup>2</sup>とし, 後者では柱断面80×80cm<sup>2</sup>, 梁断面は総て40×110cm<sup>2</sup>とした。階高(梁材軸中心間距離)はいずれも360cmとした。

##### (1) 有限要素法による解析

有限要素法解析では基礎梁材軸(図-6のB-B'線上)の全節点のX方向およびY方向変位を拘束し, 各階梁材軸(図-6のA-A'線上)に単位の水平力を作用させた。なお, 水平力は各節点の負担幅に応じて節点力として配分した。単位要素は自由度8の長方形要素を用い, 分割は表-10のようにした。要素剛性は部材の厚さに比例するとした。ヤング係数Eは単位とし, ポアソン比は1/6とした。

##### (2) たわみ角法による解析

たわみ角法による解析ではラーメン線を材軸に取り, 水平力は各階とも単位(P=1)とし, 1階柱脚を固定とした。この解法では通常の曲げ変形のみを考慮した場合と, RC規準式による剛域を取入れ, 曲げおよびせん断変形を考慮した場合について解析した。解析に用いた材端モーメントと回転角および部材角との関係式は次のようである。

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= k(a\varphi_A + b\varphi_B + c\psi) \\ M_{BA} &= k(b\varphi_A + a'\varphi_B + c'\psi) \end{aligned} \right\} \dots\dots (8)$$

ここに $\varphi_A, \varphi_B$ : A端およびB端の回転角(2EK<sub>0</sub> $\theta_A$ ) および (2EK<sub>0</sub> $\theta_B$ )

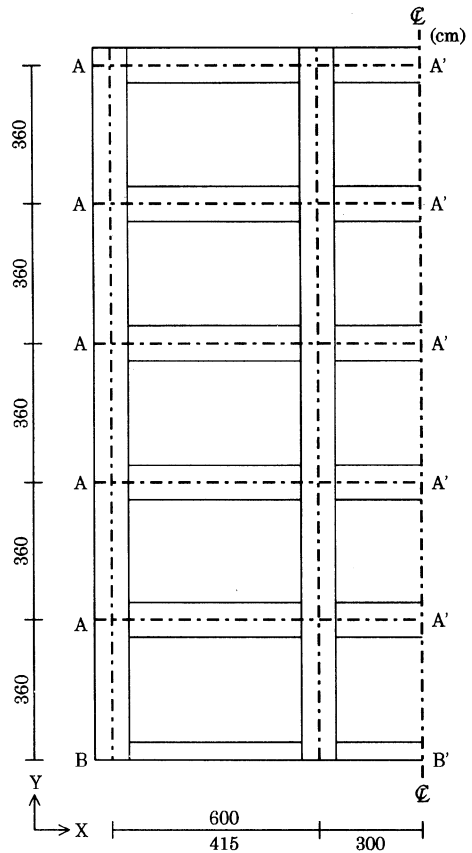


図-6 ラーメンモデル

表-10 要素分割一覧

モデル名及び部位	(要素長さcm×分割数)	
	4.15-6.-4.15 モデル	6.-6.-6.モデル
X方向 柱	9.×1, 9.25×4, 9.×1	10.×8
分割 4.15スパン内法	18.×20	
6.00 スパン内法	18.×10, 18.5×10, 18.×10	18.×9, 19.6×10, 18.×9
Y方向 基礎梁	10.×4	11.×5
分割 1~9階梁	9.35×2, 14.25×10, 14.×5	10.×11
1階梁間内法	14.×5, 14.25×10, 14.×5	15.×4, 16.25×8, 14.×5
2~9階梁間内法	14.×5, 14.5×10, 14.×5	15.×4, 16.25×8, 14.×5

$\psi$  : 部材角 ( $-6EK_0R$ )  $k$  : 剛比  $K_0$  : 標準剛度

剛域を考慮しない場合

$$a = a' = 2. \quad b = b' = c = c' = 1.$$

剛域を考慮した場合

$$a = \frac{3(\alpha_B + \gamma)}{(\alpha_A + \gamma)(\alpha_B + \gamma) - (\alpha_{AB} - \gamma)^2}$$

$$a' = \frac{3(\alpha_A + \gamma)}{(\alpha_A + \gamma)(\alpha_B + \gamma) - (\alpha_{AB} - \gamma)^2}$$

$$b = \frac{3(\alpha_{AB} - \gamma)}{(\alpha_A + \gamma)(\alpha_B + \gamma) - (\alpha_{AB} - \gamma)^2}$$

$$c = \frac{(a+b)}{3} \quad c' = \frac{(a'+b)}{3}$$

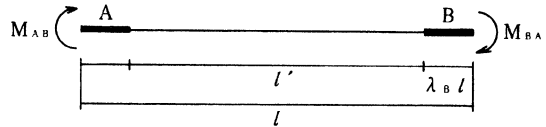


図-7 材端モーメントと剛域

$$\alpha_A = 2 \{ (1 - \lambda_A)^3 - \lambda_B^3 \}$$

$$\alpha_B = 2 \{ (1 - \lambda_B)^3 - \lambda_A^3 \}$$

$$\alpha_{AB} = 1 - 3 (\lambda_A^2 + \lambda_B^2) + 2 (\lambda_A^3 + \lambda_B^3)$$

$$\gamma = \frac{6EK \ell' \kappa}{\beta GA \ell^3}$$

$\lambda_A \cdot \ell$ ,  $\lambda_B \cdot \ell$  : 材端AおよびBの剛域長さ,  $\beta$  : せん断剛性低減比 (本論1.0)

$\kappa$  : せん断変形に関する形状係数 (本論1.2),  $\ell$  : 材長,  $\ell'$  : 剛域を除いた材長,

E : ヤング係数, G : せん断弾性係数  $G = E/2(1 + \nu)$

$\nu$  : ポアソン比 (本論 1/6), I : 断面二次モーメント, A : 断面積

(3) 剛性法による解析

剛性法による解析では部材伸縮, せん断変形および剛域を考慮し, 水平力は各柱の負担幅に応じて配分し, 各階毎に単位の水平力 ( $P = 1$ ) となるように作用させた。剛域としてはRC規準式による剛域および有限要素法解析結果に基づく剛域を用いた。その他の解析条件はたわみ角法の場合と同様である。解析に用いた単位部材の剛性マトリックスは次のようである。

$$\begin{pmatrix} f_{x1} \\ f_{y1} \\ M_1 \\ f_{x2} \\ f_{y2} \\ M_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{AE}{l} & 0 & 0 & -\frac{AE}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6EI(c+c')}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & 0 & -\frac{6EI(c+c')}{l^3} & -\frac{6EIc'}{l^2} \\ 0 & -\frac{6EIc}{l^2} & \frac{2EIa}{l} & 0 & \frac{6EIc}{l^2} & \frac{2EIb}{l} \\ -\frac{AE}{l} & 0 & 0 & \frac{AE}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6EI(c+c')}{l^3} & \frac{6EIc}{l^2} & 0 & \frac{6EI(c+c')}{l^3} & \frac{6EIc'}{l^2} \\ 0 & -\frac{6EIc'}{l^2} & \frac{2EIb}{l} & 0 & \frac{6EIc'}{l^2} & \frac{2EIa'}{l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{x1} \\ U_{y1} \\ \theta_1 \\ U_{x2} \\ U_{y2} \\ \theta_2 \end{pmatrix} \quad (9)$$

ここに,

- f : 力
- M : モーメント
- u : 変位
- $\theta$  : 回転角
- x, y : 方向
- 1, 2 : 材端位置

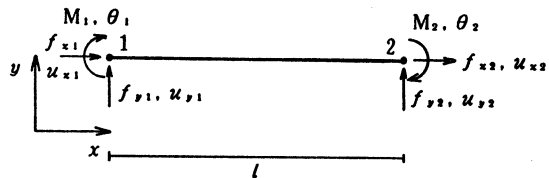


図-8 節点力と節点変位の関係

その他は前述(2)の場合と同様である。(図-8参照)

上記のラーメン解析に用いた剛域長さを提案式の値と共に表-11に示す。表中, 提案式の欄は前章で導いた式による値, FEM 値の欄は前章で述べたと同様にして, それぞれの部材について有限要素法解析結果に基づいて求めた値, RC 規準の欄はRC規準式によって求めた値である。これによるとラーメン解析に用いたFEM 値と提案式の値との差は極めて小さいことから, ここではFEM 値を用いてラーメン解析を行っているが, 提案式による値を用いた場合にもそれと大差ない結果が得られると考える。

FEM 値とRC規準式の値を比べると両モデル共, 梁材ではFEM 値の方が大きく, 逆に柱材で

はRC規準式の値の方が大きくなっているが、それらの差は4.15-6.-4.15モデルよりも6.-6.-6.モデルの方が大きいことから、剛域長さの違いによる影響は後者のモデルの解析結果により大きく現れる

表-11 ラーメン解析に用いた剛域長さ

モデル名及び部位	[ cm ]					
	直交部材両側にあり			直交部材片側にあり		
	提案式	FEM値	RC規準	提案式	FEM値	RC規準
4.15-6.-4.15モデル						
梁 材長 415cm	14.8	15.0	8.8	10.4	11.1	8.8
600cm	14.8	14.7	8.8	10.4	11.0	8.8
柱 最下階柱脚以外	19.5	19.0	23.8	12.6	12.2	23.8
最下階柱脚	21.7	21.0	26.3	14.2	13.8	26.3
6.-6.-6.モデル						
梁 材長 600cm	23.9	23.1	12.5	17.6	18.2	12.5
柱 全階	25.8	25.6	35.0	15.9	16.1	35.0

ものと思われる。また、両モデル共、外柱の剛域長さがFEM値とRC規準式の値で大きく異なることから、両剛域を用いた場合の解析結果の差異は外柱に現れることが予想される。

### 3. 2 解析結果の検討

#### (1) 水平変位について

表-12に各階梁材軸と内柱材軸交点の水平変位を示す。FEMの欄は有限要素法解析値、その他の欄はそれぞれの解法による値である。たわみ角法の値は各階の部材角に階高を乗じ、下階から上階に向けて和を取ったものである。( )内はFEM値に対する各解法による値の比である。

まず、たわみ角法で剛域を考慮しない場合の比について見ると、両モデル共ラーメンの層数に拘らず1.0より相当大きく、また5~9層のものでは階によって比の値は変化し、その変化の仕方は4.15-6.-4.15モデルと6.-6.-6.モデルで異なる。

たわみ角法でRC規準式による剛域を取入れた場合の比について見ると、前述の剛域を考慮しないものよりも1.0に近い値となっているが、モデルの違い、層数の違いあるいは同じラーメンであっても階の違いによって差が見られる。

このようにたわみ角法で求められる水平変位とFEM値との比はラーメン部材の諸元の違いによって変動する。従って、たわみ角法で水平変位(水平剛性)を精度良く求めることは難しいと言える。

一方、部材伸縮等を考慮した剛性法による解析結果について見ると、RC規準式による剛域を取入れたものでは1階部分を除けば、両モデル共、層数が変わってもFEM値との比の値は1.04~1.09と近似している。また、モデルの違いによって比の値に若干の差も見られるが、全体的に見るとたわみ角法の場合よりもFEM値に近似していると言える。しかし、1階とそれ以外の階で比の値に幾分差が見られることから、RC規準の剛域の取り方に問題があると思われる。

以上のものに比べて、有限要素法解析結果に基づいて求めたFEM剛域を用いたものではRC

表-12 水平変位

		4.15-6.-4.15 モデル				
層数	階数	FEM	たわみ角法		剛性法	
			剛域なし(/FEM)	RC剛域(/FEM)	RC剛域(/FEM)	FEM剛域(/FEM)
1	1	1.2	1.6 (1.33)	1.2 (1.00)	1.2 (1.00)	1.3 (1.08)
3	1	4.2	5.4 (1.29)	4.1 (0.98)	4.2 (1.00)	4.5 (1.07)
	2	8.3	10.5 (1.27)	8.3 (1.00)	8.6 (1.04)	9.0 (1.08)
	3	10.6	13.2 (1.25)	10.6 (1.00)	11.1 (1.05)	11.5 (1.08)
5	1	7.2	9.2 (1.28)	7.1 (0.99)	7.2 (1.00)	7.7 (1.07)
	2	15.7	19.5 (1.24)	15.6 (0.99)	16.3 (1.04)	16.9 (1.08)
	3	22.5	27.4 (1.22)	22.2 (0.99)	23.5 (1.04)	24.3 (1.08)
	4	27.3	32.7 (1.20)	26.7 (0.98)	28.7 (1.05)	29.5 (1.08)
	5	30.2	35.4 (1.17)	29.0 (0.96)	31.7 (1.05)	32.5 (1.08)
7	1	10.3	13.0 (1.26)	10.0 (0.97)	10.3 (1.00)	11.0 (1.07)
	2	23.2	28.5 (1.23)	22.9 (0.99)	24.1 (1.04)	25.0 (1.08)
	3	34.7	41.7 (1.20)	34.0 (0.98)	36.4 (1.05)	37.5 (1.08)
	4	44.4	52.3 (1.18)	42.8 (0.96)	46.8 (1.05)	47.9 (1.08)
	5	52.0	60.3 (1.16)	49.5 (0.95)	55.0 (1.06)	56.2 (1.08)
	6	57.9	65.6 (1.13)	53.9 (0.93)	61.0 (1.05)	62.4 (1.08)
	7	61.7	68.3 (1.11)	56.2 (0.91)	65.1 (1.06)	66.3 (1.07)
9	1	13.4	16.8 (1.25)	13.0 (0.97)	13.5 (1.01)	14.4 (1.07)
	2	30.8	37.5 (1.22)	30.2 (0.98)	32.1 (1.04)	33.2 (1.08)
	3	47.2	56.0 (1.19)	45.7 (0.97)	49.6 (1.05)	50.9 (1.08)
	4	62.0	71.9 (1.16)	59.0 (0.95)	65.4 (1.05)	66.9 (1.08)
	5	75.0	85.2 (1.14)	70.1 (0.93)	79.2 (1.06)	80.8 (1.08)
	6	86.1	95.8 (1.11)	79.0 (0.92)	91.0 (1.06)	92.7 (1.08)
	7	95.7	103.7 (1.08)	85.6 (0.89)	100.7 (1.05)	102.4 (1.07)
	8	102.3	109.0 (1.07)	90.1 (0.88)	108.1 (1.06)	109.8 (1.07)
	9	107.4	111.7 (1.04)	92.3 (0.86)	113.4 (1.06)	115.1 (1.07)
		6.-6.-6. モデル				
1	1	0.31	0.40 (1.29)	0.29 (0.94)	0.29 (0.95)	0.34 (1.09)
3	1	1.08	1.39 (1.29)	1.04 (0.96)	1.06 (0.98)	1.17 (1.08)
	2	2.22	2.88 (1.30)	2.26 (1.02)	2.30 (1.04)	2.43 (1.10)
	3	2.85	3.70 (1.30)	2.96 (1.04)	3.03 (1.06)	3.16 (1.11)
5	1	1.88	2.42 (1.29)	1.83 (0.97)	1.87 (0.99)	2.04 (1.08)
	2	4.20	5.43 (1.29)	4.31 (1.03)	4.42 (1.05)	4.63 (1.10)
	3	6.07	7.80 (1.29)	6.30 (1.04)	6.50 (1.07)	6.71 (1.11)
	4	7.37	9.40 (1.28)	7.64 (1.04)	7.96 (1.08)	8.17 (1.11)
	5	8.11	10.23 (1.26)	8.36 (1.03)	8.80 (1.09)	9.00 (1.11)
7	1	2.69	3.44 (1.28)	2.62 (0.97)	2.69 (1.00)	2.92 (1.08)
	2	6.23	7.98 (1.28)	6.37 (1.02)	6.57 (1.05)	6.86 (1.10)
	3	9.39	11.94 (1.27)	9.68 (1.03)	10.10 (1.08)	10.39 (1.11)
	4	12.02	15.12 (1.26)	12.36 (1.03)	13.03 (1.08)	13.31 (1.11)
	5	14.08	17.52 (1.24)	14.37 (1.02)	15.33 (1.09)	15.60 (1.11)
	6	15.56	19.11 (1.23)	15.72 (1.01)	16.98 (1.09)	17.25 (1.11)
	7	16.47	19.95 (1.21)	16.43 (1.00)	18.00 (1.09)	18.26 (1.11)
9	1	3.51	4.47 (1.27)	3.41 (0.97)	3.51 (1.00)	3.80 (1.08)
	2	8.29	10.54 (1.27)	8.43 (1.02)	8.76 (1.06)	9.12 (1.10)
	3	12.79	16.08 (1.26)	13.07 (1.02)	13.77 (1.08)	14.13 (1.11)
	4	16.80	20.86 (1.24)	17.09 (1.02)	18.25 (1.09)	18.60 (1.11)
	5	20.28	24.84 (1.22)	20.44 (1.01)	22.12 (1.09)	22.46 (1.11)
	6	23.21	28.03 (1.21)	23.12 (1.00)	25.37 (1.09)	25.70 (1.11)
	7	25.57	30.42 (1.19)	25.13 (0.98)	27.98 (1.09)	28.30 (1.11)
	8	27.35	32.01 (1.17)	26.47 (0.97)	29.94 (1.09)	30.25 (1.11)
	9	28.56	32.85 (1.15)	27.19 (0.95)	31.26 (1.09)	31.57 (1.11)

剛域を用いた場合と同様、モデルの違いによって比の値に若干差も見られるが、同じモデル毎では層数が変わってもあるいは階が違ってても比の値は1.07~1.08, 1.08~1.11と安定した値となっている。なお、ラーメンの有限要素法解析は二次元で行っているため柱と梁接合部での剛性が必ずしも適切に評価されず幾分過大に見積もられていること、有限要素法解析値の変位は分割の影響を受け易いこと等を考えると、本論のFEM値は実際のものより数%小さく算出されているものと考えられる。従って、実際のものとの比は上記のものより小さくなり、FEM剛域を取入れた剛性法では表中の比の値以上に精解を与えていると考えられる。

(2) 柱端モーメントについて

表-13~16に柱端モーメントを示す。有限要素法解析の曲げモーメント（FEMの欄）は各断面において節点力と材軸までの距離の積和として求められ、表の値は柱・梁接合フェイスの値から直線補間して求めた柱・梁材軸交点の値である。（ ）内はFEM値に対する各解法による値の比である。

先ず剛域を考慮しないたわみ角法の値について見ると、表-13, 15に見られるように外柱ではFEM値との比はいずれも1.0より大きく、かつモデル、ラーメンの層数、同一ラーメンであっても階によって比の値は大きく変動している。この傾向は特に5層以上のラーメンで顕著に見られる。また、内柱について示した表-14, 16について見ると、比の値はいずれも1.0より小さく、かつ同一ラーメンであっても階によって比の値は異っている。RC規準式の剛域を取入れたたわみ角法の値について見ると、剛域を考慮しない場合に比べ幾分FEM値に近づいてはいるが全体的には剛域を考慮しない場合と同様のことが言える。

このようにたわみ角法では有限要素法解析に比べて外柱に過大な応力を負担させることになり、かつ階によってもその負担割合が異なる。従って、たわみ角法を用いた場合、ラーメンの形状によっては大きな誤りを招く恐れがあると考えられる。

RC規準式による剛域を取入れた剛性法の値について見ると表-13, 15に見られるように外柱の柱頭では上層階ほどFEM解析値との比は大きくなり、逆に外柱の柱脚では小さくなって、最下階柱および上層階の柱の一部でFEM解析値に近似しない。内柱では最上階および最下階を除けば比の値は殆んど1.0に近い値となっている。

このようにRC規準式による剛域を取入れた剛性法による値は概ねFEM解析値と良い対応を示すが、最上階および最下階の一部で両者間に差も見られる。

これらに対してFEM剛域を取入れた剛性法の値は、表-13~16に見られるように、応力の極端に小さい部位を除けばFEM解析値との比は殆んど材端で $1 \pm 0.05$ の範囲内にあり、有限要素法解析結果に基づいて求めた剛域は十分適合性を有していると言える。また、先に述べたように有限要素法解析結果に基づいて求められる剛域長さと同論で提案した剛域長さ推定式の値は十分近似していることから、その推定式は実用に耐え得るものと考えられる。

表-13 4.15-6.-4.15メートル外柱材端モーメント

単位(×P)[cm]

層数	階数	FEM		たわみ角法				剛性法			
				剛域なし(/FEM)		RC剛域(/FEM)		RC剛域(/FEM)		FEM剛域(/FEM)	
				柱頭	柱脚	柱頭	柱脚	柱頭	柱脚	柱頭	柱脚
1	1	34.7	43.6	36.5(1.05)	46.5(1.07)	35.2(1.01)	46.4(1.07)	34.7(1.00)	46.2(1.06)	34.2(0.99)	44.0(1.01)
3	1	97.7	136.5	102.2(1.05)	145.9(1.07)	98.4(1.01)	146.7(1.07)	96.0(0.98)	146.5(1.07)	95.7(0.98)	138.3(1.01)
	2	77.0	64.4	81.3(1.06)	65.4(1.02)	79.9(1.04)	63.5(0.99)	77.8(1.01)	62.4(0.97)	76.5(0.99)	63.5(0.99)
	3	38.8	26.0	44.2(1.14)	28.0(1.08)	43.8(1.13)	26.8(1.03)	40.1(1.03)	24.0(0.92)	38.8(1.00)	25.4(0.98)
5	1	158.3	229.0	165.8(1.05)	245.2(1.07)	159.2(1.01)	246.7(1.08)	153.6(0.97)	246.9(1.08)	154.0(0.97)	233.0(1.02)
	2	144.9	134.9	153.7(1.06)	139.7(1.04)	150.5(1.04)	136.3(1.01)	143.9(0.99)	133.5(0.99)	142.8(0.99)	134.4(1.00)
	3	109.4	94.7	120.0(1.10)	101.9(1.08)	118.5(1.08)	99.3(1.05)	110.6(1.01)	93.3(0.99)	108.6(0.99)	93.9(0.99)
	4	73.3	57.2	83.3(1.14)	64.4(1.13)	82.5(1.13)	62.2(1.09)	75.3(1.03)	55.4(0.97)	73.2(1.00)	56.5(0.99)
	5	31.2	19.4	44.3(1.42)	27.6(1.42)	43.9(1.41)	26.2(1.35)	32.6(1.04)	17.5(0.90)	31.7(1.02)	19.2(0.99)
7	1	218.6	321.2	229.4(1.05)	344.5(1.07)	219.9(1.01)	346.7(1.08)	210.3(0.96)	347.6(1.08)	211.5(0.97)	328.0(1.02)
	2	212.3	205.0	226.3(1.07)	214.0(1.04)	221.3(1.04)	209.3(1.02)	209.1(0.98)	204.7(1.00)	208.2(0.98)	205.3(1.00)
	3	176.1	162.1	193.8(1.10)	175.9(1.09)	190.8(1.08)	172.0(1.06)	176.0(1.00)	161.7(1.00)	173.7(0.99)	161.9(1.00)
	4	138.4	122.9	156.9(1.13)	138.1(1.12)	154.6(1.12)	134.4(1.09)	139.3(1.01)	121.6(0.99)	137.1(0.99)	122.5(1.00)
	5	101.3	85.6	120.1(1.19)	101.2(1.18)	118.5(1.17)	98.3(1.15)	103.0(1.02)	84.0(0.98)	101.1(1.00)	85.1(0.99)
	6	66.3	49.5	83.3(1.26)	64.4(1.30)	82.6(1.25)	62.3(1.26)	68.9(1.04)	48.0(0.97)	66.6(1.00)	49.1(0.99)
	7	21.1	11.2	44.3(2.10)	27.6(2.46)	43.9(2.08)	26.1(2.33)	22.6(1.07)	9.5(0.85)	22.2(1.05)	11.4(1.02)
9	1	278.7	413.1	293.0(1.05)	443.9(1.07)	280.7(1.01)	446.7(1.08)	266.5(0.96)	448.7(1.09)	268.5(0.96)	423.3(1.02)
	2	279.3	274.6	298.9(1.07)	288.3(1.05)	292.1(1.05)	282.2(1.03)	273.4(0.98)	276.1(1.01)	272.7(0.98)	276.2(1.01)
	3	242.1	228.8	267.5(1.10)	249.9(1.09)	263.1(1.09)	244.6(1.07)	240.2(0.99)	230.0(1.01)	237.7(0.98)	229.7(1.00)
	4	203.0	187.8	230.7(1.14)	211.8(1.13)	226.9(1.12)	206.6(1.10)	202.5(1.00)	187.7(1.00)	200.2(0.99)	188.2(1.00)
	5	165.5	149.5	193.9(1.17)	175.0(1.17)	190.9(1.15)	170.7(1.14)	166.1(1.00)	149.0(1.00)	163.9(0.99)	149.6(1.00)
	6	129.1	112.6	157.0(1.22)	138.1(1.23)	154.7(1.20)	134.5(1.19)	130.5(1.01)	111.6(0.99)	128.4(0.99)	112.5(1.00)
	7	93.0	76.6	120.1(1.29)	101.2(1.32)	118.5(1.27)	98.3(1.28)	95.0(1.02)	75.2(0.98)	93.2(1.00)	76.4(1.00)
	8	59.1	41.6	83.3(1.41)	64.4(1.55)	82.6(1.40)	62.3(1.50)	62.1(1.05)	40.3(0.97)	59.8(1.01)	41.4(1.00)
	9	10.7	2.7	44.3(4.14)	27.6(10.22)	43.9(4.10)	26.1(9.67)	12.0(1.12)	1.1(0.41)	12.4(1.16)	3.3(1.22)



表-14 4.15-6、-4.15モデル内柱材端モーメント

		単位(×P)[cm]											
層数	階数	FEM 柱頭 柱脚		たわみ角法				剛性法					
				剛域なし(/FEM)		RC剛域(/FEM)		RC剛域(/FEM)		FEM剛域(/FEM)			
				柱頭	柱脚	柱頭	柱脚	柱頭	柱脚	柱頭	柱脚		
		47.6	54.1	45.8(0.96)	51.2(0.95)	45.8(0.96)	52.6(0.97)	46.1(0.97)	53.0(0.98)	47.5(1.00)	54.3(1.00)		
1	1	136.5	169.3	131.4(0.96)	160.5(0.95)	129.9(0.95)	165.0(0.97)	130.5(0.96)	167.0(0.99)	136.2(1.00)	169.8(1.00)		
	2	113.5	105.0	111.1(0.98)	102.2(0.97)	113.1(1.00)	103.4(0.98)	114.4(1.01)	105.4(1.00)	114.4(1.01)	105.5(1.00)		
	3	64.0	51.2	60.3(0.94)	47.5(0.93)	61.9(0.97)	47.5(0.93)	65.3(1.02)	50.6(0.99)	64.4(1.01)	51.4(1.00)		
5	1	225.9	286.8	217.7(0.96)	271.2(0.95)	214.9(0.95)	279.2(0.97)	215.8(0.96)	283.7(0.99)	225.3(1.00)	287.7(1.00)		
	2	222.5	217.7	216.6(0.97)	210.0(0.96)	220.0(0.99)	213.2(0.98)	223.5(1.00)	219.1(1.01)	224.0(1.01)	218.8(1.01)		
	3	173.8	162.1	165.7(0.95)	152.4(0.94)	168.7(0.97)	153.6(0.95)	175.0(1.01)	161.2(0.99)	174.9(1.01)	162.6(1.00)		
	4	120.9	108.6	112.9(0.93)	99.5(0.92)	115.1(0.95)	100.1(0.92)	121.8(1.01)	107.6(0.99)	121.6(1.01)	108.7(1.00)		
	5	71.8	57.6	60.5(0.84)	47.6(0.83)	62.3(0.87)	47.7(0.83)	73.0(1.02)	56.9(0.99)	71.7(1.00)	57.4(1.00)		
7	1	315.2	405.1	304.1(0.96)	381.9(0.94)	300.0(0.95)	393.4(0.97)	300.8(0.95)	401.2(0.99)	314.2(1.00)	406.4(1.00)		
	2	331.4	331.3	321.9(0.97)	317.8(0.96)	326.6(0.99)	322.9(0.97)	332.5(1.00)	333.7(1.01)	333.4(1.01)	333.1(1.01)		
	3	285.7	276.1	271.7(0.95)	258.6(0.94)	276.1(0.97)	261.1(0.95)	286.9(1.00)	275.4(1.00)	287.4(1.01)	277.1(1.00)		
	4	235.0	223.7	219.2(0.93)	205.8(0.92)	223.1(0.95)	207.9(0.93)	236.2(1.01)	222.9(1.00)	236.2(1.01)	224.2(1.00)		
	5	182.7	170.3	166.1(0.91)	152.6(0.90)	169.3(0.93)	153.9(0.90)	183.7(1.01)	169.2(0.99)	183.5(1.00)	170.4(1.00)		
	6	128.2	115.9	112.8(0.88)	99.5(0.86)	115.1(0.90)	100.0(0.86)	128.7(1.00)	114.4(0.99)	128.6(1.00)	115.7(1.00)		
	7	81.7	66.0	60.5(0.74)	47.6(0.72)	62.3(0.76)	47.7(0.72)	82.8(1.01)	65.1(0.99)	81.1(0.99)	65.3(0.99)		
9	1	404.3	523.9	390.5(0.97)	492.6(0.94)	385.0(0.95)	507.6(0.97)	385.6(0.95)	519.2(0.99)	402.8(1.00)	525.5(1.00)		
	2	440.3	445.8	427.2(0.97)	425.6(0.95)	433.1(0.98)	432.6(0.97)	441.4(1.00)	449.2(1.01)	442.9(1.01)	448.2(1.01)		
	3	397.9	391.2	377.8(0.95)	364.7(0.93)	383.6(0.96)	368.7(0.94)	399.2(1.00)	390.6(1.00)	400.1(1.01)	392.6(1.00)		
	4	345.6	340.0	325.4(0.94)	312.1(0.92)	330.9(0.96)	315.6(0.93)	350.4(1.01)	339.4(1.00)	350.7(1.01)	340.9(1.00)		
	5	297.8	287.1	272.3(0.91)	258.8(0.90)	276.9(0.93)	261.5(0.91)	298.9(1.00)	286.1(1.00)	299.0(1.00)	287.6(1.00)		
	6	245.1	233.2	219.2(0.89)	205.7(0.88)	223.1(0.91)	207.7(0.89)	245.9(1.00)	232.0(0.99)	245.8(1.00)	233.3(1.00)		
	7	191.7	178.8	166.1(0.87)	152.6(0.85)	169.3(0.88)	153.9(0.86)	192.4(1.00)	177.4(0.99)	192.0(1.00)	178.5(1.00)		
	8	135.8	123.5	112.8(0.83)	99.5(0.81)	115.1(0.85)	100.0(0.81)	135.9(1.00)	121.7(0.99)	135.9(1.00)	122.9(1.00)		
	9	91.9	74.6	60.5(0.66)	47.6(0.64)	62.3(0.68)	47.7(0.64)	93.1(1.01)	73.8(0.99)	90.8(0.99)	73.6(0.99)		

表-15 6-6-6. モデル外柱材端モーメント

単位(×P)[cm]

層数	階数	FEM		たわみ角法				剛性法			
				剛域なし(/FEM)		RC剛域(/FEM)		RC剛域(/FEM)		FEM剛域(/FEM)	
				柱頭	柱脚	柱頭	柱脚	柱頭	柱脚	柱頭	柱脚
		柱頭	柱脚	柱頭	柱脚	柱頭	柱脚	柱頭	柱脚		
1	1	30.3	40.2	31.6(1.04)	47.5(1.18)	29.7(0.98)	47.3(1.18)	29.2(0.96)	46.6(1.16)	29.4(0.97)	43.9(1.09)
3	1	83.1	138.5	86.0(1.03)	153.2(1.11)	80.6(0.97)	155.2(1.12)	77.9(0.94)	153.6(1.11)	79.9(0.96)	142.0(1.03)
	2	73.6	55.2	77.6(1.05)	55.3(1.00)	76.6(1.04)	52.9(0.96)	76.3(1.04)	53.9(0.98)	74.1(1.01)	55.4(1.01)
	3	39.2	19.4	43.3(1.10)	19.3(0.99)	43.2(1.10)	16.8(0.87)	41.6(1.06)	15.6(0.80)	39.8(1.01)	18.6(0.96)
5	1	132.6	233.5	135.9(1.02)	259.1(1.11)	126.1(0.95)	263.3(1.13)	120.7(0.91)	261.5(1.12)	125.8(0.95)	241.0(1.03)
	2	135.0	120.3	141.0(1.04)	123.7(1.03)	137.2(1.02)	120.0(1.00)	135.5(1.00)	121.9(1.01)	134.3(0.99)	122.3(1.02)
	3	106.0	81.8	114.1(1.08)	85.6(1.05)	113.4(1.07)	81.7(1.00)	109.8(1.04)	78.9(0.96)	106.6(1.01)	81.4(0.99)
	4	74.3	48.7	81.8(1.10)	51.0(1.05)	82.2(1.11)	47.2(0.97)	79.1(1.07)	44.8(0.92)	75.3(1.01)	47.9(0.98)
	5	36.3	16.5	43.6(1.20)	18.2(1.10)	43.6(1.20)	15.2(0.92)	39.0(1.08)	12.3(0.74)	37.2(1.02)	15.8(0.96)
7	1	182.0	328.1	185.7(1.02)	364.9(1.11)	171.4(0.94)	371.4(1.13)	162.7(0.89)	369.8(1.13)	171.1(0.94)	340.4(1.04)
	2	196.6	185.1	204.7(1.04)	192.3(1.04)	198.2(1.01)	187.6(1.01)	194.2(0.99)	190.5(1.03)	193.9(0.99)	189.7(1.02)
	3	168.4	144.0	180.3(1.07)	152.5(1.06)	177.7(1.06)	147.1(1.02)	170.7(1.01)	143.0(0.99)	167.6(1.00)	145.1(1.01)
	4	135.9	110.2	147.7(1.09)	116.9(1.06)	140.2(1.03)	111.1(1.01)	139.8(1.03)	107.3(0.97)	136.2(1.00)	110.4(1.00)
	5	103.4	77.8	114.6(1.11)	83.9(1.08)	114.0(1.10)	79.0(1.02)	107.9(1.04)	74.1(0.95)	104.3(1.01)	77.3(0.99)
	6	71.7	45.9	81.9(1.14)	51.0(1.11)	82.4(1.15)	47.2(1.03)	76.8(1.07)	41.9(0.91)	72.9(1.02)	45.1(0.98)
	7	32.3	13.6	43.6(1.35)	18.1(1.33)	43.6(1.35)	15.1(1.11)	35.1(1.09)	9.4(0.69)	33.4(1.03)	13.0(0.96)
9	1	231.7	422.6	235.5(1.02)	470.7(1.11)	216.7(0.94)	479.5(1.13)	204.1(0.88)	478.6(1.13)	215.8(0.93)	440.3(1.04)
	2	258.2	249.6	268.5(1.04)	261.0(1.05)	259.2(1.00)	255.2(1.02)	252.1(0.98)	259.6(1.04)	252.9(0.98)	257.4(1.03)
	3	230.6	205.7	246.3(1.07)	219.3(1.07)	241.9(1.05)	212.5(1.03)	230.7(1.00)	207.5(1.01)	227.8(0.99)	209.1(1.02)
	4	197.7	171.2	213.9(1.08)	183.1(1.07)	210.4(1.06)	175.4(1.02)	199.9(1.01)	170.4(1.00)	196.4(0.99)	173.2(1.01)
	5	164.9	138.5	180.9(1.10)	150.1(1.08)	178.6(1.08)	143.4(1.04)	168.2(1.02)	136.5(0.99)	164.6(1.00)	139.5(1.01)
	6	132.5	106.4	147.9(1.12)	116.9(1.10)	146.5(1.11)	111.1(1.04)	136.6(1.03)	103.4(0.97)	133.0(1.00)	106.6(1.00)
	7	100.3	74.6	114.6(1.14)	83.8(1.12)	114.0(1.14)	78.9(1.06)	105.0(1.05)	70.9(0.95)	101.4(1.01)	74.2(0.99)
	8	69.1	43.1	81.9(1.19)	51.0(1.18)	82.5(1.19)	47.2(1.10)	74.3(1.08)	39.1(0.91)	70.4(1.02)	42.3(0.98)
	9	28.4	10.6	43.6(1.54)	18.1(1.71)	43.6(1.54)	15.1(1.42)	31.0(1.09)	6.5(0.61)	29.7(1.05)	10.2(0.96)

表-16 6-6-6. 内柱材端モーメント

単位(×P)[cm]

層数	階数	FEM		たわみ角法				剛性法			
				剛域なし(FEM)		RC剛域(/FEM)		RC剛域(/FEM)		FEM剛域(/FEM)	
				柱頭	柱脚	柱頭	柱脚	柱頭	柱脚	柱頭	柱脚
1	1	48.8	57.7	46.1(0.94)	54.8(0.95)	46.1(0.94)	56.9(0.99)	46.6(0.95)	57.6(1.00)	48.3(0.99)	58.5(1.01)
3	1	135.9	182.5	127.1(0.94)	173.8(0.95)	123.7(0.91)	180.4(0.99)	125.3(0.92)	183.2(1.00)	133.6(0.98)	184.5(1.01)
	2	121.9	109.5	119.8(0.98)	107.3(0.98)	122.5(1.00)	108.1(0.99)	122.0(1.00)	107.8(0.99)	122.1(1.00)	108.4(0.99)
	3	70.4	51.0	69.1(0.98)	48.4(0.95)	72.4(1.03)	47.5(0.93)	73.8(1.05)	49.1(0.96)	71.2(1.01)	50.4(0.99)
5	1	223.5	310.5	209.3(0.94)	295.8(0.95)	202.5(0.91)	308.0(0.99)	204.6(0.92)	313.3(1.01)	219.1(0.98)	314.1(1.01)
	2	235.7	229.0	231.4(0.98)	223.9(0.98)	235.2(1.00)	227.6(0.99)	234.3(0.99)	228.3(1.00)	235.4(1.00)	228.0(1.00)
	3	185.7	166.4	181.0(0.97)	159.2(0.96)	185.8(1.00)	159.2(0.96)	188.1(1.01)	163.2(0.98)	186.7(1.01)	156.3(0.99)
	4	128.6	108.2	124.7(0.97)	102.5(0.95)	128.9(1.00)	101.7(0.94)	131.4(1.02)	104.7(0.97)	129.7(1.01)	107.0(0.99)
	5	74.0	53.2	69.8(0.94)	48.4(0.91)	73.6(0.99)	47.6(0.89)	77.7(1.05)	51.0(0.96)	74.7(1.01)	52.4(0.98)
7	1	310.7	439.1	291.6(0.94)	417.8(0.95)	281.5(0.91)	435.7(0.99)	238.5(0.91)	444.0(1.01)	304.1(0.98)	444.4(1.01)
	2	349.0	349.5	342.4(0.98)	340.6(0.97)	347.1(0.99)	347.1(0.99)	345.6(0.99)	349.7(1.00)	348.0(1.00)	348.4(1.00)
	3	302.3	285.4	294.3(0.97)	273.0(0.96)	300.6(0.99)	274.6(0.96)	304.0(1.01)	282.2(0.99)	303.0(1.00)	284.3(1.00)
	4	246.7	227.2	239.0(0.97)	216.3(0.95)	245.4(0.99)	217.4(0.96)	249.4(1.01)	223.5(0.98)	247.6(1.00)	225.8(0.99)
	5	189.7	169.2	182.3(0.96)	159.3(0.94)	187.8(0.99)	159.2(0.94)	192.7(1.02)	165.4(0.98)	190.6(1.00)	167.7(0.99)
	6	131.4	111.0	124.8(0.95)	102.4(0.92)	129.0(0.98)	101.3(0.91)	134.1(1.02)	107.3(0.97)	132.4(1.01)	109.6(0.99)
	7	77.8	56.4	69.9(0.90)	48.4(0.86)	73.7(0.95)	47.6(0.84)	81.6(1.05)	54.0(0.96)	78.3(1.01)	55.3(0.98)
9	1	397.5	568.3	373.9(0.94)	539.9(0.95)	360.4(0.91)	563.4(0.99)	361.9(0.91)	575.4(1.01)	388.7(0.98)	575.1(1.01)
	2	461.9	470.4	453.4(0.98)	457.2(0.97)	459.0(0.99)	466.6(0.99)	456.5(0.99)	471.8(1.00)	460.3(1.00)	469.4(1.00)
	3	418.6	405.1	407.6(0.97)	386.8(0.95)	415.4(0.99)	390.2(0.96)	419.7(1.00)	402.0(0.99)	419.2(1.00)	403.9(1.00)
	4	364.1	347.1	352.8(0.97)	330.2(0.95)	361.0(0.99)	333.1(0.96)	366.4(1.01)	343.3(0.99)	364.9(1.00)	345.6(1.00)
	5	307.6	289.1	296.0(0.96)	273.0(0.94)	303.3(0.99)	274.7(0.95)	310.2(1.01)	285.1(0.99)	308.4(1.00)	287.5(0.99)
	6	250.4	230.8	239.1(0.95)	216.1(0.94)	245.5(0.98)	216.9(0.94)	253.2(1.01)	226.8(0.98)	251.1(1.00)	229.1(0.99)
	7	192.9	172.3	182.3(0.95)	159.3(0.92)	187.9(0.97)	159.2(0.92)	195.8(1.02)	168.4(0.98)	193.7(1.00)	170.7(0.99)
	8	134.1	113.7	124.8(0.93)	102.4(0.90)	129.0(0.96)	101.3(0.89)	136.7(1.02)	109.9(0.97)	135.0(1.01)	112.3(0.99)
	9	81.5	59.5	69.9(0.86)	48.4(0.81)	73.7(0.90)	47.6(0.80)	85.4(1.05)	57.1(0.96)	81.9(1.00)	58.3(0.98)

なお、上記の他に剛性法で剛域を取入れない場合およびD値法による解析も試みた。その結果、剛性法で剛域を取入れない場合は本論の値よりもFEM解析値との近似度は悪くなり、D値法による値はたわみ角法による値に比較的近く、FEM解析値との対応はたわみ角法の場合よりも悪くなる傾向が見られた。

#### 4. む す び

以上、有限要素法解析結果および各種ラーメン解析結果について検討した結果、次の諸点が明らかとなった。

- 1) 既往の剛域長さ算定式による値は部材断面の形状によっては有限要素法解析結果に基づく値と対応しないものが見られる。
- 2) 有限要素法解析結果に基づいて求めた剛域長さは材端条件によって大きく異なる。
- 3) 有限要素法解析結果に基づいて求めた剛域長さを統計的に処理して剛域長さ推定式を導いた。その式は広範囲のものに対して十分な精度で近似する。
- 4) たわみ角法によってラーメン解析を行った場合、剛域を取入れるか否かに拘らず、ラーメンの形状（スパン、階数）によっては大きな誤りを招く恐れがある。
- 5) 部材伸縮等を考慮し、RC規準式による剛域を取入れた剛性法によってラーメン解析を行った結果、有限要素法解析結果との対応において、最上階および最下階の部材応力に幾分問題があった。
- 6) 部材伸縮等を考慮し、FEM剛域を取入れた剛性法によってラーメン解析を行った結果、十分な精度で有限要素法解析結果に対応した。
- 7) 6)によって本論で提案した剛域推定式は十分有用であることが明らかとなった。

終りに、本論の解析の多くは本学修士修了生橋本諭君、北林大明君、大学院生塚野憲君ならびに学部卒業生櫻野由貴子さんのご協力のもとに行われたものであることを記し、心から感謝申し上げます。

#### 参 考 文 献

- 1) 武藤：“新訂建築学大系14構造設計法”，彰国社
- 2) 日本建築学会：“鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説，（1988）
- 3) 武藤：“耐震設計シリーズI耐震設計法”，丸善
- 4) 奥田：“架構材の定数について”，東京大学卒業論文，昭和2年
- 5) 徳広，佐々木：“たれ壁・腰壁付き柱の弾性剛性に関する研究（I）”，日本建築学会論文報

告集第304号，昭和56年6月

- 6) 大築，橋本，土屋：“腰壁・垂壁付き柱の有限要素法解析”，日本建築学会大会学術講演梗概集（近畿），昭和62年10月
- 7) 大築，土屋：“腰壁・垂壁付き柱の有限要素法解析（その2.片側壁付き柱の場合）”，日本建築学会大会学術講演梗概集（関東），昭和63年10月
- 8) 北林，大築：“平面ラーメンの応力解析”，日本建築学会北海道支部研究報告集，No.67，1994.3
- 9) 大築，鈴木，檜野：“有限要素法解析による水平力を受けるRC部材の剛域について”，日本建築学会北海道支部研究報告集No.68，1995.3
- 10) 鈴木，大築，塚野：“水平力を受けるRC部材の剛域についての検討（その1有限要素法解析に基づく剛域について）”，日本建築学会大会学術講演梗概集，（北海道）1995.8
- 11) 塚野，大築，鈴木：“水平力を受けるRC部材の剛域についての検討（その2提案剛域算定式の適合性について）”，日本建築学会大会学術講演梗概集（北海道）1995.8

# ジャーナル軸受の最適設計に関する研究

風間 俊治, 藤原 満

## Optimum Design of Hydrodynamic Journal Bearings

Toshiharu Kazama and Mitsuru Fujiwara

### Abstract

Optimum design of miniature hydrodynamic journal bearings at high speed of rotation is studied numerically. The critical speed due to oil-whip including the effects of viscous heating in the fluid film and elasticity of the journal is considered. The numerical parameters used in this paper are: the radius and the width of the bearings are 10 mm, the span between bearings is 100 mm and the viscosity of the lubricant is 27.2 mPa·s at 313 K (ISO VG 32). The load and the speed of rotation are varied from 1 to 10<sup>4</sup> N and from 10 to 500 s<sup>-1</sup>, respectively. The effects of the speed of rotation and the loads on the optimum radius of the bearings based on the maximum critical speed are presented. Moreover, the experiment was carried out and the pressure distribution, rise in temperature of the lubricant and leakage flow rate were measured. The theoretical results agreed with the experimental data.

### 1. 緒 言

ジャーナル軸受は、各種機械の回転軸の支持に広く用いられている。近年の機械の小形軽量化および電動モータの高速回転化にともない、そこで使用される軸受に対しても、軸の高速回転に対応した小形軽量化が強く求められている。

今日、ジャーナル軸受の設計法に関する資料<sup>1)</sup>はすでに公表されており、一般的な設計時の資料として利用されている。しかしながら、小形化および高速運転時における安定性を踏まえた実用性の高い設計資料はまだ十分ではない。

そこで、本研究では特に軸が小径で回転数が高い運転条件で使用される動圧形の真円ジャーナル軸受の最適設計法を提示することを目的として、軸受すき間における発熱の効果および軸の小径化による剛性の低下に基因するオイル・ホイップの発生限界を考慮した理論解析を行う。ま

た、実験により本研究で導入した熱モデルの妥当性を検討する。

## II. 主な記号

$c_o$	: 潤滑油の定圧比熱
$C_{ij}$	: 油膜の減衰係数 $=\delta\omega c_{ij}/(gm)$
$D$	: ジャーナル直径 $=2R$
$e$	: 偏心率
$f$	: 摩擦係数 $=T/(RW)$
$\bar{F}$	: 油膜力 $=\delta^2 F/(6\mu\omega LR^3)$
$\bar{h}$	: すき間 $=h/\delta$
$k_s$	: 軸のばね係数
$K_{ij}$	: 剛性係数 $=\delta k_{ij}/(gm)$
$l_s$	: ジャーナル軸受間の距離
$m$	: 質量
$N$	: 回転数
$\bar{p}$	: 圧力 $=p/[6\mu\omega(R/\delta)^2]$
$p_m$	$=W/(DL)$
$\bar{Q}$	: 流量 $=Q/(\delta\omega LR)$
$R$	: ジャーナル半径
$S_o$	: ゾンマーフェルト (Sommerfeld) 数 $=\mu\omega(R/\delta)^2/p_m$
$t_{c.in}$	: 潤滑油の供給温度
$t_{c.s}$	: 潤滑油の漏れ温度
$W$	: 荷重
$x^*, y^*$	: 軸受の座標 $=x/\delta, y/\delta$
$X^*, Y^*$	: ロータ質点の座標 $=X/\delta, Y/\delta$
$\alpha$	: 角度
$\beta_\mu$	: 粘度-温度係数
$\beta_\rho$	: 密度-温度係数
$\delta$	: 半径すき間
$\bar{\Delta t}_c$	$=(t_{c.s}-t_{c.in})/t_{c.in}$
$\varepsilon$	: 偏心率 $=e/\delta$
$\theta$	: 角度

- $\kappa$  =  $gm / (\delta k_s)$
- $\mu$  : 潤滑油の粘度
- $\rho$  : 潤滑油の密度
- $\tau$  : 時間 =  $\omega t$
- $\phi$  : 偏心角
- $\chi$  : 熱パラメータ
- $\psi$  : すき間比 =  $\delta/R$
- $\omega$  : ジャーナルの角速度 =  $2\pi N$
- $\omega_c$  : オイル・ホイップ発生の限界角速度
- $\Omega$  =  $\omega/\omega_c$
- 添字 0 : 静的平衡点
- 記号  $\bullet$  =  $\partial/\partial\tau$

### Ⅲ. 理論

#### 1. 基礎方程式

図-1 にジャーナル軸受の模式図を示す。非定常項を考慮した無次元レイノルズ (Reynolds) 方程式は

$$\frac{\partial}{\partial\theta} \left[ \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial\theta} \right] + \left[ \frac{R}{L} \right]^2 \frac{\partial}{\partial z} \left[ \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} \right] = \frac{\partial \bar{h}}{\partial\theta} + 2\bar{\varepsilon} \cos\theta + 2\bar{\varepsilon} \dot{\phi} \sin\theta \quad (1)$$

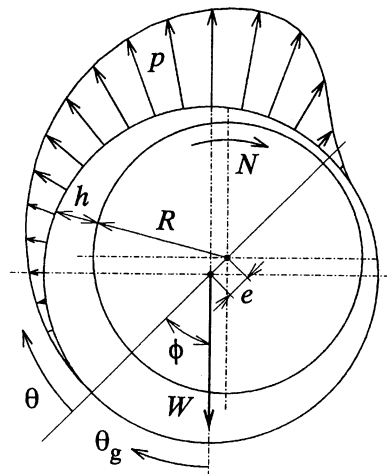


図-1 Coordinate systems of hydrodynamic journal bearings



となる。ここに、 $\bar{h}$ : 軸受すき間  $=1+e\cos\theta$  である。偏心方向およびそれに直角方向の負荷容量  $\bar{F}_x, \bar{F}_y$  は、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} \bar{F}_x &= -\int_{-1/2}^{1/2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \bar{p} \bar{r} \cos\theta \, d\theta d\bar{z} \\ \bar{F}_y &= \int_{-1/2}^{1/2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \bar{p} \bar{r} \sin\theta \, d\theta d\bar{z} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

で求まる。本研究では、負圧領域ではキャビテーションが生じるものとして、その領域は負荷容量に算入しないこととする。したがって、 $\theta_1, \theta_2$  はそれぞれ、油膜の開始角度および破断角度に対応する。

ジャーナル軸受の安定性を議論するにあたり、本報では、図-2に示すような、この軸受を両端にもつジェフコット (Jeffcott) ロータ<sup>2)</sup> を考える (式の展開は附録Aを参照)。軸の剛性を考慮した安定限界角速度 (危険速度)  $\omega_c$  は

$$\omega_c \sqrt{\frac{\delta}{g}} = \sqrt{\frac{A_1 A_3 A_5^2}{(A_1^2 + A_2 A_5^2 - A_1 A_4 A_5)(\kappa A_1 + A_3)}} \quad (3)$$

で与えられる。いま、安定限界パラメータとして

$$\Omega = \omega / \omega_c \quad (4)$$

を導入すれば、 $\Omega < 1$  で安定である ( $\Omega \geq 1$  でオイルホイップの発生により不安定となる)。一方、荷重  $\bar{W} = \bar{F}_x^2 + \bar{F}_y^2$  に対して油膜の運動方程式は次式で与えられる。

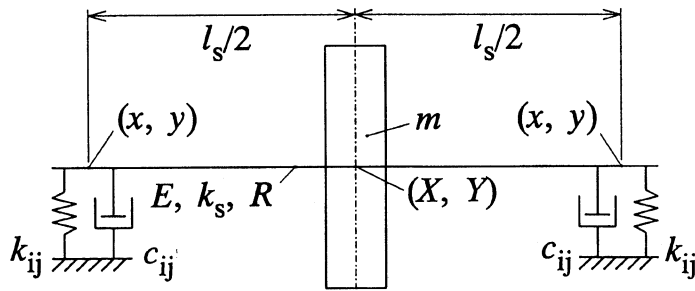


図-2 Schematic diagrams of Jeffcott rotor

$$\begin{bmatrix} \bar{F}_x \\ \bar{F}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{F}_{x0} \\ \bar{F}_{y0} \end{bmatrix} + [K] \begin{bmatrix} \Delta x^* \\ \Delta y^* \end{bmatrix} + [C] \begin{bmatrix} \Delta \dot{x}^* \\ \Delta \dot{y}^* \end{bmatrix} \quad (5)$$

さて、式(1)を無限小幅軸受の取扱いのもとに解くと、圧力分布 $\bar{p}$ は

$$\bar{p} = \frac{(L/R)^2}{2\omega} \left[ \frac{1}{4} - \bar{z}^2 \right] \frac{(\omega - 2\dot{\phi})\varepsilon \sin\theta - 2\dot{\varepsilon} \cos\theta}{(1 + \varepsilon \cos\theta)^3} \quad (6)$$

となる。したがって、式(6)を式(2)に代入して解けば、式(5)の $[K]$ 、 $[C]$ が求まる（附録B参照）。なお、偏心角 $\phi$ は

$$\phi = \arctan(\bar{F}_{\phi 0} / \bar{F}_{\varepsilon 0}) \quad (7)$$

周方向流量 $\bar{Q}_c(\theta)$ ならびに側面方向（漏れ）流量 $\bar{Q}_s$ は、それぞれ次式で求まる。

$$\bar{Q}_c(\theta) = \frac{(L/R)^2}{48} \varepsilon \frac{3\varepsilon + \cos\theta - 2\varepsilon \cos\theta}{1 + \varepsilon \cos\theta} \quad (8)$$

$$\bar{Q}_s = \varepsilon \left[ \frac{(L/R)^2}{24} + 1 \right] \quad (9)$$

軸受すき間における潤滑油のせん断に基づくジャーナルおよびブッシュに作用する摩擦トルク $\bar{T}$ は、 $\bar{p} \leq 0$ の領域において $\partial \bar{p} / \partial \theta = 0$ として

$$\bar{T} = \frac{\pi \delta}{6R} \frac{1}{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \left[ 1 \pm \frac{(L/R)^2}{16} \frac{\varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2} \right] \quad (10)$$

で与えられる（複号同順）。

## 2. 熱潤滑モデル

ジャーナルが高速回転する場合、軸受すき間における潤滑油のせん断に基づく発熱の影響を考慮する必要がある。軸受に対するこの種の問題は熱流体潤滑(Thermo-Hydrodynamic Lubrication)問題として、近年、高速計算機を積極的に活用して解析が進められている<sup>3-4)</sup>。しかしながら、THLは非線形性の強いレイノルズ方程式、エネルギー方程式および熱伝導方程式を潤滑油の物性値ならびに周囲との熱伝達を考慮しながら数値的に解かねばならない。したがっ

て、必然的に1ケースの計算量が多くなることから、パラメトリック・スタディが余儀なくされる最適化問題に対して直接的に THL 理論を適用することは、現状では現実的ではない。

よって、本研究では実用的な簡便な熱モデルを導入することにする。いま、しゅう動部における発熱に対して、潤滑油の漏れ流量とすき間内の循環流量との関係から熱パラメータ  $\chi = \bar{Q}_c / (\bar{Q}_c + \bar{Q}_s)$  を導入すると、しゅう動部の温度  $t$  は

$$\begin{aligned} t &= t_{in} + \chi \Delta t \\ &= t_{in} + \frac{6\mu\chi\omega}{\rho c_p} \left[ \frac{R}{\delta} \right]^3 \frac{T}{Q} \end{aligned} \quad (11)$$

で与えることができる。ここに、 $\rho$ : 潤滑油の密度、 $c_p$ : 定圧比熱、 $t_{in}$ : 供給温度である。なお、潤滑油の粘度  $\mu$  および密度  $\rho$  はそれぞれ温度  $t$  の関数として

$$\mu = \mu_0 e^{\beta_\mu(t-t_0)} \quad (12)$$

$$\rho = \rho_0 [1 + \beta_\rho(t-t_0)] \quad (13)$$

で与える。ここに、 $\beta_\mu$ 、 $\beta_\rho$  はそれぞれ潤滑油の粘度-温度、密度-温度係数である。

#### IV. 熱モデルの検証実験

図-3に実験装置の模式図を示す。供試軸受は動圧形の真円ジャーナル軸受である。測定上、軸受部の寸法は直径  $2R=50$  mm、幅  $L=50$  mm、直径すき間  $2\delta=0.112$  mm とした。ジャーナルは機械構造用炭素鋼鋼材で、プッシュは黄銅で製作した。潤滑油には ISO VG 32 を使用した。実験パラメータには、荷重  $W(=55\sim 545$  N) および回転数  $N(=1\sim 30$  s<sup>-1</sup>) を採用した。

本実験では、ウエイトによる懸垂式で荷重を、インバータと定トルク形3相電動機で回転数を設定し、軸受すき間の圧力分布(計13箇所)、漏れ流量、給油および排油温度を測定した。

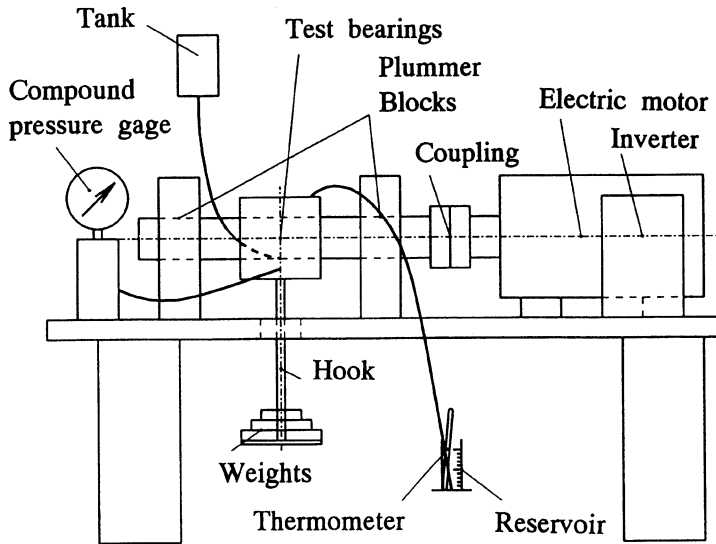


図-3 Experimental apparatus

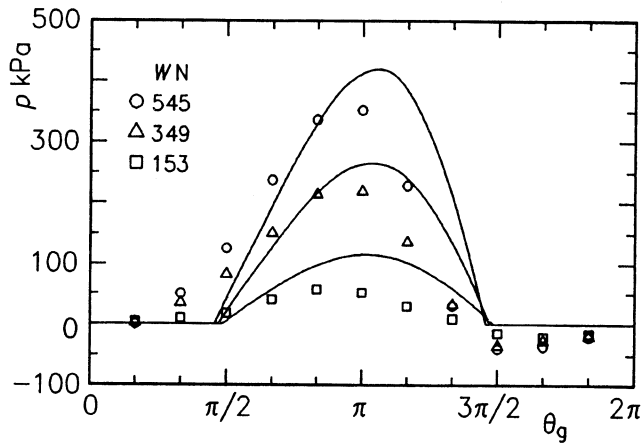


図-4 Pressure distributions  $p$

図-4 に荷重  $W$  をパラメータとして、しゅう動部の圧力分布  $p$  を示す (回転数  $N=25 \text{ s}^{-1}$  一定)。図中の曲線は、本研究の潤滑モデルによる計算値 (AV) である。荷重  $W$  に対するしゅう

う動部の圧力  $p$  の理論値は、実験値とよく一致した。

図-5 に、回転数  $N$  をパラメータとした場合の排出側  $t_e$  と供給側  $t_i$  との潤滑油の温度差  $\Delta t_c$  を、図-6 に漏れ流量  $Q_s$  に対する本潤滑モデルによる計算値(AV)と従来の温度を一定とした計算値(等粘度理論: IV)との比較を示す ( $W=349$  N 一定)。 $N$  の増大にともない、流体のせん断に基づく発熱により  $\Delta t_c$  は上昇した(図-5)。 $\Delta t_c$  の上昇は、潤滑油の粘度低下の要因となったため、 $Q_s$  は増加した(図-6)。特に  $N$  の大きな条件において、その影響は顕著となり、計算値 AV は実験値を比較的良好に近似した。

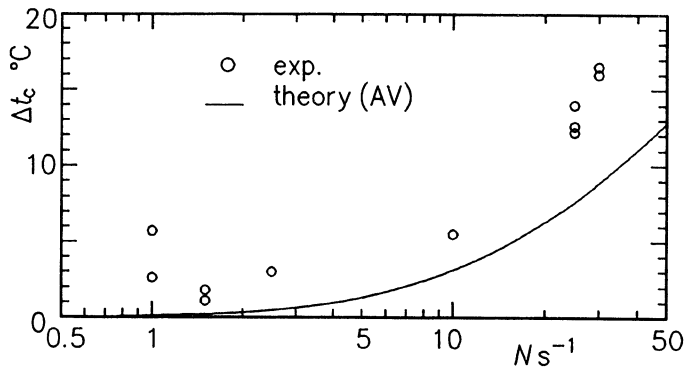


図-5 Comparison of experiment and theory for rise in temperature  $\Delta t_c$ .

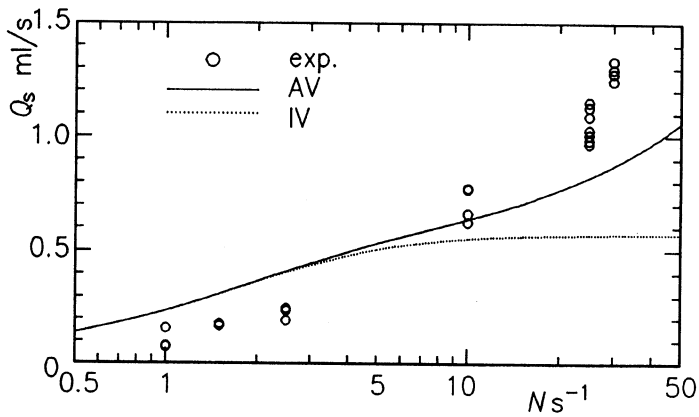


図-6 Comparison of experiment and theory for leakage flow rate  $Q_s$ .

以上の結果より, 本研究の熱潤滑モデルは比較的簡単な取扱いであるにも関わらず, しゅう動部における発熱の影響をよく表すことができるといえる。

## V. 最適設計

IV編の結果を踏まえて, III編で示した基礎式に基づいて, 小径のジャーナルを高速で回転させることを前提としたジャーナル軸受の最適設計を行う。数値パラメータを表1に示す。なお, 本報では小径のジャーナル軸受を対象としていることから, 軸受すき間内の流れは層流として取扱うことができる(本研究の数値条件において  $Re = \delta \rho \omega R / \mu < 10$  である)。なお, 表1の数値パラメータに基づく基本的なしゅう動部特性を附録Cに記す。

さて, 静圧軸受の場合にはジャーナル形およびスラスト形によらず, 流量および摩擦に基づく損失の和から損失動力が定義できるので, これを目的関数として取扱い, その最小値を最適設計条件として採用することができる<sup>5)</sup>。ところが, 動圧軸受の場合には流量に基づく損失動力が定義できないために, 最適設計において損失動力最小化の観点からの数学的な取扱いができない。

すべり軸受の設計に対しては, 温度上昇および漏れ流量の両者の最小化を図ることが基本的な最適設計指針となることから, 従来, これらふたつのパラメータに重みを掛けて代数和を採った値を目的関数とする方法<sup>6, 7)</sup>が用いられている。しかし, ふたつの異なる物理量の和によるこの目的関数の採用には問題が残る。

そこで, 本報では数学的な取扱いができ, しかも物理的にも明確な危険速度  $\omega_c$  に, すなわ

Table 1 Numerical parameters

$c_p$	=	1.88	kJ/(kg·K)
$E$	=	206	GPa
$l_s$	=	100	mm
$L$	=	10	mm
$L/D$	=	0.5	
$t_{in}$	=	313	K
$W$	=	100	N
$\beta_\nu$	=	-0.0483	K <sup>-1</sup>
$\beta_p$	=	$-0.752 \times 10^{-3}$	K <sup>-1</sup>
$\mu$	=	27.2	mPa·s
$\rho$	=	850	kg/m <sup>3</sup>
$\psi$	=	0.001	

ち高速安定性に着目した最適設計法を提示する。いま、設計仕様として小形化を念頭においていることから、( $l_s$ で無次元化した)軸半径  $R/l_s$  に対する最適値を求めることとする。いいかえれば、本研究は設計変数として  $R/l_s$  を、目的関数として  $\Omega(=\omega/\omega_c)$  を採用し、これを最小化 ( $\omega_c$ を最大化) することに、さらに最適化法の表現で定式化すれば

$$\text{Find } R/l_s \text{ to minimize } \Omega(=\omega/\omega_c) \tag{14}$$

を解くことに帰着される。なお、熱の影響は式(5)の無次元荷重に算入される。

図-7 は回転数  $N$  の影響を示す。ジャーナル半径  $R/l_s$  に対して最小値  $\Omega_{\min}$  が存在する。これは、基本的に  $R/l_s$  を小さくすることが  $\epsilon$  を大きくさせるために、結果として軸受の安定性を高めること、一方で、いまジャーナルの剛性を考慮していることから、 $R/l_s$  を極端に小さく採ると、系の剛性の低下を招き  $\Omega$  を増大させることから説明できる。 $N$  が大きくなると  $\Omega_{\min}$  は大きくなる。また、最適寸法は  $N$  にはほとんどよらずに、この場合  $R/l_s \approx 0.1$  で与えられる。なお、 $N=500 \text{ s}^{-1}$  では常に  $\Omega > 1$  となり、 $R/l_s$  の選択のみでは安定な軸受は実現できないことがわかる。

図-8 は荷重  $mg = W$  に対する影響を示す。 $mg$  が増大すると  $\Omega_{\min}$  となる  $R/l_s$  は増加し、 $\Omega_{\min}$  の絶対値も増加する。特に  $mg=10 \text{ kN}$  では  $R/l_s$  が小さい条件での剛性の低下が著しいので、 $\Omega_{\min}$  は表れない。

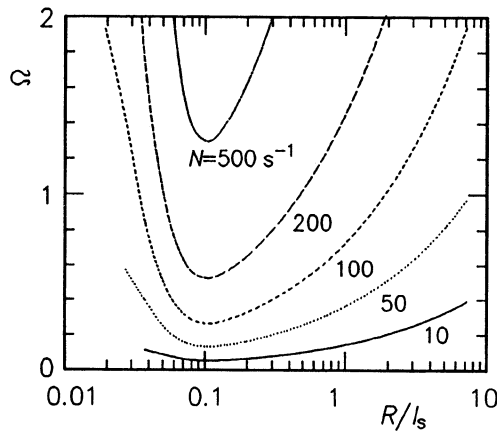


図-7 Effects of speed of rotation  $N$  on optimum bearing radius  $R/l_s$  ( $mg = 100 \text{ N}$ )

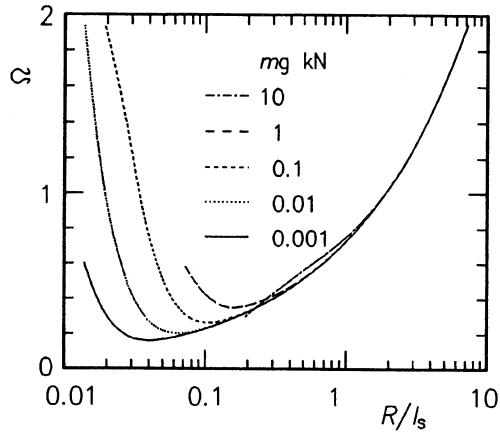


図-8 Effects of load  $mg$  on optimum bearing radius  $R/l_s$  ( $N = 100 \text{ s}^{-1}$ )

## VI. 結 言

流体のせん断による発熱, 軸の剛性およびオイルホイップの影響を含めて, 高速安定性を重視したジャーナル軸受の最適設計を行った。なお, 実験には本学科 新井田 要一 技官ならびに当時の学部生 諫早 亮 君, 渡辺 恒 君の助力を得た。ここに記して謝意を表す。

## 参 考 文 献

- 1) 日本機械学会: すべり軸受の静特性および動特性資料集, (日本工業出版, 1984).
- 2) 日本潤滑学会: 潤滑ハンドブック, (丸善, 1987).
- 3) 三井 純一: 日本機械学会論文集C, 50, (450), 339, (1984).
- 4) 風間 俊治・山口 惇・清水 清二: 油圧と空気圧, 21, (4), 392, (1990).
- 5) Kazama, T. and Yamaguchi, A.: *Wear*, 161, 161, (1993).
- 6) Seireg, A. and Ezzat, H.: *Trans. ASME, J. Lubrication Technology*, 91, 516, (1969).
- 7) 橋本・加藤: 日本機械学会論文集C, 52, (482), 2702, (1986).



附 録

A.

図-2に示すジェフコット・ロータの運動方程式は、無次元形で

$$\left. \begin{aligned} \ddot{X}^* + \frac{G}{\kappa}(X^* - x^*) &= 0 \\ \ddot{Y}^* + \frac{G}{\kappa}(Y^* - y^*) &= G \\ \frac{X^* - x^*}{\kappa} &= 2(K_{xx}x^* + K_{yy}y^* + C_{xx}\dot{x}^* + C_{yy}\dot{y}^*) \\ \frac{Y^* - y^*}{\kappa} &= 2(K_{yx}x^* + K_{yy}y^* + C_{yx}\dot{x}^* + C_{yy}\dot{y}^*) + 1 \end{aligned} \right\} \quad (A1)$$

となる。ここに

$$G = g / \delta \omega^2 \quad (A2)$$

$$\kappa = \frac{gm}{\delta k_s} = \frac{g l_s^3 m}{12 \pi \delta E R^4} \quad (A3)$$

である。なお、 $\kappa$  は軸のコンプライアンスを表すパラメータである。また  $K_{ij}$ ,  $C_{ij}$  は、それぞれ

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \quad (A4)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} \quad (A5)$$

で定義される無次元化した油膜の剛性係数および減衰係数である。

いま、静的平衡点まわりの微小振動を考える。ラプラス (Laplace) 変換を用いて式(3)を解くと、 $s$  をラプラス演算子として、特性方程式は

$$c_0 s^6 + c_1 s^5 + c_2 s^4 + c_3 s^3 + c_4 s^2 + c_5 s + c_6 = 0 \quad (A6)$$

ここに  $c_i (i=1, 2, \dots, 6)$  は

$$\left. \begin{aligned}
 c_0 &= \frac{A_3}{\omega^5} \\
 c_1 &= \frac{1}{\omega^5} \left[ A_1 + \frac{A_5}{\kappa} \right] \\
 c_2 &= \frac{1}{\omega^4} \left[ A_2 + \frac{2GA_3 + A_4}{\kappa} + \frac{1}{\kappa^2} \right] \\
 c_3 &= \frac{1}{\omega^3} \frac{G}{\kappa} \left[ 2A_1 + \frac{A_5}{\kappa} \right] \\
 c_4 &= \frac{1}{\omega^2} \frac{G}{\kappa} \left[ 2A_2 + \frac{GA_3 + A_4}{\kappa} \right] \\
 c_5 &= \frac{1}{\omega} \frac{G^2}{\kappa^2} A_1 \\
 c_6 &= \frac{G^2}{\kappa^2} A_2
 \end{aligned} \right\} \quad (A7)$$

さらに  $A_i (i=1, 2, \dots, 5)$  は

$$\left. \begin{aligned}
 A_1 &= K_{xx} C_{yy} - K_{xy} C_{yx} - K_{yx} C_{xy} + K_{yy} C_{xx} \\
 A_2 &= K_{xx} K_{yy} - K_{xy} K_{yx} \\
 A_3 &= C_{xx} C_{yy} - C_{xy} C_{yx} \\
 A_4 &= K_{xx} + K_{yy} \\
 A_5 &= C_{xx} + C_{yy}
 \end{aligned} \right\} \quad (A8)$$

である。フルヴィッツ (Hurwitz) の安定判別法を適用して

$$\begin{vmatrix}
 c_1 & c_3 & c_5 & 0 & 0 \\
 c_0 & c_2 & c_4 & c_6 & 0 \\
 0 & c_1 & c_3 & c_5 & 0 \\
 0 & c_0 & c_2 & c_4 & c_6 \\
 0 & 0 & c_1 & c_3 & c_5
 \end{vmatrix} > 0 \quad (A9)$$

なる条件より式(3)が求まる。

B.

いま、ギュンベル (Gümbel) の境界条件 ( $\pi < \theta < 2\pi$  で  $\bar{p}=0$ ) のもとに解くと  $K_{ij}=3S_0K_{ij}^*$  および  $C_{ij}=3S_0C_{ij}^*$  は、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} K_{xx}^* &= (\partial \bar{F}_\varepsilon / \partial \varepsilon \cos \alpha_0 - \partial \bar{F}_\alpha / \partial \varepsilon \sin \alpha_0) \cos \alpha_0 + \bar{F}_\varepsilon / \varepsilon_0 \\ K_{xy}^* &= (\partial \bar{F}_\varepsilon / \partial \varepsilon \cos \alpha_0 - \partial \bar{F}_\alpha / \partial \varepsilon \sin \alpha_0) \sin \alpha_0 - \bar{F}_\alpha / \varepsilon_0 \\ K_{yx}^* &= (\partial \bar{F}_\varepsilon / \partial \varepsilon \sin \alpha_0 + \partial \bar{F}_\alpha / \partial \varepsilon \cos \alpha_0) \cos \alpha_0 \\ K_{yy}^* &= (\partial \bar{F}_\varepsilon / \partial \varepsilon \sin \alpha_0 + \partial \bar{F}_\alpha / \partial \varepsilon \cos \alpha_0) \sin \alpha_0 \end{aligned} \right\} \quad (B1)$$

$$\left. \begin{aligned} C_{xx}^* &= (\partial \bar{F}_\varepsilon / \partial \dot{\varepsilon} \cos \alpha_0 - \partial \bar{F}_\alpha / \partial \dot{\varepsilon} \sin \alpha_0) \cos \alpha_0 \\ &\quad - (\partial \bar{F}_\varepsilon / \partial \dot{\alpha} \cos \alpha_0 - \partial \bar{F}_\alpha / \partial \dot{\alpha} \sin \alpha_0) \sin \alpha_0 / \varepsilon_0 \\ C_{xy}^* &= (\partial \bar{F}_\varepsilon / \partial \dot{\varepsilon} \cos \alpha_0 - \partial \bar{F}_\alpha / \partial \dot{\varepsilon} \sin \alpha_0) \sin \alpha_0 \\ &\quad + (\partial \bar{F}_\varepsilon / \partial \dot{\alpha} \cos \alpha_0 - \partial \bar{F}_\alpha / \partial \dot{\alpha} \sin \alpha_0) \cos \alpha_0 / \varepsilon_0 \\ C_{yx}^* &= (\partial \bar{F}_\varepsilon / \partial \dot{\varepsilon} \cos \alpha_0 + \partial \bar{F}_\alpha / \partial \dot{\varepsilon} \sin \alpha_0) \cos \alpha_0 \\ &\quad - (\partial \bar{F}_\varepsilon / \partial \dot{\alpha} \cos \alpha_0 + \partial \bar{F}_\alpha / \partial \dot{\alpha} \sin \alpha_0) \sin \alpha_0 / \varepsilon_0 \\ C_{yy}^* &= (\partial \bar{F}_\varepsilon / \partial \dot{\varepsilon} \cos \alpha_0 + \partial \bar{F}_\alpha / \partial \dot{\varepsilon} \sin \alpha_0) \sin \alpha_0 \\ &\quad + (\partial \bar{F}_\varepsilon / \partial \dot{\alpha} \cos \alpha_0 + \partial \bar{F}_\alpha / \partial \dot{\alpha} \sin \alpha_0) \cos \alpha_0 / \varepsilon_0 \end{aligned} \right\} \quad (B2)$$

となる。ここに各微係数は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{F}_\varepsilon}{\partial \varepsilon} &= \frac{(L/R)^2 \varepsilon (1-\varepsilon^2)}{3 (1-\varepsilon^2)^3} \\ \frac{\partial \bar{F}_\varepsilon}{\partial \dot{\varepsilon}} &= \frac{\pi(L/R)^2 (1+2\varepsilon^2)}{12 (1-\varepsilon^2)^{5/2}} \\ \frac{\partial \bar{F}_\varepsilon}{\partial \alpha} &= 0 \\ \frac{\partial \bar{F}_\varepsilon}{\partial \dot{\alpha}} &= \frac{(L/R)^2 \varepsilon^2}{3 (1-\varepsilon^2)^2} \end{aligned} \right\} \quad (B3)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{F}_\phi}{\partial \varepsilon} &= \frac{\pi(L/R)^2 (1+2\varepsilon^2)}{24 (1-\varepsilon^2)^{5/2}} \\ \frac{\partial \bar{F}_\phi}{\partial \dot{\varepsilon}} &= \frac{(L/R)^2 \varepsilon}{3 (1-\varepsilon^2)^2} \\ \frac{\partial \bar{F}_\phi}{\partial \alpha} &= 0 \\ \frac{\partial \bar{F}_\phi}{\partial \dot{\alpha}} &= \frac{\pi(L/R)^2 \varepsilon}{12 (1-\varepsilon^2)^{3/2}} \end{aligned} \right\} \quad (B4)$$

静的平衡点の負荷容量  $\bar{F}_{\epsilon_0}, \bar{F}_{\phi_0}$  は

$$\left. \begin{aligned} \bar{F}_{\epsilon_0} &= \frac{(L/R)^2 \epsilon^2}{6 (1-\epsilon^2)^2} \\ \bar{F}_{\phi_0} &= \frac{\pi(L/R)^2 \epsilon}{24 (1-\epsilon^2)^{3/2}} \end{aligned} \right\} \quad (B5)$$

である。なお、同様にゾンマーフェルト (**Sommerfeld**) の境界条件 ( $\theta=0, 2\pi$  で  $\bar{p}=0$ ) で解くと  $\omega_c=0$  となることから、安定条件は存在しない (無条件に不安定となる)。

C.

表1の数値パラメータに基づくジャーナル軸受のゾンマーフェルト数  $S_{0in}$  (供給側の潤滑剤の物性値で定義する) に対する偏心率  $\epsilon$ , 偏心角  $\phi$ , 油膜の弾性係数  $K_{ij}$  および減衰係数  $C_{ij}$  は図-A1~A3となる。図-A2より  $S_{0in} < 0.2$  において  $K_{xy} > 0$  であることから、この条件において軸受は不安定となることがわかる。さらに図-A4~A6はその時の (ジャーナルに作用する摩擦トルクで定義した) 摩擦係数  $f_i/\psi$ , 無次元化した潤滑油の温度上昇  $\Delta \bar{t}_c$  および無次元漏れ流量  $\bar{Q}_s$  を示す。 $S_{0in}$  の増加に伴い  $f_i/\psi$  が増加して  $\Delta \bar{t}_c$  が上昇する。 $R$  が小さくなるほど周速およびすき間の絶対値は小さくなる ( $\psi$ :一定) ので、漏れ流量の絶対値は小さくなるが、相対的な (無次元) 漏れ流量  $\bar{Q}_s$  は増加する。

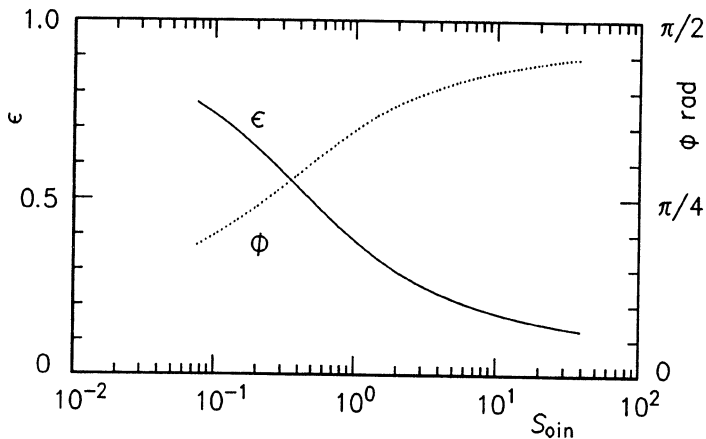


図-A1 Effects of Sommerfeld number  $S_{0in}$  at inlet on eccentricity ratio  $\epsilon$  and attitude angle  $\phi$

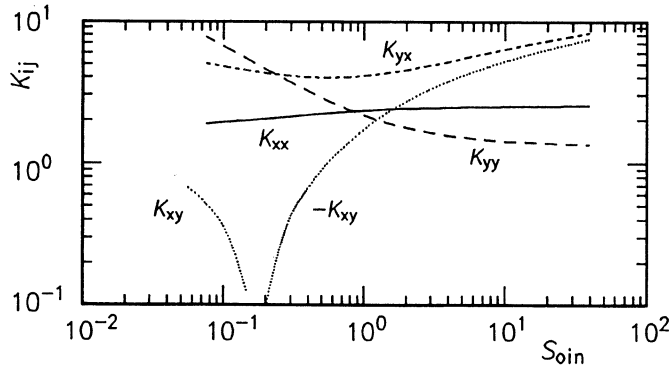


図-A2 Effects of Sommerfeld number  $S_{0in}$  on normalized bearing stiffness coefficients  $K_{ij}$

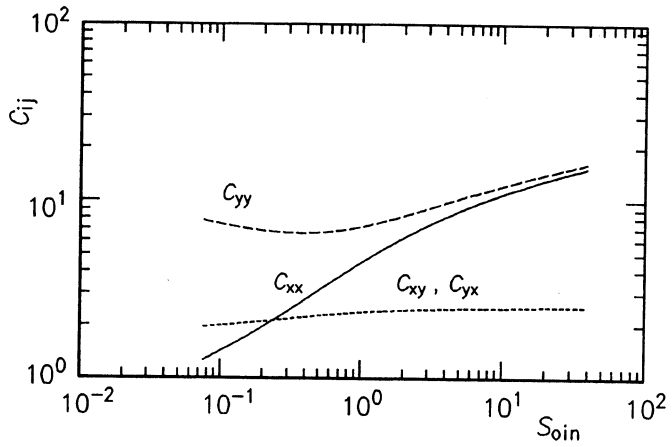


図-A3 Effects of Sommerfeld number  $S_{0in}$  on normalized bearing damping coefficients  $C_{ij}$

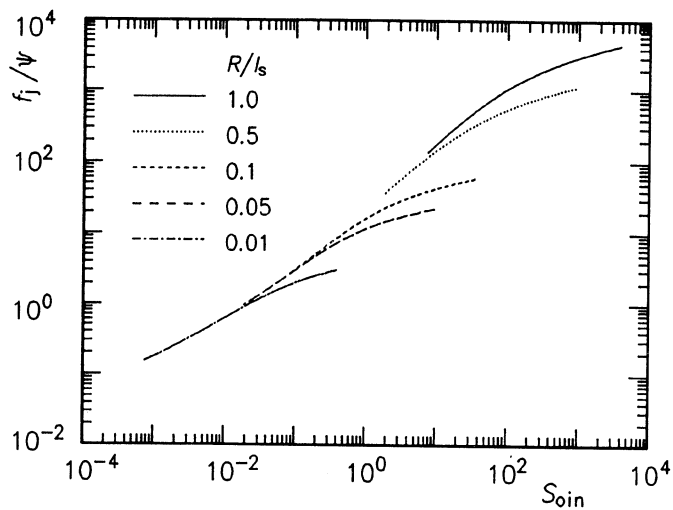


図-A4 Sommerfeld number  $S_{0in}$  vs. coefficient of friction  $f_j/\psi$

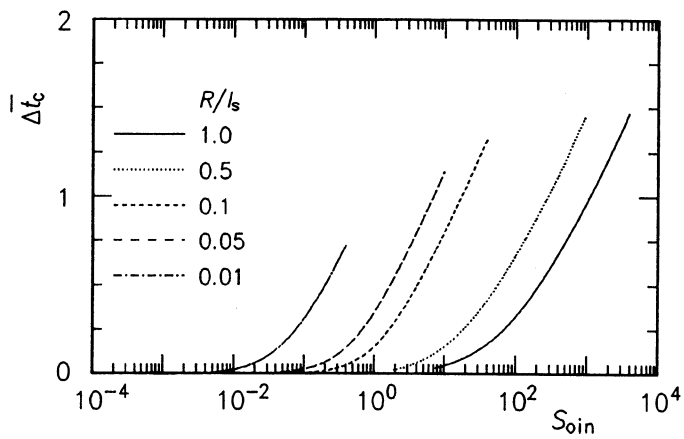


図-A5 Sommerfeld number  $S_{0in}$  vs. rise in temperature  $\Delta \bar{t}_c$

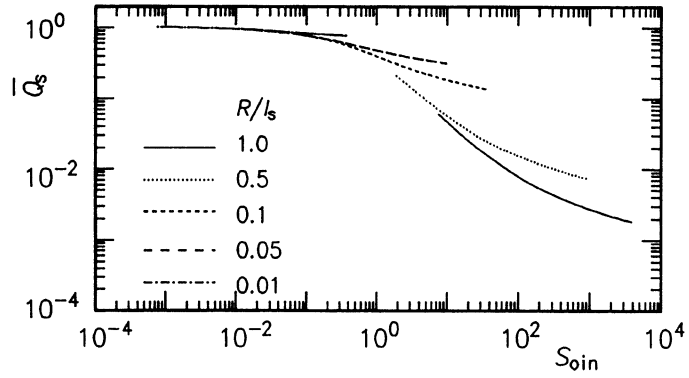


図-A6 Sommerfeld number  $S_{0in}$  vs. leakage flow rate  $\bar{Q}_s$

# 研究室内コンピュータネットワークの構築実験

畑中 雅彦, 寺崎 仁司, 竹谷 弘

## A Construction Experiment of Laboratory Computer Network

Masahiko HATANAKA, Hitoshi TERASAKI and Hiroshi TAKEYA

### Abstract

We have been constructing our laboratory computer network since 1993. This network consists of engineering workstations, personal computers with Free PC-Unix, personal computers with DOS, which are connected via Ethernet cable system with TCP/IP protocol, and Macintosh computers which are connected both via Ethernet with TCP/IP and via LocalTalk cable system with AppleTalk protocol. To customize our computer environments, we have made various kinds of many experiments on this network. In this paper, we report an all-inclusive result of our laboratory computer network experiments.

### I. はじめに

近年コンピュータネットワークは、世界中のネットワーク同士を接続した巨大なインターネットとなっており、電子メールやニュース、ファイル転送(ftp)などを利用して大学等の教育機関や各種研究所、行政機関の間では勿論、個人にとっても重要な情報交換の手段になりつつある。国内においても個人利用の拡大傾向は最近著しく、インターネットへの接続サービスを有料で行う企業(アクセスプロバイダー)が出現している<sup>1)</sup>。これらの要因の一つとして、パーソナルコンピュータ(以後PCと略記)のハード、ソフト両面における急速な性能向上とエンジニアリングワークステーション(以後EWSと略記)の低価格化および高速モデムやPC用イーサボード、集線装置(Hub)などのネットワーク関連機器の著しい低価格化が挙げられる<sup>2)</sup>。ネットワークやPCとEWSに関するこのような変化は、大学の研究室や実験室における計算機環境にも大きな影響を与えてきていると思われる。

1993年頃から我々も、ネットワークを前提として、PCとEWSの混在したマルチプラットフォームホー



ムにおける計算機環境の構築について実験を行ってきた。本報告では、我々の実験室で行ってきたコンピュータネットワーク構築に関する実験結果の中から、インターネット接続の部分を除いて整理し、その運用方針や設計指針等について考察したので報告する。

## II. 研究室内ネットワーク化のねらいと使用機器について

コンピュータネットワークはさまざまな経緯を経て発展してきており、そのねらいと効用も多様であるが、主要なものは表1のようにまとめられている<sup>3)</sup>。大学や研究機関を対象に表1の各効果について考えると、共同処理の7項については実例が少ないと思われ、資源共有の2項、資源分散の4項、分散処理の5項や情報流通の8項は、各機関の間のインターネット接続および機関のローカル・エリア・ネットワーク(LAN)やLAN内のサブネット化において顕著な効果をもたらすと思われる。ここでは、研究室内のネットワーク化のねらい、効果として、表1の資源共有の1項と資源分散の3項および分散処理の6項に焦点を絞って検討する。資源共有の具体例としては、レーザ・プリンター、フィルム・レコーダなどの出力装置やビデオ・ディジタイザーなどの入力装置およびハードディスク装置(HDD)、光磁気ディスク装置(MOD)などの補助記憶装置などである。構成員が毎年更新される大学研究室の特性を考慮して、特に保守と管理および教育の面から資源分散の項について考えた。分散処理の項としては、陳腐化しつつある旧型の計算機を測定装置等と組み合わせて専用機器として活用する手段について、計算機のアップグレードの可否も考慮して検討した。

表1 コンピュータネットワークのねらいと効用 [文献3) より一部変更して引用]

ねらい	効 用 (例)
資源共有	1. 特殊な処理装置、周辺機器、プログラム、データベースなどを複数の利用者間で共有させ、処理コストを軽減する 2. 複数の(異種)端末トラヒックを端末近傍で収束し、通信回路を共有することにより、通信コストを削減する
資源分散	3. 利用者ファイルの配置、保守運用機能の分担などを利用者組織に適合させ、セキュリティ管理などを容易化する 4. 処理機能、データベースなどを複数の場所に分散し、システム障害または災害時の危険分散による信頼性向上を図る
分散処理	5. 情報入出力に近い場所で部分処理を行うことにより、マン・マシンインターフェース改善、応答時間短縮、スループット向上、通信コスト軽減を図る 6. 専用システムの活用により、全体としてのコスト性能比を改善する
共同処理	7. 異業務間の結合により、複合型業務処理を実現する
情報流通	8. 電子メール、電子掲示板、ビデオテックスなどの情報流通を実現する

実験に用いた計算機の概要と現状のネットワークの接続状態を、表2および図1示す。使用した各計算機はレンタル品ではなく、表2のNo.の欄および図1の図中に示したアルファベット順に購入されたものである。これらの計算機は、導入時の研究テーマと研究費によって機種選定がなされてきたので、ネットワーク全体としてはアーキテクチャが異なるマルチプラットフォーム環境となっている。各計算機は、ネットワーク接続時や研究項目の変更など必要に応じて、モニター、メモリ、ハードディスクなどのハードウェアの追加や変更およびオペレーティングシステム(OS)等のソフトウェアの入れ替えを行っている。

表2 実験に用いた計算機の概要

No.	PC EWS	CPU /Clock [MHz]	OS	RAM [MB]	HD [MB]	TCP /IP	Apple Talk	Comments
a	PC	i286/?	DOS	1	120	T		JCSAT monitor
B	EWS	MC88100/17	Unix	16	660	2		X clients, 1/4"-CMT
c	PC	i386/16	DOS	7	80	2		video digitizer, 8"-FDD
d	PC	MC68000/8	MacOS	4	85		L.T.	personal file server
E	EWS	SPARC/40	Unix	48	3,510	2		X clients, J server, NIS server, NFS server, 1/4"-CMT
F	PC	i386/20	Unix*	10	200	T		print server
g	PC	i386/25	DOS +Windows	6	200	2		3.5" & 5"-FDD
H	EWS	SPARC/33	Unix	12	420	T		JCSAT monitor
i	PC	MC68000/8	MacOS	4	40		L.T.	
j	PC	MC68040/25	MacOS	20	400	2	L.T.	
k	PC	PowerPC/66	MacOS	24	430	T	L.T.	
l	PC	MC68040/33	MacOS	40	470	2	L.T.	
M	EWS	$\mu$ SPARC/50	Unix	24	420	T		NIS server, mail server
N	PC	i486/20	Unix*	10	250	T		
o	PC	i486/25	DOS	10	340	T		video printer, film recorder
P	PC	i486/66	Unix*	16	400	T		X clients
Q	EWS	$\mu$ SPARC/50	Unix	24	530	T		5"-MDO, CD-ROM
R	PC	i486/66	Unix*	16	400	T		
S	PC	i486/33	Unix*	16	160	5&2		gateway, print server
T	EWS	$\mu$ SPARC/75	Unix	32	1,520	2		X clients, NFS server
u	PC	PowerPC/80	MacOS	24	700	2		video digitizer

(表2の註) No.の欄のアルファベット順は導入順を意味し、大文字はUnixマシンであることを示す。OSの欄において、Unixは各EWSに対する商用のUnixを、Unix\*はフリーのパソコン用Unixを意味し、DOSはMS-DOSを表している。RAMおよびHDの欄は、実装されているメモリの容量および接続されているハードディスクの容量を示している。TCP/IPの欄における2, 5, Tはそれぞれイーサネットケーブルにおける10 BASE-2, -5, -Tの各方式を意味する。AppleTalkの欄のL.T.はLocal Talk ケーブルの略記である。

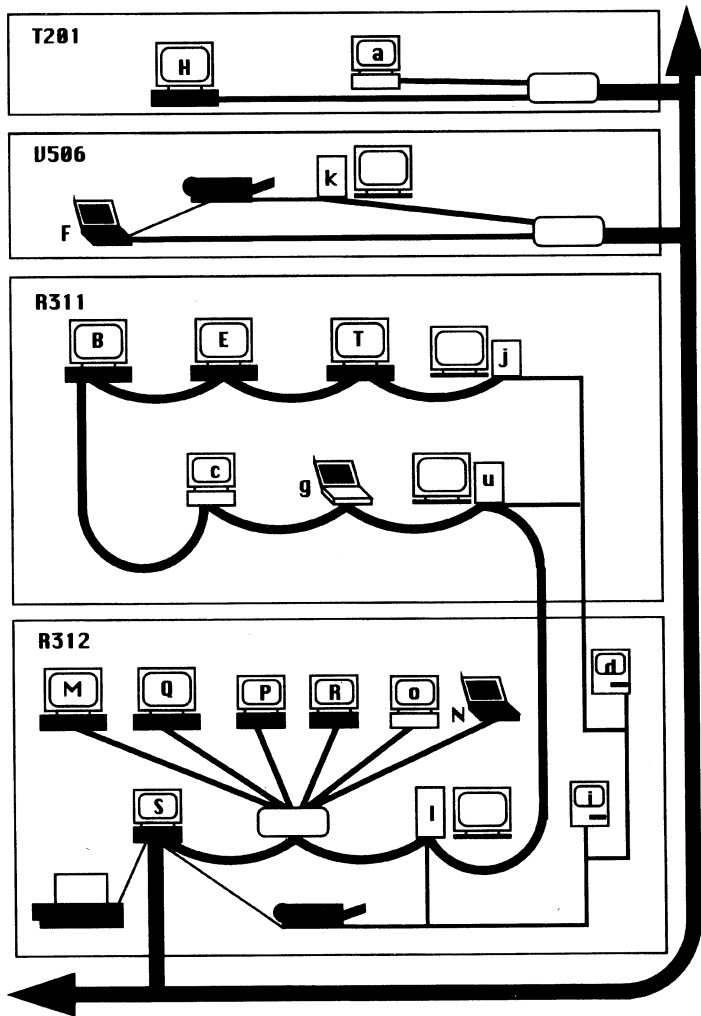


図1-a 実験室・研究室内ネットワークの接続状態

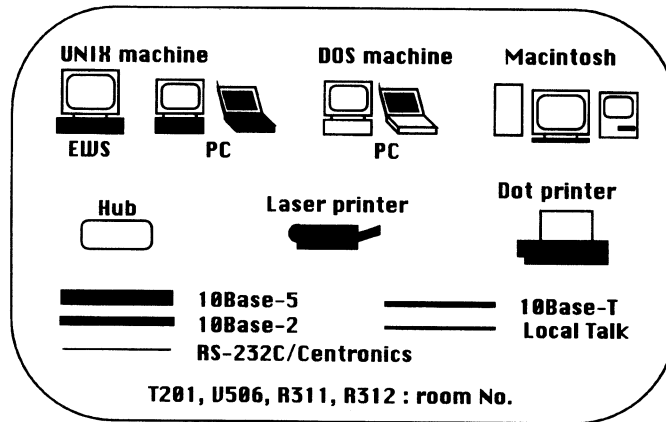


図1-b 実験室・研究室内ネットワークの接続状態(図1-a)の凡例

### Ⅲ. 使用機器の特性とネットワーク接続に関する実験結果

#### Ⅲ-1. 通信プロトコルとケーブルについて

研究室内のネットワークといえども、EWSの標準構成にイーサネット用インターフェイスボード(以下イーサボードと略記する)が入っていることと、インターネットとの接続やUnixの標準プロトコルがTCP/IPであることを考慮すると、イーサケーブルとTCP/IPプロトコルの組み合わせが基本となった<sup>4)</sup>。

#### Ⅲ-1-A. MacとAppleTalk/LocalTalkについて

AppleTalkという独自のプロトコルをOSに標準装備しているMacintosh(以後Macと略記する)では、以前よりLocalTalkと呼ばれるシリアルケーブルにより非常に廉価に相互接続できていたが、最近ではイーサボードやTCP/IPドライバーソフト(Mac TCP)も標準構成に入ってきている<sup>5)</sup>。Macではイーサケーブルを通してAppleTalkまたはTCP/IPにて通信できるが、

- (1). LocalTalkケーブルしかサポートしていない旧型の Macがあること.
- (2). レーザ・プリンターにLocalTalk インターフェイスも実装されていること.
- (3). Mac 相互間では、標準システムソフトのファイル共有機能などが十分役に立つこと.
- (4). ソフト、ハードを問わず、AppleTalk<--->TCP/IPプロトコル変換機のコスト/パフォーマンスが良くないこと.

などの理由から、AppleTalk + LocalTalk と TCP/ IP + Ethernet を両方とも実装し、LocalTalk を別のネットワーク系として利用することになった (図1 参照)。

### Ⅲ-1-B. イーサケーブルについて

最初、PC 用イーサボード等がまだ高価だったのでRS-232C ケーブルによりシリアル通信用 TCP/IP プロトコル(SLIPやPPP)<sup>6)</sup>にて接続実験をおこなったが、PC のシリアルインターフェイスの性能が悪く(最大9600 bps)、遠隔端末(telnet)以外の用途では全く使用に堪えなかった。

代表的なイーサケーブルとして10BASE-5と10BASE-2および10BASE-Tの3方式<sup>7)</sup>があるが、当初我々は、以下の理由により、細い同軸ケーブルである10BASE-2を選んだ。

- (1). 放電実験の予定があり、外乱ノイズに強いと思われる同軸ケーブルを使いたかった。
- (2). 研究室の引越予定があったこととネットワーク接続実験を考慮して、ネットワークの拡張や変更に伴うケーブルの引き回しが簡単で、ケーブルの自作が可能であること。
- (3). EWSのインターフェイスが10BASE-T用でなかったことと集線装置(Hub)が高かったこと。

今までに、耐ノイズ性のチェックはできなかったが、購入した10BASE-5用のAUIケーブルと10BASE-T用ケーブルおよび自作の10BASE-2ケーブルについては、それぞれ1回づつ断線を経験した。しかし、それ以外の自作した10BASE-2ケーブルは不具合なく使えているので、市販のケーブルと同程度の信頼性があった。現在、当研究室内の主幹は10BASE-2であるが、EWSへの10BASE-Tの標準実装化が進んでいることと廉価なHubがでてきたことにより10BASE-T接続が増えてきている(図1参照)。

### Ⅲ-2. PC用のネットワークソフトウェアについて

EWSはネットワーク接続が前提になっており、ほとんどの場合標準でイーサボードが付属しておりOSもネットワーク機能をサポートしている。逆に、ほとんどのPCではイーサボードおよびネットワーク用ソフトを別途購入する必要があるが、ソフトウェアに関しては選択の幅がある。

### Ⅲ-2-A. DOS用のネットワークソフトウェアについて

DOS環境下において、遠隔端末(telnet)、ファイル転送(ftp)や遠隔プリント(net print)は勿論、ファイル共有(NFS)やネットワーク情報サービス(NIS)のクライアント機能などをも提供しているネットワークソフトが、安価とはいえない価格帯で市販されている<sup>9)</sup>。我々の導入使用経験では、単体では十分なネットワーク機能を有していたが、この種のソフトの特性上少なからぬ量のプログラムがDOSの基本メモリーに常駐するので、ネットワーク機能を動かしておくとも実行できないアプリケーションソフトがでてきた(表2と図1のマシン a, c, o)。これらのマシンでは、バッチコマンド・ファイルを作成して、ネットワーク使用の可否を手動で切り替えて使っている。この制限はDOS固有のものであり、Windowsを導入することにより解決した(表2と図1のマシンg)。

### Ⅲ-2-B. フリーのPC Unixについて

しかし、Windowsは相応のCPUパワーとメモリ、ハードディスク容量が必要であり、Windowsが動作するハードウェア環境ではフリーのPC用Unix(NetBSD, FreeBSD, Linux)<sup>9)</sup>も動作可能であることが多い(表2と図1のマシンN)。我々の経験では、ネットワークを含めてOSとしての構成や機能は、フリーのPC用UnixでもEWS用の市販のUnixとほとんど同じであり、X WindowシステムやUnix用のフリーの各種アプリケーションソフトも同じように実装できた<sup>10)</sup>。MS-DOSやWindowsとは異なりメーカーのサポートのないフリーのOSなので、参考文献に示したような雑誌等をたよりに自分達で動作可能なハードウェアの調査からインストール、動作確認までの作業が必要であるが、DOS用のネットワークソフトを含めたソフトウェア購入経費を節約できるので、その分ハードウェアのアップグレードや周辺機器の購入が可能となった例があった。これが、PCのネットワーク接続に関する我々の結果の一つである(表2と図1のマシン P, R, S)。

イーサボードが使えるMacでは、標準でMacTCPが付属しておりftpやtelnet等の機能を提供するシェアソフトやフリーソフト等も利用できるもので、接続上ほとんど問題はなかった。

## IV. 研究室ネットワークの効果に関する実験結果

### IV-1. 資源共有の効果について

#### IV-1-A. 各種補助記憶装置について

EWS, PCを問わず、Unixマシンに接続されているハードディスク装置や光磁気ディスク、カートリッジ磁気テープ(CMT)、CD-ROM、フロッピーなどのリムーバブルメディア用の補助記憶装置は、マウント許可等をきちんと設定することによりネットワーク・ファイル・システ

ム(NFS)を通して相互に完全に共有できた<sup>4, 10, 11)</sup>。ネットワークソフトが実装されているDOSマシン(表2と図1のマシン a, c, g, o)およびイーサネットに接続されているMac(表2と図1のマシン j, k, l, u)からも、これらの共有装置が利用できた。ネットワーク上の主な共有ファイルについて表3にまとめて示すが、3次元画像データなどの膨大なデータを各計算機で重複して持つ必要がないのでディスクの容量が節約できること(表3の1. home, 3. mri, 4. nipr, 5. jcsat, 7. figsの各項参照)やリムーバブルメディア用の装置はそれぞれ最低1台あれば済むなど、ハードウェアに関するメリットが勿論あった。その他に、X Windowシステムのコンパイル等の作業で必要となる非常に大きな作業領域が確保できたことと全ての計算機で共用できたこと(表3の2. workの項)、データやフリーソフトのバックアップや更新作業が一度で済んでいること、各PCのフロッピー装置に対するメディア変換(8"←→5"←→3.5")およびフォーマット変換(PC-9801機←→AT互換機)などの作業が極端に減ったことなど、研究作業の効率化のメリットは期待以上であった。

ハードディスク装置の配置については、当初ファイル・サーバー機能を分散させて負荷の均等化と危険分散をねらって分散配置したが、ネットワークの信頼性向上のために無停電電源装置(UPS)を導入した際、クロスマウントの解除順序など自動シャットダウンの手順が複雑であったので、これらを単純化するために現在は集中化を行っている(表2参照)。

表3 ネットワーク上の主な共有ディレクトリ/ファイル

No.	Name	size (MB)	Use
1.	home	940	Home directory for every user in this laboratory
2.	work	380	Work file to compile free software and use temporary storage
3.	mri	360	Shared data directory for medical imaging group
4.	nipr	270	Shared data directory for microwave remote sensing group
5.	jcsat	270	Shared data directory for satellite telecommunications group
6.	fswl	190	Archived free software directory of Unix and its applications
7.	figs	180	Our drawn figure/table data base directory

#### IV-1-B. 入出力装置について

出力装置として、高価であったレーザ・プリンターの共有化は当初から計画していた。我々が選択したプリンター(図 1-a 下段のLaser printer)は、LocalTalk, RS-232Cシリアル, セントロニクスパラレルの各インターフェイスを有し、AppleTalkに対してネットワーク・プリン

ターとして動作する PostScript 互換のものであったので、LocalTalk ネット上で全く問題なく接続された。現在でも、全ての Mac は LocalTalk を通してプリント出力している。イーサネットに接続されているマシンに対しては、Unix マシン 1 台をプリンター・サーバーにして、シリアル接続した。サーバーでは非 PostScript の印刷データを PostScript 変換する必要があったが、我々はフリーソフト a2ps を導入して漢字コードも含めて変換できた<sup>12)</sup>。これにより、Mac からイーサネット上の Unix や DOS マシンからもプリンターには常に PostScript データが送られ、PostScript モードではプリンターが LocalTalk とシリアルのインターフェイスの自動切り替えができるので、ネットワーク・プリンターとして動作している。さらに、このプリンターにセントロニクスにより Windows マシン(表 2 のマシン g)をも直接接続して実験したが、PostScript データの印刷に関しては自動切り替えも正常で、全く問題はなかった。また、当初プリンター・サーバーとして EWS を使用したが、現在は PC(表 2 と図 1 のマシン F, S)にて運用している。共有化の効果として、プリンターの有効利用はねらい通りであったが、ストック状態を注意せねばならない消耗品がトナーカートリッジ 1 個だけであることの管理上のメリットも大きかった。

次に、旧式の PC-9801 用ドット・プリンターの共用化を行った。接続は、セントロニクスのプリンターポートを有し、セントロニクス用デバイスドライバーも標準で実装されている PC-Unix マシン(表 2 と図 1 のマシン S)を使用した。漢字コードおよび制御コードを変換するフィルタ・プログラムが必要であったが、文献<sup>13)</sup>を参考に自作した。印字スピードが速いので、大きなプログラムリストの出力等に非常に重宝なネットワーク・プリンターとなった。また、ネットワークソフトを実装した DOS マシン(表 2 のマシン F 相当)を使っでの接続実験も行った。印刷環境としては満足いく結果であったが<sup>14)</sup>、常駐プログラムが基本メモリの半分ほどを占有するので他の仕事はほとんどできない状態であった。

濃淡画像やカラー画像データを出力する装置としてビデオ・プリンターとフィルム・レコーダがあるが、両者ともアナログ型の装置でありビデオクロック等のビデオ信号に関する制限があること、計算機のフレームメモリ上での階調変換や画像配置などの処理が必要となることなどから、PC と一体化した専用装置としてネットワーク上での配置を検討した(詳細は IV-3-A. にて述べる)。また、ビデオ画像を取り込むビデオ・ディジタイザーについても、同様に IV-3-A. にまとめた。

## IV-2. 資源分散の効果について

### IV-2-A. 資源の配置について

ハードウェア資源の分散については、前節で述べたような試行錯誤の結果、以下のような方針の下で配置されている(表 2 参照)。

- (1). 共有のためのハードディスクは、分散ではなく集中配置する。しかし、各計算機の自



立性と研究室内の通信トラフィックを考慮して、最低限のシステムソフトをそれぞれが保持してディスクレス・クライアントを作らないように、ハードディスクを分配する。

- (2). リムーバブルな補助記憶装置については、可能な限りEWSに分散配置する。
- (3). データの入出力装置は、可能な限り旧型のPCに集中配置する。
- (4). Macについては、LocalTalk ネットワークを主眼に(1). 項に準じて配置する。

つまりハードウェアの特性と利用目的に応じて、資源集中と分散を積極的に併用した。

利用者の各種ファイルの配置については、表3に示したようにグループ化して、共有利用および共同保守する方式を採用した。特に、各研究グループ内で相互参照可能なデータについては、積極的に共有利用、共同保守することを互いに意識しようとグループ化した(表3の 3. mri, 4. nipr, 5. jcsat, 7. figsの各項)。研究者の主体が短期間で入れ替わる学生なので、研究の継続性を確保するための仕組みとして導入したが、1年程度の運用期間なので、その萌芽はみられるが実績として顕在化するまでには至っていない。

#### IV-2-B. ユーザー・インターフェイスの共通化について

異機種混在のマルチプラットフォーム・ネットワークとして、ユーザーインターフェイスの差異を、どうするかは重要であった。共通化による作業効率、保守管理性の向上と共通化のために必要な金銭的、人的コストの関係や異なった環境の体験によってもたらされる学生に対する教育効果等、複雑で多数の解が存在するであろう問題である。いくつかの議論および試行錯誤的な作業実験の後、我々は以下の暫定方針の下で運用することとした。

- (1). 主にキーボードからのコマンド入力によって操作するCUI(Command line User Interface)であるDOSマシンについては、主要なコマンドの別名定義(エイリアス)をバッチコマンド・ファイルにより実現し、Unixコマンドとの共通化を図る。逆に、Unixマシンでは、エイリアス機能を活用して、DOSコマンドとの共通化を積極的に行う。
- (2). グラフィカル・ユーザー・インターフェイス(GUI)は、X WindowシステムとMacのGUIを基本とする。このため、日本語OpenWindow<sup>15)</sup>を標準搭載していたEWSに対しては、X Windowのソースコードをコンパイルしてインストールする作業を<sup>16)</sup>、PC Unixマシンには、対応するX Windowシステム(XFree86)のインストール<sup>17)</sup>を行う。
- (3). X Windowシステムの各種クライアントおよび日本語環境に必要なサーバー類で、共用可能なものは共用する。

上記作業実験の中からトピックスとして、Mac用の商用X端末ソフト(eXodus<sup>18)</sup>)とフリーの

Mac 風 Windows 環境ソフト (MacWindow<sup>19)</sup>) の導入および使用結果について述べる。X 端末ソフトは十分な機能を有しているが、3 ボタン・マウスを1 ボタン・マウスでエミュレーションすることによる使い勝手上的問題が一番大きいと感じられた。PC Unix マシンでも2 ボタン・マウスによるエミュレーションとなるが、図1に示したネットワーク環境では、PC Unix マシンが空いていれば Mac の X 端末を利用するユーザーはほとんどいなかった。逆に、MacWindow は Mac のメニューバーの一部の機能をエミュレーションしているだけであるが、Mac ユーザーから見ると使い勝手に関する違和感が少なくなるようだった。このようなマウス操作法の違いやウィンドウ画面構成の小さな差などの使い勝手に関する項目をいかに処置するかが、マルチプラットフォーム・ネットワークの設計、構築上の重要な問題として残された。

図1のネットワークにおいて、X Window システムの主要なクライアントはOSの種類に依存して4セット稼働しており(表2のマシン B, E, P, T), Unix 用の漢字かな変換サーバー(J server)は基本的に1セットのみ(表2のマシン E)である。つまり、全てのXサーバーはネットワークを通していずれかのXクライアントと通信しながら処理を行ない、漢字かな変換時には唯一の変換サーバーにアクセスすることになるが、実験室内における通信トラフィック上の問題は生じていない。

#### IV-2-C. 保守・管理作業の分散について

保守と管理における最大のポイントは、「管理者の主体が定期的に短期間で入れ替わる学生である」ことであると思われる。具体的には、「新しく参加する学生が、短期間のうちに管理者として自立するための運用システムをいかに確立するか」という問題である。

我々は情報工学科に属しており、現在は勿論将来においても研究／教育／仕事の主要な道具として計算機を必要とするであろうということと、研究室の構成員は10人程度であり一人に一台程度の計算機が割り当てられることから、以下に示すような分散管理の方向を目指した。

- (1). 基本的に全員が管理者であり、管理者用パスワードを含めて管理情報の共通化を図る。  
但し、セキュリティー等を考慮して、パスワード等は定期的に(年に1回以上)変更する。
- (2). 各マシンには担当を設け、OSやアプリケーションの更新作業等は担当が行う。
- (3). 新しい参加者は研究テーマの他に、ネットワークの更新や拡張に関する課題を持つ。

R311研究室とR312実験室(図 1-a 参照)の計算機に対するネットワーク情報サービス(Network Information Service, NIS)の導入<sup>4,20)</sup>は、毎年必要なユーザーの更新と登録やネットワーク実験時の変更などの管理作業を非常に楽にした。新しいメンバーに、管理者用パスワードを知らせることと担当のマシンを持たせることは、このネットワーク・コミュニティへの積極的な参加の儀式として有効であったと思われる。毎年のパスワードの設定作業も、新しいメンバーによる運営開始のイベントとして効果が大きかった。大きな教育効果をもたらす作業として

は、X Window 環境の個人のカスタマイズ作業やフリーソフトのインストール作業があった。前者では、各マシンのアーキテクチャとこれをサポートするXクライアントに対応したカスタマイズをせねばならないので、それぞれのマシン管理者との情報交換が必要があること。フリーのPC Unixでは、他のメンバーからの情報を参考に担当者自らが雑誌やインターネット・ニュースを詳細に調べて、OSからアプリケーションソフトまでインストールする必要があるからである。

### IV-3. 分散処理の効果について

専用システムの構築と活用に関しては、ビデオ入出力装置や計測装置と旧式のPCの組み合わせを対象に、いくつか実験を行ってきた。

#### IV-3-A. PCを用いた専用システム構築の例

図 1-a の上段に示したT201室において、JCSAT 通信衛星の回線を用いたマイクロ波の降雨減衰計測実験を行っている<sup>21)</sup>。この計測システムの概要を図 2 に示すが、ODUとIDUは通信装置であり、UnixマシンでIDUを遠隔制御する。GP-IBケーブルを通して、受信信号レベルを測定するスペクトラム・アナライザの制御および測定データの保存をDOSマシン(表2のマシンa)で行い、1ヶ月程度の連続無人測定を実現している<sup>22)</sup>。この連続運転期間の制限は、データを蓄積するPCのハードディスク容量で決められている。このDOSマシンにはイーサボードとネットワークソフトもインストールされているが、旧式のPCであるためメモリ管理の制限からネットワーク機能を十分に生かしてはいない。フリーのPC UnixにおいてGP-IBインターフェイスのサポート計画が進んでいるので、マルチタスク処理によるネットワーク完全対応の連続計測システムの構築を準備中である。

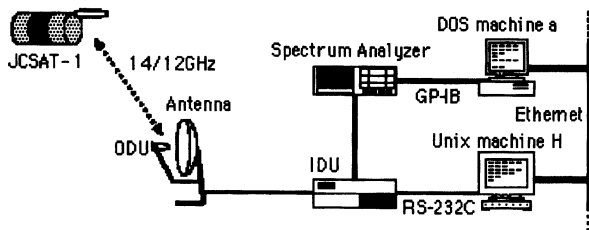


図2 降雨減衰計測システム概要図

濃淡画像出力のためのビデオ・プリンターとフィルム・レコーダは、フルカラー・フレームメモリボードを追加したDOSマシン(表2のマシン o)に接続されている。これまでの研究で使用した画像データはグレー・スケール画像なので、生データ(Raw Data)形式のまま共有ファイルを経由させて、ファイル転送(ftp)機能またはNFSマウント機能によりDOSマシン上に持ってきた。画像表示のためには256階調への変換処理や表示位置の設定およびフレームメモリへの画像データの転送などが必要であるが、今までは医用画像研究グループとリモートセンシング研究グループが別々に設計、コーディングしたプログラムにより行っていた。現在、両プログラムの部品を機能別に分類、改良して、汎用的な基本コマンドに基づいた共用の画像表示システムを構築中である。構築中のシステムでは、カラー画像データの形式として我々のネットワーク上でポータビリティが高いTIFF形式<sup>23)</sup>を採用することにした。

ビデオ・データ入力については、画像出力とは全く逆方向の流れで処理できる環境を考えた。つまり、ディジタル化したデータがある程度の量まではローカルに保存できる専用装置としての機能があり、データをまとめて共有ファイルに転送できればよいと思われた(表2のマシン c, u)。問題はカラー画像のデータ形式とグレー・スケール画像のRaw Data形式への変換であるが、前者はポータビリティとデータ・サイズを考慮してシェアウェアのソフト(GraphicConverter, Imagery, PixelCat)<sup>23, 24)</sup>を利用し、後者は変換ソフトを自作した。

#### IV-3-B. 専用装置化のための費用やアップグレード費用と新機種の導入費用との比較について

図2に示した降雨減衰計測システムは自作するしかないシステムであり、我々が所有する最も旧式のDOSマシンを利用できた例である。計算機に追加したハードウェアは、(将来のことも考えて)SCSI用ハードディスクとSCSIボード<sup>25)</sup>、GP-IBボード、イーサボードである。自作したソフトウェアはまだ改良の余地はあるが、連続運転できる状態になるまで実質1年を要した。この種の実験は、最低5年程度の観測期間が必要なので、開発コストや開発期間からみて妥当なシステム構築と考えている。

ビデオ出力装置に関しては、我々の研究目的にほぼ合致する画質のデジタル型の装置が手の届く価格帯に出現してきており、現在構築中の専用システムのソフトウェア仕様を最終的にどの程度まで下げて妥協すべきか検討始めている状況である。つまり、汎用性のあるシステムのための自作ソフトの開発期間が長いと、その間にネットワークを含む環境が大きく変化しているなどの影響で、完成した自作システムを使うより、装置本体をリーズナブルな価格でより高品質なものにアップグレードした方が良い場合があるからである。これらは事項は装置の原価償却の残り期間と自作期間や消耗品のコストと使用頻度などに依存すると思われるが、本装置に関する限り判断としないので、自作システムの仕様を下げて開発期間を短縮しようという判断である。

ビデオ入力装置に関しては、計算機も含めてアップグレードの方向にある(表2のマシンcか

らuへ)。但し、自作ソフトが有効である期間は両者を併用し、その後は古いマシンを遠隔端末として活用する計画である。

## V. 考察とまとめ

我々のネットワーク構築実験ではPCのOSとしてフリーのPC Unixを導入することに主眼があったが、WindowsやOS/2などの商用のPC-OSにおいて革新的なバージョンのリリースが進みつつある現状では、今後のネットワーク上のPCに対してもこれらのOSが主流になると予想される。特に、これら商用のOSでは、CPUは勿論バス構造や周辺機器用のインターフェイスなど最新の高速なハードウェアを素早くサポートするので、コスト性能比の良い新しいPCの性能を十分に引き出すことができると思われる。他方、フリーのPC Unixでは、ある程度の技術情報が公開されている実績のある（つまり少し古い）ハードウェアのサポートに限られがちである。PCが1~2年程度で陳腐化しつつある最近の傾向を逆手にとり、少し旧式化したPCに対してフリーのPC Unixとフリーのアプリケーションソフトを導入することは、非常にコスト性能比の良いシステムを維持し続けて行ける一手段と思われる。

今回のネットワーク構築では、入手が容易で比較的廉価なハードウェア機材を用い、ソフトウェアに関してもフリーソフトやシェアウェアをできるだけ利用して安価なシステムをめざした。勿論、その分システムのインストールや環境条件の最適化に人手がかかっており、企業等からみてコスト的に良い構築指針とは思われないが、大学等の教育機関としては悪くない選択肢の一つを提示できたのではないかと考えている。これらは、近年における計算機関連装置のコスト性能比の劇的な改善傾向とそれよりはずっと長い装置の原価償却期間を考えた場合の、我々なりの対処法の一案でもある。

PC-Unixマシンの増大やEWSにおけるBSD系UnixとSystemV系Unixの混在<sup>26)</sup>など当初の研究室ネットワーク構想から変更された部分も多数存在し、まだまだ課題の多いネットワークではあるが、思っていた以上に安定して稼働している。情報工学科の研究室の立場からみると、きちんとしたサポートはないのに頻繁なバージョンアップを繰り返すフリーソフトの積極的な導入について、（就職した卒業生のコメントから判断するかぎり）教育的効果もあったと思われる。

これからの実験課題としては、性能が向上しているPCのシリアル・インターフェイスと電話の高速モデムとの組み合わせや通信衛星回線を利用した、PPPプロトコルによるIP接続の運用実績とその用途の研究が残されていると思われる。特に前者の場合、夜間主コースの学生や生涯教育の受講者などを想定した、自宅からの計算機実験や演習等の教育実験まで含めた実験を考えていきたい。

## 謝 辞

本ネットワーク構築実験に参加された当研究室の多くの卒業生各位, 特に, Macに関する情報収集に協力してくれた引地政征君((株)ビー・ユー・ジー), X Windowシステムのインストールに協力してくれた川村務君((株)ハイマックス), フリーのPC Unixのインストールを熱心に行ってくれた最能広人君((株)アルファシステムズ)と近藤武郎君(本学大学院)に感謝します。

## 参 考 文 献

- 1) よしだともこ, 知久幸夫, 檜山正幸: UNIX USER, 3, (12), 33-58(ソフトバンク社, 1994)
- 2) 山口英: UNIX MAGAZINE, 9, (6), 27-41(アスキー社, 1994)
- 3) 情報処理学会編: 情報処理ハンドブック, p. 740(オーム社, 1989)
- 4) 寺崎仁司: 平成5年度室蘭工業大学卒業論文, 35-55(1994)
- 5) 渡辺玲: 日経 MAC, (15), 156-175(日経BP社, 1994)
- 6) 藤井啓文: インターフェイス, 19, (11), 76-99(CQ 出版社, 1993)  
増田佳泰: インターフェイス, 19, (11), 133-142(CQ 出版社, 1993)
- 7) 山内雪路, 藤本和行: インターフェイス, 18, (10), 112-122(CQ 出版社, 1992)
- 8) 山内雪路, 藤本和行: オープンデザイン, (4), 122-140(CQ 出版社, 1994)
- 9) 胡桃, 鶴飼文敏, 川原稔: UNIX USER, 3, (1), 47-71(ソフトバンク社, 1994)
- 10) 近藤武郎: 平成6年度室蘭工業大学卒業論文, 32-51(1995)
- 11) H. Stern: Managing NFS and NIS, 89-111(O'Reilly & Associates, Inc., 1992)
- 12) 横橋隆生: UNIX USER, 2, (3), 108-114(ソフトバンク社, 1993)
- 13) 伊藤雅俊: UNIX USER, 2, (1), 107-114(ソフトバンク社, 1993)
- 14) 畑中雅彦: 室工大情報処理教育センター年報 MUTAS, 2-4(1994)
- 15) 横橋隆生: UNIX USER, 1, (4), 89-96(ソフトバンク社, 1992)
- 16) 孤蓬: UNIX USER, 3, (9), 38-51(ソフトバンク社, 1994)
- 17) 胡桃: UNIX USER, 3, (4), 46-56(ソフトバンク社, 1994)
- 18) 塚田英人: UNIX USER, 3, (5), 83-88(ソフトバンク社, 1994)
- 19) 野口雄平: C MAGAZINE, 6, (10), 26-27(ソフトバンク社, 1994)
- 20) H. Stern: Managing NFS and NIS, 17-49(O'Reilly & Associates, Inc., 1992)
- 21) 畑中雅彦, 小林克也, 他: 噴火湾研究, (3), 53-56(1994)
- 22) 秋本大助: 平成6年度室蘭工業大学卒業論文, 2-26(1995)

- 23) 佐々木健吾 : MacJapan, (49), 14-18(技術評論社, 1993)
- 24) 狩野千英 : MACLIFE, 6, (12), 240-243(BNN社, 1994)
- 25) 梅原系 : SUPER ASCII, 5, (8), 167-170(アスキー社, 1994)
- 26) P. H. Salus : BYTE, 19, (10), 75-82(McGraw-Hill, Inc., 1994)

# Free PC – UNIX を用いたゲートウェイの構築

寺崎仁司, 畑中雅彦

## Construction of a Gateway by utilizing a Free PC – UNIX

Hitoshi TERASAKI and Masahiko HATANAKA

### Abstract

To connect our laboratory computer network to the INTERNET via a LAN in this institute, we try constructing a low-cost and high-reliability gateway. Because the cost-performance of personal computers are getting much higher recently, we utilize an IBM-PC clone machine and Free PC-UNIX(Linux) for it. The constructed gateway shows acceptable performance(its transfer speed is 80 % of a commercial-gateway machine) and reliability.

### 1. はじめに

今や世界中に張りめぐらされたコンピュータネットワークは、人間の情報活動の基礎的基盤となっている、といっても過言ではないだろう。コンピュータネットワークによってもたらされるサービスは人々の生活に様々な変化を与えてきた。資源共有による資源の有効利用、遠隔操作による資源分散、それらがもたらす快適な作業環境、またコミュニケーションの手段としても用いることができる。

現在、室蘭工業大学にも学内ネットワークが張られ、少しずつだが研究の環境も変わりつつある。ネットワークを通じて電子メールや、ネットニュースでの情報交換もはかれるようになった。また、学内ネットワークはインターネットに接続しているので、学内に限らず学外のインターネットに接続しているあらゆる研究機関から情報を入手したり、意見を交換することも可能となっている。

当研究室では研究テーマとして MRI画像の処理、気象レーダーエコー像の解析による降雨・降雪量の測定、衛星回線の降雨・降雪による減衰量の測定などを行なっている。これらにおいて、データの処理や解析は、すべてコンピュータを用いて行なわれる。当然、データは磁気ディ



スク等の記憶装置に蓄えられる。常に1台のコンピュータを用いて作業するのであれば、それほどでもないのだろうが、複数のコンピュータを選択して使うことができるのなら、それぞれの環境をできるだけ同じにできれば便利である。それを実現させるためには、ネットワークを構築するのがもっとも良い手段であると思われる<sup>1)</sup>。さらに、研究室に構築されたコンピュータネットワークを、学内のコンピュータネットワークに接続することによって、研究室のコンピュータから学外のコンピュータ(もちろん国内、国外を問わず)にもアクセスできるようになり、ネットワーク上の様々なサービスが利用できるようになる。

本報告では当研究室のコンピュータネットワークを学内のコンピュータネットワークへ接続するために、フリーソフトウェアのPC-UNIXを用いたネットワークゲートウェイの構築について、いくつか実験したので報告する。

## 2. PC-UNIX によるゲートウェイの構築

### 2. 1 学内ネットワークへの接続法

学内ネットワークを利用する場合、次のようなことを考慮して接続する方法を決める必要がある。

- ・ネットワークのトラヒック
- ・保守性
- ・ネットワーク資源

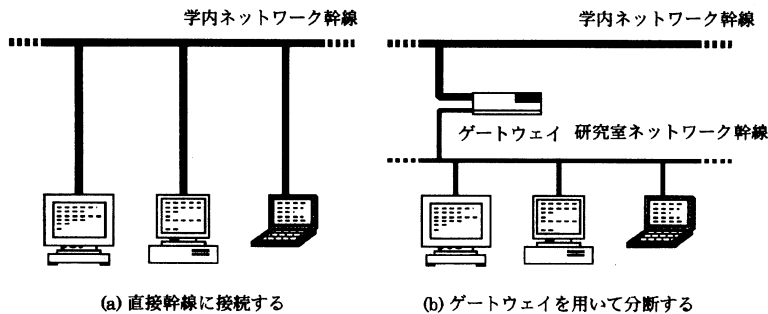


図-1 ネットワークの接続方法

トラヒックはネットワークの通信量のことだが、幹線に直接数十台のコンピュータを接続するような図-1(a)の場合は、コンピュータに対する送受信パケットがすべて学内ネットワーク幹線に流れ込むので通信量が増えネットワークの反応が遅くなることがある。一方、図-1(b)の様なゲートウェイを用いた構成にすると、ゲートウェイが研究室のコンピュータ間通信用のパケットは学内幹線に流さず、幹線を流れている研究室内のコンピュータに関連のないパケットを研究室幹線に流さないで、両幹線の通信量を減らすことができる。保守性については何か故障が発生した場合の回復のしやすさを考えれば良い。例えば図-1(b)のような場合はゲートウェイが故障してしまうと、外部へは一切通信ができなくなってしまうが、図-1(a)の場合は数台が故障しても外部へ通信できるコンピュータは残る。そして、ネットワーク資源として、TCP/IPを用いて通信を行なっている場合は、IPアドレス(ネットワーク上でホストを識別するためのユニークなアドレス)のことも考えておかねばならない。本学では日本ネットワークインフォメーションセンター(JPNIC)より公式にIPアドレスを取得している(上位2バイト 157.19)。このアドレスの場合65534台のコンピュータを接続することが可能である。なお、実際の運用ではこれをサブネット<sup>4)</sup> という概念を用いて、254台のコンピュータを接続することができるネットワーク254個に分割している。つまり図-1(b)の様な場合はその254個のうちの1つを割り当ててもらう必要がある。

当研究室の場合は、トラヒックについては、なるべく少なくしたいので関係のないパケットは研究室ネットワークに流したくない。保守については、ゲートウェイが故障することよりも、何らかの原因で研究室のコンピュータから不正なパケットが学内ネットワークに流れた場合(もしくは逆)、ゲートウェイを学内幹線から外すだけでとりあえず難を逃れることができるということ considering, 研究室ネットワークは独立させて学内ネットワークに接続したい。ネットワークアドレスについては大学側に申請したところ当研究室独自のネットワークアドレスを割り当ててもらえた。これによってゲートウェイを用いての学内ネットワークへの接続を行なうことが可能となった。

## 2. 2 ゲートウェイの構成

学内のコンピュータネットワークはUNIXマシンが中心となって構築されているので通信プロトコルとしてTCP/IPを用いている。TCP/IPゲートウェイには専用のものとUNIXマシンに複数のインターフェースを実装したものがある。前者は専用機なのでゲートウェイ以外には使えないが、TCP/IP以外にもAppleTalk(Macintoshで用いられている)等の多種のプロトコルを扱えるものもある。また、後者はそのままUNIXマシンとしても使える。当研究室としてはなるべく安価で安定したゲートウェイを入手したい。安定性の面ではゲートウェイ専用機が良いのだが、それほど安価ではない。UNIXマシンをゲートウェイにするためにワークステーションを用いる場合はさらに高価である。検討を重ねた結果、IBM-PCとその互換機で動作するUNIX-

like-OS (通称 PC-UNIX と呼ばれる<sup>2)</sup>) を用いてゲートウェイが構築できないかと考えた。ゲートウェイとして動作させることができる最低限のハードウェアとソフトウェアを用意すれば、安価にゲートウェイを構築することができる。最近のパーソナルコンピュータはかなり高性能であるので、PC-UNIX を用いたゲートウェイ構築については問題ないと判断した<sup>10)</sup>。安定性はゲートウェイとして専用を使用することで確保する。ゲートウェイ兼用で UNIX マシンを使用すると、膨大にメモリを使用するプログラムやシステムの拡張作業によってシステムダウンを招く恐れがある。システムダウンのたびにリセットしていたのでは外部との通信が滞ってしまう。そのため、ゲートウェイが稼働を始めたあとは専用を使用した方が安全である。

現在までに、PC-UNIX として様々なものが作成されている。大別すると商品としての PC-UNIX と、フリーソフトウェア (著作権は放棄しないが、使用や配布に関しては無償で自由なもの) の PC-UNIX がある。商品の方はベンダーが製品に関して責任を持っているが、フリーソフトウェアは使用する側の責任において動作させることになっている。なるべく安価にゲートウェイを構築したいと考えていたので、フリーソフトウェアの PC-UNIX を用いることにした。候補としては BSD UNIX の派生である FreeBSD<sup>9)</sup>、NetBSD<sup>6)</sup> そして Posix 仕様の Linux<sup>7)</sup> を考えていた。各々の最低限の動作環境は大体同じで CPU (中央処理装置) が i386SX 以上、メインメモリ 4MB 以上 (X Window System を使用する場合は 8MB 以上が望ましい)、ハードディスク容量 60MB 以上である<sup>3)</sup>。

以上の値を参考にして、それよりも少し余裕のあるシステムを構築しようと考え、表-1 のコンピュータを用意した。CPU については i386SX より上位の i486SX を、メインメモリは少し大きめに 16MB、そして、ネットワークカードは 3COM 社のものを 2枚用意した。ゲートウェイはネットワークを結ぶ役目を担うのでインターフェースが 2つ必要となる。ところが、FreeBSD、NetBSD ではこのイーサネットカードのサポートが遅れており、結局この時点でこのカードをサポートしていた Linux をゲートウェイの OS として使用することになった。

Linux のインストールには Slackware 2.0.1 というパッケージを用いた。基本的に Linux はカーネル (OS の核となる部分) とカーネル回りの基礎的なソフトウェアだけなので、その他のシステムに必要なコマンドやネットワークデーモンなど (もちろんすべてがフリーソフトウェアである) は、こうしたパッケージによって別途、提供されている。Linux カーネルには安定性を重視した 1.0 シリーズと先進性を重視した 1.1 シリーズがある。最初、安定性を考慮して 1.0 シリーズを用いたが、ゲートウェイとして動作させると、パニックを起こしてしまった。どうやら、このシリーズではゲートウェイとしての使用は考慮されていないようだ。したがって 1.1 シリーズを使用することになったのだが、このシリーズでは試験的に様々なことが行なわれている。使用しないデバイスドライバや機能をすべて排除し、システム構成をゲートウェイとして動く最低限の設定にした。カーネルはバージョン 1.1.59 のものを用いた。これはその時の 1.1 シリーズの最

表-1 コンピュータの構成

機種名	東芝 J3100PV2 433	備考
CPU	i486 SX	数値演算プロセッサなし
動作周波数	33 MHz	
主記憶容量	16 MB	
バス	ISA	
拡張バス	ISA × 3	その内 VL × 1
ハードディスク容量	80 MB × 2	IDE
フアレキシブルディスク	3.5 inch × 1	1.44 MB または 1.2 MB
イーサネットカード	3COM 3C509 × 2	ゲートウェイにするためには 2 枚必要

新版である(現在はその後のバージョンアップにより Slackware 2.1, カーネル 1.2.8 を用いている。カーネル 1.2 シリーズは 1.1 シリーズを安定化させたものである)。その他については、スワップエリアとして 24 MB 確保したので、仮想メモリ全体で 40 MB になった。

ここまでの状態を図-2に示す。当研究室に割り当てられたネットワークアドレスは 157.19.135.0 である。研究室内のコンピュータは 157.19.135.1~157.19.135.254 の範囲のアドレスをつけることになる。構築したゲートウェイには 157.19.135.254 を割り当てた(図-2 ①)。学内幹線のアドレスは 157.19.140.0 である。同様に 254 個のアドレスのうち当研究室に割り当てられた範囲の中から構築したゲートウェイにアドレスを割り当てた(図-2 ②)。

TCP/IP ネットワークでは経路制御は RIP (Routing Information Protocol) を使用して動的に行うのが一般的である<sup>8)</sup>。RIP を使用しないで静的に制御する方法もあるのだが、静的な制御ではシステム管理者が経路情報テーブルを管理しなければならず、手間がかかる割に柔軟な制御ができない。一方、動的な制御ではパケットの通り道の場合に応じて RIP が最適化するので、回線の故障などがあっても他に回避できる回線があれば自動的にそれを選択できる柔軟性がある。

経路制御における我々の方針としては、研究室内では外側へ通じる箇所がこのゲートウェイだけであり経路情報は固定されているので、研究室内に経路情報を流すのは冗長であり無駄なトラヒックである。そのため研究室内では静的な経路制御にしたい。反対に、学内幹線は動的な経路制御がなされているため、それに対応して研究室外では動的な経路制御にしておく必要がある。この方針を満足させることができる経路制御プログラム (gated。バージョンは 3.5 alpha7。フリーソフトウェア) があるので、それを使用することにした<sup>9)</sup>。

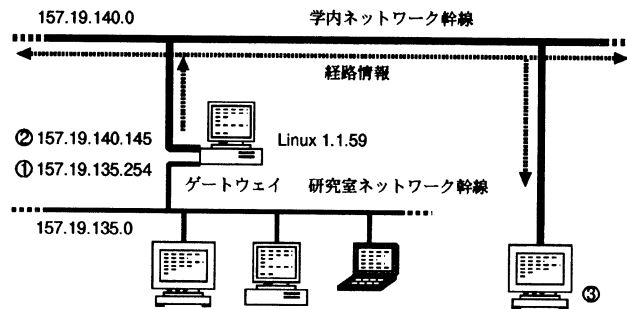


図-2 ネットワークの構成

### 3. 動作確認実験

動作確認実験として、次のことを行なった。

- ・ gated のトレース
- ・ 経路情報が外部に正しく送信されているかの確認

#### 3. 1 gated のトレース

gated のトレースは起動時にトレースモードを指定すると行なうことができる。トレース情報を用いて確認することは、外から流れてきた経路情報がシステム内に正しく反映されているか、当研究室の経路情報が正しく外側へ流れているか、の2点である。トレース情報から目的の部分を抜粋したものを図-3に示す。

図-3 ①の task\_send\_packet を含む行が、外側のネットワーク(この場合はネットワークアドレス 157.19.140.0 のブロードキャストアドレス 157.19.140.255)に対して経路情報を送信していることを示している。length24 という記述があるので24バイトの大きさの packets を送信していることがわかる。同様な情報を gated のメモリダンプを得ることによっても得られる。図-4にメモリダンプの送信部分を示す。こちらの方がもっと具体的である。ゲートウェイの外側の

```

Apr 7 16:52:31 task_set_option: task RIP.0.0.0+520 socket 6 option TTL(18) value
1
Apr 7 16:52:31 task_send_packet: task RIP.0.0.0+520 socket 6 length 24 flags
MSG_DONTROUTE(4) to 157.19.140.255+520
.
.
Apr 7 16:52:32 task_receive_packet: task RIP.0.0.0+520 from 157.19.140.130+520
socket 6 length 504
Apr 7 16:52:32 adv_destmask_match: no match for 202.31.224/255.255.255 found
CHANGE 202.31.224 255.255.255 gw 157.19.140.254 Kernel pref 254/0 metric 0/0
eth0 <NoAdvise Int HoldDown Gateway>
ADD 202.31.224 255.255.255 gw 157.19.140.130 RIP pref 100/0 metric 10/0 eth0
<Int Active Gateway>
Apr 7 16:52:32 adv_destmask_match: no match for 202.25.192/255.255.255 found
CHANGE 202.25.192 255.255.255 gw 157.19.140.254 Kernel pref 254/0 metric 0/0
eth0 <NoAdvise Int HoldDown Gateway>
    
```

図-3 gatedのトレース情報 (一部抜粋)

インターフェース (アドレス157. 19. 140. 145)からそのブロードキャストアドレスに内側(ネットワークアドレス157. 19. 135. 0)の経路情報を送信していることを示している。

```

157.19.140.145 -> 157.19.140.255 Interface: 157.19.140.145 (eth0)
Flags: <Poll Broadcast Supply Policy>
Bit: 4
Routes:
157.19.135/255.255.255 metric 1
    
```

図-4 gatedのメモリダンプ (一部抜粋)

そして、図-3 ②の task\_receive\_packet を含む行が、外側のゲートウェイ(アドレスは157.19.140.130)から情報を受けとったことを示している。後に続く部分は受けとった情報を基に経路情報テーブルを変更している部分である。外部の経路情報がシステム内に結果的に正しく反映されているかを調べるのにシステムが持っている経路情報テーブルを見るという方法がある。これは netstat というコマンドを用いると見ることができる。図-5に構築したゲートウェイの経路情報テーブルの一部を示す。図中の実線より下の部分が外側から流れてきた経路情報である。上の部分はそれぞれ上からループバック、外側のネットワーク(図-2 ②)、内側のネットワーク(図-2 ①)を示している。

Kernel routing table							
Destination	Gateway	Genmask	Flags	Metric	Ref	Use	Iface
loopback	*	255.0.0.0	U	0	0	1455366	lo
157.19.140.0	*	255.255.255.0	U	0	0	233762	eth0
157.19.135.0	*	255.255.255.0	U	0	0	238101	eth1
157.19.143.0	157.19.140.130	255.255.255.0	UG	0	0	0	eth0
157.19.134.0	157.19.140.254	255.255.255.0	UG	0	0	21	eth0
157.19.144.0	157.19.140.254	255.255.255.0	UG	0	0	0	eth0
202.26.147.0	157.19.140.254	255.255.255.0	UG	0	0	0	eth0
202.26.146.0	157.19.140.254	255.255.255.0	UG	0	0	0	eth0
202.252.67.0	157.19.140.254	255.255.255.0	UG	0	0	0	eth0

図-5 ゲートウェイの経路情報テーブル (一部抜粋)

### 3. 2 外部への経路情報の伝達確認

構築したゲートウェイから送信された経路情報が正しいか調べるために、UNIXマシンを当研究室が接続している幹線に接続し経路情報を受信させた(図-2 ③)。このコンピュータで受信できればその他のコンピュータやゲートウェイでも受信できていると判断できる。そのUNIXマシンの経路情報テーブルを図-6に示す。図中、枠で囲まれた部分がこのゲートウェイから送信された経路情報を示している。当研究室のネットワークアドレス157.19.135.0が登録されているの

がわかる。その後、このUNIXマシンと研究室のコンピュータの間で、telnet, ftp等のネットワークアプリケーションを使用して見たが問題はなかった。以上のことから、Linuxがゲートウェイとして正しく動作していることが確認できた。

Routing tables					
Destination	Gateway	Flags	Refcnt	Use	Interface
localhost	localhost	UH	0	19144	lo0
192.244.160.0	157.19.140.254	UG	0	0	le0
192.218.136.0	157.19.140.254	UG	0	0	le0
192.50.8.0	157.19.140.254	UG	0	0	le0
163.48.0.0	157.19.140.254	UG	0	0	le0
157.19.135.0	157.19.140.145	UG	0	562	le0
202.250.208.0	157.19.140.254	UG	0	0	le0
202.32.8.0	157.19.140.254	UG	0	0	le0
202.26.48.0	157.19.140.254	UG	0	0	le0
202.24.48.0	157.19.140.254	UG	0	0	le0

図-6 経路情報テーブル (一部抜粋)

#### 4. 構築したゲートウェイの性能評価

構築したゲートウェイの性能評価としてftp(File Transfer Protocol)のデータ伝送時間を調べてみた。実験におけるワークステーション、ゲートウェイの位置関係を図-7に示す。転送に使用したのは441603バイトの画像データである。これを数回転送しその転送時間を測定した。測定値はftpコマンドの出力を用いた。ワークステーションの負荷、ネットワークトラフィックを考慮して、測定した中から最も良かったものを測定値とした。実験結果を表-2に示す。

同じ幹線に接続されているワークステーション間で行なった場合(図-7 ①の場合)はおおよそ1200 K byte/sの転送速度が得られた。間にゲートウェイ専用機(アライドテレシス製



表-2 転送実験結果

	ケース①	ケース②	ケース③
通信速度 (K byte/s)	1200	1000	790

CentreCOM 8600<sup>(2)</sup>)を介しての場合(図-7 ②の場合)はおよそ1000K byte/s, このゲートウェイを介した場合(図-7 ③の場合)は790K byte/sだった。我々が構築したゲートウェイの転送速度はゲートウェイ専用機のおよそ8割の通信速度である。

さらに、構築したゲートウェイのコンピュータ資源の消費状況を調べてみた。調査にあたりyamm(Yet Another Micro Monitor)というフリーソフトウェアを用いた。このソフトウェアではメモリの使用状況、ロードアベレージ、アイドル時間(何も処理しない時間)、デーモンの状態をモニターすることができる。結果として、メモリ空間40 MB(その内実メモリ16 MB)のうちの36%(約14 MB)が常に使用されていた。この消費量だと常に実メモリに余裕がある。アイドル時間は平均して約95%であった。

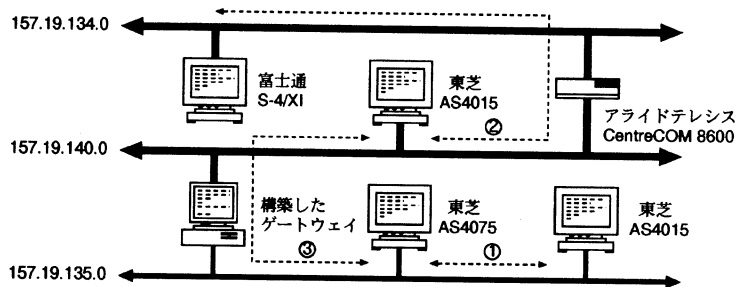


図-7 転送速度測定実験

## 5. まとめ

今回行なったゲートウェイの構築では、我々の方針を満足させるだけのものができたといえる。動作に問題がないことが実験によって確認できたし、性能、安定性も十分である。

今回表-1のコンピュータとLinux用いてゲートウェイを構築したのだが、この構成でのコン

コンピュータ資源の消費状況がメモリについては35.6%と低い数字で、実メモリにも少し余裕がある。実メモリは16MB用意したのだがこれでちょうど良いといえる。アイドル時間も約95%であった。この状況だと、まだ全体的に余力があると考えられる。ゲートウェイのOSにLinuxを用いたことについては、その動作を保障してくれるものがなく(特にネットワーク関連)、最初は不安であったが、実際使用してみると商用のUNIXと比べてもそれほど遜色なく、快適な作業環境を与えてくれた。

通信速度については、ゲートウェイ専用機の8割程度の通信速度であった。この数値に関しては、それほど問題があるとは思わない。World Wide Webのクライアント(Mosaic, Netscape等)やftp等のネットワークアプリケーションを使用して見たが、学内のサーバにアクセスする分については特に遅いと感じたことはない。ゲートウェイの性能はデバイスドライバやCPUの性能に依存している部分があるのでもう少し改善できる可能性がある。また、今回使用できなかったFreeBSD, NetBSDの方でも我々が使用したイーサネットカードがサポートされたようなので、OSをこちらに変更して性能の比較を行なうことも可能となってきた。

そして、安定性についてであるが、当研究室にはネットワークに接続されているコンピュータが10数台ある。研究室外にアクセスするのは多くても同時に5台程度であり、また、電子メールに関しては、常時受け付けているがそれほど頻繁にメールが送られてくるわけではない。全体的に見ても構築したゲートウェイを通るトラフィックはそれほど多くない。このような環境において、1994年9月から1995年5月までのおおよそ9カ月間様子を見てみたが、このゲートウェイがパニックを起こしたことはなく、このゲートウェイを介して転送したデータやプログラムが壊れたこともない。安定性は十分であるといえる。

構築したゲートウェイの性能を調べてみて思っていたよりも余裕があったので、最初のゲートウェイとして専用を使用するという方針を変えてネットワーク・プリントサーバの機能も追加した。ゲートウェイのシリアルポートとパラレルポートにそれぞれレーザ・プリンタ、シリアル・プリンタを接続して設定を行なった。この機能を追加したあともメモリの使用量、アイドル時間が占める割合はほとんど変わらなかった。

今後の計画として、研究室外からのアクセスを拡張するという意味で、電話回線から研究室のコンピュータにアクセスできるように、今回構築したゲートウェイをダイヤルアップPPP<sup>(1)</sup>のサーバに再設定することを考えている。PPPというプロトコルを用いることによって電話回線を介してTCP/IPで通信を行なうことができるのである。これによって大学に登校しなくても電子メールやネットニュースを利用できるし、演習・実験の課題なども大学のコンピュータを好きな時間に利用して行なうことが可能となる。

また、学内ネットワークに接続した以上(これはインターネットに接続したことと等価である)、ネットワークセキュリティについても考慮する必要があると考えている。研究室外から研

研究室内のコンピュータにアクセスするためには、ゲートウェイを通らなければならない。研究室ネットワークのセキュリティを高めるにはゲートウェイに何らかの機能を付加して、例えば、パケットフィルタリングゲートウェイ、アプリケーションゲートウェイなどのファイアウォールにする方法がある<sup>13)</sup>。セキュリティ強化と作業環境の快適さは表裏一体でありそのバランスが難しい。「保護すべき資源は何か?」、「コンピュータシステムを誰から守るのか?」、「セキュリティにどれだけの代償を払えるか?」といったことを十分検討してセキュリティ対策を立てる必要があると思われる。

## 謝 辞

学内ネットワークへの接続に関して協力して下さいました本学CRDセンターの黒島 利一技官に深謝します。

## 参 考 文 献

- 1) 寺崎仁司：平成5年度室蘭工業大学卒業論文, 35-55(1994)
- 2) 宮川 晋：はやわかりPC-UNIX, 43-50(共立出版社, 1994)
- 3) 宮川 晋：はやわかりPC-UNIX, 52-97(共立出版社, 1994)
- 4) 石橋 勇人：UNIX USER, 2, (8), 125-127(ソフトバンク社, 1993)
- 5) 胡桃：UNIX USER, 3, (1), 48-55(ソフトバンク社, 1994)
- 6) 鶴飼 文敏：UNIX USER, 3, (1), 56-62(ソフトバンク社, 1994)
- 7) 山田 圭：UNIX USER, 3, (7), 37-44(ソフトバンク社, 1994)
- 8) 山口 英：UNIX MAGAZINE, 8, (3), 25-37(アスキー社, 1993)
- 9) 山口 英：UNIX MAGAZINE, 8, (4), 47-61(アスキー社, 1993)
- 10) 宮川 晋：UNIX MAGAZINE, 9, (8), 71-78(アスキー社, 1994)
- 11) 大野 俊治：UNIX MAGAZINE, 10, (2), 33-44(アスキー社, 1995)
- 12) アライドテレシス株式会社：CentreCOM 8600 マネージメントガイド, 2.1-2.5(1994)
- 13) William R. Cheswick, Steven M. BellovinZ, 監訳 川副 博, 訳 田和 勝, 鎌形 久美子：ファイアウォール, 51-118(ソフトバンク社, 1995)

# Free PC – UNIX を利用したワークベンチの構築

近藤武郎, 畑中雅彦

## Construction of a WorkBench using Free PC – UNIX

Takeo KONDOH and Masahiko HATANAKA

### Abstract

Recently, the performance of personal computers is getting close to that of workstations a few years ago, and the cost of them has become much cheaper. As a result, some UNIX-like operating systems on personal computers, so-called PC-UNIX, have been developed rapidly. Under these circumstances, we try to construct a workbench system in our laboratory computer network, using one of free PC-UNIXs(Linux), their free applications software and an IBM-PC/AT clone machine. In this report, we show the performance of our constructed workbench in comparison with that of other workstations.

### 1. はじめに

ここ数年の小型計算機の大衆化と市場競争の激化により、最近のパーソナルコンピュータ(以下PCと略記)の中には、数年前の高性能ワークステーション(以下WSと略記)を越える性能を持つものもある。この結果、従来WSで利用されてきたUNIXが、PCに積極的に移植されてきている。これらのオペレーティングシステム(以下OSと略記)は、一般にPC-UNIX<sup>1)</sup>と呼ばれ、その中にはフリーソフトウェアのPC-UNIX(以下Free PC-UNIX)も存在する。Free PC-UNIXは、商用UNIXとは異なり、そのソースプログラム自体もネットワーク等を通して一般に無料で公開及び配布されている。そのため、多くの利用者により改良を受け、その性能が向上したこともあり、PC用のOSとして実用的にも魅力あるものになりつつある。また、UNIXではソースプログラムの付いたツールやアプリケーションがフリーソフトウェアとして多数存在する<sup>2)</sup>が、これらの多くはPC-UNIX上でもコンパイル後実行可能であり、PC-UNIXを核として非常に豊かなソフトウェア環境が安価に実現できる。

我々は、価格的に手頃なPC/AT互換機とFree PC-UNIX上で動作するフリーソフトウェア

を用いて、研究室内コンピュータネットワークに対するワークベンチの構築を試み、その性能の一部を UNIX WS と比較し検討したので報告する。

## 2. ワークベンチの基本機能について

計算機を核としたワークベンチに要求される基本機能は、対象とする分野や環境及び作業内容に依存して、非常に多様なものであると想像される。ここでは、情報工学関連の研究室における作業を想定し、その環境と主要な作業内容を以下のようにまとめた。

- (1) コンピュータネットワーク(以下単にネットワークと記す)を前提とし、使用するデータ等の入出力はネットワーク経由で行なう
- (2) データ等を収集、移動、蓄積、管理、編集する作業を行なう
- (3) データ等を加工するためのプログラミング作業とプログラムの実行作業を行なう
- (4) データ等を表やグラフなどの形式で表現する作業を行なう
- (5) 研究結果を論文や報告書等にまとめる作業を行なう
- (6) 日常的な情報交換や情報伝達作業を行なう

次に、これらの作業を実現するための基本的機能を以下のようにまとめた。

- (a) ネットワークに関する基本機能(遠隔端末、ファイル転送、遠隔プリント)
- (b) ネットワーク管理に関する機能(ファイル共有システム、ネットワーク情報システム)
- (c) ファイルシステム機能
- (d) プログラミング機能
- (e) GUI(Graphical User Interface)環境
- (f) 図表等の作成に関する機能
- (g) 画像等の表示に関する機能
- (h) 日本語を含めた文書作成機能
- (i) 電子メール及びネットワークニュースに関する機能

本報告では、これらの機能を実現する作業環境を、ワークベンチと考えた。

## 3. Free PC-UNIX について

UNIX では古くから多くのフリーソフトウェアが存在し、そのフリーソフトウェアが UNIX の発展に大きく貢献してきた。Free PC-UNIX もこうしたフリーソフトウェアの一つである。Free PC-UNIX として、BSD系に属する NetBSD<sup>3)</sup> 及び FreeBSD<sup>4)</sup> と、独自に成長した Linux<sup>5)</sup> が今日広く利用されている。Free PC-UNIX の多くは IBM-PC/AT 及びその互換機で動作する

が、これらの機種に対応する Free PC-UNIX について、商用の UNIX と比較すると次のような特徴が挙げられる。

(1) 無料または低価格で入手できる

Free PC-UNIX はネットワーク等を通して、公開及び配布されている。またこの他にも、CD-ROM 等のメディアで入手可能である。

(2) ソースプログラムを参照できる

多くの異なる環境に合わせて、実行形式を得ることができる。

(3) 初期設定や管理に多くの労力を要する

商用の UNIX では管理のためのツールが用意されていることが多いが、Free PC-UNIX ではそのようなツールは少ない。

(4) 動作の保証がない

WS 用の UNIX は、特定のコンピュータシステムを対象に開発されることが多いが、PC-UNIX が対象とする PC/AT 互換機では非常に多くの周辺装置が存在し、利用可能なハードウェアに制限がある。一般に、商用の PC-UNIX ではサポートするハードウェアの種類が多く、将来のサポート予定もメーカーから明示されることが多い。他方、Free PC-UNIX も、少なからぬハードウェアが利用可能であるが、動作保証は一切されないこと及び将来の対応保証もないことなどもあり、ハードウェアの選択に関しては十分な調査が必要である。

我々がワークベンチを構築するための OS として Free PC-UNIX を選択した理由は、上記(3)や(4)に示した短所も持つが、Free PC-UNIX のネットワーク機能が UNIX のネットワーク機能同様に優れているので研究室 LAN と融和性が高いためである。

## 4. 使用した LAN・ハードウェア・ソフトウェア

この章では、ワークベンチの構築を行なった研究室 LAN の論理的構成、ワークベンチとなる PC のハードウェア構成及びソフトウェア構成について具体的に述べる。

### 4. 1 LAN

研究室の LAN と主要な UNIX 計算機の構成を図-1 に示し、各 WS の CPU、主記憶容量、OS、フレームバッファを表-1 に示す。図-1 ではそれぞれの WS や PC を WS(a) や PC(b) のように表現し、各計算機の下段にサーバとしての機能を示してある。以後文中でも、図-1 に対応した WS や PC を WS(a) や PC(b) のように表す。ワークベンチの構築を試みた PC は図中の PC(a) であり、このワークベンチは各サーバのクライアントとして働く必要がある。研究室 LAN はゲートウェイである PC(b) を介して学内ネットワークと接続しており、その学内ネットワークは更にイン

ターネットと接続している。レーザープリンタはテキストファイル及びポストスクリプトファイルの出力に対応するよう設定してある。また、各WSではUNIXの多くのフリーソフトウェアを使用しており、PC(a)においても基本的にWSと同様のフリーソフトウェアを使用する。

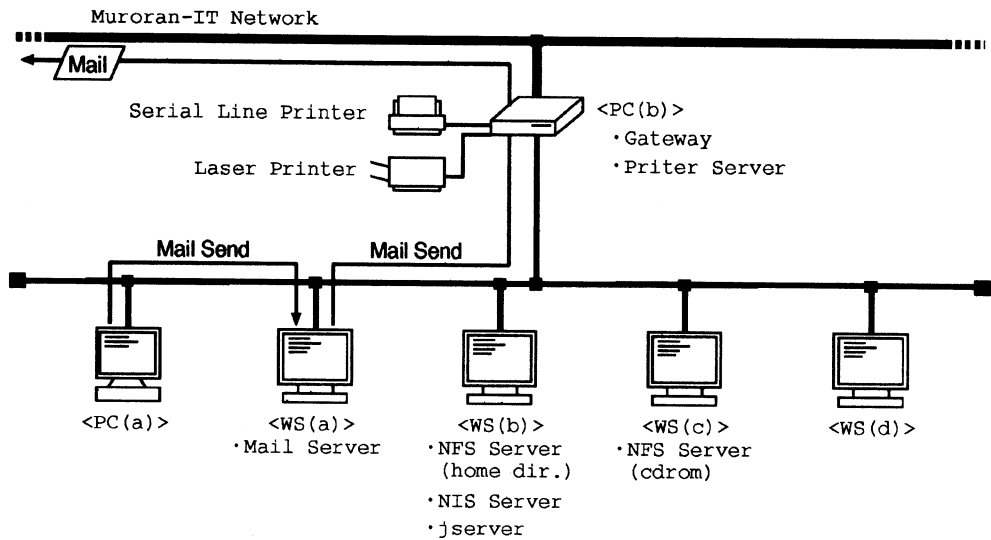


図-1 研究室LANの構成

表-1 WSのCPU、主記憶OS、フレームバッファ

WS	CPU	主記憶容量	OS	フレームバッファ
WS(a)	$\mu$ SPARC/75 MHz	32 MB	日本語 Solaris2.3	CG6(256色)
WS(b)	SPARC/40 MHz	48 MB	SunOS4.1.3 + JLE1.1.3	CG12(1670万色)
WS(c)	$\mu$ SPARC/50 MHz	24MB	日本語 Solaris2.3	CG3(256色)
WS(d)	$\mu$ SPARC/50 MHz	24MB	SunOS4.1.3c + JLE1.1.3	CG3(256色)

#### 4. 2 ハードウェア

PC(a)の主なハードウェア構成を表-2に示す。PC(a)のCPUやバス(ISAとVL)やHDDのアーキテクチャは、PC/AT互換機として標準的なものである。GUIを前提に主記憶容量を検討し<sup>6,7)</sup>標準構成の8MBから更に8MB増設した。HDDの記憶容量は計400MBであるが、WS(b)がユーザのホームディレクトリを保持しており、ワークベンチとして必要なソフトウェアをインストールするだけで良いので、容量は十分である<sup>6,7)</sup>。

表-2 PC(a)の主なハードウェア構成

メインプロセッサ	i486 DX2 (66 MHz)	
拡張カードスロット	ISAバス×3(内VLバス対応×1)	
メインメモリ	16(8+8) MB	
補助記憶装置	HDD	IDE400(340+60) MB
	FDD	3.5型(1.44 MB/1.2 MB/720 KB)×1
アクセラレータチップ	S3 83C805 i (VRAM 1024 KB、VLバス)	
Ethernetカード	3COM 3C509	
ディスプレイ	17インチ(最大解像度1280×1024)	

#### 4. 3 ソフトウェア

OSは、ネットワーク周辺機器(Ethernetカード)の対応状況から、Linux(version 1.2.5)を使用した(FreeBSD及びNetBSDは未対応であった)。Linuxはカーネル(OSの核となる部分)のみであり、これだけでワークベンチとしての環境を整えるのは困難である。従って、Linuxのインストールには、Linuxと基本的コマンド等の集まりであるパッケージを一般的に使用する。我々もLinuxのパッケージで最も有名なSlackwareパッケージとその日本語用のサブパッケージであるJE(Japanese Extention)パッケージを使用しインストールした。

ここで、第2章で挙げたワークベンチとして必要な(a)から(i)の機能に対応するフリーソフトウェアをまとめて示す。

- (a) ftp, telnet, archie など<sup>8)</sup>
- (b) NFS(Network File System), NIS(Network Information Service), amd など<sup>9, 10)</sup>
- (c) OSの基本機能であり、特別なソフトウェアは使用しない
- (d) gcc, gdb, make など<sup>11)</sup>
- (e) XFree86<sup>12)</sup>



- (f) tgif<sup>13, 14, 15)</sup> gnuplot<sup>16)</sup>
- (g) xloadimage<sup>17)</sup>
- (h) kterm<sup>18)</sup>, kinput2<sup>19)</sup>, Mule<sup>20)</sup>, 日本語TEX<sup>21)</sup>, dvi2ps<sup>22)</sup> など
- (i) MH<sup>23)</sup>, mh-e<sup>24)</sup>, GNUS<sup>25, 26)</sup>

## 5. 結 果

### 5. 1 インストール条件及び設定について

Slackware 及び JE のインストールメディアとして、CD-ROM を使用した。PC(a) から WS(c) の CD-ROM 装置を NFS マウントして、インストール作業を行なった。インストール作業終了後に、実行中のプロセスや使用メモリや HDD の使用容量等を調査したが、特に異常はなかった。従って、インストールは成功し、OS は正しく動作していると判断した。

ネットワークに関する基本機能については、研究室 WS との間でのファイル転送(ftp)や telnet を使用した計算機の遠隔操作により動作確認を行なった。また、テキストファイル及びポストスクリプトファイルを使用して遠隔プリントの動作確認も行なった。

ファイル共有システムに関する NFS は、Slackware インストール時にも NFS クライアントとして使用できたので、機能的に問題はなかった。しかし、標準設定では性能が良くなかったので、NFS マウントする時の読み込みバッファ及び書き込みバッファの容量を 8192 バイトに設定した\*。この設定後により、NFS の速度が約 4 倍向上したが、それでも研究室 WS より遅いようである。また、PC(a) は、研究室 LAN 上の他の WS と同様に、WS(b) 上の共通のホームディレクトリを自動マウントするように設定した。自動マウントは amd により実現させ、更に PC(a) 上のユーザがログアウトした後 4 分間で NFS マウントが自動解除されるように設定した。この自動解除は、ファイルシステムの安全性向上とネットワーク負荷の軽減に繋がった。

ネットワークの情報管理に関係する NIS では、クライアントとしての設定を行った。動作上の問題はなかったが、yppasswd 等のコマンドがなかったので、PC(a) で一般ユーザのパスワードを変更することができなかった。しかし、パスワードの更新はワークベンチ上で頻繁に行なう作業ではないので、現在のところが WS でパスワードの変更をすることにした。

プログラミング機能については、PC(a) の設定で数多くのフリーソフトウェアをコンパイルした結果から判断して、コンパイラ等の機能に問題はないと判断した。

GUI には、PC/AT 互換機用の X Window である XFree86 を使用した。PC(a) の VRAM は 1024 KB であるから、XFree86 の表示解像度を 1024×768 に、同時表示色数を 256 色にした。設定

---

\* ネットワークニュースのニュースグループ fj.os.linux において報告された情報である。

は、XFree86用の設定ツールがあるのでこれを利用して大まかな設定を行ない、画面出力信号の微調整は設定ファイルの関連項目の数値を微小変化させて行なった<sup>27)</sup>。

図表作成機能や画面表示機能に関する各ソフトウェアの設定では、Free PC-UNIXとして特別に設定すること及び当研究室として特別に設定することはなく、容易に正常に動作させることができた。また、作成した図表等をプリンタに出力したが問題はなかった。

文書処理に関して、日本語処理の可能なソフトウェアは英文処理も同様に可能であるから、日本語処理の可能なソフトウェアを使用した。日本語処理を扱う各ソフトウェアは、表示、入力、仮名漢字変換、編集、書式処理、ポストスクリプト変換処理、プレビュー等の機能を持つものに分けられる。仮名漢字変換にはWS(b)のjserverを使用し、PC(a)は表示、入力、編集、書式処理、ポストスクリプト変換処理、プレビューの機能を持つ各ソフトウェアを使用した。日本語入力から作成した文書のプリンタへの出力までの一連の作業を行ない、動作確認をした。

電子メールについては、当研究室ではWS(a)がメールの配送や仕分けを行なうメールサーバとして働くので、PC(a)は電子メールの読み書き等を扱うソフトウェアを使用した。同様にネットワークニュースについては、本学にニュースサーバがあるので、ニュースリーダを使用した。電子メールは自分宛の電子メールを送るなどして動作確認を行ない、ネットワークニュースはローカルの試験用ニュースグループ(本学の場合mitnet.test)にニュースを投稿するなどして動作確認を行なった。

## 5. 2 機能評価

前節の設定により、PC(a)をワークベンチとして動作させるために必要なソフトウェアを概ね搭載させることができた。ここで、ネットワーク環境にあるこのワークベンチの状況も考慮しつつ、幾分主観が交わるが、その機能について検討する。

第2章に示した基本機能の(a)から(b)については、UNIX OSの基本的機能であり、前節で述べたように概ね満足できる結果であった。

(d)のプログラミングに関する機能については、前節で述べたように特に問題はないと思われる。また、当研究室では全てのUNIX計算機上でgcc及びgdb等が利用可能である。そのため他のUNIX計算機上で開発したプログラムもこのワークベンチへ容易に移植可能である。このことは、ネットワーク環境にある当研究室では、非常に優れた点である。

(e)のGUI環境として使用したXFree86は、PC(a)の表示解像度が研究室WSと比較して小さいこと(研究室WSは1152×900以上)及び、Xクライアントが標準設定では画面の表示領域より大きく表示される場合もあり、使用感としては不満のあることもある。しかし、表示に関する外観及び操作方法について研究室WSと同様にできたことは、ワークベンチとして優れていた。また、このワークベンチを使用している際に、ユーザが多くの主記憶容量を必要とする処理の重いアプリケーションを他のUNIX計算機に実行させて、その結果をこのワークベンチのGUI上で確

認できることも優れた機能であった。

(f)から(i)に関する機能については、それぞれ地味な外観ではあるが、ワークベンチとして使用する上での機能は十分優れている。

ここで、これらの機能の一例として、図-2に X ウィンドウ上で Mule, kterm 等が、動作している画面を図-2に示す。

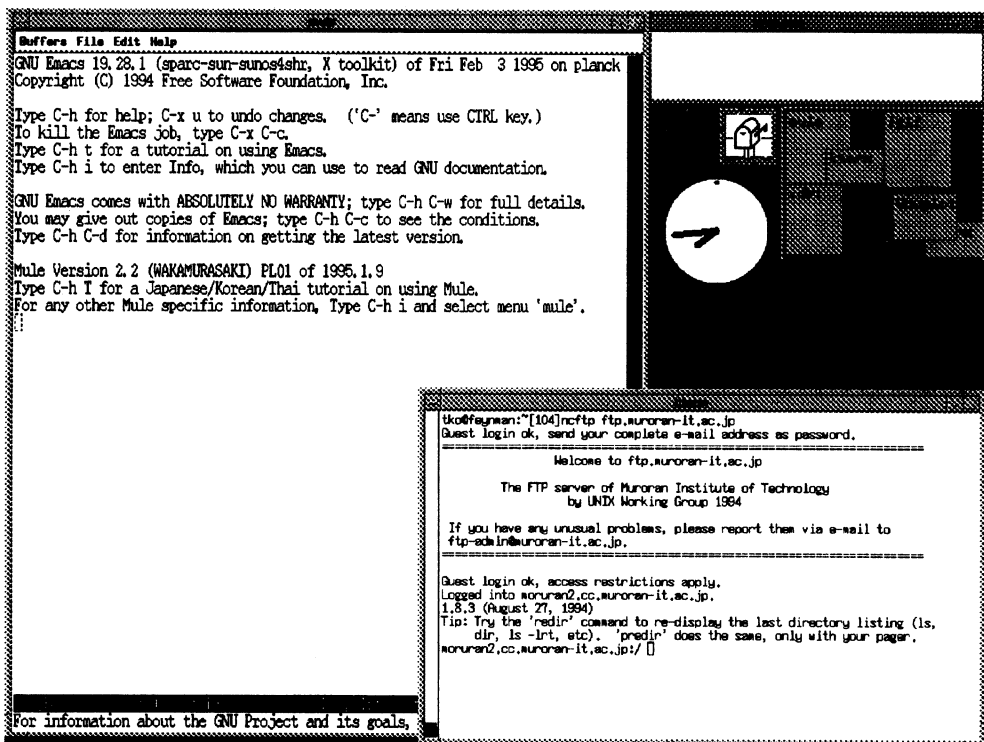


図-2 Mule and kterm on X Window

### 5.3 性能評価

構築したワークベンチの性能を定量的に評価することは困難であった。そこで、Linuxを含めた計算機の基本的性能がワークベンチとしての性能を左右すると考え、この計算機と当研究室のWSの基本的性能の比較を行なった。評価方法は、ある基準となるプログラムの集合を実際に

実行して、その実行時間または単位時間あたりの反復回数から、各計算機の性能を相対的に比較するベンチマークテストという手法を利用した。利用したベンチマークテストは、UNIX OSの性能評価を行なうBYTE UNIX benchmarks<sup>28)</sup>とX Windowの性能評価を行なうXmark<sup>29)</sup>である。各プログラムのコンパイルには、各OSで標準のCコンパイラを使用した。BYTE UNIX benchmarksの結果は、一定時間における反復回数として表現されるが、ここでは各テスト項目におけるPC(a)の結果を基準として相対値でまとめた。また、Xmarkについても同様にPC(a)の結果を基準とした相対値でまとめた。BYTE UNIX benchmarksの各テスト項目の結果及びXmarkの結果を図-3に示す。

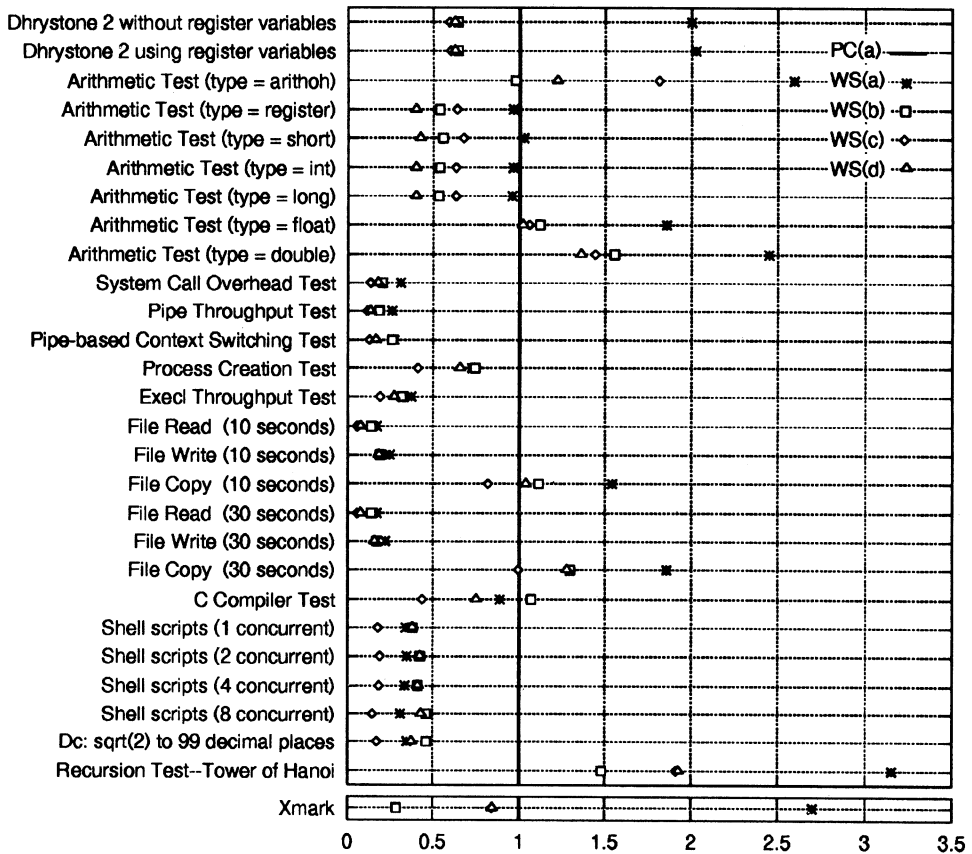


図-3 Benchmark Tests results (WSs/PC ratio)

“Dhrystone 2” の項目は、文字列処理や整数演算を重視したベンチマークテストである<sup>30)</sup>。PC(a)のCPUがCISCアーキテクチャであり、WSのCPUがRISCアーキテクチャなので、単純な比較はできないが、この項目ではWS(a)のみが良い結果となった。

“Arithmetic Test” の各項目は、各変数型の単純な四則演算の実行速度を示している。ただし、“type = arithoh” は演算を行わずにループのみを実行した速度であり、各変数型は全ての計算機で同一である。整数型の演算はPC(a)が良い結果を示しており、浮動小数点型の演算はWSが良い結果を示している。これらの差は、CPUの特性の違い(CISCかRISCか)等が現れていると思われる。

“System Call Overhead Test” の項目はシステム・コール(dup(), close(), getpid(), getgid(), umask())の実行速度を示している。“Pipe Throughput Test” の項目は一つのプロセス内でパイプ(pipe(): プロセス間通信チャンネル)のread()とwrite()による入出力の実行速度を示している。“Pipe-based Context Switching Test” の項目は一つのプロセスとその小プロセス間でのプロセス間通信の速度を示している。“Process Creation Test” の項目は、fork()による小プロセスの作成速度を、“Execl Throughput Test” はExecl()によるファイルの実行速度を示している。これらOSの基本性能に関する項目は、Linuxのカーネルが小さいことやPC(a)の整数処理が速いことから、WSよりも良い結果になったと考えられる。

“File” の各項目は、HDDにおいて10秒または30秒連続して、書き込み、読み込み、複写(読み込みと書き込みの処理を交互に実行)を実行した際の単位時間あたりの処理量を示している。PC(a)はIDE、WSはSCSIとHDDインターフェースのアーキテクチャが異なるので、この項目の結果はその差に強く依存していると思われる。書き込みの項目については、PC(a)の方が良い値を示しているが、実際に大型ファイルを書き込む際にはWSよりもPC(a)の方が時間がかかるようである。

“C Compiler Test” の項目はCコンパイラのコンパイル速度を示している。WS(c)はNFSによりWS(a)上にあるCコンパイラを使用しているので特に悪い値を示したと思われる。PC(a)はWSと比較して差のない値を示している。

“Shell scripts” の各項目は、同時に1, 2, 4, 8人のユーザがログインする場合を想定して、シェルスクリプトを実行した際の速度を示している。ログインしているユーザ数に関わらずPC(a)が良い値を示している。

“Dc” はユーザ・コマンドのdc(卓上計算機)を用い、2の平方根を99桁まで求める速度を示している。WSのdcコマンドがどのように働いているかは分からない(ソースプログラムがない)が、PC(a)で使用したdcは浮動小数点処理を多く行なわない。従って、dcの項目はPC(a)の方が良い結果が出たと思われる。

“Recursion1 Test” の項目は、再帰関数を実行した際の速度を求めている。WSはCPUクロック

クの順に並んでいるが、何故PCがWSより遅いのかはわからない。

BYTE UNIX Benchmarksの結果では全体的にPC(a)は非常に良好な結果であった。BYTE UNIX Benchmarksのテスト項目は、それほど主記憶容量を必要としないので、このような結果になった。しかし、実際の使用では複数のアプリケーションを同時に使用することが多く、そのような場合には主記憶容量を多く持つWS(a)やWS(b)の方が、アプリケーションの実行速度が速かった。

XmarkはX Windowの性能を図るベンチマークテストであるが、その結果は使用しているグラフィックカードによりかなり差がでる。WS(b)が1670万色同時表示対応のためか非常に悪い値であり、実際の使用においても大きな画像を表示する際には遅く感じるがあった。PC(a)はWS(a)と比較すると非常に悪い値であるが、それぞれの計算機の使用感にそれほど差はなかった。

## 6. 考察とまとめ

我々が構築したワークベンチの機能はLinux及びフリーのアプリケーションで実現した。LinuxはUNIX OSの基本的機能をUNIX同様に有しており、その性能についてもワークベンチの結果にあるように、この程度のハードウェア構成ならば商用のUNIXとWSの構成にも劣らない性能を示すようである。また安定性に関しては、このワークベンチの運用中に異常動作を示すことはなく、問題はないと思われる。従って、ワークベンチのOSとして十分に機能したといえる。しかし、NFSの速度が遅いこと及びNISに関するコマンドが一部ないことにあるように、比較的新しい高度なネットワーク技術に関しては劣る面も見られた。また、使用したアプリケーションは多くの利用者に使用され高い機能を有しており、Linuxの良好な基本機能と合わせることによって、構築されたワークベンチの機能は優れたものとなった。

PCにフリーソフトウェアのOS及びアプリケーションを使用することでネットワーク環境にも十分対応できるシステムを安価に構築できることは、コンピュータのネットワーク化が進む現状では特に優れた点であることを強調し本報告を終える。

## 参 考 文 献

- 1) 宮川晋：はやわかりPC-UNIX, 43-50, (共立出版社, 1994)
- 2) 狩野都, さわだひかる, 千葉健太郎：Software Design, 122, 18-38, (技術評論社, 1995)
- 3) 宮川晋：はやわかりPC-UNIX, 52-57, (共立出版社, 1994)
- 4) 宮川晋：はやわかりPC-UNIX, 57-60, (共立出版社, 1994)

- 5) 宮川晋 : はやわかり PC-UNIX, 64-67, (共立出版社, 1994)
- 6) 生越昌己 : Linux & BSD, 14-25, (アスキー社, 1994)
- 7) 宮川晋 : Linux & BSD, 76-83, (アスキー社, 1994)
- 8) 砂原秀樹, 石井秀治, 植原啓介, 林周志 : プロフェッショナル BSD, 442-450 (アスキー社, 1995)
- 9) Hal Stern : NFS & NIS, 51-98, (砂原秀樹監訳, 倉骨彰訳, アスキー社, 1992)
- 10) 山口英 : UNIX MAGAZINE, 9, (7), 40-56, (アスキー社, 1994)
- 11) 砂原秀樹, 石井秀治, 植原啓介, 林周志 : プロフェッショナル BSD, 336-364 (アスキー社, 1995)
- 12) 宮川晋 : はやわかり PC-UNIX, 67-71, (共立出版社, 1994)
- 13) 赤松洋介, 川原稔 : UNIX USER, 2, (10), 67-78, (ソフトバンク社, 1993)
- 14) 赤松洋介, 川原稔 : UNIX USER, 2, (11), 78-90, (ソフトバンク社, 1993)
- 15) 赤松洋介, 川原稔 : UNIX USER, 2, (12), 71-82, (ソフトバンク社, 1993)
- 16) 小山裕司, 斎藤靖, 佐々木浩, 中込知之 : Linux 入門, 201-216, (アジソン・ウェスレイ・パブリッシャーズ・ジャパン社, 1995)
- 17) 横橋隆生 : UNIX USER, 4, (1), 129-136, (ソフトバンク社, 1995)
- 18) 小山裕司, 斎藤靖, 佐々木浩, 中込知之 : Linux 入門, 85-88, (アジソン・ウェスレイ・パブリッシャーズ・ジャパン社, 1995)
- 19) 砂原秀樹, 石井秀治, 植原啓介, 林周志 : プロフェッショナル BSD, 292-295 (アスキー社, 1995)
- 20) Debra Cameron, Bill Rosenblatt : GNU Emacs, (ハイパーウェア社監訳, 前田, 桐生, 有村, 行木訳, ソフトバンク社, 1993)
- 21) 野寺隆志 : 楽々 LATEX, (共立出版社, 1994)
- 22) 横橋隆生 : UNIX USER, 2, (6), 112-119, (ソフトバンク社, 1993)
- 23) 山内雪路 : OPEN DESIGN, 1, (4), 90-92, (CQ 出版社, 1994)
- 24) 鶴飼文敏, 川原稔 : UNIX USER, 2, (1), 130-140, (ソフトバンク社, 1993)
- 25) 赤松洋介, 川原稔 : UNIX USER, 2, (2), 115-124, (ソフトバンク社, 1993)
- 26) 赤松洋介, 川原稔 : UNIX USER, 2, (3), 115-125, (ソフトバンク社, 1993)
- 27) 真鍋敬士 : UNIX USER, 4, (5), 89-96, (ソフトバンク社, 1995)
- 28) 吉村伸 : UNIX MAGAZINE, 9, (10), 96-100, (アスキー社, 1994)
- 29) 民田雅人 : UNIX USER, 3, (11), 78-83, (ソフトバンク社, 1994)
- 30) 山口善教 : 情報処理, 31, (3), 312-320, (1990)

# ホスクルにおける 数式解答評価システムの開発研究

倉重 龍一郎, 棚田 一郎

## Development and Resarch of an answer estimation system of HOSCL.

Ryuichiro Kurashige, Ichiro Tanada.

### Abstract

An answer estimation system is one of the most important systems in CAI. Soft-wares and course-wares of CAI are considerably influenced by the system. The system is able to analyze an answer-expression and indicates the wrong part when it is not correct and is able to get the result in real time. This paper reports the principles, algorithms and applications of the system. The CAI of the answer estimation system was developed originaly in Muroran Institute of Technology and is named HOSCL.

### 1. はじめに

「今までの40~50人の少人数の授業から100人規模の授業になったら、私語が多くて、教室が騒々しく、さっぱり授業にならない。」とか「CAIシステムをある教育機関で見せてもらって来たが、その取り扱う内容のレベルが低くて、我々教師による授業には及びもつかない。」とかの類いの話を耳にする。これらの二つの話は、お互いに全く関係が無いように見えるが、裏では大いに関係している。

前者の教師は、同じ程度の学力を有する多人数のクラスの授業にはすこぶる威力を発揮する。しかし、多様な学力のクラスに対しては何処かの学力レベルに焦点を合わせて授業を行なわざるを得ない。従って、その授業では、必然的により学力レベルの高い学生達は退屈し、より学力レベルの低い学生達は難し過ぎて理解出来ない。



言い換えると、教師は多人数の授業でも学生達が同程度の学力である限り別に困らないが、多様な学力レベルのクラスに対しては少人数でさえもその能力を発揮することが出来ない。

後者のCAIは個別学習を基本としているので、多様な学力の学生達を同時に扱う授業を得意とする。多様な学力の集まりのクラスに対してはCAIによる授業が威力を発揮する。

本学においても、多様な学力のクラスの授業を担当する機会が多い。本学が、教師とCAIのそれぞれの授業の特徴を活かして、多様な学生達に対しても効果の高い授業を行うことの出来る教育機関とする必要がある。

本論文は学習解答の誤答要因の基本的な概念とそのアルゴリズムに関する報告である。この誤答要因は、CAIシステムが学習解答評価とその理解の認識を出来る限り教師に近づけて肌理の細かい学生の対応行うための核として位置づけられている。

## 2. バーチャル教師による教授システム

授業中に教師が講義を行ったのち演習によって学生達の理解度を確認する場合を想定する。教師は演習問題を黒板に書いて、クラスの学生達に解答が出来たら手を上げるように言って教室を静かに廻る。いくらか時間が過ぎて学生が手を上げる。教師はその学生のノートの解答をチェックする。そして正答の時はその旨を伝え、誤答の時はそれに必要なコメントをつける。コメントは、もし頑張り屋でやる気十分の学生に対しては、多くの情報を与えず出来るだけ独力で解答させる。やっと解答した学生に対しては、「どこそこが違うよ」、「もう少しだから」とか言って、正答へ導くための適切なアドバイスと励ましを行う。

さらに、教師はその学生達の解答から授業の理解に対する情報を得て、次の単元に進むべきかあるいはこの単元をもう少し補うかを判断する。

CAIシステムで、上述の学習指導を実現するには次の三つの項目を満足することが必要である。

### 2. 1. 講義のプレゼンテーション

CAIのプレゼンテーションが教師のそれに出来る限り近づくためにはビデオオンデマンドによる動的メディアの利用と教材の階層化が必要である。

静止教材については通常のコンピュータのファイルを利用するが、動きを必要とする教材についてはビデオオンデマンドを利用する。

ビデオオンデマンドは動きのある教材、教師の顔の表情、教師の音声とキューの高いプレゼンテーションを構築することが可能である。

ビデオオンデマンドはデジタル方式とアナログ方式に分けられる。

デジタル方式はMPEG1を利用する方法で画像帯域が1.5 MHzである。10 MHzのLANでは4

回線しかとれないので、他人に迷惑をかけない本格的な利用には専用回線が必要となる。

アナログ方式は筆者等が開発した方式で、同一教材を複数で利用する場合には不便があるものの、画像帯域が通常のビデオ帯域(3.5 MHz)で MPEG1 に較べて良好な画像が得られる。ローカルの利用にはアナログ方式も利用可能である。

教材の階層化とは学習コースとまとめコースを設けて、学習者が自分の理解の状況により、これらのコースを自由に行き来する方式で、学習者は分かりやすく効率の高い学習を行うことが出来る。

## 2. 2. 演習時の数式解答評価

CAIシステムで教師に匹敵する学習指導を実現するために、CAIシステムは学習解答の正誤のみならず、学生の指導に必要な情報を学習解答から得ることが必要である。以下に模範解答例とそれに対する学習解答例を示す。

学習者が解答する際、問題が良く分からない時はヒント(コマンド hint or hnt)を利用する。学習解答が誤答の場合に学習解答を修正する必要がある。原因が分からない時はコマンド wh?(what? or where?)を利用する。

ただし、あまり考えないでコマンド wh? を利用しようとする、もう少し時間をかけて考えて下さいとの意味で、コマンド wh? の実行はシステムから拒否される。

ここでは、LR直列回路に複素電源  $E * \exp(j(\omega t + \theta))$  を印加して、 $t = 0$  でスイッチを閉じる時に流れる電流を求める例をあげる。模範解答例を次に示す。

$$\text{模範解答例: } \phi = \text{atan}(\omega * L / R); E / \text{sqr}(R * R + \omega * \omega * L * L) \\ * \exp(j * (\omega * t + \theta - \phi))$$

学習者にLRの位相 $\phi$ を利用させる時は、この模範解答例のように、模範解答の中で定義する(この解答処理の間だけ有効なローカル変数 $\phi$ の定義)か、あるいは学習単元を開始する時に定義(学習単元の中ずっと有効なグローバル変数 $\phi$ の定義)する。変数 $\phi$ が定義されていると、学習者はこの変数を利用して解答することが出来る。さらに、学習者は自分で自由に変数や関数を定義してこれらを利用して解答することが出来る。

ただし、この変数又は関数の定義は、それを利用する前に行う。

模範解答は掛け算記号(\*)の省略は許されず、正確に入力する必要がある。しかし、学習解答は掛け算記号(\*)を省略できる。

掛け算記号(\*)の省略を学習解答例1で説明すると、模範解答の変数辞書で Eexp( を調べる。該当する関数がないので、次に Eex なる変数を調べる。これも又該当する変数がないので、Ee, E を次々と調べる。その結果、E なる変数が定義されていることが分かる。その後に exp( なる関数を見つける。

学習解答例1:  $E \exp(j(\omega t + \theta - \phi)) / \text{sqr}(RR + \omega \omega LL)$

ans : 「正解です！」

学習解答例2:  $E / \text{sqr}(RR + \omega \omega LL) * \exp(j(\omega t + \theta))$

ans : 「不正解です！」

wh? : 「L, Rの項がおかしい！」

学習解答例3:  $E / \text{sqr}(RR + \omega \omega LL) * \exp(j(\omega t - \theta - \phi))$

msg : 「カッコの対応が来ていませんので式の終わりに")"を補充します。」

ans : 「不正解です！」

wh? : 「expの中がおかしい！」

wh? : 「 $\theta$ の符号を確認して下さい！」

学習解答例4:  $E / (R + j \omega L) * \exp(j(\omega t + \theta))$

ans : 「正解です！」

学習解答例5:  $E / (R - j \omega L) * \exp(j(\omega t + \theta))$

ans : 「不正解です！」

wh? : 「 $\omega$ , Lがおかしい！」

wh? : 「 $\omega$ , Lの符号を確認して下さい！」

学習解答例6:  $E / (R + j \omega L) * \exp(j \omega t + \theta)$

ans : 「不正解です！」

wh? : 「expの中がおかしい！」

wh? : 「 $\theta$ を確認して下さい！」

学習解答例7:  $E / (R + j \omega L) * \exp(\omega t + \theta)$

ans : 「不正解です！」

wh? : 「expの中がおかしい！」

wh? : 「 $\omega t$ ,  $\theta$ を確認して下さい！」

学習解答例8:  $1 / (R + j \omega L) * \exp(j(\omega t + \theta))$

ans : 「不正解です！」

wh? : 「Eを確認して下さい！」

これらの例で分かるように、CAIシステムは学習者に正解、不正解を知らせるばかりでなく、教師と同様に、誤答の箇所と要因を把握して必要な時にそれらを指摘していることが分かる。

言い換えると、本CAIシステムは誤答要因について、教師に準ずる認識を有する。さらに、それを利用した学習指導が可能なシステムであることが分かる。

### 2. 3. 学習制御

本CAIシステムの授業は、学習コースとまとめコースが用意されている。さらに、これらのコースの学習時に分からない事項について調べるための項目辞書が用意されている。

学習コースは初めての学習者を対象としたコースで、授業を分かりやすく、基礎から応用へ、ステップバイステップで理解させるコースである。まとめコースは既に学習コースを終えた人や、これらの知識を有する人が知識を整理する目的で履修するためのコースである。

まとめコースの重要な意味の一つに、技術者の目標とするレベルを学習者に知らせることである。

英会話に例えると、学習コースは初級者や中級者を対象とした通常の英会話のコースに相当し、まとめコースはネイティブスピーカによるナチュラルスピードの英会話に相当する。

学習コースとまとめコースはそれぞれの学習単元がお互いに同期しているので、現在履修している部分を行き来することが出来る。即ち、まとめコースを履修していて、その説明が早すぎたり、内容が難し過ぎる時は、何時でも学習コースへ移行することが出来る。又、学習コースを履修している時、その部分をまとめをしたいと思った時にいつでもこのまとめコースを利用することが出来る。

学習制御の目的は、学習順序の設定、学習者に理解の不足な箇所の指摘及びこの授業の終了時の指摘である。

前述の解答評価機能を利用して、CAIシステムは学習者がどの分野の知識が不足しているかが分かるので、これを学習者に知らせることにより、学習者は自分の学ぶべき箇所をしっかりと認識することが出来る。

クラスの中に、授業が完全に理解出来ないと先に進もうとしない性格の者や、反対になんともなくイメージが出来ればすぐに先に進みたがる性格の者がいる。それらの学習者に理解の程度を正しく認識させることは重要である。目標とする学力レベルに到達したら授業の切り上げ時を学生に知らせることにより、これらの性格の学生にも効果の高い学習を行うことが出来る。

学習者は自分の希望するコース、学習順序及び進行速度が選択出来る。

これらを実現出来るCAIシステムをバーチャル教師による教授システムと名づける。

この論文はバーチャル教師による教授システムの要素の一つである演習時の数式解答評価についての報告であると云い換えることが出来る。

### 3. パターンマッチング法

学習解答評価法は二つの方式がある。その一つはここに述べるパターンマッチング法で、もう一つは筆者等の開発した代入法である。パターンマッチング法は模範解答と学習解答のストリングによる相互比較である。そのためにスペース、符号、カッコが一つ入っていたりあるいは抜けていると云った場合も、他の文字と同様に正しい解答と見なすことは出来ない。さらに、これら

の解答ストリングのほんの一部の順序が変わった等価な数式でも正答とは見なされない。

ここに、簡単な数式  $ax + b$  の模範解答例を示す。

$$\begin{aligned} & ax + b, xa + b, b + ax, b + xa, \\ & ax - (-b), xa - (-b), -(-b) - ax, -(-b) - xa, \\ & -(-ax - b), -(-xa - b), -(-b - ax), -(-b - xa),, \end{aligned}$$

これらの組み合わせは、何重カッコ、ユニマイナス、乗算、除算、三角関数等の組み合わせによる等価な数式はいくらでも想定される。

パターンマッチング法の欠点は模範解答を数多く用意しても100%の認識が出来ず常に登録外の正解が生ずる不安を持っていることと、この数多い模範解答を教師又は教師の代理の者が入力する必要があることである。

誤答要因の解析は原理的に極めて困難である。

#### 4. 代入法の基本的な考え方

代入法の基本的な考え方を述べる。模範解答と学習者が数式エディタを利用して解答した学習解答を数式コンパイラによって命令セットに変える。次にエクスキュータによって解答微分ベクトルを求める。

模範解答ベクトルと学習解答ベクトルのそれぞれの要素を比較して、全て一致しているかどうかによって正答か誤答かを判断する。

例えば、模範解答が  $f_m(x) = x^2 + ax + b + 3$  , 学習解答が  $f_s(x) = x(x + a) + b + 3$  について述べる。

数式コンパイラは、 $x_1 = x$ ,  $x_2 = a$ ,  $x_3 = b$  と定義して、

$$\begin{aligned} f_m(x_1, x_2, x_3) &= x_1^2 + x_1 x_2 + x_3 + 3 \\ f_s(x_1, x_2, x_3) &= x_1(x_1 + x_2) + x_3 + 3 \end{aligned}$$

として、次の命令セットを作る。

```
load/x1, mult/x1, store/work, load/x1, mult/x2, add/work, add/x3, add/3, store/mans
load/x1, add/x2, mult/x1, add/x3, add/3, store/sans
```

エクスキュータではこの命令セットから解答微分ベクトルを求める。

模範解答微分ベクトル ( $\text{mans}, \partial\text{mans}/\partial x_1, \partial\text{mans}/\partial x_2, \partial\text{mans}/\partial x_3, \partial^2\text{mans}/\partial x_1^2, \partial^2\text{mans}/\partial x_1 \partial x_2, \partial^2\text{mans}/\partial x_1 \partial x_3, \partial^2\text{mans}/\partial x_2^2, \partial^2\text{mans}/\partial x_2 \partial x_3, \partial^2\text{mans}/\partial x_3^2$ )  
 $= (3, 0, 0, 1, 2, 1, 0, 0, 0, 0)$

学習解答微分ベクトル ( $\text{sans}, \partial\text{sans}/\partial x_1, \partial\text{sans}/\partial x_2, \partial\text{sans}/\partial x_3, \partial^2\text{sans}/\partial x_1^2, \partial^2\text{sans}/\partial x_1 \partial x_2, \partial^2\text{sans}/\partial x_1 \partial x_3, \partial^2\text{sans}/\partial x_2^2, \partial^2\text{sans}/\partial x_2 \partial x_3, \partial^2\text{sans}/\partial x_3^2$ )  
 $= (3, 0, 0, 1, 2, 1, 0, 0, 0, 0)$

模範解答ベクトルと学習解答ベクトルのそれぞれの要素が等しいかどうかによって正答か誤答かを判断する。この例では全ての要素が等しいので正答である。

通常のプログラムはコンパイル&リンクしてオブジェクトコードを作ることと、それを実行することは全く別の処理となる。代入法は自分のプログラムの実行に、学習者が入力した学習解答をコンパイルしてオブジェクトコードを作り、直ちにこのオブジェクトコードを実行する。

言い換えると汽車が自分で線路を敷設しながら走るのに相当する。この場合線路を走ることがプログラムの実行で、線路の敷設することがコンパイルを意味する。

## 5. 誤答要因

### 5. 1. 関数の収束性と級数展開

収束円の内部における任意の点  $x_0$  に関して、一様収束する関数  $f(x)$  を考える。

べき級数も当然この関数の中に含まれる。

関数  $f(x)$  が  $x = x_0$  で  $i$  次の因数を持つとすると、 $f(x) = (x - x_0)^i g(x)$   
 $g(x)$  を Taylor 展開する。

$$g(x) = d_0 + d_1(x - x_0) + d_2(x - x_0)^2 + \dots + d_n(x - x_0)^n + R_n$$

ただし、 $d_0 = g(x_0)$ ,  $d_1 = \partial g / \partial x$ ,  $d_2 = 1/2! \partial^2 g / \partial^2 x$  ...,  $d_n = 1/n! \partial^n g / \partial x^n$ ,

$$R_n = d_{(n+1)}(x - x_0)^{(n+1)} + \dots$$

ここで、 $x - x_0$  をあらためて  $x$  とおく。

$$g(x) = d_0 + d_1 x + d_2 x^2 + \dots + d_n x^n + R_n$$

ただし、 $d_0 = g(x_0)$ ,  $d_1 = \partial g / \partial x$ ,  $d_2 = 1/2! \partial^2 g / \partial x^2$  ...,  $d_n = 1/n! \partial^n g / \partial x^n$ ,

$$R_n = d_{(n+1)}(x - x_0)^{(n+1)} + \dots$$

関数  $g(x)$  の剰余  $R_n$  は、関数の一様収束性により、ある  $\varepsilon$ ,  $N$  があって、 $N < n$  なる限り、 $x$  に関係なく  $R_n < \varepsilon$  が成り立つ  $N$  が存在する。

即ち、 $\varepsilon$  をいくらでも小さくすることが出来るので、これを打ち切り精度以下にすると、 $R_n < \varepsilon$  の関係から

$$g(x) = d_0 + d_1 x + d_2 x^2 + \dots + d_n x^n$$

とおくことができる。

ただし、 $d_0 = g(x_0)$ ,  $d_1 = \partial g / \partial x$ ,  $d_2 = 1/2! \partial^2 g / \partial x^2$  ...,  $d_n = 1/n! \partial^n g / \partial x^n$ ,

$$R_n = d_{(n+1)}(x - x_0)^{(n+1)} + \dots$$

さらに、この概念を多次元化した複素数関数に拡張することが出来る。

### 5. 2. 関数の独立性と不活性定数

下に示す関数  $f(x)$  について関数の独立性を考える。

$$f(t)=(at^2+ bt + c)/(R + j\omega L)* E * \exp(j(\omega t + \theta))$$

ここで、 $f_p(t)= at^2+ bt + c$   $f_z(t)= 1/(R + j\omega L)$   $f_e(t)= E * \exp(j(\omega L + \theta))$  とすると

$$f(t)= f_p(t)* f_z(t)* f_e(t) \text{となる。}$$

今、 $f_p(t)= at^2+ bt + c$  について、 $a = 0, b = 0, c = 1$  なる定数を設定した時、変数  $t$  の値にかかわらず、 $f_p(t)= 1$  となる。この  $a = 0, b = 0, c = 1$  を不活性定数と定義し、 $NAC_p(t|a, b, c)=(t|0, 0, 1)$ と表記する。

同様に、 $f_z(t)= 1/(R + j\omega L)$ について、 $NAC_z(t, \omega |R, L)=(t, \omega |1, 0)$ 及び

$$f_e(t)= E * \exp(j(\omega t + \theta)) \text{について、} NAC_e(t|E, \omega, \theta)=(t|1, 0, 0)$$

と表記する。

模範解答及び学習解答が基本関数( $f_p(t), f_z(t), f_e(t)$ )に分離可能であるとは限らないが、上式の様に模範解答が基本関数に分離すること可能な時には、学習解答を基本関数に分離するための情報を与える。

数式コンパイラで求められた命令セット、関数の独立性、不活性定数、多項式、有理式、指数それぞれの特性抽出等を利用して、学習解答の誤答要因分析を行う。

上式の様に解答が基本関数に分離出来る時は、同時に処理する次元数を小さくすることが出来るので誤答解析が容易になる。

### 5. 3. 誤答要因分析

ここではある収束半径のもとで一様収束して級数として表される関数を対象とする。

定数  $E, (at^2+ bt + c), 1/(R + j\omega L), \exp(j(\omega t + \theta))$ 等はいずれもベキ級数に展開することが出来る。ベキ級数はある収束半径のもとで一様収束する。これらの関数を掛け合わせた関数もまたベキ級数になる。

関数を Taylor 級数に展開すると各項は一意的に定まる。

$$f(x_{10}+\delta x_1, x_{20}+\delta x_2, \dots, x_{n0}+\delta x_n) = f(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}) + df(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}) \\ + 1/2! * d^2 f(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}) + \dots$$

$$df(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}) = \partial f(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}) / \partial x_1 * \delta x_1 + \partial f(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}) / \partial x_2 * \delta x_2 \\ + \dots + \partial f(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}) / \partial x_n * \delta x_n$$

$$d^2f(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}) = \partial^2f / \partial x_1^2 * (\delta x_1)^2 + 2\partial^2f / \partial x_1 \partial x_2 * (\delta x_1 \delta x_2) \\ + 2\partial^2f / \partial x_1 \partial x_3 * (\delta x_1 \delta x_3) + \dots + 2\partial^2f / \partial x_1 \partial x_n * (\delta x_1 \delta x_n) \\ + \partial^2f / \partial x_2^2 * (\delta x_2)^2 + \dots + \partial^2f / \partial x_n^2 * (\delta x_n)^2$$

それ故、各項と同じ要素を持つ微分ベクトル  $\Delta(f(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}), \partial f(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}) / \partial x_1, \partial f(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}) / \partial x_2, \dots, \partial^2f / \partial x_n^2, \dots)$ もまた一意的に定まる。

a, b, c が文字定数, t が変数とする関数  $f(t) = at^2 + bt + c$  は,

$x_1 = t, x_2 = a, x_3 = b, x_4 = c$  とおき四次元関数  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_4 + x_1x_3 + x_1^2 x_2$  とする必要がある。

階数は関数に依存する。 $f(t) = at^2 + bt + c$  の場合は,  $\partial^3 f / \partial x_1^2 \partial x_2 = 2, \partial^4 f / \partial x_1^4 = 0, \partial^4 f / \partial x_1^3 \partial x_2 = 0, \dots, \partial^4 f / \partial x_1^4 = 0$  により, 3階が必要かつ十分条件である。

さらに,  $(0 \leq i \leq j \leq n)$  と定義すると,  $\partial^2 f / \partial x_i \partial x_j = \partial^2 f / \partial x_j \partial x_i$  であるので  $\partial^2 f / \partial x_i \partial x_j$  を使用せず,  $\partial^2 f / \partial x_j \partial x_i$  の項を  $\partial^2 f / \partial x_i \partial x_j$  の項にまとめる。

微分ベクトル  $\Delta$  の要素の配列順序は次のようにする。

n次元の表示は添え字をn個並べる。ここでは便宜上  $n = 5$  として表示する。

$$(1, 2, \dots, n)^0 \rightarrow (0) [d_{00000}]$$

$$(1, 2, \dots, n)^1 \rightarrow (1, 2, \dots, n) [d_{10000}, d_{01000}, \dots, d_{00001}]$$

$$(1, 2, \dots, n)^2 \rightarrow (11, 12, 13, \dots, 1n, 22, 23, \dots, 2n, \dots, nn) [d_{20000}, d_{11000}, \dots, d_{00002}]$$

$$(1, 2, \dots, n)^3 \rightarrow (111, 112, 113, 11n, 122, 123, \dots, 12n, \dots, 1nn, 222, 223, 224, \dots, 22n, 333, 334, 344, 444) [d_{30000}, d_{21000}, \dots, d_{10002}, d_{03000}, \dots, d_{00003}]$$

とする。

ここに3次元2階の微分ベクトルの例を示す。

$$\Delta = \begin{pmatrix} d_{000} \\ d_{100} \\ d_{010} \\ d_{001} \\ d_{200} \\ d_{110} \\ d_{101} \\ d_{020} \\ d_{011} \\ d_{002} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(x_{10}, x_{20}, x_{30}) \\ \partial f / \partial x_1 \\ \partial f / \partial x_2 \\ \partial f / \partial x_3 \\ \partial^2 f / \partial x_1^2 \\ \partial^2 f / \partial x_1 \partial x_2 \\ \partial^2 f / \partial x_1 \partial x_3 \\ \partial^2 f / \partial x_2^2 \\ \partial^2 f / \partial x_2 \partial x_3 \\ \partial^2 f / \partial x_3^2 \end{pmatrix}$$

もし模範解答  $f_m(x_1, x_2, x_3, x_4)$  と学習解答  $f_s(x_1, x_2, x_3, x_4)$  が等しければ, それらの関数に対して一意的に定まる模範解答微分ベクトル  $\Delta_m$  と学習解答微分ベクトル  $\Delta_s$  も等しくなる。



$$\Delta_m = \begin{pmatrix} d_{m0000} \\ d_{m1000} \\ d_{m0100} \\ d_{m000n} \end{pmatrix} \quad \Delta_s = \begin{pmatrix} d_{s0000} \\ d_{s1000} \\ d_{s0100} \\ d_{s000n} \end{pmatrix}$$

$f_m(x_1, x_2, x_3, x_4) = f_s(x_1, x_2, x_3, x_4)$  のとき  $\Delta_m = \Delta_s$

$f_m(x_1, x_2, x_3, x_4) \neq f_s(x_1, x_2, x_3, x_4)$  のとき  $\Delta_m \neq \Delta_s$

模範解答微分ベクトルと較べて、学習解答の微分ベクトルのどこかに相異なる要素が存在すれば学習解答は誤答である。

誤答原因を詳しく調べるために、不活性定数を利用して基本関数に分離出来るかどうかの議論と分離出来た場合の基本関数の特徴抽出の概念が必要となる。

基本関数に分離出来るかどうかは一般的には微分ベクトルの要素の中で、 $x_i$  と  $x_j$  の独立性を調べる。 $\partial^2 f / \partial x_i \partial x_j$ ,  $\partial^3 f / \partial x_i^2 \partial x_j$ ,  $\partial^3 f / \partial x_i \partial x_j^2$ ,  $\partial^4 f / \partial x_i^2 \partial x_j^2, \dots$  等がゼロかどうかを調べる。

さらに、不活性定数 NAC が定義されている時は、模範解答は基本関数に分離することが出来る。しかし、学習解答は分離出来るとは限らない。誤答要因が 1 個のときは基本関数に分離出来る可能性が非常に高くなる。

## 6. 多項式分析

一般的には、模範解答の微分ベクトル  $\Delta_m$  と学習解答の微分ベクトル  $\Delta_s$  の比較で正答誤答を判断する。

多項式に関しては、さらに微分ベクトルに分項マトリックスを掛けて項ベクトルを求める。

模範解答と学習解答のそれぞれの項ベクトルの比較により誤答要因を指摘する。

ここで三次元 2 階の多項式の例で説明する。

三次元 2 階の多項式の一般形は次式で示される。

$$f(x_1, x_2, x_3) = a_{000} + a_{100}x_1 + a_{010}x_2 + a_{001}x_3 + a_{200}x_1^2 + a_{110}x_1x_2 + a_{101}x_1x_3 \\ + a_{020}x_2^2 + a_{011}x_2x_3 + a_{002}x_3^2$$

微分ベクトル  $\Delta$  及び項ベクトル  $\Lambda$  を次の様に定義する。

$$\Delta = \begin{pmatrix} d_{000} \\ d_{100} \\ d_{010} \\ d_{001} \\ d_{200} \\ d_{110} \\ d_{101} \\ d_{020} \\ d_{011} \\ d_{002} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(x_{10}, x_{20}, x_{30}) \\ \partial f / \partial x_1 \\ \partial f / \partial x_2 \\ \partial f / \partial x_3 \\ \partial^2 f / \partial x_1^2 \\ \partial^2 f / \partial x_1 \partial x_2 \\ \partial^2 f / \partial x_1 \partial x_3 \\ \partial^2 f / \partial x_2^2 \\ \partial^2 f / \partial x_2 \partial x_3 \\ \partial^2 f / \partial x_3^2 \end{pmatrix} \quad \Lambda = \begin{pmatrix} a_{000} \\ a_{100} \\ a_{010} \\ a_{001} \\ a_{200} \\ a_{110} \\ a_{101} \\ a_{020} \\ a_{011} \\ a_{002} \end{pmatrix}$$

関数  $f(x_1, x_2, x_3)$  を Taylor 展開する。

$$f(x_{10} + \delta x_1, x_{20} + \delta x_2, x_{30} + \delta x_3) = f(x_{10}, x_{20}, x_{30}) + df(x_{10}, x_{20}, x_{30}) + 1/2! * d^2f(x_{10}, x_{20}, x_{30})$$

与式の微係数の関係から次式が求まる。

$$f(x_{10}, x_{20}, x_{30}) = a_{000} + a_{100}x_{10} + a_{010}x_{20} + a_{001}x_{30} + a_{200}x_{10}^2 + a_{110}x_{10}x_{20} + a_{101}x_{10}x_{30} + a_{020}x_{20}^2 + a_{011}x_{20}x_{30} + a_{002}x_{30}^2$$

$$\partial f / \partial x_1 = a_{100} + 2 a_{200}x_{10} + a_{110}x_{20} + a_{101}x_{30}$$

$$\partial f / \partial x_2 = a_{010} + a_{110}x_{10} + 2 a_{020}x_{20} + a_{011}x_{30}$$

$$\partial f / \partial x_3 = a_{001} + a_{001}x_{10} + a_{011}x_{20} + 2 a_{002}x_{30}$$

$$\partial^2 f / \partial x_1^2 = 2! a_{200}, \quad \partial^2 f / \partial x_1 \partial x_2 = 2 a_{110}, \quad \partial^2 f / \partial x_1 \partial x_3 = 2 a_{101}$$

$$\partial^2 f / \partial x_2^2 = 2! a_{020}, \quad \partial^2 f / \partial x_2 \partial x_3 = 2 a_{011}, \quad \partial^2 f / \partial x_3^2 = 2! a_{002}$$

この式を整理して分項マトリックス  $\Psi$  が求まる。

求められた項ベクトル, 分項マトリックス及び微分ベクトルの関係式を次に示す。

$$\begin{array}{ccc}
 \text{項ベクトル} & \text{分項マトリックス} & \text{微分ベクトル} \\
 \left[ \begin{array}{c} a_{000} \\ a_{100} \\ a_{010} \\ a_{001} \\ a_{200} \\ a_{110} \\ a_{101} \\ a_{020} \\ a_{011} \\ a_{002} \end{array} \right] & = & \left[ \begin{array}{ccccccc} 1 & -x_{10} & -x_{20} & -x_{30} & x_1^2/2! & x_{10}x_{20} & x_{10}x_{30} & x_{10}^2/2! & x_{20}x_{30} & x_{30}^2/2! \\ & 1 & & -x_{10} & -x_{20} & -x_{30} & & & & \\ & & 1 & & -x_{10} & & -x_{20} & -x_{30} & & \\ & & & 1 & & -x_{10} & & -x_{20} & -x_{30} & \\ & & & & 1/2! & & & & & \\ & & & & & 1 & & & & \\ & & & & & & 1 & & & \\ & & & & & & & 1/2! & & \\ & & & & & & & & 1 & \\ & & & & & & & & & 1/2! \end{array} \right] & \left[ \begin{array}{c} d_{000} \\ d_{100} \\ d_{010} \\ d_{001} \\ d_{200} \\ d_{110} \\ d_{101} \\ d_{020} \\ d_{011} \\ d_{002} \end{array} \right]
 \end{array}$$

$x_{10} = x_{20} = x_{30} = x_{40} = 0$  の時、分項マトリックスは対角マトリックスとなる。

$x_{10} = 0, x_{20} = 0, x_{30} = 0, x_{40} = 0$  の時の項ベクトル、分項マトリックス及び微分ベクトルの関係式を次に示す。

$$\begin{array}{ccc}
 \text{項ベクトル} & \text{分項マトリックス} & \text{微分ベクトル} \\
 \left[ \begin{array}{c} a_{000} \\ a_{100} \\ a_{010} \\ a_{001} \\ a_{200} \\ a_{110} \\ a_{101} \\ a_{020} \\ a_{011} \\ a_{002} \end{array} \right] & = & \left[ \begin{array}{ccccccc} 1 & & & & & & & & & \\ & 1 & & & & & & & & \\ & & 1 & & & & & & & \\ & & & 1 & & & & & & \\ & & & & 1/2! & & & & & \\ & & & & & 1 & & & & \\ & & & & & & 1 & & & \\ & & & & & & & 1/2! & & \\ & & & & & & & & 1 & \\ & & & & & & & & & 1/2! \end{array} \right] & \left[ \begin{array}{c} d_{000} \\ d_{100} \\ d_{010} \\ d_{001} \\ d_{200} \\ d_{110} \\ d_{101} \\ d_{020} \\ d_{011} \\ d_{002} \end{array} \right]
 \end{array}$$

この分項マトリックスを分項対角マトリックスまたは分項係数と名づける。

次に四次元3階の例をあげる。

模範解答  $f_m(x) = ax^2 + bx + c$  学習解答  $f_s(x) = 2x^2 + (4 + a)x + 2a + c$  とする。

ここで、 $x_1 = x, x_2 = a, x_3 = b, x_4 = c$  と定義すると、

$$f_m(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_4 + x_1 x_3 + x_1^2 x_2$$

$$f_s(x_1, x_2, x_3, x_4) = 4x_1 + 2x_2 + x_4 + 2x_1^2 + x_1 x_2$$

$x_{10} = 0, x_{20} = 0, x_{30} = 0, x_{40} = 0$  の時の微分ベクトル及び項ベクトルが下のよう求められる。

微分 ベクトル	模範 解答	学習 解答	項 ベクトル	模範 解答	学習 解答
$d_{0000} = f(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0$	$= 0$	$0$	$a_{0000} = 1/0! * d_{0000}$	$= 0$	$0$
$d_{1000} = \partial f / \partial x_1$	$= 0$	$4$	$a_{1000} = 1/1! * d_{1000}$	$= 0$	$4$
$d_{0100} = \partial f / \partial x_2$	$= 0$	$2$	$a_{0100} = 1/1! * d_{0100}$	$= 0$	$2$
$d_{0010} = \partial f / \partial x_3$	$= 0$	$0$	$a_{0010} = 1/1! * d_{0010}$	$= 0$	$0$
$d_{0001} = \partial f / \partial x_4$	$= 1$	$1$	$a_{0001} = 1/1! * d_{0001}$	$= 1$	$1$
$d_{2000} = \partial^2 f / \partial x_1^2$	$= 0$	$4$	$a_{2000} = 1/2! * d_{2000}$	$= 0$	$2$
$d_{1100} = \partial^2 f / \partial x_1 \partial x_2$	$= 0$	$1$	$a_{1100} = 1/1! * d_{1100}$	$= 0$	$1$
$d_{1010} = \partial^2 f / \partial x_1 \partial x_3$	$= 1$	$0$	$a_{1010} = 1/1! * d_{1010}$	$= 1$	$0$
$d_{2100} = \partial^3 f / \partial x_1^2 \partial x_2$	$= 2!$	$0$	$a_{2100} = 1/2! * d_{2100}$	$= 1$	$0$

これにより、模範解答の項ベクトル  $\Lambda_m$  と学習解答の項ベクトル  $\Lambda_s$  を比較して、 $4x_1 + 2x_2 + 2x_1^2 + x_1x_2$  から学習解答の  $4x + 2a + 2x^2 + ax$  が誤答となる。

## 7. 指数関数

指数関数の基本的な性質を調べるため単純な関数から検討する。

### 7. 1. 指数部一次元1階の指数関数

$f(x_1) = \exp(a_0 + a_1 x_1)$  について考える。(  $a_0, a_1 : \text{const}$  )

この関数の微分ベクトルは

$$\Delta = \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp(a_0 + a_1 x_{10}) \\ a_1 \exp(a_0 + a_1 x_{10}) \\ a_1^2 \exp(a_0 + a_1 x_{10}) \\ \vdots \\ a_1^N \exp(a_0 + a_1 x_{10}) \end{bmatrix}$$

となり、初項  $f(x_{10}) = d_0$  , 等比  $a_1$  の級数となる。漸化式は  $d_N = a_1 d_{N-1}$  (  $a_1 : \text{const}$  )

### 7. 2. 指数部二次元1階の指数関数

$f(x_1, x_2) = \exp(a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2)$  について考える。(  $a_{00}, a_{10}, a_{01} : \text{const}$  )

この関数の微分ベクトルは

$$\Delta = \begin{pmatrix} d_{00} \\ d_{10} \\ d_{01} \\ d_{20} \\ d_{11} \\ d_{02} \\ d_{30} \\ d_{21} \\ \\ d_{NN} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \exp(a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2) \\ (a_{10}) \exp(a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2) \\ (a_{01}) \exp(a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2) \\ (a_{10})^2 \exp(a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2) \\ a_{10} a_{01} \exp(a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2) \\ (a_{01})^2 \exp(a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2) \\ (a_{10})^3 \exp(a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2) \\ a_{10}^2 a_{01} \exp(a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2) \\ \\ (a_{10} a_{01})^N \exp(a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2) \end{pmatrix}$$

この微分ベクトル  $\Delta$  のうち、 $x_1$  成分  $\Delta_1$  及び  $x_2$  成分  $\Delta_2$  を取り出す。

$$\Delta_1 = \begin{pmatrix} d_{00} \\ d_{10} \\ d_{20} \\ \\ d_{N0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \exp(a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2) \\ (a_{10}) \exp(a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2) \\ (a_{10})^2 \exp(a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2) \\ \\ (a_{10})^N \exp(a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2) \end{pmatrix}$$

$$\Delta_2 = \begin{pmatrix} d_{00} \\ d_{01} \\ d_{02} \\ \\ d_{0N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \exp(a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2) \\ (a_{01}) \exp(a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2) \\ (a_{01})^2 \exp(a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2) \\ \\ (a_{01})^N \exp(a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2) \end{pmatrix}$$

ここで  $\Delta_1$  は初項が  $d_{00}$ 、等比  $a_{10}$  の級数となる。 $\Delta_2$  は初項が  $d_{00}$ 、等比  $a_{01}$  の級数となる。

漸化式は  $d_{N0} = a_{10} d_{(N-1)0}$  ( $a_{10} : \text{const}$ )  $d_{0N} = a_{01} d_{0(N-1)}$  ( $a_{01} : \text{const}$ )となる。

### 7. 3. 指数部二次元2階の指数関数

$$f(t) = \exp(j \omega t) \quad (\omega, t: \text{変数})$$

$x_1 = t, x_2 = \omega, a_{12} = j$  とする。

$f(t) = \exp(a_{11} x_1 x_2)$ について微分ベクトル  $\Delta$  を求める。

$$\Delta = \begin{pmatrix} d_{00} \\ d_{10} \\ d_{01} \\ d_{20} \\ d_{11} \\ d_{02} \\ d_{21} \\ \vdots \\ d_{NN} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \exp(a_{11} x_{10} x_{20}) \\ (a_{11} x_{10}) \exp(a_{11} x_{10} x_{20}) \\ (a_{11} x_{10}) \exp(a_{11} x_{10} x_{20}) \\ (a_{11} x_{20})^2 \exp(a_{11} x_{10} x_{20}) \\ a_{11} \exp(a_{11} x_{10} x_{20}) \\ (a_{11} x_{10})^2 \exp(a_{11} x_{10} x_{20}) \\ a_{11}^2 x_{20} \exp(a_{11} x_{10} x_{20}) \\ \vdots \\ (a_{11} x_{20})^N \exp(a_{11} x_{10} x_{20}) \end{pmatrix}$$

この微分ベクトル  $\Delta$  のうち,  $x_1$  成分  $\Delta_1$ ,  $x_2$  成分 及び  $x_1 x_2$  成分  $\Delta_{11}$  を取り出す。

$$\Delta_1 = \begin{pmatrix} d_{00} \\ d_{10} \\ d_{20} \\ \vdots \\ d_{N0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \exp(a_{11} x_{10} x_{20}) \\ (a_{11} x_{10}) \exp(a_{11} x_{10} x_{20}) \\ (a_{11} x_{10})^2 \exp(a_{11} x_{10} x_{20}) \\ \vdots \\ (a_{11} x_{10})^N \exp(a_{11} x_{10} x_{20}) \end{pmatrix}$$

$$\Delta_2 = \begin{pmatrix} d_{00} \\ d_{01} \\ d_{02} \\ \vdots \\ d_{0N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \exp(a_{11} x_{10} x_{20}) \\ (a_{11} x_{10}) \exp(a_{11} x_{10} x_{20}) \\ (a_{11} x_{10})^2 \exp(a_{11} x_{10} x_{20}) \\ \vdots \\ (a_{11} x_{10})^N \exp(a_{11} x_{10} x_{20}) \end{pmatrix}$$

$$\Delta_{11} = \begin{pmatrix} d_{00} \\ d_{11} \\ d_{22} \\ \vdots \\ d_{NN} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \exp(a_{11} x_{10} x_{20}) \\ a_{11} \exp(a_{11} x_{10} x_{20}) \\ a_{11}^2 \exp(a_{11} x_{10} x_{20}) \\ \vdots \\ a_{11}^N \exp(a_{11} x_{10} x_{20}) \end{pmatrix}$$

ここで  $x_{10} = x_{20} = 0$  とおくと,  $\Delta_1 = 0$ ,  $\Delta_2 = 0$ ,  $\Delta_{11}$  は初項が 1, 等比  $a_{11}$  の級数となる。  
漸化式は  $d_{ii} \neq 0$  なので,  $d_{NN} = a_{11} d_{(N-1)(N-1)}$  ( $a_{11} : \text{const}$ )となる。

7. 4. 特徴抽出

$f(t) = \exp(a_{ij\dots k} x^i x^j \dots x^k)$  に対して微分ベクトルを考える。

$$\Delta_{ij\dots k} = \begin{pmatrix} (a_{ij\dots k}) d_{ij\dots k} \\ (a_{ij\dots k})^2 d_{i^2j^2\dots k^2} \\ (a_{ij\dots k})^3 d_{i^3j^3\dots k^3} \\ \vdots \\ (a_{ij\dots k})^N d_{i^Nj^N\dots k^N} \end{pmatrix}$$

となり、等比 a... の級数になる。

漸化式は  $d_{NN\dots N} = (a_{ij\dots k}) d_{(N-1)(N-1)\dots(N-1)} (a_{ij\dots k} : \text{const})$

7. 5. 基本関数

指数部一次元1階の指数関数  $f(x_1) = \exp(j(a_0 + a_1x_1))$

指数部二次元1階の指数関数  $f(x_1, x_2) = \exp(j(a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2))$

指数部二次元2階の指数関数  $f(x_1, x_2) = \exp(j(a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2 + a_{20}x_1^2 + a_{11}x_1x_2 + a_{02}x_2^2))$

これらの関数の自然対数をとったあとその虚数部 ( $I_m \log(f(x))$ ) を考えると

$a_0 + a_1x$ 、 $a_{00} + a_{10}x + a_{01}x_2$ 、 $a_{00} + a_{10}x + a_{01}x_2 + a_{20}x_1^2 + a_{11}x_1x_2 + a_{02}x_2^2$

となるので、多項式の手法を利用する。さらに、

$f(x_1, x_2) = (b_{00} + b_{10}x_1 + b_{01}x_2 + b_{20}x_1^2 + b_{11}x_1x_2 + b_{02}x_2^2)$

$* \exp(j(a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2 + a_{20}x_1^2 + a_{11}x_1x_2 + a_{02}x_2^2))$

の場合について、 $b_{00}$ 、 $b_{10}$ 、 $b_{01}$ 、 $b_{20}$ 、 $a_{00}$ 、 $a_{10}$ 、 $a_{01}$ 、 $a_{20}$  が全て実数の時、( $I_m \log(f(x_1, x_2))$ )

の処理で実数部と虚数部が分けられる。

$$b_{00} + b_{10}x_1 + b_{01}x_2 + b_{20}x_1^2 + b_{11}x_1x_2 + b_{02}x_2^2$$

及び  $a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2 + a_{20}x_1^2 + a_{11}x_1x_2 + a_{02}x_2^2$

に分けて多項式の手法を利用する。

$b_{ij}$  が複素数を含んで変数  $x_1$ 、 $x_2$  が共有する時は一般的な取り扱いが必要である。

8. 有理関数

ここでは有理関数の分母について検討する。分母と分子が分離されるときは、分子に関しては多項式の手法を用いる。分離されないときは一般解法を用いる。

8. 1. 基本的な考えかた

有理関数の特徴を抽出するために最も基本的な関数  $f(x) = 1 / (1 - x)$  について検討する。

$$f(x) = 1/(1-x)$$

$$= 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$$

$$f(x_0 + \delta x) = f(x_0) + df(x_0) + 1/2! d^2f(x_0) + \dots$$

微分ベクトル  $\Delta$  は

$$\Delta = \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x_0) \\ \partial f / \partial x \\ \partial^2 f / \partial x^2 \\ \vdots \\ \partial^N f / \partial x^N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0! \\ 1! \\ 2! \\ \vdots \\ N! \end{bmatrix}$$

漸化式は  $d_N = N d_{N-1}$  となる。この  $N$  が有理式の特徴である。

次に別の関数  $f(x) = 1/(1+jax)$  ( $j, a: \text{const}$ ) を考える。

$$f(x) = 1/(1+jax) \quad (j, a: \text{const})$$

$$= 1 - (jax) + (jax)^2 - (jax)^3 + \dots$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x_0) \\ \partial f / \partial x \\ \partial^2 f / \partial x^2 \\ \vdots \\ \partial^N f / \partial x^N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0! \\ 1!(-1)(ja) \\ 2!(-1)^2(ja)^2 \\ \vdots \\ N!(-1)^N(ja)^N \end{bmatrix}$$

漸化式  $d_N = (-1)(ja) d_{N-1}$  となり、やはり  $N$  が特徴となっている。

さらに、別の問題  $f(x) = 1/(R+j\omega L)$  について考える。

$$f(x) = 1/(R+j\omega L) \quad (\text{変数 } R, \omega, L)$$

$x_1 = R, x_2 = \omega, x_3 = L$  とおき、

$f(x_1, x_2, x_3) = 1/(x_1 + jx_2 x_3)$  を  $x_{10} = 1, x_{20} = x_{30} = 0$  で Taylor 展開する式は、

$f(x_1, x_2, x_3) = 1/(1+x_1+jx_2 x_3)$  を  $x_{10} = x_{20} = x_{30} = 0$  で Taylor 展開する式と等価になる。

この関数について微分ベクトルを求める。

$$\Delta = \begin{bmatrix} d_{000} \\ d_{100} \\ d_{200} \\ d_{011} \\ d_{300} \\ d_{022} \\ d_{0NN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ (-1) \\ 2!(-1)^2 \\ (-j) \\ 3!(-1)^3 \\ 2!(-j)^2 \\ N!(-j)^N \end{bmatrix} \quad \Delta_{11} = \begin{bmatrix} d_{000} \\ d_{011} \\ d_{022} \\ d_{0NN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1!(-j) \\ 2!(-j)^2 \\ N!(-j)^N \end{bmatrix}$$

$$\Delta_2 = \Delta_3 = 0$$



これにより  $x_1$  の係数は 1、 $x_2 x_3$  の係数は  $j$  であることが分かる。

$f(x_1, x_2, x_3) = 1/(1+x_1+jx_2x_3)$  と求められる。

ここで、 $x_{10} = 1, x_{20} = x_{30} = 0$  であることを考慮すると、上の式は

$f(x_1, x_2, x_3) = 1/(x_1+jx_2x_3)$  と求められる。

### 8. 2. $1/(1+jx) = \exp(-j \operatorname{atan}(x))/\operatorname{sqr}(1+x^2)$ の級数による展開

$1/(1+jx)$  の形に  $\exp(-j \operatorname{atan}(x))/\operatorname{sqr}(1+x^2)$  なる別の形があるが、級数によって両式が等価であることを示す。

$$1/(1+jx) = 1 - (jx) + (jx)^2 - (jx)^3 + \dots$$

両式を  $x$  で積分して  $-j$  を掛ける。

$$-\log(1+jx) = -(jx) + (-jx)^2/2 + (-jx)^3/3 + (-jx)^4/4 + \dots$$

$$\log(1/(1+jx)) = -1/2 * [x^2 - x^4/2 + x^6/3 - x^8/4 + \dots]$$

$$-j [x - x^3/3 + x^5/5 - x^7/7 + \dots]$$

$\log(1+jx)$ ,  $\tan^{-1}x$  の定義から

$$\log(1/(1+jx)) = -1/2 \log(1+x^2) - j \tan^{-1}x$$

$$= \log(\exp(-j \tan^{-1}x) / \operatorname{sqr}(1+x^2))$$

故に、 $1/(1+jx) = \exp(-j \tan^{-1}x) / \operatorname{sqr}(1+x^2)$  となる。

### 8. 3. 基本関数

$n$ 次元1階の有理関数について述べる。

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 1/(1 + b_{10000}x_1 + b_{01000}x_2 + \dots + b_{00001}x_n)$$

$$\Delta = \begin{pmatrix} d_{00000} \\ d_{10000} \\ d_{01000} \\ d_{00001} \\ d_{20000} \\ d_{11000} \\ d_{00002} \\ d_{30000} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ (-1) b_{10000} \\ (-1) b_{01000} \\ (-1) b_{00001} \\ 2!(-1)^2 b_{10000}^2 \\ (-1)^2 b_{10000} b_{01000} \\ 2!(-1)^2 b_{00001}^2 \\ 3!(-1)^3 b_{10000}^3 \end{pmatrix}$$

$$d_{N0000} = N!(-1)^N b_{10000}^N, \dots, d_{0000N} = N!(-1)^N b_{00001}^N$$

$$d_{(N-1)10000} = N!(-1)^N b_{10000}^{(N-1)} b_{01000}$$

漸化式は次式となる。

$$d_{N0000} = N(-1) b_{10000} d_{(N-1)0000} \dots, d_{0000N} = N(-1) b_{00001} d_{0000(N-1)}$$

#### 8. 4. 特徴抽出

n次元1階の有理式またはこれに置き換えることの出来る関数 $f(x) = 1/(R+j\omega L)$ 等に対して $d_N = N * \text{const } d_{(N-1)}$ の特徴が得られる。しかし, n次元2階以上の有理式になると特徴は単純に求められない。一般的な解析は関数 $g(x) = 1/f(x)$ とおいて,  $g(x)$ に対して多項式の手法を適用する。

#### 9. 誤答要因の一般解析

ここでは, 不活性定数を利用しても関数が分離出来ない場合について述べる。

誤答要因が1個の場合は必ず分離することができるのでここに述べる議論は必要としない。

しかし, 複数の誤答要因の場合には, 関数が分離出来ない場合も考えられる。その際はここに述べる一般的な方法を適用する。

基本的に微分ベクトル $\Delta$ の利用を標準とする。

微分ベクトルの各変数間の関連性についてしらべる。

この微分ベクトルや $\text{Im}[\log(x)]$ によるベクトル, 逆関数微分ベクトルによる相互の関係から種々の誤答要因を推測する。

$$\begin{aligned} f(x) = & k(1 + a_{10000}X_1 + a_{01000}X_2 + \dots + a_{00001}X_n + a_{20000}X_1^2 + a_{11000}X_1X_2 + \dots \\ & + a_{00002}X_n^2 + \dots + a_{N0000}X_1^N + a_{(N-1)1000}X_1^{(N-1)}X_2 + \dots + a_{0000N}X_n^N) \\ & / (x_1^{11}x_2^{12} \dots x_N^{1N} (1 + b_{10000}X_1 + b_{01000}X_2 + \dots + b_{00001}X_n + b_{20000}X_1^2 \\ & + b_{11000}X_1X_2 + \dots + b_{00002}X_n^2 + \dots + b_{N0000}X_1^N + b_{(N-1)1000}X_1^{(N-1)}X_2 \\ & + \dots + b_{0000N}X_n^N)) * \exp(e_{10000}X_1 + e_{01000}X_2 + \dots + e_{00001}X_n + e_{20000}X_1^2 \\ & + e_{11000}X_1X_2 + \dots + e_{00002}X_n^2 + \dots + e_{N0000}X_1^N + e_{(N-1)1000}X_1^{(N-1)}X_2 \\ & + \dots + e_{0000N}X_n^N) \end{aligned}$$

次の様に定義する。

$$A_1 = a_{10000}X_1 + a_{01000}X_2 + \dots + a_{00001}X_n$$

$$A_2 = a_{20000}X_1^2 + a_{11000}X_1X_2 + \dots + a_{00002}X_n^2$$

$$A_3 = a_{30000}X_1^3 + a_{21000}X_1^2X_2 + \dots + a_{00003}X_n^3$$

$$A_N = a_{N0000}X_1^N + a_{(N-1)1000}X_1^{(N-1)}X_2 + \dots + a_{0000N}X_n^N$$

$$B_1 = b_{10000}X_1 + b_{01000}X_2 + \dots + b_{00001}X_n$$

$$B_2 = b_{20000}X_1^2 + b_{11000}X_1X_2 + \dots + b_{00002}X_n^2$$

$$B_3 = b_{30000} x_1^3 + b_{21000} x_1^2 x_2 + \dots + b_{00003} x_n^3$$

$$B_N = b_{N0000} x_1^N + b_{(N-1)1000} x_1^{(N-1)} x_2 + \dots + b_{0000N} x_n^N$$

$$E_1 = e_{10000} x_1 + e_{01000} x_2 + \dots + e_{00001} x_n$$

$$E_2 = e_{20000} x_1^2 + e_{11000} x_1 x_2 + \dots + e_{00002} x_n^2$$

$$E_3 = e_{30000} x_1^3 + e_{21000} x_1^2 x_2 + \dots + e_{00003} x_n^3$$

$$E_N = e_{N0000} x_1^N + e_{(N-1)1000} x_1^{(N-1)} x_2 + \dots + e_{0000N} x_n^N$$

与式は  $f(x) = k(1 + A_1 + A_2 + \dots + A_N) / (x_1^{i_1} x_2^{i_2} \dots x_n^{i_n} (1 + B_1 + B_2 + \dots + B_N)) * \exp(E_0 + E_1 + \dots + E_N)$

$$\beta_1 = -B_1, \quad \beta_2 = -B_2 + B_1^2, \quad \beta_3 = -B_3 + 2B_1 B_2 - B_1^3, \quad \beta_4 = -B_4 + B_2^2 - 3B_1^2 B_2 + B_1^4$$

与式は

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \dots, x_n) &= K(x_1^{-i_1} x_2^{-i_2} \dots x_n^{-i_n}) (1 + A_1 + A_2 + \dots + A_N) / (1 + B_1 + B_2 + \dots + B_N) * \exp(E_0 + E_1 + E_2 + \dots + E_N) \\ &= K(x_1^{-i_1} x_2^{-i_2} \dots x_n^{-i_n}) (1 + A_1 + A_2 + \dots + A_N) (1 + \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_N) * \exp(E_0 + E_1 + E_2 + \dots + E_N) \\ &= K(x_1^{-i_1} x_2^{-i_2} \dots x_n^{-i_n}) [1 + (A_1 + \beta_1 + E_1) \\ &\quad + (A_2 + 2A_1\beta_1 + 2A_1E_1 + \beta_2 + 2\beta_1E_1 + E_2) \\ &\quad + (A_3 + 2A_2\beta_1 + 2A_1^2E_1 + 2A_2\beta_1^2 + 2A_1E_1^2 + \beta_3 + 2\beta_1^2E_1 + 2\beta_1E_1^2 \\ &\quad + E_3) + \dots] \end{aligned}$$

となる。これより、関数  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  の微分ベクトルが得られる。その際、未知数の数の独立変数を求めるために、 $x_i = x_{i0}, x_i = x_{i'0}, \dots, x_i = x_{i''0} (i_0 \neq i'0, i'0 \neq i''0, \dots, i_0 \neq i''0)$  を必要な数だけ設定することにより、必要な数の独立方程式を得る。

これらの方程式を解いて定数 ( $a_{10000}, a_{20000}, \dots, a_{0000N}, b_{10000}, b_{20000}, \dots, b_{0000N}, e_{00000}, e_{10000}, \dots, e_{0000N}$ ) を求めることが出来る。

## 10. 考察

(1) 誤答要因分析は級数を利用する。その際文字定数は変数として扱い多次元化する。

多項式の誤答要因分析は、微分ベクトルと分項マトリックスを掛けて項ベクトルを求める。模範解答及び学習解答の項ベクトルを比較して行う。

指数関数の誤答要因分析は、指数部が多次元1階もしくは1階に準ずるとき、漸化式

$d_N = \text{const} * d_{(N-1)}$  により特徴の抽出を行う。2階以上のときは、自然対数をとった後虚数部をとった関数の微分ベクトルを求めて、これに多項式の手法を適用する。

有理式の誤答要因分析は、多次元1階もしくは1階に準ずるとき、漸化式  $d_N = N * \text{const } d_{(N-1)}$  により特徴を抽出を行う。2階以上のときは、逆関数  $g(x) = 1/f(x)$  の微分ベクトルを求めて、これに多項式の手法を適用する。

- (2)  $\partial^N f / \partial x^N$  を求めるには、第N階差を利用する。 $\partial^N f / \partial x^N$  で必要な有効桁数を確保するために、 $N * \text{有効桁数}$  の高精度で計算を行う必要がある。
- (3) CAIシステムは、誤答要因分析、管理システム、数式コンパイラー、動的メディア、教材及び教材作成法等が有機的に関連した構成となっている。数式コンパイラーやその他については別の機会に報告する。
- (4) 誤答要因分析法は級数を利用しているので微分及び積分も可能である。またこれを要素とするベクトル及びマトリックスについても同様に利用可能となる。

## 11. おわりに

我々の目標とするバーチャル教師による教授システムの核に位置づけられている誤答要因分析のアルゴリズムが基本関数や簡単な構造の数式について、級数を使ってまとめることが出来た。しかし、級数が利用出来ても構造が複雑な数式や級数に展開出来ない数式の場合等まだまだ多くの課題が残っている。

目標とする教授システムの開発のもとを造って戴いた本学の歴代の学生部長先生、教育方法検討改善委員会の関係の先生及び職員の方々に心より厚く感謝を申し上げます。

## 参 考 文 献

- (1) 倉重, 棚田 : 「ホスクルの開発」  
電子情報通信学会教育工学研究会 (ET87-2) 1987年
- (2) 倉重, 棚田 : 「ホスクールにおける誤答解析システムの開発」  
日本教育工学会第3回大会講演論文集1987年
- (3) 倉重, 棚田 : 「ホスクール/Gの開発」  
教育工学関連学協会連合大会第2回全国大会講演論文集1988年
- (4) 倉重, 棚田 : 「ホスクール/Gの数式評価システムの改良」  
第14回CAI学会研究発表大会論文集1989年
- (5) 倉重, 棚田 : 「階層学習形CAIシステム用誤答要因指摘システムの開発」  
工業教育協会, 教育工学関係シンポジウム1994年

## CONTENTS

Science and Engineering

Nov.1995

Whole No.45

- Dissolution Behaviors of Metallic Lanthanum, Praseodymium, Neodymium  
and Ytterbium in  $\text{LiF-REF}_3$  (RE : La, Pr, Nd, Yb) Binary Molten Salts  
.....Kazuyoshi SHIMAKAGE, Shinji HIRAI, Toyokazu YAMADA  
Thoru TAKAHASHI and Youichi SAKUTA 1
- Effect of Kind of Carriers on Hydrodesulfurization Activity of CoMo Catalysts  
.....Masatoshi SUGIOKA, Chika TOCHIYAMA and Takao KOBAYASHI 13
- Preparation of Zeolite-Supported Mo Catalysts by Chemical Vapor Deposition  
(CVD) Method and Their Catalytic Activities for Hydrodesulfurization  
.....Masatoshi SUGIOKA, Katsuyoshi TAKAHASHI, Shin-ichi NAKAYAMA  
and Takao KOBAYASHI 21
- Subspace of Finsler space and Riemannian metrics on its bundle  
.....Nobuo Mizoguchi 35
- Positive and negative numbers in the education of mathematics  
.....Kaku Yamaguchi 43
- Study on the Rigid Zone of Reinforced Concrete Frames under Horizontal Loading  
.....Kazuo OHTSUKI and Kuniyasu SUZUKI 57

Optimum Design of Hydrodynamic Journal Bearings .....	Toshiharu Kazama and Mitsuru Fujiwara	83
A Construction Experiment of Laboratory Computer Network .....	Masahiko HATANAKA, Hitoshi TERASAKI and Hiroshi TAKEYA	101
Construction of a Gateway by utilizing a Free PC-UNIX .....	Hitoshi TERASAKI and Masahiko HATANAKA	117
Construction of a WorkBench using Free PC-UNIX .....	Takeo KONDOH and Masahiko HATANAKA	129
Development and Resarch of an answer estimation system of HOSCL .....	Ryuichiro KURASHIGE and Ichiro TANADA	141

平成7年11月10日 印 刷 (非売品)

平成7年11月10日 発 行

編 集 室 蘭 工 業 大 学  
発 行

印 刷 (株)不二プリント印刷所

室蘭市輪西町2丁目1番11号  
TEL (0143) 44 - 5301