



大規模VRPに対する順路の一部固定を利用した探索手法の提案

メタデータ	言語: jpn 出版者: 計測自動制御学会 公開日: 2016-02-17 キーワード (Ja): クラスタリング, 大規模問題 キーワード (En): VRP, EMO 作成者: 佐藤, 哲也, 渡邊, 真也, 榊原, 一紀 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10258/3865

大規模VRPに対する順路の一部固定を利用した探索手法の提案

著者	佐藤 哲也, 渡邊 真也, 榊原 一紀
雑誌名	計測自動制御学会システム・情報部門学術講演会講演論文集
巻	2015
ページ	1051-1056
発行年	2015-11-18
URL	http://hdl.handle.net/10258/3865

大規模 VRP に対する順路の一部固定を利用した探索手法の提案

○佐藤 哲也 渡邊 真也 (室蘭工業大学) 榊原 一紀 (富山県立大学)

概要 本発表では、大規模 Vehicle Routing Problem (VRP) における新たな手法として、クラスタリング技術を利用した問題の単純化アプローチを提案する。本手法では、クラスタリングによりカスタマ数を削減させる単純化メカニズムと段階的にその単純化を解消しながらオリジナルの問題へ近づけるメカニズム、そして一部のカスタマの順路を固定するメカニズムの3つのメカニズムを組み合わせ、大規模カスタマ問題における効率的な探索の実現を目指している。数百カスタマ規模の代表的なテスト問題を含めた幾つかの問題において提案アプローチの有用性について検証を行った。

キーワード: VRP, クラスタリング, EMO, 大規模問題

1 はじめに

Vehicle Routing Problem (VRP) は、配送計画問題または運搬経路問題と呼ばれ、配送センター (Depot) から複数の顧客へ需要の配送を効率的に行おうとする配送ルート決定問題であり、実務的な問題として1950年代より数多くの研究がなされてきた^{1, 2)}。

VRP は、制約として与えられた各ビークルの積載量制約を満たした上で複数のビークルを用いてすべてのカスタマを訪れる経路決定問題であり、ビークルに対するカスタマの割り当て、および各ビークルでのカスタマの訪問順序を決定する問題である。これまで VRP に対しては、分枝限定法や数値計画法といった厳密解法から局所探索法 (Local Search, LS) や Simulated Annealing (SA)、遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm, GA) といった様々な発見的解法が適用されており、数多くの適用例が報告されている¹⁾。また、VRP は総移動距離だけでなくビークルの台数、各経路間の移動距離の分散度合いなど本質的に多目的の要素を内包していることから、進化型多目的最適化 (Evolutionary Multi-criterion Optimization, EMO) を VRP へ応用した研究も数多く報告されている^{2, 3, 4, 5)}。

しかし、近年はコンピュータの高性能化及びクラウド技術の進歩にともなう情報のビッグデータ化に伴い幅広い分野で扱うデータや問題自体が大規模化しており、その対応が大きな課題となっている。VRP においても、問題の大規模化により組み合わせ爆発、計算コストの増加などの問題により、従来手法現実的な時間内にユーザーが妥協できる品質の解を導出することが難しくなる。

そこで本研究では、大規模問題に対しカスタマのクラスタリングを用いた問題の単純化と探索により固定できるカスタマの組み合わせを1つにまとめる再クラスタリングを提案する。本手法では、段階的に2つの手法を切り替えている。1つは、初期にクラスタを生成後、探索が進むに従い段階的にその単純化を解消しながら解探索を行うことによる効率的な探索の実現を目指している。2つ目は、探索により組み合わせが不動となっているカスタマを1つにまとめることにより、探索領域の削減と無駄な探索の抑制を目指している。

提案手法の有効性を検証するため、代表的なベンチマーク問題である Taillard らの問題とそれを基に大規模問題を作成した。数値実験を行い、提案手法を利用しない場合と問題の単純化のみ利用する場合、 k と詠歌のみ利用する場合、そして提案手法の4つで比較を

行った。

2 Vehicle Routing Problems

Vehicle Routing Problems (VRPs) は Bin Packing Problem (BPP) などに見られる割り当てに関する決定と Traveling Salesman Problem (TSP) に代表される巡路に関する決定という異なる2種類の決定を内包する組み合わせ最適化問題である。

本研究では、最も単純な積載量制約のみを考慮する積載量制約付き VRPs (Capacitated VRPs, CVRPs) において複数のデポ (Depot) を用いる Multiple Depot VRPs (MDVRPs)^{?)} を対象とした。以下、CVRPs および MDVRPs について概説する。

2.1 Capacitated Vehicle Routing Problems

VRPs にはその制約の種類に応じて様々な派生形が存在するが、積載量制約のみを考慮する CVRPs は下記のように定義することができる。

複数台の車を用いて N 人のカスタマを巡る。各車はデポ (Depot) と呼ばれる出発地点から、割り当てられたカスタマ集合を全てを巡り、デポに戻る。このとき車によるカスタマの通過順をルート (巡回路) とよぶ。各車は i 番目のカスタマ地点 u_i において w_{u_i} の需要量 (重量) を積み込むものとする。カスタマ u_i とカスタマ u_j 間は、距離コスト c_{u_i, u_j} で接続されているものとする。車がルートをめぐる間、積載量が容量 W 以下となるといった制約が課せられる。

CVRPs の評価については様々なものが考えられるが、本研究では総移動距離 F_{dist} および各ルートごとの移動距離の分散 F_{var} を取り上げ2目的最適化問題として定式化した。本論文で扱う目的関数を以下に示す。

$$\min F_{\text{dist}} = \sum_{m=1}^M c^m \quad (1)$$

$$\min F_{\text{var}} = \sum_{m=1}^M (\bar{c} - c^m)^2 \quad (2)$$

式 (1) における M は使用するルートの総数であり、 c^m は m 番目のルートにおける距離コスト、 \bar{c} は各ルートの平均距離を表す。 c^m の定義を式 (3) に示す。

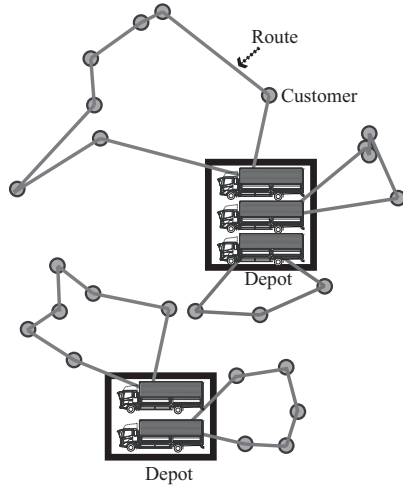


Fig. 1: The concept figure of MDVRPs.

$$c^m = c_{0,u_1}^m + \sum_{i=1}^{n_m-1} c_{u_i,u_{i+1}}^m + c_{u_{n_m},0}^m \quad (3)$$

式 (3) における c_{u_i,u_j}^m は m 番目のルートにおけるカスタマ u_i から u_j までの距離コストを表している。また、 u_i^m は m 番目のルートにおいて i 番目に巡るカスタマを表しており、0 はデポを意味している。 n_m は m 番目のルートが巡回するカスタマの総数を表しており、本論文では巡回すべき全カスタマ数を $N = \sum_{m=1}^M n_m$ とする。

次に、各ルートにおける積載量制約に関する定義を式 (4) に示す。本論文では、すべてのルートにおいて同一の積載量制約 W を使用した。

$$W \geq w^m = \sum_{i=1}^{n_m} w_{u_i}^m, \quad (m = 1, \dots, M) \quad (4)$$

式 (4) における w^m は、 m 番目のルートにおける総積載量であり、 $w_{u_i}^m$ は m 番目のルートにおいて i 番目に巡るカスタマの需要量を表している。

これにより CVRPs は、容量に関する制約、およびすべてのカスタマを巡るといった制約を満たし、かつ評価が最小となるような配送計画、すなわち

- (1) ビークルへのカスタマの割り当て
- (2) 各ビークルがカスタマを巡る順序

を決定する問題であると捉えられる。

2.2 Multi-Depot Vehicle Routing Problems

本研究で扱う MDVRPs とは、CVRPs を一般化したデポの数が複数存在する VRPs のことである。MDVRPs の概念図を Fig. 1 に示す。

MDVRPs は、探索がより広範囲かつ大規模なカスタマが存在する問題へ対応しており、デポが複数存在することに関連して各ビークルは必ず同一のデポから出発し戻ってこなければならないという制約が上述の CVRPs 定義に追加されている。

3 提案手法

提案手法は、将来的に超大規模 VRP と呼ばれる、カスタマ数が 1000 以上の問題に対して適用することを想定している。そのため、問題の大規模化にともなう組み合わせ爆発、計算コストの増大といった問題への対応が重要となる。

以下に提案手法の全体の流れを示す。

Step 0: 初期パラメータの設定

- ・ 対象問題を設定
- ・ N 初期個体数
- ・ G^R 解の停滞許容世代。クラスタ解除時に利用
- ・ G^B 解の停滞許容世代。再クラスタ時に利用
- ・ E^{Final} 終了評価回数

Step 1: 問題の単純化

対象問題における各カスタマに対して、クラスタリングを利用したグルーピングを行い、グルーピングした複数カスタマを 1 つのカスタマと見立てることで問題を単純化する。

Step 2: 初期個体の生成

N 個の初期個体を生成する。

Step 3: パラメータの初期化

$g = 0$, $F_{\text{best}} = 0$, $g_s = 0$ とする。ここで g は現在の世代数、 F_{best} は前世代の F_{dis} の最小値、 g_s は F_{best} の停滞世代数を表す。

Step 4: 評価値の比較

アーカイブ内の個体から F_{dis} が最小となる評価値と F_{best} を比較する。両者が異なるとき、 $F_{\text{best}} = \min F_{\text{dis}}$, $g_s = 0$ と代入する。両者が等しいとき、 $g_s = g_s + 1$ とする。

Step 5: クラスタの処理

Step1 で作成したクラスタが存在するとき、Step5.1 へ進む。そうでなければ、Step5.2 へ進む。

Step 5.1: クラスタ解除

$G^R \leq g_s$ のとき、一部のクラスタを解除する。解除後 $g_s = 0$ とおく。

Step 5.2: 固定化

$G^B \leq g_s$ のとき、適切なカスタマ同士を 1 つにまとめる。結合後 $g_s = 0$ とおく。

Step 6: 遺伝的操作

遺伝的操作により新たに N 個の子個体を生成する。

Step 7: アーカイブの更新

得られた N 個の子個体とアーカイブにある N 個の個体より新たに N 個の個体からなるアーカイブを生成する。

Step 8: 終了条件判定

$G^{\text{Final}} \leq g$ ならば終了し、そうでなければ $g = g + 1$ とし Step4 へ戻る。

上記の通り、提案手法では Step1. 問題の単純化、Step5.1. クラスタ解除、Step5.2. 固定化を組み込んでいく。以下、これら 3 つの手法の詳細について説明する。

3.1 問題の単純化手法

本手法は、ある程度距離に近い複数のカスタマを 1 つのカスタマと見立てることで、扱うカスタマ数を抑えるものである。一般的に、クラスタリングを行

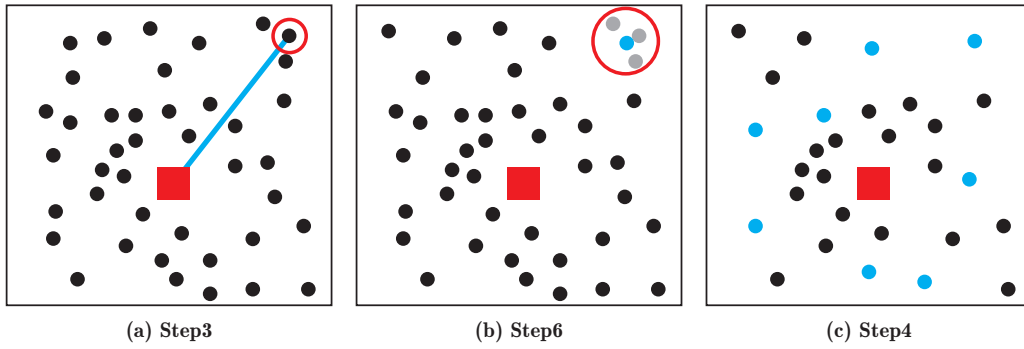


Fig. 2: Simplification

う際は距離の近いものから順に結合していくが、VRPではカスタマーが持つ需要量も考慮する必要がある。

実際に本研究で利用している代表的なベンチマーク問題である Taillard らの問題¹では、真の解においてデポに近いカスタマーはカスタマー間距離が非常に近いカスタマー同士でも異なるビークルに割り当てられており、一方、デポから遠いカスタマーではカスタマー間距離が多少離れている場合でも同じビークルに割り当てられている。

そこで、クラスタリングを導入するにあたり、クラスタ内カスタマー数の上限とクラスタ内総重量、距離の閾値を設け、この点について考慮したグルーピングの実現を試みた。すなわち、デポから遠いカスタマーほど集団を形成しやすく、逆にデポから近いカスタマーほどより集団を形成しにくくなるようにクラスタリングを行った。

また、クラスタリングを行う際、より隣接距離の近いカスタマー同士から結合を行うが、新たに追加するカスタマーの需要量とクラスタに含まれているカスタマーの需要量の総和がクラスタで定められた重量の閾値を超えてはならないこと、そしてある一定以上の距離のクラスタ同士は結合してはならないことなどを条件とした。

以下、アルゴリズムの詳細な手順を示す。また、提案手法の概念図を Fig. 2 に示す。

Step 1: 初期クラスタの生成

カスタマー数と同数のクラスタ $C_i (i = 1, \dots, N)$ を生成し、各クラスタ C_i に各カスタマを1つずつ割り当て、各クラスタに含まれる総カスタマー積載量 $w_{C_i} (i = 1, \dots, N)$ を設定する。ここで、クラスタ内カスタマー数 P_i は、 $P_i = 1$ とし、現在の総クラスタ数 N^C を $N^C = N$ とする。

Step 2: 閾値の設定

デポと各クラスタ間距離の正規化を行い、正規化した距離に基づいて、各クラスタ内に取り入れることができる最大カスタマー数 P_i^{\max} とクラスタ内総重量 W_i^{\max} の閾値を決定する。

Step 3: 代表クラスタの選択

未選択クラスタの中で式 (5) を満たすクラスタ C_i を選択する。このとき、該当するクラスタが存在しなければ終了する。

$$\max_{i=1, \dots, N^C} d_{(C_i, C_0)} \quad (5)$$

ここで C_0 はデポのことであり、 $d_{(C_i, C_j)}$ は最短距離法に基づくクラスタ間の距離を表す。

Step 4: 終了条件判定

$N^C \leq N^P$ のとき終了する。そうでなければ、Step5へ進む。ここで N^P は最小クラスタ数を表す。

Step 5: 結合クラスタの選択

式 (6) を満たすクラスタ C_j を選択する。このとき、該当するクラスタの組み合わせが存在しなければ、Step3に戻る。

$$\begin{aligned} D^T &\geq \min_{j=1, \dots, N^C | j \neq i} d_{(C_i, C_j)} & (6) \\ \text{s.t. } &W_i^{\max} \geq w^{C_i} + w^{C_j} (j = 1, \dots, N^C | i \neq j) \\ \text{s.t. } &P_i^{\max} \geq P_i + P_j (j = 1, \dots, N^C | i \neq j) \end{aligned}$$

ここで、 D^T はクラスタの結合が可能な距離の上限 (閾値) を表し、 W は積載量の上限、 $d_{(C_i, C_j)}$ はクラスタの代表点の距離を表す。

Step 6: クラスタの結合

クラスタ C_i と C_j を結合し、クラスタ内総重量とクラスタ内のカスタマー数を更新する。具体的には、 C_j に含まれるカスタマー情報を C_i に統合し、 C_j を削除するという処理を行う。そして $N^C = N^C - 1$ とし、Step4へ戻る。

3.2 段階的クラスタ解除

本手法は、探索の停滞が認められた時に一部のクラスタを解除し、元の問題に近づけるという処理を行うためのものである。すべてのクラスタを一度に解除、つまり元の問題へ戻した場合、解除前後での問題の規模および性質が大きく異なるため、それまでの探索において得られた情報が必ずしも効果的に受け継がれない可能性がある。そのため、本論文では、段階的に一部のクラスタを解除することで、元の問題と単純化した問題のギャップへ対応することを試みた。

その際、問題となるのがクラスタを解除するタイミングと解除するクラスタの決定方法である。前者については以下の条件を利用し、適切なタイミングでクラスタを解除できるようにした。

条件 F_{dis} の最良値が G^S 世代に渡り、変化がない。

上記の条件から分かる様に、本アルゴリズムではその時点の最良個体 F_{dis} が更新されなければ、現時点の問題設定での探索は概ね収束したと判断し、クラスタ解除を行うようなアプローチをとった。

¹VRP website
http://www.bernabe.dorronsoro.es/vrp/

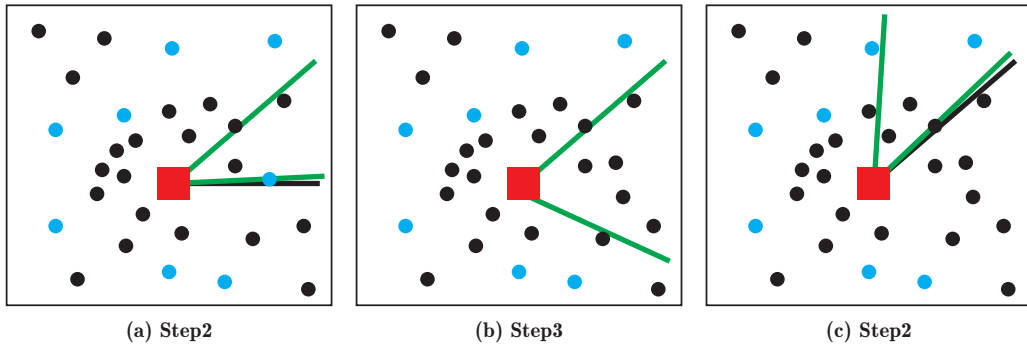


Fig. 3: Release

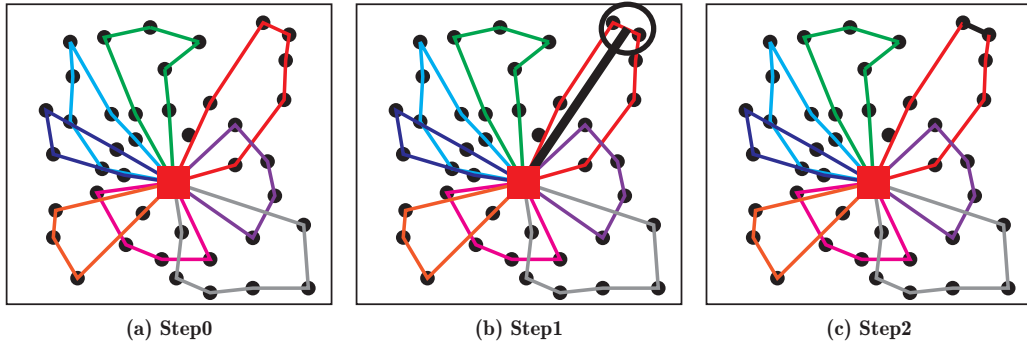


Fig. 4: Immobilization

一方、後者の問題には領域を利用して解除することにより、探索領域の削減による探索の効率化を目指した。具体的には、単位ベクトル $u = (1.0, 0.0)$ を利用し、各顧客の座標点と depot の座標点から $0 \leq \theta \leq 360$ よりなす角度を求め、クラスタがある最小角度から任意の角度 Θ 内にあるクラスタを解除する。更にその領域を中心に Θ の 2 倍の領域を探索領域として限定することにより、探索効率の向上も目指した。

以下にアルゴリズムの詳細について述べる。また、提案手法の概念図を Fig. 3 に示す。

Step 1: 部分解除のタイミング判定

前述のクラスタ解除を行うタイミングの判定を行い、満たしていれば Step 2 へ、そうでなければ終了する。

Step 2: 解除する領域の決定

単位ベクトル $u = (1.0, 0.0)$ を利用し、depot と顧客との成す角度から複数の顧客を内包しているクラスタの角度が最も小さい角度 θ_{\min} を決定する。

Step 3: クラスタの解除

$\theta_{\min} \leq \theta \leq \theta_{\min} + \Theta$ 内にある複数の顧客を内包しているクラスタを選択しクラスタを解除する。

3.3 固定化

本手法は、探索が進んでいる個体から、最適であると考えられる隣り合った 2 つのカスタマーを 1 つにまとめ、組み合わせを固定していくものである。探索がある程度進むと、一部の顧客の組み合わせが固定化され、優れた部分解として捉えることができる。これらの顧客を 1 つにまとめることで、探索の効率化と無駄な探索の削減を実現でき、アルゴリズム全体の高速化に繋がる。

その際、1 つにまとめた組み合わせが最適なものでなく、今後の探索に悪影響を与えてしまう懸念がある。

そこで隣り合う 2 つのカスタマー間距離とその中点と depot からの距離より評価を行い、評価値の高い組み合わせを結合するようにした。前者はその距離が近いものほど、2 つが分離される可能性は低くなるためである。一方後者は、たとえ 2 点間の距離が近い組み合わせでも同じケースにならないことがあるが、depot から遠いものほど、同じになる可能性が高くなるためである。具体的な評価値の求め方を式 (7) に示す。

$$F_{\text{bond}} = \frac{d(C_i^k, C_{i+1}^k)}{d(0, M(C_i^k, C_{i+1}^k))} \times 2 \quad (7)$$

ここで、 $d_{(a,b)}$ は $a-b$ 間の距離を表し、 C_i^k はルート k における i 番目に巡るクラスタ、0 は depot、 $M_{(a,b)}$ は $a-b$ の中点を表す。式 (7) では評価値が小さいものほど評価が高いため、最小をとる組み合わせを結合することにした。

以下にアルゴリズムの詳細について述べる。また、提案手法の概念図を Fig. 4 に示す。

Step 1: 評価値の算出

式 (7) を用いて最小の値をとるクラスタの組み合わせを求める。

Step 2: クラスタの結合

2 つのクラスタをルート情報から適切な順で 1 つにまとめる

Step 3: 結合後のクラスタに置換

全個体の結合された 2 つのクラスタを結合後のクラスタに置換する。もし 2 つのクラスタが別々のルートに割り当てられているとき、どちらか一方に割り当ててから置換し、全ルートが重量制約を満たすように割り当ての調整を行う。

Table 1: Used Parameters.

Parameter	tai385	triple-tai385-d3	sixth-tai385-d1	sixth-tai385-d6
カスタマー数 (N)	385	1155	2310	2310
depot 数 (N^d)	1	3	1	6
母集団サイズ (A)	50			
停滞世代数 G^R	3			
停滞世代数 G^B	5			
終了条件	500,000		1,000,000	
試行回数	10			

Table 2: Computational time(Average time)

Problem	normal approach	proposed method	immobilization	simplification
tai385	26 min 42 s	7 min 51 s	7 min 48 s	22 min 50 s
triple-tai385-d3	1 h 11 min 37 s	30 min 26 s	36 min 31 s	52 min 21 s
sixth-tai385-d1	2 h 48 min 46 s	2 h 2 min 53 s	2 h 37 min 24 s	2 h 37 min 59 s
sixth-tai385-d6	1 h 45 min 39 s	1 h 13 min 55 s	1 h 19 min 0 s	1 h 24 min 19 s

4 数値実験

本論文では、提案手法の有効性を検証するため、提案手法と提案手法を利用しない場合、固定化のみ利用する場合、問題の単純化のみ利用する場合の4手法での比較を行い、提案手法の有効性の検証と各メカニズムの効果について検証していく。

テスト問題には代表的なベンチマーク問題である Taillard らの問題²から tai385 と tai385 を複数組み合わせることでカスタマー数が1000を超える問題を3つ(以下, triple-tai385-d3, sixth-tai385-d1, sixth-tai385-d6 と呼称するものとする)を利用した実験に使用したパラメータを Table 2 に示す。

以下、作成した大規模問題と実験結果及び考察について述べる。

4.1 大規模問題

大規模問題への適用のため tai385 をそれぞれ3つ、6つ組み合わせることで作成した問題である。これらの問題は tai385 から水平移動したものと、depot を中心に回転したものを組み合わせた。カスタマー数が1000を超えていることから、比較的計算量がかかるため、本提案手法が目指す、大規模問題での探索の効率化が体現できるのではないかと推測している。

4.2 実験結果考察

数値実験の結果を Fig. 5~Fig. 8 に示す。また、計算時間の平均の結果をそれぞれ Table 2 に示す。

今回の実験では、カスタマーの規模と depot の数を変化させることで、提案手法が大規模な問題に対して有効であることを検証する。カスタマー数が少数の場合、最終的な結果において差はあまりないが、探索における固定化により、停滞が起こってしまい、提案手法が劣る結果になったのではないかと考えている。確かにカスタマーをまとめることで、探索の収束は上がったが、適切ではないカスタマーの結合により、探索が停滞し、局所解に嵌るのではないかとと思われる。そのため停滞した際に不適切なクラスタを解除し再度探索を試みることで、適切なクラスタへの誘導が可能になると考えている。

一方大規模問題では、一部の問題では差がないものが見られるが、更に depot が多い問題に関しては提案手法が大きく勝っている結果になっている。まず固定化についてだが、こちらは小規模と同様、不適切な結合が起こり、結局提案手法を組み込まない場合と大差のないものとなっている。しかし、小規模よりは全体への影響が小さくなるため、カスタマー数の減少による計算時間の大幅な削減が見込めたのではないかと考えている。また、適用するタイミングが収束したときとしているが、大規模問題においては収束したと判別するまでにかかなりの時間を有するため、そのタイミングについても考えていく必要がある。一方問題の単純化では、小規模問題へと変化させた問題を初期に探索しているため、計算時間の削減に繋がっていると考えられる。また、すべてのクラスタを解除していくが、その際に不適切なクラスタにより、探索が進まなかった部分の探索が行われることにより、数値結果のような爆発的な探索効果が見込めたのではないかと考えている。

今回の実験において大規模問題でも depot が少ない場合では、提案手法の有効性があまりみられなかった。しかし、カスタマー数が1000以上の実問題では、複数 depot をはじめ時間制約付きなどの制約が課せられることの方が多い。今回の結果より、より実問題に近い制約において提案手法の有効性が発揮できたのではないかと考えている。

5 おわりに

本論文では、大規模 VRP に対して問題の単純化および段階的クラスタの解除、固定化の3手法を効果的に組み込みんだ手法の提案を行った。提案手法では、探索領域の削減を行い、探索効率の向上を図っているが、3手法により適切なクラスタ形成の実現している点である。

提案手法の具体的な実装としては、VRP を多目的問題として捉えた進化型多目的最適化に基づく実装を行い、提案する枠組みを利用しない場合との比較実験を行った。4種類のテスト問題に対する数値実験より下記の事柄が明らかとなった。

- 大規模問題における depot が複数の場合に提案手法が有効

²VRP Web
<http://www.bernabe.dorronsoro.es/vrp/> 2014/8/25/閲覧

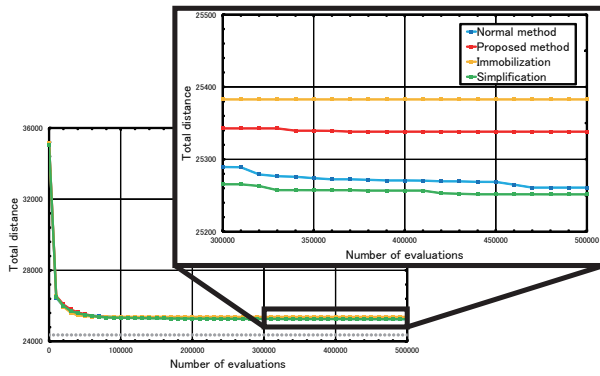


Fig. 5: tai385

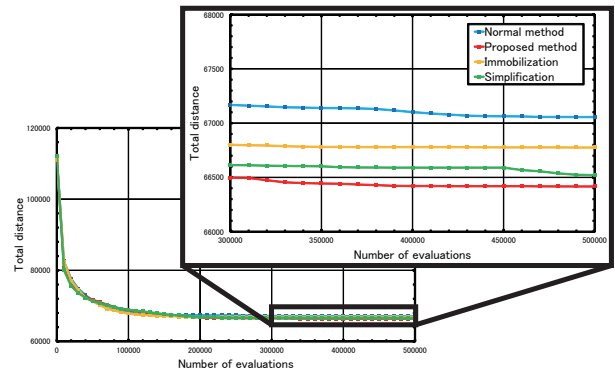


Fig. 6: triple-tai385-d3

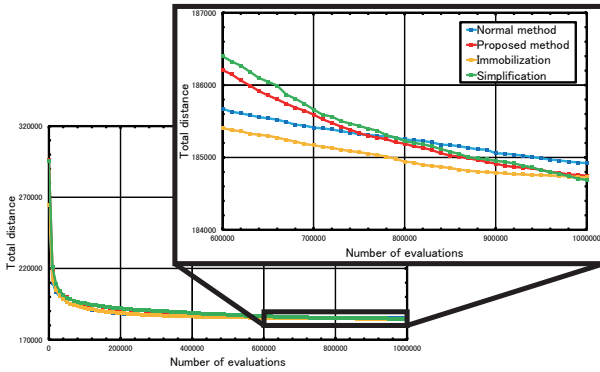


Fig. 7: sixth-tai385-d1

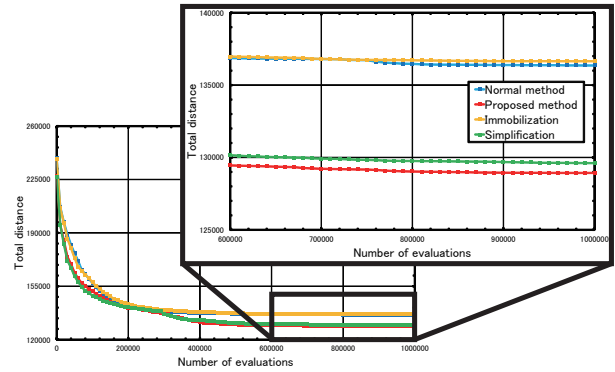


Fig. 8: sixth-tai385-d6

- 計算時間の軽減
- 初期探索における収束性が弱い
- 固定化による探索の停滞
- 現在判別している最良解との差が大きい

今後の展望としては、上記の問題点を克服、及び提案手法の解と最適解との誤差を縮めるため、ルート情報を組み込んだ探索メカニズムの実装を考えている。前者は固定化において不適切な固定を解除し、再探索を促すメカニズムを考えている。一方後者は、現在の探索メカニズムでは微量を変化する局所探索とルートを再編成する円形分割スキーマを組み込んでいるが、ルート情報を適切に組み入れてルートを再編するメカニズムの実装し、局所解からの脱出に繋がると考えている。

参考文献

- 1) O. Braysy and M. Gendreau. Vehicle routing problem with time windows, part i: Route construction and local search algorithms . *Transportation Science*, Vol. 48, No. 1, pp. 158 – 166, 2005.
- 2) 渡邊真也, 榎原一紀. 多目的化の概念を用いた単目的 vehicle routing 問題へのアプローチ . 情報処理学会論文誌「数理モデル化と応用」, Vol. 39, No. SIG 2(TOM 16), pp. 104 – 118, 2007.
- 3) N.Jozefowicz, F.Semet, and E.Talbi. Parallel and Hybrid Models for Multi-objective Optimization:Application to the Vehicle Routing Problem

. In *Parallel Problem Solving from Nature—PPSN VII*, pp. 271 – 280, 2002.

- 4) T.Murata and R.Itai. Multi-objective vehicle routing problems using two-fold emo algorithms to enhance solution similarity on non-dominated solutions . In *Evolutionary Multi-Criterion Optimization. Third International Conference, EMO 2005*, pp. 885 – 896, 2005.
- 5) J.Y. Potvin and S. Bengio. The vehicle routing problem with time windows - part ii: Genetic search . *INFORMS Journal on Computing*, Vol. 8, pp. 165 – 172, 1996.