# フッサールの数理哲学（５）：「数える」ということ

室工大紀要第51号(2001)123～134

# フッサールの数理哲学(5)
# －「数える」ということ－

二宮　公太郎*[1]

# Husserls Philosophie der Mathematik 5
# －Das "Zählen"－

Kohtaroh NINOMIYA

(原稿受付日　平成13年5月7日　　論文受理日　平成13年8月31日)

**Kurtzfassung**

In diser Abhandlung betrachten wir Husserls Theorie vom "Inbegriff", besonders seine Lehre über die Gleichheit der durch Zeichen vorgestellten Zahlen. Dort spielt die Reihe der natürlichen Zahlen eine wichtige Rolle. Wir geben spezielle Acht auf den Akt "Zählen" in Ansehung der Phänomenologie.

Schlüsselworte : die durch Zeichen vorgestellte Zahlen, die Reihe der natürlichen Zahlen, das Zählen, Phänomenologie

## 1．はじめに

本『紀要』中の別稿「フッサールの数理哲学(4)———フッサールの集合論———」で、私は、フッサール全集第12巻に収められた算術の基礎に関する草稿から、フッサールによる「総体」の理論を一般的に扱った。　この理論の内には、補論的な部分で、しかも僅か一頁分に過ぎないが、現象学の観点からは見過ごすことのできない箇所が在る。　記号的数表象における二数の相当性に関して、そのアプローチの一つを、私は既に別稿で採り上げた。　しかし、フッサールは、同じ問題に対して別のアプローチをも試みている。　そして、その過程においては、「数える」という行為が、一つの重要な役割を演ずる。　それは、言わば意識の＜作用＞として、独特の振る舞いを見せるのである。　本稿で特に注目したいのは、この点である。

## 2．体系の問題

これから採り上げるフッサールの議論は、その体系構成から見ても、別稿で扱ったフッサールの集合論全般の議論———これを「本筋」と呼ぼう———から見れば、かなり異なったものを有っている。まず、この問題に触れておこう。

＜或るもの＞一般の総体から、＜純粋な数＞という概念が導入され、さらに「双方的・一義的対向」によって＜相等性＞一般の定義が為される。　ここまでは

*1 共通講座

共通である。

ここから、「本筋」においては、部分との相等性ということを通して<無限>が<有限>から区別され、その後に、自然数の系列が形成される。　そして最後に、<諸数のクラス化>(1)へ到る。

ところが、これから見て行くアプローチでは、自然数の系列が既に形成され終わっているところから、議論が始まる。　有限性の定義が為されるのは、その後にである。

しかし、このような順序が構成上許されない、ということはない。　有限・無限の区別は、自然数系列の形成に必然的に先立たなければならない、というものではない。　自然数は、本来的な数表象である。　自然数の――従ってまた自然数系列の――形成には、若干の公理で足りる。

有限と無限との区別が先立たなければならないのは、<諸数のクラス化>に、なのである。　クラス化は有限諸数のクラス化である。　クラス化されるのは、記号を通して表象される――非本来的数表象における――任意の諸数である。　そして、一つのクラスに属せしめられるのは、それらのうち、「等しい」諸数である。　ここでは、有限数に固有の相等性の定義が、新たに要請されることになる。他方、自然数は、クラスの名前である。　各々の自然数は、クラス化を為す主体として、その有限性を保証されていなければならない。　有限と無限との区別は、これら両面から、クラス化の前提となる有限性の要請として、必要となるのである。

<記号的数表象における二数の相等性を基礎付ける>という議論は、別稿で扱ったアプローチも、本稿で扱うアプローチも、「本筋」から見れば、もとより<補論>に該る。　それは、自然数系列の形成と諸数のクラス化との間に挿入されるべきものである。　しかし、先のアプローチにおいては、有限性の定義そのものは、自然数系列の形成の前に置かれていた。　その限りで、それは「本筋」の構成に従っていたと言える。　これから本稿で見て行くアプローチにおいては、これらの順序も逆転している。言わば二重に「本筋」から外れている訳である。

フッサールが自然数系列の形成を先に置いたのには、それだけの理由が在る。　このアプローチにおいては、自然数系列そのものが、議論の過程の中心的な部分で、必要とされる。　そして、この自然数系列が機能するのが、まさに「数える」という行為の内で、なのである。

## 3．問題関心

諸数のクラス化の前提としては、有限性の定義と並んで、記号によって数を表象する際における二数の相等性に関して、それを基礎付けるための原理が、特に必要となる。　そこには、本来の具体的な数表象におけるのとは異なる、特殊な問題が存在するのである。　まず、これに関するフッサールの問題関心を見よう。

> 我々が本来の数諸表象を有っている場合には、我々は直接に、例えば４とか５といった、様々な数タイプを――従ってスペチェス **Spezies** を――、区別することができる。　しかし、記号的な数諸表象の際には、我々は如何にして<種>的 **spezifisch** な諸区別に達するのであろうか？　とりわけ、我々は如何にして諸数を<等しい>ものと認識するのであろうか？(2)

「本来の」数表象は、全て具体的なものである。この性格は、通常の具体的な<概念>表象と共通している。　概念は、普遍的なもの――例えば「生物」――であっても、常に具体的に表象される。　これが特殊な諸概念――例えば「動物」「植物」等々――へと分割される際にも、常にそれは、具体的な表象を伴って為される。

記号的な――「非本来的」な――数表象においては、事情が全く異なる。　数を記号によって表象することは、算術にとって本質的なことである。しかし、“a”とか“x”とかという記号は、それ自体としては抽象的な表象である。　それにも拘わらず、これの内に我々は、異なるものを区別し、等しいものを同一視する、ということを何気なく行なっている。　我々は、単なる抽象的な記号的表象において、等しいものどうしを一つの<種>として、他の等しいものどうしの<種>とは異なるものとして区別する。　フッサールは、このことの根拠を求めているのである。

記号的な表象が特に<数>表象であるということには、事態を複雑にする事情がもう一つ在る。「異なる」とか「等しい」という二項述語は、それら両表象が有限数を表象するか無限数を表象するかによって、全く異なった扱いが要請される。（同じことは、これらの関係述語に限らず、それら諸表象を結合する<操作>――演算――についても当てはまる。）　記号的数表象が全く抽象的なものであるがゆ

えに、有限と無限との区別が、ここでは特に重要な意味を有ってくるのである。 二数の相等性を、フッサールは、基本的には「双方的・一義的対向」―――「一対一対応」―――ということによって定義している [3]。 しかし、これは、有限数・無限数の両者に通づる一般的な定義である。 いま問われているのは、実際には、有限数に固有の「相等性」概念なのである。

これに続けて、フッサールは「様々な道が提示される」[4] として、三つのアプローチを論じている。別稿「フッサールの数理哲学(4)――― フッサールの集合論―――」で我々が見たのは、第三のアプローチである。 そして、これから我々が見て行くのは、フッサールが第一に挙げたアプローチなのである。

フッサールは、まず、こう切り出す。

> 1)我々は、“自然数系列”を形成する。記号的に、1, 1+1=2, 2+1=3 等々と、ないしは演繹的な技巧において。[5]

と……。 すなわち、ここでは、自然数系列が既に形成されている、という場面から、フッサールは始めるのである。 有限・無限の区別は、クラス化の前提として必要なのであって、自然数系列形成の前提として必要だという訳ではない、ということは先に述べた通りである。

しかし、自然数は、<本来的>な数表象である。これに対して、“a”なり“x”なりの記号によって、更には“a+b”等々といった結合された諸記号によって、何らかの数を表象するということは、算術の常である。 フッサールが<非本来的>な数表象とも呼ぶ このような記号的数表象において、二数の相等性―――“a=x”, “a+b=c”等々―――は如何にして基礎付けられ得るか、ということが、フッサールのここでの関心なのである。

この問題関心を、続けて見よう。 先には一般的に語られていた問題関心が、目下の<第一のアプローチ>の内では、もっと詳細に語られている。

> しかし、<何れの任意の数もが、それ[自然数系列]の内に自分を見出す>ということを、我々は何処から知るのか? <如何なる諸数が、それ[自然数系列]の内に自分を見出すのか>ということは、明らかである。 すなわち、<それに在っては、我々が、順序付けられた諸形成[順序付けられて形成された諸々のもの]から成るこの鎖に沿って数えつつ、遂には――とは言い換えると、全ての諸単位が尽くされた後で―――或る特定のものへと到達する、そういう全てのもの>が、である。 しかし、<何れの経過 **Folge** において数えられた諸単位も[一定の諸単位が何れの経過において数えられても]、同じ数を結果として与える>ということを、我々は何処から知るのか? <同じ<多>が異なった諸数を有つ>ということは不条理である、ということからなのか? そうではない。 なぜならば ――― まさに諸単位の任意の諸総体について、<本来的に表象された諸総体に際して私が現に見出すのと同じような<種>的 **spezifisch** な諸区別を、それらが許容するのか否か>ということを、私は未だ全く知らない。それらがアプリオリに明証的だという訳では、全くない。――― からである。[6]

という訳である。

まず注意しなければならないことは、目下の<第一のアプローチ>においては、有限・無限の区別が、先行して前面に現われて来ることはない、ということである。 <自然数系列の「内に」――― 諸自然数の何れかに「対応」して、という意に解すべきであろう ――― 存在することが「明らかである」とフッサールが言い、「全ての諸単位が尽くされた後で、或る特定のものへと到達する」とフッサールが言う、そういう数>とは、要するに有限数のことである。 場面は既に、有限数に限定されているのである。 ただし、有限性の定義そのものは、後になって与えられている。

更に注意すべきことが在る。 フッサールは、任意の有限数が自然数系列の内に自分を見出す、ということの根拠を求めている。 既に算術に慣れた我々には、このことは、全くトリヴィアルなことのように見える。 しかし、フッサールは、まさにその算術を基礎付けようとしているのである。 この場合の「数」を、我々は単純な一個の名前のように表象してはならない。 「数」は、ここでは、諸々の<単位>から成る<総体>なのである。「数える」ということ、そしてその「経過」ということ、これらが問題次元に登場してくるのは、それゆえである。

フッサールがここで、言わば気軽に用いている「経過」という語には、特別の注意を要する。 この語は、後の引用中に現われる「配列」という概念と、実は呼応しているのである。 「数える」という行為は、諸々の単位を順に一つ一つ採り上げて行く、ということである。 <或る一定の諸単位を 或る経過

において 数える＞ということは、その「数え上げ」られる「経過」の順に、＜それら諸単位について 或る「配列」を形成して行く＞ということを、同時に意味する。　そこで、＜或る諸単位が、何れの経過において数えられても、同じ数を結果として与える＞ということは、＜或る諸単位が一つの配列において数えられた場合、この諸単位は、他の配列において数えられても同じ数を与える＞ということと、同じことを言っていることになる。　そして、その根拠を、フッサールは問題としているのである。

フッサールが 二数の「相等性」を、一般的には、両数が含む諸単位の「双方的・一義的対向」として定義していることを、我々は知っている。　しかし、ここでフッサールは、この「双方的・一義的対向」を、「配列」という面から、さらに具体的に限定しようとしている。　そして、この新しい「相等性」概念は、いま問われているのが記号的数表象における有限な二数の相等性である、ということから要請されることなのである。

算術には、ごく普通に、例えば $a+b=c$ という形式が現われる。　ここでは、“$a$”も“$b$”も“$c$”も、各々が諸単位から成る総体である。　“$a+b$”は、新たに形成された総体と見做される。　その上でそれは、“$c$”という総体と「等しい」とされる。このような記号的数表象における“＝”の根拠を、フッサールは問うているのである。

いま現われた“$a+b$”という総体は、“$b+a$”という総体と同一視することが許される。　しかし、それは、“$a+b=b+a$”という基本的な公理（交換法則）の次元においてである。　このような算術の公理を基礎付けるのにこそ、「配列」概念は必要となるのである。　等号が、単なる同一律を示すのではなく、何らかの実質的な意味を有つ、という場合には、＜それの両側に配置された二つのものが、何らかの意味で「異なって」いる＞ということが、当然に前提されている。　左辺の数と右辺の数との間には、既に、「配列」の変更 ――― ここでは、入れ替えられるものも、総体そのものだが ――― が在る。　すると今度は、両辺における新たな「総体」の様相が問題となる。　そして、両総体を結ぶ“＝”の権利問題が、根源的な次元で生ずることになるのである。　ここでは、相等性を意味する「双方的・一義的対向」を具体的に形成することが要求される。そして、そのためには、何れかの・或いは両方の総体の内部で一個一個の単位の「配列」を変更することが、必要とされることになる。　「相等性」を「配列」から基礎付けることの必要性は、このような場面の内でこそ生ずるのである。

いま、偶々、交換法則を引き合いに出した。　ここで、誤解を防ぐために、フッサールの「総体」理論における＜公理＞との関係に触れておこう。　フッサールは、彼の総体理論における「公理Ⅳ」として $I+I'\equiv I'+I$ を挙げている。　しかし、このことから算術の公理 $a+b=b+a$ が直ちに導かれる訳ではない。　$I+I'\equiv I'+I$ においては、左辺が含む諸単位と右辺が含む諸単位とが、全体として同じものであればよい。　これに対して、$a+b=b+a$ においては、左辺が含む諸単位と右辺が含む諸単位との間に、一対一の対応が恒に具体的に形成され得る、ということが必要なのである。そして、前者が有限・無限を通じて妥当するのに対して、後者においては、有限数に焦点が合わされているのである。

もう一つ、重要な問題に触れておこう。　フッサールは、この引用の最後に、「＜種＞的―――スペチェス的―――区別」に言及している。　それは、フッサールが 諸数の＜クラス化＞を展望しているからである。　記号的表象における二数が「等しい」とは、それらが同じクラスに属する、ということを意味する。　しかし、「等しい」ということは、異なる諸々のクラスが「区別」され―――すなわち諸々の＜種＞が設定され―――、まさにその区別の内部においてこそ成立する。　要するに、相等性は、スペチェス的な区別と、まさに相補的に成立するのである。　こうして、二数の相等性を基礎付けるためには、それと相補的に、＜諸々のクラスが、果たして、また如何にして、形成され得るのか＞ということが、問題となってくる訳である。

## 4．諸定理と帰結

フッサールの議論を具体的に見て行こう。　三つの定理と一つの結論が挙げられている。　整理と参照の便宜のために、定理に番号を付する。

さて、先述した一連の課題に応えるためには、

［定理Ｂ］

＜数えるということ **Zählung** の内で、数系列のうちの或る数ｎを結果として与える、そういう＜多＞は、何れのものにおいても、同じもの［同じ数ｎ］を与える。＞ということを、定理として、我々は必要とする。[7]

と、フッサールは記す。 フッサールはここで、「数える」という行為を、特に強く語り出している。そして、ここに言われている「数系列」とは、既に形成されている自然数系列に他ならない。 ここでは、自然数系列は、「数える」働きをしているのであって、決して数えられているのではない。 このことに我々は、充分に注意しなければならない。「数えられ」ているのは、或る一つの<多>、或いはまた他の幾つかの<多>である。

ところが、この定理が言っていることは、要するに、「数nを与える何れの<多>も、数nを与える。」ということである。 この奇妙な言い廻しは、一見、単なる同語反復のようにも感じられる。 この定理には、何か実質的な意味が在るのだろうか。 それを知るためには、我々は、続く記述を見なければならない。

というのは、フッサールは、この定理が 次の定理から帰結する、とする。 そこでは、いま「数える」という行為の対象とされた<多>について、その内部における「配列」ということが語り出される。 すなわち————

[定理A]
或る<多>が、一つの配列 **Anordnung** において、或る<両側で **zweiseitig** 押さえられた **begriffen** [限界付けられた **begrenzt**(二宮訂正)]系列延長>の諸項に[一義的に(二宮補充)]対向させられ得る[対応し得る] **sich zuordnen läßt**、という場合には、その<多>は、何れの任意の配列においても、同じ延長に対向させられ得る[対応し得る]。(8)

という定理である。

何であれ刊行に到っていない草稿をテクストとして研究するからには、それが草稿であるがゆえに含む記述の欠陥に、我々は恒に警戒していなければならない。 そしてまた、そのような我々の行為の一種尊大さを意識しつつ、この欠陥に対して、我々は恒に寛容でなければならない。 二点在る。

第一に、「両側で押さえられた」という、非常に奇異に感じられる表現について………。「配列」の任意性が対応の恒常性と関係付けられて語られるのは、———別稿で扱った<第三のアプローチ>の過程で詳しく見たことだが———実は有限数の場面に限られることである。 フッサールの意図からすれば、ここに引き出される「系列延長」は、有限性の言わば規範とならなければならないはずのものである。 **"begriffen"**———元来は「把握された」という意味である———は、原文を尊重しつつフッサールの意図を汲むためには「押さえられた」としか訳しようがないが、根本的には、「限界付けられた」という意味の **"begrenzt"** の書き間違えか読み間違えとして、考えた方がよい。 別稿で見たように、フッサールは、有限性を定義するのに<時間系列>を引き合いに出している。 彼はそこで、「両側で限界付けられた」 **"zweiseitig begrenzt"** という表現を、繰り返し用いているのである。

第二に、ここで語られている<対応>は、「一義的」———いわゆる「単射」———でなければならない、ということについて………。 基準となっている「系列延長」が有限な系列であっても、当該<多>からこれへの対応が一義的でなくてもよい———単なる「写像」でよい———ならば、この<多>は、無限数であり得る。 無限数においては、この定理は成り立たない。 フッサールの単純な書き忘れである。

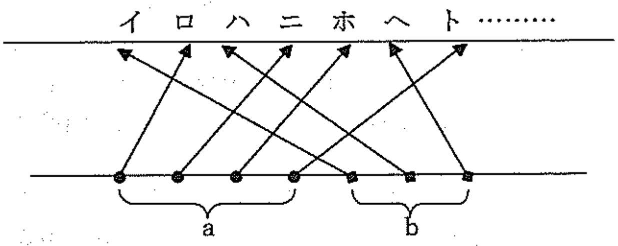
さて、ここで掲げられ、<多>から対応が成り立つとされる“両側で限界付けられた”「系列延長」とは、もちろん既に形成されている自然数系列のことではない。 自然数系列は、この定理そのものに、全く現われてこない。 この「系列延長」は、問題となる<多>がそれに対応するべき基準として機能するものであるならば、何でもよい。 それに最低限要求されるのは、「上限」を有するという条件を伴った「整列」性である。 そして、これに“一義的”に対応する<多>は、当然に有限数である。 有限性の新しい定義そのものは、実は、次の引用中に与えられている。 しかし、既にフッサールの意図を見て取ることができるのだから、我々は、実質的に考えて行こう。

問題となっている<多>が実は有限数であるということが分かれば、この定理の妥当性は、明らかである。 焦点は、「配列」の任意性ということに在る。 この定理が「トリヴィアル」でないことを示すために、いまフッサールが関わっている問題次元に降りて、例を挙げよう。

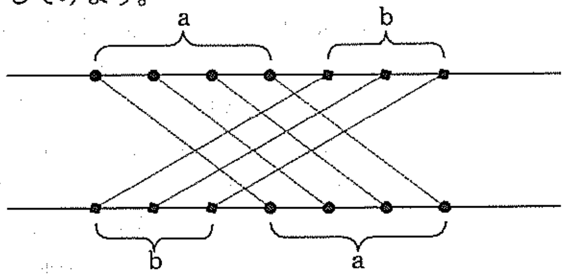
a+b は、一つの<多>と見做され得る。 単純化のために、aの基数を4とし、bの基数を3としよう。 また、基準となる「系列延長」を、“イロハ歌”として通常の順に並べられた48文字から成る文字列としよう。

いま、a+b から「系列延長」への対応が、次

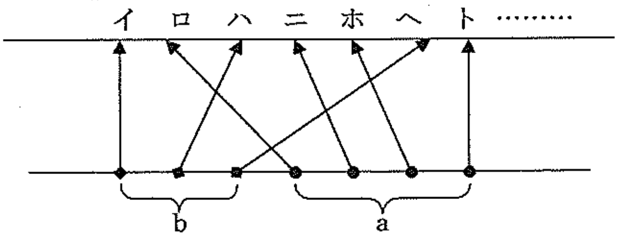
のようなものとして形成され得る、としてみよう。




次に、a＋b から b＋a へ配列替え――但し、a,b 各々の内部における配列は保存して――をしてみよう。




すると、b＋a から「系列延長」への対応は、次のようになるだろう。　有限数の配列替えは「全単射」と考えてよいから、新しい対応は「合成写像」として容易に得られる。




さて、この定理から、先の「定理B」――それは、＜数えるということの内で、数系列のうちの或る数nを結果として与える、そういう＜多＞は、何れのものにおいても、同じもの[同じ数n]を与える。＞というものであった。――が、どのような意味で「帰結」するのだろうか？

いまの例を続けよう。

「何れの＜多＞も」とは、この場合、＜何れの配列においても＞という意味に解してよい。　同じ諸単位から成る諸総体も、配列が異なれば、各々別個の数と見ることができる、からである。　そうすると、先の定理は、＜数えることの内で、a＋b が 或る自然数nを与える場合、b＋a も 同じ自然数nを与える。＞と読める。

この場面において、「数える」とは、どういうことだろう。　問題となっている＜多＞から 基準としての「系列延長」への＜対応＞を、順に――対応される方の“イロハ歌”の文字列に沿って行くのがよいだろう―― 一つ一つ取り上げて行った場合に、それが、この場面における「数える」という行為に他ならない。　a＋b からの対応も、b＋a からの対応も、基準となる同じ一つの「系列延長」の諸項に“一義的”に対応するものなのだから、この対応を「数え」れば、結果として与えられる自然数は、a＋b においても b＋a においても同一のものとなる、という訳である。

我々は、既にここで、a＋b と b＋a とを「等しい」と結論付けてよい。　二つの総体が、「数える」ということの内で同じ数nを与える、ということこそ、これら二総体の基数が「等しい」ということに他ならない、からである。　同時に、この例の内で我々は、算術の公理「交換法則」が基礎付けられる次第に一つの見通しを立てることができるのである。「見通しが立つ」という表現にとどまるのは、我々がいまの例をa,b各々の内部における配列を固定したままで与えた以上、それが普遍性に関して一定の限界を有している、からである。　厳密には、各々の内部における配列替えを考慮し、更にこれらを混合した配列替えを考慮しなければならない。　その上で、これらを含んだ一般的な次元で、任意の配列における両辺の数の一対一対応を証示しなければならないのである。

さてフッサールは、先の引用にすぐに続けて、もう一つ定理を挙げる。

［定理C］
いま、諸々の＜有限な数＞ということが、＜それの諸単位が、或る限界付けられた系列の（一つの延長の）諸項に、一義的に（双方的・一義的であることは必要ない）対向させられ得る［対応し得る］、そういう諸数＞として定義されるならば、＜全ゆる有限な諸数は、数系列を通して数え上げられ得る。＞という定理が妥当する。(9)

と………。

この定理の前提として「有限」性の新しい定義が与えられている、ということに注意しよう。　＜双方的でなくともよい「一義的」な対応＞とは、いわゆる＜単射＞を意味する。　問題となっている＜数＞の異なる単位は、基準となる「限界付けられた系列」の異なる項に対応する、ということだから、この対応は、問題となっている＜数＞の有限性を確かに言い当てている、ということになる。　この定義は、先の引用中に、実は既に織り込まれている。私が先に「一義的」という語を補ったのは、これを

配慮してに他ならない。

本『紀要』別稿でみた「時間系列」を通した有限性の定義においてもそうだったが、いまの有限性の定義においてもまた、基準となる系列の内へ既に有限性の意味を言わば滑り込ませているという感を、我々は禁じ得ない。　同時に、このような定義の仕方は、総体そのものとの関係においては、言わば＜外在的＞な定義の仕方である。　これに対して、「本筋」で採用されているような「部分との一対一対応」という無限性の定義は、総体概念に＜内在的＞な定義であると言える。　フッサールが「もっと近くてもっと事柄に即した、如何なる道も存在しない。」(10) と評する所以である。

しかし、「部分との相等性」は、内在的ではあるが、「相等性」概念と「部分」概念の定義が必要である分だけ、迂遠でもある。　他方、「時間系列」に沿うにしても、何らかの「系列延長」に沿うにしても、それらは数系列そのものではないのだから、有限性の定義そのものが「循環」しているという訳ではない。　そして、このような常識に訴える行き方は、分かりやすさという点では、これに勝るものは無い。また、日常と算術とは、それほど離れている訳でもない。　日常的な経験の次元から諸学を基礎付けるのは、現象学の基本的な発想でもある。

ところで、「全ゆる有限な諸数は、数系列を通して数え上げられ得る。」という定理について、その妥当性は明らかである。　ここでは、「諸数」とは諸総体の基数であるということ、「数系列」とは言うまでもなく自然数系列のことである、ということに注意するだけで充分だろう。　二数の相等性は、先の二つの定理を通して、既に実質的には基礎付けられている。この定理の狙いは、自然数系列を以って数え上げられる＜多＞の「任意」性をバックアップし、こうして、記号的数表象における二数の相等性の基礎付けを最終的に仕上げる、ということに他ならない。

ここでも、先の例を続けて、「数える」という行為に着目しよう。　ここでは、＜多＞が対応するべき「系列延長」は、定義の内には残っているが、定理の内では消えている。　数えられるのは、＜対応＞ではなく、＜多＞そのもの――しかも任意の――である。　いまや我々は、a＋b と b＋a との配列の相違に関わることなく、更にはまた、それらの何れでもない c という別の任意の総体を取って来て、その諸単位の個数を「数える」ことができる。　こんどは、a＋b と c とを、また b＋a と c とを――それらが同じ自然数nを与えるという限りで――「等しい」という関係の内に置くことの根拠が、我々に与えられるのである。

さて、いまやフッサールが為すべきことは、これまでは一つの系列において「数える」という特殊な役割を演じてきた自然数を、こんどは＜対応＞付けられる一方の側の数として、有限数一般と同列の位置に置き戻す、ということだけである。　続けてフッサールは、

> 二つの数は、それらが同じ自然数に対応する entsprechen ならば、等しい。(11)

と、結論付ける。

これこそが、求められていた＜記号的数表象における二数の相等性＞のメルクマールである。　恐ろしく単純な結論である。　しかし、算術の公理から既に現われる＜記号表象を含んだ等式＞について、その等号“＝”の根拠を求めるという問題次元にフッサールはいるのだ、ということを見てきた我々は、この結論を決して「トリヴィアル」なものとは考えないであろう。

最後に、以上の展開からフッサールは、

> 全ゆる等しい諸数は、一つのクラスを形成し、自然数によってクラス名を得る。(12)

という言明で議論を閉じる。

以上が、記号的数表象における二数の相等性を基礎付けるための＜第一のアプローチ＞である。　この議論の内では、「配列」という概念が、重要な位置を占めている。　そして、この概念は、別稿で扱った＜第三のアプローチ＞においても、似た仕方で議論を媒介しているのである。

「配列」概念が重要な位置を占める＜記号的数表象における二数の相等性＞に関する議論は、もともと、「本筋」とは別の補論的な議論である。　それどころか、フッサールは、その「本筋」の議論――「諸数のクラス化」という表題の付された＜第四節＞――の内で、この「配列」概念が「必要の無いものである」とまで言う。　実質的には「配列」の在り方を示すのに、時としてフッサールは、「対向様式」という面からこれを語るということは、別稿で明らかにした通りである。　これについて、フッサールは、こう記している。

> このこと(13) から、＜私が、或る有限数の諸単位を、如何なる順で数えながら通覧するか＞

> ということは、どうでもよいことである、ということが成り立つ。　結果する自然数は、同一的に同じものでなければならない。　このことを洞察するためには、＜二つの有限な総体が或る対向様相において合致する（同値である）ならば、それらは、何れの対向様相においても合致する＞という命題が、まず初めに前提される、という必要はない。　この命題は、一般に極めて大きな重きが置かれるのが常であるが、それにも拘わらず、算術の一つの厳密な体系にとって、余計なものである。[14]

と………。

このようなことは、草稿の内では、それに特有なものとして生じる事態である。　記号的数表象における二数の相等性の問題は、「訂正について」という表題の付された＜第六節＞の内に収められている。草稿は、思惟の過程に在ったものをそのまま保存しているのが常である。　だから、それが時として矛盾する二つの記述を含むのは、仕方の無いことである。　当該の問題に関する議論を、「本筋」の内でフッサールは、必要の無いものとして「没」としようとしたのか。　それとも、「本筋」では重要性に気付かなかったので、後にこの議論を付け足したのか。それは、我々が判断しなければならないことである。

我々は、体系構成の上から考えて行くのがよいだろう。　＜第一のアプローチ＞は、その体系構成において、もともと、本筋とは大きく異なる。　しかし、それは主に、自然数系列の形成と有限性の定義との順序に関わるものである。　特に「配列」概念の位置付けという面では、＜第三のアプローチ＞におけるそれが、重要である。　そこでは、別稿で見たように、「配列」概念が有限性を定義するという役割を果たし得るということが、語られている。　これは、体系構成を、「本筋」とも、＜第一のアプローチ＞とも異なったものと為し得るということの可能性を開くものである。（＜第一のアプローチ＞においては、有限性の定義は、基準となる「系列延長」を通して為されるから、このようなことは無い。）

これに対して、「本筋」においては「部分との相等性」という無限性の定義が先行するために、「配列」概念による議論の重要性は弱まるだろう。　しかし、ことがらからすれば、記号的に表象された諸数にとっての、しかも有限諸数に固有の、「配列」概念を通した相等性の定義は、「本筋」の構成を採ったしても、議論を精緻なものとするためには、在ったほうがよい。　さらに、「総体」の理論を、算術の諸公理の具体的な基礎付けへと繋げる、ということをも視野に入れれば、それはやはり、不可欠なものであろう。

### 5．第二のアプローチ

ここで、フッサールが三つのアプローチを論じているうちの、第二のものを見ておこう。　そこでは、目下の＜系列延長＞の位置に、まさに自然数系列そのものが置かれていると見られる、からである。

> 2）自然数諸記号の系列を通した諸数のクラス化も、本質的に異ならない。　＜実地において私がこれに従って構わない＞ということは、ちょっとした熟考に基づいて　1）から帰結する。　しかし私は、このことから独立に、このクラス化を基礎付ける———類比的な・ただもっと特種的な speziell 熟考を通して、1）の下位事項として———こともまたできる。[15]

フッサール自身がこれ以上は展開していないので、この＜第二のアプローチ＞がどのようなものであるのかを具体的に知ることはできない。　しかしともかく、自然数系列が諸数のクラス化に欠かせない要素であることは、極めて明確なことであり、また何れのアプローチにおいても共通のことである。それにも拘わらず、フッサールがわざわざ「自然数諸記号の系列を通した諸数のクラス化」と表現するのは、記号的数表象における二数の相等性を基礎付ける議論の過程に、自然数系列そのものが他のアプローチとは異なる仕方で———特に第一のアプローチとは異なる仕方で———関わるからである、と解するのが自然であろう。　しかも、第一のアプローチ———引用中“1）”とは、これを指している———の「下位事項として」クラス化を基礎付けるというこの行き方は、＜第一のアプローチの或る特殊な場合＞であると解することが、やはり自然である。こうして、第一のアプローチにおける＜系列延長＞に、第二のアプローチにおいては＜自然数系列＞が取って替わる、と解してよいことになるだろう。但し、この場合には、系列そのものが無限である、ということに起因する諸困難が在るだろう。　フッサールはおそらく、自然数そのものの有限性の証示を、重要な契機として、議論の過程中に組み込むだろう。　ともかく、我々の考察対象である＜第一のアプローチ＞における＜系列延長＞が、自然数系列そのものではないということ、そして、そこに現われる自然数系列の役割は、第二のアプローチにおけるものとは異なったものであるということを、我々は確信してもよいのである。

＜第二のアプローチ＞においては、自然数系列が主役の位置を占める。　これに対して、＜第一のアプローチ＞において主役を演ずるのは、「両側で限界付けられた系列延長」である。　自然数系列の役割は、脇役である。　しかし、それの独特の役割には、現象学から見て極めて注目すべきものが在る。

### 6．「数える」ということ

目下の＜第一のアプローチ＞へ戻って、こんどは、「数える」という行為そのものに焦点を当てて、議論の過程を、もう一度見直して行こう。　先に引用した諸定理は、それらに同じ番号を付し、適宜読みやすい表現に変える。

元になる定理の方から先に見よう。

［定理A］

或る＜多＞が、一つの配列において、或る＜両側で限界付けられた系列延長＞の諸項に一義的に対応し得る、という場合には、その＜多＞は、何れの任意の配列においても、同じ延長に対応し得る。

というのが、その内容であった。

この段階では、自然数系列は登場しない。　ここに在るのは、＜多＞と、それが一つの・或いは任意の配列において対応する基準となる＜両側で限界付けられた系列延長＞との、二つの契機だけである。前者＜多＞が何個の単位を含むかには、全く関心が払われない。　また、後者＜系列延長＞は、有限ではあるが、少なくとも前者の諸単位の単射を受け得る諸項から成ればよく、これら諸項の個数そのものには、これまた全く関心が払われない。　要するに、ここには＜数える＞という契機が入り込む余地は無いのである。

ところが、この定理から帰結するとフッサールが言う次の定理の内には、突如＜自然数系列＞が現われる。　それは――――

［定理B］

数えるということの内で、数系列のうちの或る数nを結果として与える、そういう＜多＞は、何れのものも、同じ数nを与える。

というものであった。

フッサールがここで「数系列」と言うものこそ、既に形成されている＜自然数系列＞のことである。この定理が先の定理から帰結するものである以上、ここには「配列」概念が機能している。　この定理の意味することは、或る（有限な）＜多＞は、一つの配列において数nを与えるならば、何れの配列においても数nを与える、ということである。　そして、このように同じ数を与えることの根拠は、先の定理で示されたように、＜多＞の諸単位が、何れの配列においても、同じ一つの＜系列延長＞の諸項に、恒に一義的に対応し得る、ということに在る。

ここで数えられているのは、一定の配列における当該＜多＞の諸単位の個数、或いは――上の定理が示す根拠に惹き付けて言えば――これら諸単位から＜系列延長＞の諸項への＜対応＞の個数、である。　数えられた結果として与えられる「数n」とは、自然数系列の内に在る何れかの項である。しかし、決して、自然数系列の諸項が数えられている訳ではない。　また、「数える」という行為は、＜多＞の諸単位と自然数系列の諸項との間に「対応」を付けるという行為でもない。　自然数系列は、数えられるのではなく、＜数える＞のである。　数えている自然数系列の諸項は、それが数えている限り、数えられるということはできない。

もう一つの定理も見ておこう。

［定理C］

＜有限＞ということが、＜或る限界付けられた系列の諸項への一義的対応として定義されるならば、全ゆる有限な諸数は、数系列を通して数え上げられ得る。

という定理である。

ここでも、数えるということ、そしてそれを遂行する「数系列」――自然数系列――、が現われる。　ここで数えられているのは、直接に、任意の（有限な）＜多＞の諸単位である。　有限性の定義の内に在る＜系列延長＞は、従ってまた、これの諸項への＜多＞からの対応は、もはや数えるという行為には関わってこない。　それでもなお、＜自然数系列は、数えるのであって、それの諸項が数えられるのではない＞という構造は、先の定理におけると同様である。

いま見たように、定理Bと定理Cの内には、＜数える自然数系列――数えられる＜多＞＞という構造が在る。　現象学という観点から見逃すことのできない契機は、ここに潜んでいる。

数えるとき、眼の前に在るのは、数えられるものである。　これに対して、数えるものは、眼の前の何処かに在るというものではない。　在るとすれば、

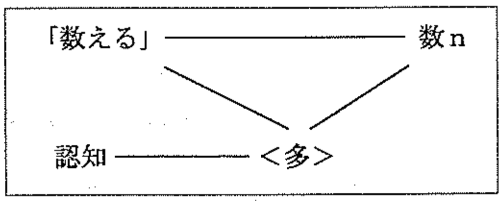
数えている者の＜意識＞の内に、なのである。 別稿で見たように、＜総体＞のレヴェル把握のために、フッサールは、「志向」という表現を極めて印象的に用いていた。 この表現は、背後に「志向」する＜意識＞が存在するということを、明確に指し示す表現である。 「数える」という語は、これと似た意味で＜意識＞の働きを強く示唆する語なのである。

＜数える＞という行為に伴って意識の内で機能する自然数系列も、元々は、意識によって形成されたものである。 それは、＜或るもの＞一般の無限な総体 {1，1，1，1，1，1，……} から、その諸単位を順次に付け加えて創られる諸総体{1}，{1＋1}，{1＋1＋1}，……… に、順次に付された一連の「名前」の無限列である。 形成するのは、意識の働きである。 しかしフッサールにおいても、この働きは、記述の内に顕在的に表現されることはない。表現されるのは、形成され終わって、意識の対象となった、自然数系列である。

ここまで考察を進めてきたのだから、もう我々は、後の現象学で使われることになる術語を利用しよう。形成する働きは「ノエシス」であり、形成された自然数系列は、その限りでは「ノエマ」である。

自然数は、それがノエマである限り、眼の前に在る———もちろん、通常の意味で「見える」訳ではないが———。 ところが、＜多＞ないし＜対応＞を「数える」という行為が登場する上の二つの定理の内で、自然数系列は、もちろん定理の表現には現われているが、しかし、「数える」者の眼の前からは、突然に消える。 言い換えると、それは、意識の対象であることをやめるのである。

数えられるのは＜多＞ないし＜対応＞である。それらは、それら自体としてはノエマであり、それらを認知するノエシスの対象である。 しかし、＜数える＞という行為は、この一次的な＜ノエシス－ノエマ＞関係に「基づけられ」て、新しい＜ノエシス－ノエマ＞関係を成立させる（図を付する）。




ここでは、＜数える＞という意識の作用こそが、新しいノエシスである。 そして、これに対応するノエマは、結果として与えられる「数ｎ」に他ならない。 「数える」という語を通して、フッサールによって、この＜ノエシス－ノエマ＞関係がまさに顕在的に表現されている、ということが、＜第一のアプローチ＞の際立った特徴なのである。

ところが、この＜数える＞という作用の内で、自然数系列は、ノエシスそのものなのではない。 それは、＜数える＞ノエシスの働き方に他ならない。ノエシスは、それ自体としては、無規定である。これに対して、自然数系列は、ノエシスが＜数える＞行為を遂行するのに、一定の形式を与える契機なのである。 この働き方の形式は、「形式」ではあっても、その限りで、ノエシスの内実を規定するものでもある。 自然数系列のこの性格は、後にフッサールによって現象学的「ア・プリオリ」と呼ばれるものよりは、むしろカント的な意味での ——— とは言っても、＜ア・プリオリに思惟に具わり、思惟が対象を認識する際に働く、その一定の形式＞といった、より緩い意味で ———「カテゴリー」に近い。

最後に結論を見よう。

二つの数は、それらが同じ自然数に対応するならば、等しい。

となる。

「(自然) 数ｎ」は、数える行為の内で結果として形成されるノエマであり、従ってまた、意識の対象である。 自然数のこの性格は、この「結論」へとそのまま持ち込まれる。 自然数は、いま見たように、数えるという行為の内で系列の一項として機能している限りではノエシスの一契機であった。 しかし、数え上げられた結果としての自然数は、ノエシスによって形成されたものであり、こんどは意識の対象へと転化する。 そうなると、それはまた、単に認知するノエシスに対応するノエマなのである。

この結論に続けて、フッサールは、諸数の＜クラス化＞に言及して議論を閉じる。 個々の自然数はクラスの名である。 それらは、その資格の限りで、既にノエマ化されている。 そして、自然数の系列は、全ゆる有限基数のスペチェス設定の基準となる。ここでは、自然数の系列そのものが、こんどは、全体として再びノエマ化され、眼の前に再び現われ出てくるのを、我々は知る。 それは、それが形成された際の最初の位置へと、すなわち意識の対象の位置へと、再び置き戻されるのである。

## 7．おわりに

数学の基礎を論ずるときに、＜意識＞の働きを示唆する表現は、驚くほど多い。「集合を形成する」「部分を取る」「系列を形成する」といった表現が、極く普通に為される。「任意の」という表現を、広く数学一般―――基礎に限らず―――で、我々は全く何気なく使う。これらは、＜意識＞の存在を背後に確保した上でなければ、理解し得ない表現である。「各集合から元を一つずつ選択して新たな集合を形成する」ことの可能性に関わる議論には、＜意識＞の働きへの顧慮がおそらく影響しているだろう。記号的数表象における相等性に関して、別稿で見た＜第三のアプローチ＞、および本稿で見た＜第一のアプローチ＞には、「配列」概念が重要な役割を担っていた。この「配列」にもまた、それを「自由」に形成する＜意識＞の働きが、実は背後に存在するのである。

『算術の哲学』における「心理主義」は、『論理学研究』においてフッサール自身が自ら批判していることは確かであるし、この間のまさに移行期に位置する目下の『数理哲学草稿』においても、フッサールは、数の「イデア的」な対象性を重視するようになっている。しかし、それだからと言って、＜意識＞の働きを忘れるようなことは、彼には決して在り得ない。「心理」性の契機と「イデア」的対象性の契機とは、後の現象学において、各々＜ノエシス＞および＜ノエマ＞の両契機へと結実したのだと、我々は見るべきだろう。

本『紀要』別稿で、「志向」という概念がフッサールの集合論に一定の特徴を与えているのを、我々は見た。そして本稿では、「数える」という行為の内で、自然数系列が＜意識＞作用の形式として機能する、ということを見た。もちろん、この時代に、フッサールが「意識」を顕在的に語るということは無い。しかし、彼の数学基礎論の内に、後の現象学へと繋がる契機を見出すことは、確実に可能である。さらに言えば、彼の議論の内に、＜意識＞の働きに根拠と基準とを置くような固有の数学基礎論を探ることも、おそらく不可能ではないと思われるのである。

（にのみや こうたろう・哲学）

注

1. 「諸数のクラス化」については、本『紀要』別稿「フッサールの数理哲学（4）―――フッサールの集合論―――」第9節を参照。
2. Husserliana,Bd.XII,S.400,Z.28-Z.32
3. 前掲別稿 第4章 を参照。
4. Husserliana,Bd.XII,S.400,Z.33
5. Husserliana,Bd.XII,S.400,Z.34-Z.35
6. Husserliana,Bd.XII,S.400,Z.36-S.401,Z.9
   傍点は、原文ゲシュペルト。
7. Husserliana,Bd.XII,S.401,Z.10-Z.11
8. Husserliana,Bd.XII,S.401,Z.14-Z.16
   傍点は、原文ゲシュペルト。
9. Husserliana,Bd.XII,S.401,Z.16-Z.20
10. Husserliana,Bd.XII,S.399,Z.24-Z.25
11. Husserliana,Bd.XII,S.401,Z.20-Z.21
    なお、ここで言う「対応する」entsprechen は、総体として見られた有限数の基数が、自然数系列中の一つの項に該当する、という一般的な意味である。「対向する」sich zuordnen―――それは、二総体が含む単位と単位との関係（「写像」関係）を意味する―――とは異なる。
12. Husserliana,Bd.XII,S.401,Z.22- Z.23
13. 「何れの有限な数も、＜自然数系列における、一つの――しかしまた、ただ一つの――それに等しい数＞に対応する entspricht」という定理[Husserliana,Bd.XII,S.397,Z.32-Z.33]を指す。
14. Husserliana,Bd.XII,S.398,Z.13-Z.20
15. Husserliana,Bd.XII,S.401,Z.24-Z.29

---

## Husserl's Philosophy of Mathematics 5 ――― "Counting" ―――

Kohtaroh NINOMIYA*

In this treatise we investigate Husserl's theory of "Inbegriff"(a whole of the Conceived-Into), especially his argument on the equality of the numbers which are represented through symbols. The series of natural numbers plays an important role there. We pay a special attention to the act of "counting" in respect of phenomenology.

Keywords : numbers which are represented through symbols, the series of natural numbers, act of counting, phenomenology

* Common Subject Division