

フレキシブルアームによる懸垂物の移動制御

橋本幸男* 土谷武士**

Motion Control of Flexible Arm with Suspended Load

Yukio HASHIMOTO* Takeshi TSUCHIYA**

This paper discusses a control for a non-linear distributed-parameter system of a flexible arm with a suspended load, taking mass and stiffness distributions of the arm into consideration. The fact that the rest system has null potential and kinetic energy is employed to derive an asymptotically stable control law which suppresses both the load-swing and the elastic vibration of the link and controls the angular position of the arm. The approach needs neither linealization of the system dynamics nor the modal decomposition of the dynamics. Therefore, the resultant control law does stabilize the non-linear dynamics of the system free from the traditional spillover problems. The validity of the proposed approach is demonstrated by several experiments, and then the effectiveness of the controller is shown.

Key Words : Flexible Arm, Vibration Control, Non-Linear Systems, Distributed-Parameter Systems, Energy Dissipation

1. はじめに

大規模柔軟構造物や柔軟アームの振動抑制制御では、モード制御がよく議論されてきた¹⁾²⁾。この手法は線形多変数系に対する設計の拡張であるので、時間領域で培われてきた設計手法を活かすという立場からすれば自然なアプローチのようにも見える。しかし現実の問題に適用すると、トランケーション・エラーや観測スピルオーバー、制御スピルオーバーという分布定数系固有の問題を考慮しなければならず³⁾、漸近安定な制御を保証するのは容易ではない。またこの手法では、パラメータ誤差に対するロボаст安定性を評価するのが難しいという問題もあった。ところが近年、周波数領域における H_∞ 最適化制御が分布定数系に対しても応用できることが明かになり⁴⁾、単純な構造の制御対象を想定し、線形性も仮定するならば、上述の状況は解決されつつあるようである。

ところで、現実の制御対象を想定した場合、弾性振動体の質量分布が空間的に一様とみなせることは希である。

従来は簡単のために、均一な質量分布・均一な曲げ剛性を仮定して制御モデルを導出することが多く行われてきたが、現実的な制御を目的とするのであれば、これらのパラメータの空間分布も考慮に入れて議論するべきと考えられる。また、ハミルトンの原理を使って柔軟構造物の運動方程式を求めると、単純な構造の1リンクの柔軟アームでさえ、非線形な運動方程式が導出される⁵⁾。従来は、非線形方程式の線形部分を取り上げて制御モデルとし、制御を線形の範囲内で議論することが多くおこなわれてきた。しかし、線形化という安易な道を選ぶことに対する厳しい指摘⁶⁾もあるので、工学的有効性は別としても、線形近似を持ち込むことなく柔軟構造物の制御を議論できる方が好ましい。

本研究においては、上述の問題に対する解答を探るために、不均一な質量分布・剛性分布をもつ1リンクの柔軟アームを対象とする。先にも指摘したように、この分布定数系はこれだけでも非線形な特性をもつが、さらに複雑な特性をもたせるために、リンクの先端におもりを吊し、これら2つの振動系を相互に干渉させる。そしてリンクを任意の角度まで移動し、かつおもりの振り子運

原稿受付 1991年6月17日

* 室蘭工業大学, ** 北海道大学工学部

動もリンクの弾性振動も同時に抑制する制御を議論する。この系では、振り子がついたために1リンクという簡単な構造にもかかわらず運動方程式は著しく複雑になる。また、リンク先端の境界条件も時間とともに変化する。このため、従来のように偏微分方程式モデルを導出し、振動モードを解析した上で工夫しながら制御を議論するという接近法をとることは難しい。

本論文では、リンクがある角度で静止し、吊り荷の振り子運動もリンクの弾性振動も完全に静止している状態では系の運動エネルギーもポテンシャルエネルギーもゼロの状態にある、という物理的な事実に着目する。そして、系の運動を表わす指標をエネルギーにとり、エネルギーを減少させることによって制御目的を達成することを考える。この手法一便宜上、エネルギー散逸化制御とよぶ一によれば、リンクに質量分布・剛性分布があってもよいし、線形化の近似や有限次元近似を持ち込まなくても制御が厳密に議論できる。またこの手法は、制御対象の非線形ダイナミクスを一度も書き下す必要がないという特色ももつ。

なお、ここで想定した制御対象は、単に非線形分布定数制御のデモンストレーションにとどまらず、文献(6)に示されているような旋回形クレーンのモデルにもなっている。

2. エネルギー散逸化制御

複雑なダイナミクスをもつ系の場合、モデリングを正確に行い、それをもとに状態フィードバック制御を設計するという立場は、ある場合には大変な労力を必要とする。制御対象のダイナミクスをできるだけ巨視的な立場から捉え、制御を巨視的な立場から見直すという見方も必要と思われる。このため本論文では、制御対象であるアームの弾性振動がおさまり、かつ吊り荷の振り子運動も完全に静止したときには、系のポテンシャルエネルギーと運動エネルギーが共にゼロの状態にあるという物理的な側面に着目し、運動を記述する指標として系のもつ力学的エネルギーそのものを採用する。メカニカルシステムにおいては、ハミルトニアンが力学的エネルギーそのものを表わす⁷⁾という特徴があるので、弾性リンクと振り子を一体とした系のモデリングをハミルトンの正準運動方程式⁷⁾の形で行う。この正準運動方程式は、アーム系に対するラグランジュの運動方程式が導出できさえすれば、ルジャンドル変換⁷⁾という形式的な変換で容易に構成できる。アームの弾性振動と振り子の振れを止めるための制御は、系全体の力学的エネルギーをゼロまで減少させることで実現できると考えられる。

以上のような予想のもとに、次節では制御対象を定義

したのち、具体的なモデリングの方法を示す。続く節では、エネルギーを減少させ、同時にアームの位置制御も実現する制御則を導出する。

2.1 巨視的モデリング

Fig. 1 に示す柔軟アーム系を制御対象と考える。モデリングにあたり、以下の仮定を導入する。

- (A-1) リンクは水平面内でのみ回転する。
- (A-2) リンクは回転面内でのみ曲げ振動を起こし、回転の半径方向には伸縮はしない。
- (A-3) リンクは回転の半径方向に対して質量分布 $\rho(x)$ をもつものとする。
- (A-4) リンクは回転の半径方向に対して剛性分布 $EI(x)$ をもつものとする。
- (A-5) リンクが曲げ変位に伴って蓄える弾性ポテンシャルエネルギー密度 $V(x)$ は次式で表わされるものとする。

$$V(x) = \frac{1}{2} EI(x) \left[\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \right]^2$$

ここに $y(x, t)$ は位置 x における曲げ変位を表わす。

- (A-6) 回転の半径方向に対するおもりの運動は、補助ロープによって拘束されているものとする。

仮定の(A-5)は、曲げ剛性が空間的に均一な場合の単純な拡張であり、リンクの曲げが小さい範囲であれば十分よい近似となるものと考えられる。この仮定の正当性については、後にさらに言及する。

この制御対象の場合、リンクを駆動する軸は集中定数系であり、そのモデル化も容易であるから、この部分のダイナミクスをまず求め、つぎに弾性リンクという分布定数系を含むそれ以外の系のダイナミクスを求める。

リンクを駆動する軸の運動方程式は、軸における回転トルクのバランスを考えることにより以下の式となる。

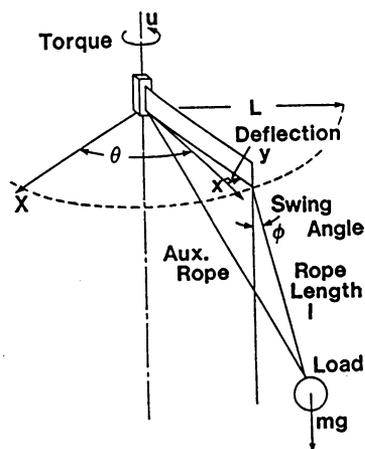


Fig. 1 Flexible Arm System with Suspended Load

$$J\ddot{\theta}(t) + D\dot{\theta}(t) + \tau(t) = u(t) \quad (1)$$

ここに、 $\theta(t)$ はリンクの回転角度、 $\tau(t)$ は軸以外の系を駆動するのに消費されるトルク、 $u(t)$ は軸を駆動するトルク、 J は軸の慣性モーメント、 D は軸の速度減衰係数をそれぞれ表わし、 $\dot{}$ は時間微分を意味する。以降では簡単のため、 $u(t)$ を軸駆動トルク、 $\tau(t)$ をリンク駆動トルクとよぶことにする。また誤解の生じるおそれのないかぎり、時間変数や位置変数は省略することにする。

軸以外の系に対しては、ハミルトンの正準運動方程式の形でモデリングを行う。このため、ハミルトンの原理⁷⁾を使って、この系のラグランジュ運動方程式をまず求める。リンク部の位置 x における運動エネルギー密度を求めてみると

$$T(x) = \frac{1}{2} \rho(x) \{(\dot{q})^2 + [\dot{\theta}(q - x\theta)]^2\}$$

ただし

$$q = x\theta(t) + y(x, t) \quad (2)$$

である。リンクの曲げによって蓄えられる弾性ポテンシャルエネルギーは、仮定 (A-5) より

$$V(x) = \frac{1}{2} EI(x)(q'')^2$$

となる。ここにプライムは位置に関する偏微分を意味する。

また、おもりの運動エネルギーと位置のポテンシャルエネルギーは、それぞれ以下のように求められる。

$$T_p = \frac{1}{2} m[\dot{q}(L, t)^2 - 2l\dot{q}(L, t)\dot{\phi} \cos \phi + l^2(\dot{\phi})^2]$$

$$V_p = mgl(1 - \cos \phi)$$

ここに、 m はおもりの質量、 g は重力加速度、 l は懸垂ロープの長さ、 L はリンクの長さ、 ϕ はおもりの振れ角をそれぞれ表わす。

したがって、リンク部とおもりの複合系に対するラグランジュアンは次式となる。

$$L_{sys} = \int_0^L L_x dx + L_p$$

ただし

$$L_x = T(x) - V(x) \quad (3)$$

$$L_p = T_p - V_p \quad (4)$$

を表わす。

この複合系に作用する強制力は、リンク駆動トルクだけであるから、外力の仮想仕事はつぎのように表わされる。

$$\delta W = \tau \delta \theta \quad (5)$$

ところが、物理的要請より、リンクの根元では

$$y(0, t) = 0, \quad y'(0, t) = 0$$

が成立しなければならない。この事実と (2) 式の定義

より

$$q(0, t) = 0 \quad (6)$$

$$q'(0, t) = \theta(t) \quad (7)$$

の関係が導かれるから、外力の仮想仕事 (5) 式は次式のように書いてもよいことがわかる。

$$\delta W = \tau \delta q'(0, t)$$

以上の準備のもとに、ハミルトンの原理

$$\int_{t_2}^{t_1} (\delta L_{sys} + \delta W) dt = 0$$

を満足する条件を求めると、以下のようなラグランジュの運動方程式が誘導できる。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_x}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L_x}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_x}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L_x}{\partial q} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial L_x}{\partial q''} \right) = 0$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_p}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L_p}{\partial \phi} = 0$$

$$\left. \frac{\partial L_x}{\partial q''} \right|_{x=0} = \tau, \quad \left. \frac{\partial L_x}{\partial q'} \right|_{x=L} = 0$$

$$-\left. \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L_x}{\partial q''} \right) \right|_{x=L} = \left. \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_p}{\partial \dot{\phi}} \right) \right|_{x=L}$$

つぎに、ルジャンドル変換

$$p_\theta = \frac{\partial L_x}{\partial \dot{\theta}}, \quad p = \frac{\partial L_x}{\partial \dot{q}}, \quad p_\phi = \frac{\partial L_p}{\partial \dot{\phi}}$$

$$H_x = p_\theta \dot{\theta} + p \dot{q} - L_x \quad (8)$$

$$H_p = p_\phi \dot{\phi} - L_p \quad (9)$$

を導入し、上記のラグランジュの運動方程式を変換することにより、以下に示すようなハミルトンの正準運動方程式を得る。

$$\dot{\theta} = \frac{\partial H_x}{\partial p_\theta} \quad (10)$$

$$\dot{p}_\theta = -\frac{\partial H_x}{\partial \theta} \quad (11)$$

$$\dot{q} = \frac{\partial H_x}{\partial p} \quad (12)$$

$$\dot{p} = -\frac{\partial H_x}{\partial q} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial H_x}{\partial q''} \right) \quad (13)$$

$$\dot{\phi} = \frac{\partial H_p}{\partial p_\phi} \quad (14)$$

$$\dot{p}_\phi = -\frac{\partial H_p}{\partial \phi} \quad (15)$$

$$\dot{q}(L, t) = \frac{\partial H_p}{\partial p(L, t)} \quad (16)$$

$$\dot{p}(L, t) = -\frac{\partial H_p}{\partial q(L, t)} + \left. \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial H_p}{\partial q''} \right) \right|_{x=L} \quad (17)$$

$$-\left. \frac{\partial H_x}{\partial q''} \right|_{x=0} = \tau \quad (18)$$

$$\left. \frac{\partial H_x}{\partial q''} \right|_{x=L} = 0 \quad (19)$$

上記の式を具体的に書き下すと、非線形な偏微分方程

式が現われる。しかしここでは、これ以上書き下すことはしない。これらの一連の関係式を、巨視的な表現のままで、弾性リンクとおもりを複合した系のダイナミクスを表現する運動方程式として採用する。

以上を総合すると、制御対象全体のダイナミクスを表現する式は、(1)式、(5)、(6)式および(10)~(19)式を合わせたものとなる。

2.2 制御則の導出

前節で示したように、弾性リンクとおもりを複合した系のポテンシャルエネルギーが一般化座標だけの関数であること、また運動エネルギーが一般化速度の二次形式となっていることから、この系のハミルトニアン、すなわち

$$\int_0^L H_x dx + H_p$$

は系の全力学的エネルギーを表わす⁷⁾。この事実を利用して、制御対象のもつ全力学的エネルギーを求める。他に考慮されるべき系のエネルギーは、軸の回転運動エネルギーだけであるから、全力学的エネルギーは次式となる。

$$H = \frac{1}{2} J(\dot{\theta})^2 + \int_0^L H_x dx + H_p \quad (20)$$

物理的な要請から、このエネルギーが負の値をとることはない。かならず

$$H \geq 0$$

となり、等号は、系の運動が完全に静止したときのみ成立することは明かである。したがって、おもりの振れとリンクの弾性振動を抑制しながらアームを静止させるためには、このエネルギーをゼロにするように制御を加えればよいことがわかる。

ところで、ここでの制御目的はアームの回転位置制御も同時に実現することであった。(20)式のエネルギーをゼロにするだけではアームがどの回転位置で静止するかが未定であるので、目標とする角度 θ_0 でのみ静止するように、軸の回転角度にもポテンシャルエネルギーを導入し、つぎのようなエネルギーを新たに定義する。

$$E = \frac{1}{2} J(\dot{\theta})^2 + \frac{1}{2} K_p(\theta - \theta_0)^2 + \int_0^L H_x dx + H_p; K_p > 0 \quad (21)$$

右辺第二項目が、目標回転角度のまわりに導入された、仮想的なポテンシャルエネルギーを表す。系に対して定義した(21)式のエネルギーは、物理的には存在しない仮想的なエネルギーであるので、一般化エネルギーとよぶことにする。

一般化エネルギーの導入により、おもりを吊した柔軟アームの振動抑制・位置制御問題を、一般化エネルギーをゼロにする問題として定式化できた。つぎの問題は、一般化エネルギーを減少させる制御則を探すことである。

一般化エネルギーの時間変化をとってみると

$$\frac{dE}{dt} = J\dot{\theta}\ddot{\theta} + K_p(\theta - \theta_0)\dot{\theta} + \int_0^L \frac{\partial H_x}{\partial t} dx + \frac{dH_p}{dt}$$

ここで、(5)、(6)式および(10)~(19)式を考慮に入れて右辺の最後の二項を具体的に計算すると、上式は

$$\frac{dE}{dt} = \dot{\theta}[J\ddot{\theta} + K_p(\theta - \theta_0) + \tau] \quad (22)$$

のように変形できる(付録参照)。ここで、(1)式を使うと

$$\frac{dE}{dt} = \dot{\theta}[K_p(\theta - \theta_0) - D\dot{\theta} + u] \quad (23)$$

を得る。

(23)式の右辺は、制御入力である軸駆動トルクを含んでいる。このことに着目し、右辺を負にするような制御入力の与え方を模索してみる。いま、軸を駆動するトルクを

$$u(t) = -K_p[\theta(t) - \theta_0] - K_d\dot{\theta}(t) \quad (24)$$

$$K_d > -D$$

の形で与えたとしよう。このとき、(23)式は次式のように変形できるから、確かに目的が達成できるのがわかる。

$$\frac{dE}{dt} = -(D + K_d)(\dot{\theta})^2 \leq 0$$

しかもパラメータ K_d の選び方によっては、一般化エネルギーの減少の速さを変えられる可能性もある。

以上で、おもりの振れもリンクの弾性振動も抑えながら、柔軟アームを目標とする回転角度で静止させる制御則が見い出せた。

3. 評 価

3.1 検 討

前章で示したモデリングの過程や制御則を導出する過程では、線形化や有限次元化などの近似を持ち込まずに議論を進めることができた。したがって、導出された制御則(24)式は、系のもつ非線形特性と分布定数特性を厳密に漸近安定化することがわかる。また前章で示した手法によれば、制御対象のもつ複雑な非線形ダイナミクスと分布定数ダイナミクスを一度も書き下す必要がなかった。弾性リンクの質量分布・剛性分布の影響も表には出てこない。ただ、ラグランジュアン(3)(4)式が一般化座標と一般化速度のどのような関数として表わされるかを明かにしてラグランジュの運動方程式を巨視的な形で導出する都合上、系の運動エネルギーとポテンシャルエネルギーだけは具体的な形で求める必要があったが、それ以後の議論はすべて巨視的な操作で済ませることができ、漸近安定な制御則が導出できた。このように、制御を巨視的な立場から捉えられたのは、エネルギーという巨視的

な量を運動を記述する尺度として採用したためである。

前章で導いたフィードバック形の制御則 (24) 式は、弾性リンクの振動の情報もおもりの振り子運動の情報も必要としていない。アームの回転位置とその角速度の情報を使うだけで、振動を抑制しながら柔軟アームの位置制御を実現することが可能なことを主張している。さらに (24) 式で与えられる制御則の設計パラメータの値は、制御対象の物理的なパラメータの値には直接関係はなく

$$K_p > 0, K_d > 0$$

に選ばれているかぎり、制御系の漸近安定性が保証されることもわかる。この事実より、この制御は制御対象の同定を一切行わなくても実現が可能であることがわかる。また、制御対象の物理的なパラメータの値にもかかわらず制御系の漸近安定性が保証できるということは、この系がパラメータ変化に対しても安定性が維持できるという性質、すなわちロバスト性が高いという性質ももっていることがわかる。なお、軸の運動の情報だけで弾性リンクの振動もおもりの振り子運動も抑えられるのは、直観的には、弾性リンクの運動の様子やおもりの振り子運動の様子がすべてアームの駆動軸の運動に反映されるからであると理解できる。

(1) 式では弾性リンクとおもりを複合した系を駆動するトルクとして τ を定義した。軸の運動だけに着目してみればこの τ は、軸以外の系が運動することによって生じる軸への外乱トルクと解釈することもできる。この大きさを求めてみよう。(18) 式を具体的に書き下すことにより、次式を得る。

$$\tau(t) = -EI(0, t)y''(0, t) \quad (25)$$

したがって、(24) 式の制御を施したときの軸の運動は、(1) 式と (24), (25) 式より、つぎのダイナミクスで表わされることがわかる。

$$\begin{aligned} J\ddot{\theta}(t) + (D + K_d)\dot{\theta}(t) + K_p e(t) \\ = EI(0, t)y''(0, t) \end{aligned} \quad (26)$$

ここに

$$e(t) = \theta(t) - \theta_0$$

とする。(24) 式の制御を施している状態では、前章に示したように、一般化エネルギーが減少するので、やがて系の運動は停止する。この定常状態では、(26) 式の右辺もゼロになる。(26) 式の左辺は、制御器のゲインを適切に選ぶかぎり、安定な微分方程式となっているはずであるから、定常状態ではその定常値がゼロ、すなわち軸は目標とする角度で静止することになって矛盾がない。

(26) 式の右辺の項は左辺の 2 次系に対する外乱項であり、その大きさは時間とともに小さくなる。しかも、我々のような振動系では、減速と加速を繰り返すようにはたらく。このことから、式の応答は、平均としてみれば、

右辺を省略した自由系の応答とほぼ同じとみなせるであろう。したがって

$$J\ddot{\theta}(t) + (D + K_d)\dot{\theta}(t) + K_p e(t) = 0 \quad (27)$$

は、系の応答速度を評価する大まかな指標として用いることができる。さらに、上式が制御器のゲインをすべて含んでいることに着目すれば、応答仕様を満足させるように制御器のゲインを決める手段としても使用できる。応答速度を算出するために必要な制御対象のパラメータは、軸自身の慣性モーメントと速度減衰定数の 2 つだけですみ、弾性リンクの質量分布や剛性分布など、同定しにくい他のパラメータの値を必要としないので、実用性の高い設計指標といえる。

従来から剛体アームの PTP 制御では、回転軸に対して仮想的なポテンシャルを導入し、本手法と同様に、ハミルトンの正準運動方程式を利用して漸近安定な PD 制御則を得る方法が提案されていた⁹⁾。また柔軟アームに対しては、本手法と接近法は異なるが、結果的には本手法から導かれる PD 制御則にアームの根元につけた歪ゲージ信号をさらに帰還させる制御法¹⁰⁾が提案されていた。しかしいずれの制御法においても、制御系の応答速度と制御器のゲインを結びつける有効な方法が見い出されていず、このことがこれらの制御法の弱点と評価されていた。本手法では、軸と軸以外の系に分離してモデリングを行ったので、上述したように、制御系の応答速度と制御器のゲインとの関係のある程度関連づけることができた。

3.2 実験

簡単なモデル機を製作し、ここで議論した制御の有効性を実験を通して確認した。その結果について記す。

実験では、軸の駆動にはハーモニックドライブギアを内蔵した DC モータを使用し、(24) 式の制御則をそのままモータへの指令電圧として与えた。この場合、制御入力を、直接軸を駆動トルクとして与えたことにはならないので、先に示した理論通りの制御にはならない恐れがある。実験ではこの点に注意し、モータの電気的時定数に対しては十分長く、かつ系の機械的な時定数に対しては十分短くとみなせるような制御周期を定め、疑似連続時間的に制御を実施するという方策をとった。このような工夫により、モータの電気的時定数が無視できることになり、電気系に対してはつぎの式が近似的に成り立つ。

$$R_a i_a(t) + K_v \dot{\theta}(t) = K_G v(t) \quad (27)$$

ここに、 R_a は電機子抵抗、 i_a は電機電流、 K_v は速度起電力定数、 v はモータの指令電圧、 K_G はパワー増幅器のゲインをそれぞれ表わす。制御がデジタル的に加えられるにもかかわらず (27) 式が連続時間形式で表わ

Table 1 Parameters of the Actuator

Armature Resistance R_s	7.4 Ω
Armature Inductance L_s	4.8 mH
Back E.M.F. Constant K_r	10 Vs/rad
Torque Constant K_t	10 Nm/A
Gain of Power Amp. K_G	3~6
Inertia Momentum J	14 Kgm ²

されているのは、制御周期を機械系の応答に比べて十分短く選んだため、機械系の振舞いに対しては連続的とみなせるからである。ここで、モータへの指令電圧を(24)式と類似の式

$$v(t) = -k_p[\theta(t) - \theta_0] - k_d(\dot{\theta}) \quad (28)$$

で与えると、電機子電流はつぎのようになる。

$$i_a = -[K_G k_p(\theta - \theta_0) + (K_G k_d + K_V)]/R_a$$

モータが発生するトルクは電機子電流とモータのトルク定数との積であるから、結局、モータの指令電圧を(28)式にとるとは、(24)式で与えられる制御則において

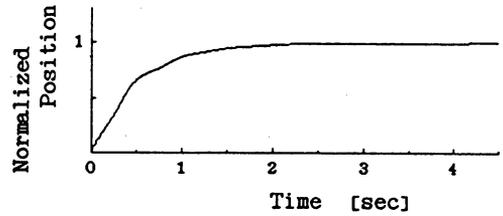
$$K_p = K_T K_G k_p / R_a, \quad K_d = K_T (K_G k_d + K_V) / R_a$$

と選ぶことと同じになり、目的が達成できることがわかる。ただし、 K_T はモータのトルク定数である。Table 1に使用したモータと軸に関する諸量を示す。表において軸の慣性モーメントが大ききな値をとっているのは、モータに付いているギア比を考慮していることと、弾性リンクを取り付けるための金具を見込んでいたためである。モータはハーモニックドライブシステムズ社製 RH-20を使用した。

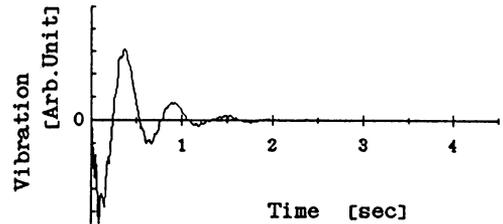
制御器には NEC 社製 PC 9801 VX (数値演算プロセッサ 80287 内蔵) を使い、制御プロセスは C 言語で記述した。制御周期は 10 msec に選んだ。この値は、モータの電気的時定数に比較して十分大きいし、また機械系の時定数に対しては十分無視できる程度の大きさであると思われる。制御器の出力は 12 ビットの D/A 変換器を介して PWM パワー増幅器に送られ、モータが駆動される。

アームのリンク部は、厚さ 3 mm・幅 90 mm・長さ 900 mm のオーステナイト系ステンレス板でできている。リンク部の質量分布と剛性分布は、厚さ 10 mm・幅 140 mm・長さ 90 mm のアルミニウム板を 2 枚用意し、これでリンクを挟み付けて、任意の位置でそれらの値を変えられようとした。

リンクの角度は、モータのロータ軸にとり付けたロータリエンコーダ (分解能 1000 c/r) の読みをギア比 1 : 50 で換算した値として採用し、角速度の観測値にはこの値の制御周期ごとの後退差分値を用いた。また、弾性リンクの振動は、リンクの根元に歪ゲージを貼り付けて



(a) Time Response of Joint Angle



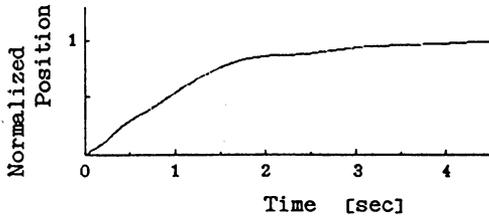
(b) Signal from Strain Gage

Fig. 2 Vibration Suppression and Position Control of 1-Link Flexible Arm by Proposed Method
Gains : $K_p = 1024$ Nm/rad, $K_d = 554$ Nms/rad

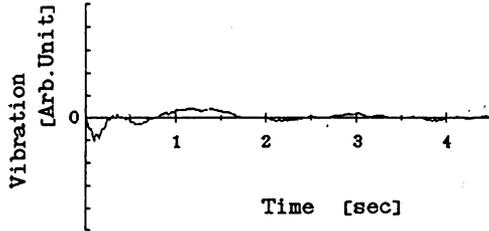
観測した。予備実験の結果、リンク先端に吊したおもりの振動の様子もこの歪ゲージを通して観測できることがわかったので、おもりの振れをモニタするための特別な装置は用いていない。以降に示す実験結果では、ロックインアンプで増幅した歪ゲージ電圧を振動の様子を示すものとして図示する。図の縦軸には任意目盛りを用いているが、すべての実験においてアンプの増幅度は同じ、縦軸のスケールも同じである。

Fig. 2 は、2 枚のアルミニウム板をリンクの先端に取り付けた従来通りの 1 リンク柔軟アームに対して、提案した制御法を適用し、理論の示すようにリンクの角度と角速度の情報だけで弾性振動が抑制できるかどうかを確認したものである。アームは 0.6 rad だけ回転させたが、自作装置であるためクローン摩擦が大きく、目標の角度では送止せず定常誤差が残った。摩擦補償策も検討したが、ここでは提案する手法の原理的な有効性を確認するのを目的とし、角度に関する応答はアームの静止した位置で規格化してグラフに示すことにした。結果は低次元化部分モデルに対する従来からの最適制御²⁾¹¹⁾とは異なり、本制御法を用いた場合にはアームの回転運動が静止すると同時にリンクの弾性振動を止めることができた。

Fig. 3 には、このアームの先端に質量 1.5 kg のおもりを長さ約 60 cm の細いロープで吊したときの制御結果を示す。大きな質量負荷を急速に移動させると、柔軟リンクの根元に過大な力がはたらき、リンクが塑性変形を起こすので、この場合には制御器のパラメータの値



(a) Time Response of Joint Angle



(b) Signal from Strain Gage

Fig. 3 Control Performance of the Proposed Method for the Flexible Arm with a Suspended Load (CASE A)

Gains : $K_p=270$ Nm/rad, $K_d=351$ Nms/rad

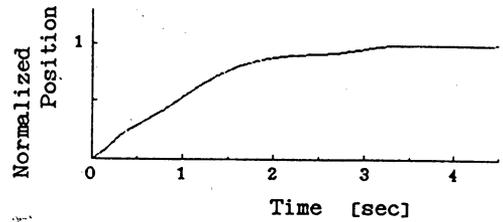
を変えてゆっくり移動させるいるが、制御が有効にはたらく、リンクの弾性振動だけでなくおもりの振り子運動も止められることが確認できた。

Fig. 4 は、リンクの先端に取り付けていた2枚のアルミニウム板をリンクの中央に移動させ、Fig. 3 と同じゲインで制御した結果である。質量分布と剛性分布が変わったために、弾性リンクの振動のモードが変わったにもかかわらず、Fig. 3 と同等の制御性能が得られており、本制御法のもつ高いロバスト性が確認できる。ロープの長さを短くした実験も行って見たが、この場合にも制御性能に大きな差異は見られなかった。

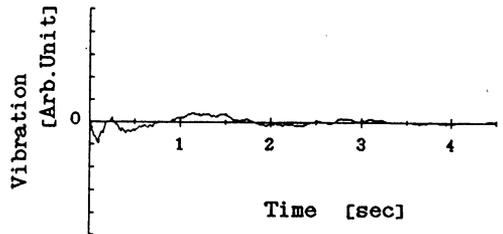
前節では、応答の速さが見積れることを指摘した。この考察の検証をする。Fig. 5 は、Fig. 2 と Fig. 3 に示した制御対象の軸の応答を、計算から予想される応答と比較して示したものである。クーロン摩擦のために、実験での応答では目標とする角度に達する前にアームが静止してしまうが、途中の応答は計算から予想される応答の速さと類似しているのがわかる。

4. おわりに

柔軟構造物に対する振動抑制・位置制御では、非線形ダイナミクスまで考慮に入れて設計すべきであること、不均一な質量分布と剛性分布も考慮に入れるべきであることを指摘した。一例として、1リンクの柔軟アームを取り上げ、これらを考慮に入れた制御系設計法を議論した。制御目的が達成されるときには系の力学的なエネルギー



(a) Time Response of Joint Angle



(b) Signal from Strain Gage

Fig. 4 Control Performance of the Proposed Method for the Flexible Arm with a Suspended Load (CASE B)

Gains : $K_p=270$ Nm/rad, $K_d=351$ Nms/rad

ギがゼロになるという事実に着目し、系内の個々の運動をエネルギーという巨視的な指標にすべて集約してモデリングを行い、物理的なエネルギーを減少させることによって制御目的を達成した。

本稿の手法によれば、モデリングの過程から制御則を導出する過程まで一度も制御対象のダイナミクスを具体的な形で書き下さなくても制御が議論できる。このため柔軟アームに質量分布と剛性分布があっても、またアームの先端に振り子を付けた複雑な系であっても、制御対象の非線形特性や分布定数特性に煩わされることなく制御を見通しよく議論できた。また線形化近似や有限次元近似を導入しなくてもよいので、導出された制御則は系の非線形特性・分布定数特性を厳密に漸近安定化することができた。さらに、系を安定化する制御器のゲインは制御対象の物理的なパラメータの値を知らなくても決めることができた。ただし、無限大の次数をもつシステムをリンクの回転角度とその速度という2つの状態量のフ

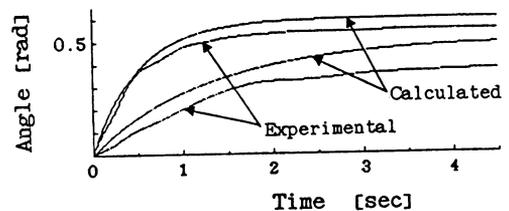


Fig. 5 Comparison between Experimental and Calculated Angular Responses

ィードバックだけで制御するのであるから、リンク部の振動を抑えるという意味では、歪ゲージ信号も同時にフィードバックする場合に比べると性能が落ちる。本手法は、目標位置までアームを動かすのに必要なエネルギーを最初に与え、その後系のエネルギーを徐々に減少(散逸)させて制御目的を達成するので、弾性リンクや振り子は運動の途中でそれなりに振動することになる。換言すればこの振動がアームの駆動軸の運動に反映されるので軸のPD制御だけで制御目的が達成できるといえる。

従来から、弾性構造物の振動抑制制御に対してはDVFB制御¹²⁾が有効であるといわれてきた。ここで導出した制御則は速度フィードバックを含んでいるので、形成的には、DVFB制御の拡張された形になっている。弾性振動の制御だけでなく位置の制御も理論に組み込むように工夫し、エネルギーという観点から制御則を導出する方法として、エネルギー関数法という手法¹³⁾も提案されているが、低次元化された近似線形システムに対して制御を議論する点、安定な制御を実現するための制御則が本論で導出した結果と異なる点で、本手法とは立場を異にしているように思われる。

本論文で取り扱った制御対象を旋回形のクレーンのモデルと考えれば、導出される制御則が簡単な形をしているので実現が容易であること、また吊り荷の振れ角の情報を一切必要としないこと、ブームの長さ・懸垂ロープの長さ・荷の重量といった作業ごとにかかわるパラメータに対してロバストであることなどから、クレーンの実用的な制御法としても有望であると考えられる。

参 考 文 献

- 1) M. J. Balas: "Modal Control of Certain Flexible Dynamic Systems", SIAM J. Control and Optimiz., Vol.16, No.3, pp. 450-462, 1978.
- 2) Y. Sakawa, F. Matsuno and S. Fukushima: "Modeling and Feedback Control of a Flexible Arm", J. Robotic Systems, Vol.2, No.4, pp. 453-472, 1985.
- 3) 嘉納: "集中と分布-[IV]-近似モデリングの方法", 計測と制御, Vol.26, No.11, pp. 968-976, 1987.
- 4) 木村: "ロバスト安定度指定法とその柔軟アーム制御への応用", システム/制御/情報, Vol.34, No.1, pp. 44-49, 1990.
- 5) 砂原: "分布定数システムの同定", 計測と制御, Vol.28, No.4, pp. 300-308, 1990.
- 6) 太田, 大隅, 新井: "分布定数系モデルを利用した旋回型クレーンの振動制御", 第7回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp. 405-406, 1989.
- 7) Sommerfeld (高橋訳): "ゾンマーフェルト理論物理学講座I力学", pp. 191-250, 講談社, 1972.
- 8) M. Takegaki and S. Arimoto: "A New Feedback Method for Dynamic Control of Manipulators", ASME J. Syst., Meas. and Contr., Vol.102, pp. 199-125, 1981.
- 9) 李, 富崎, 有本: "柔軟多リンク・マニピュレータのPDS

制御", 計測自動制御学会論文集, Vol.25, No.6, pp. 675-681, 1989.

- 10) 小松, 上之原, 飯倉, 三浦, 下山: "トルクフィードバックを用いた宇宙用柔軟マニピュレータの振動制御", 日本ロボット学会誌, Vol.6, No.5, pp. 171-178, 1990.
- 11) 福田: "フレキシブルロボットアームの制御(第1報, 一, 二自由度系の位置決め時の振動制御)", 日本機械学会論文集(C編), Vol.51, No.468, pp. 2140-2144, 1985.
- 12) 石島: "制御設計の手法", SICE 夏期セミナー '86-むだ時間系と分布定数系-テキスト, pp. 159-174, 1986.
- 13) 石島, 小林, 示村: "力学系のエネルギー制御", 第15回制御理論シンポジウム資料, pp. 149-152, 1986.

付録(22)式の誘導

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{\partial H_x}{\partial \theta} \dot{\theta} + \frac{\partial H_x}{\partial p_\theta} \dot{p}_\theta + \frac{\partial H_x}{\partial q} \dot{q} + \frac{\partial H_x}{\partial p} \dot{p} + \frac{\partial H_x}{\partial q''} \dot{q}''$$

と展開されるが、(11)~(13)式を代入することにより

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\dot{q} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial H_x}{\partial q''} \right) + \frac{\partial H_x}{\partial q''} \dot{q}''$$

となる。また

$$\begin{aligned} \frac{dH_p}{dt} &= \frac{\partial H_p}{\partial \phi} \dot{\phi} + \frac{\partial H_p}{\partial p_\phi} \dot{p}_\phi + \frac{\partial H_p}{\partial q(L,t)} \dot{q}(L,t) \\ &\quad + \frac{\partial H_p}{\partial p(L,t)} \dot{p}(L,t) \end{aligned}$$

であるから、(14)~(17)式を考慮して

$$\frac{dH_p}{dt} = \dot{q}(L,t) \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial H_p}{\partial q''} \right) \Big|_{x=L}$$

を得る。

したがって

$$\begin{aligned} &\int_0^L \frac{\partial H_x}{\partial t} dx + \frac{dH_p}{dt} \\ &= \int_0^L \left[-\dot{q} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial H_x}{\partial q''} \right) + \frac{\partial H_x}{\partial q''} \dot{q}'' \right] dx \\ &\quad + \dot{q}(L,t) \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial H_p}{\partial q''} \right) \Big|_{x=L} \end{aligned}$$

ここで、右辺の被積分項第二項目を部分積分して整理すると

$$\begin{aligned} &\int_0^L \frac{\partial H_x}{\partial t} dx + \frac{dH_p}{dt} \\ &= \dot{q}' \frac{\partial H_x}{\partial q''} \Big|_{x=0}^{x=L} - \dot{q} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial H_x}{\partial q''} \right) \Big|_{x=0}^{x=L} \\ &\quad + \dot{q}(L,t) \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial H_p}{\partial q''} \right) \Big|_{x=L} \end{aligned}$$

さらに、境界条件(6)(7)(18)(19)式を考慮して整理すると、上式の右辺は簡単になって次式を得る。

$$\int_0^L \frac{\partial H_x}{\partial t} dx + \frac{dH_p}{dt} = \theta \tau$$

それ故

$$\begin{aligned} J\theta\ddot{\theta} + K_p(\theta - \theta_0)\dot{\theta} + \int_0^L \frac{\partial H_x}{\partial t} dx + \frac{dH_p}{dt} \\ = \theta [J\ddot{\theta} + K_p(\theta - \theta_0) + \tau] \end{aligned}$$

となり、(22)式が導かれる。



橋本幸男
(Yukio HASHIMOTO)

1953年3月8日生。1979年室蘭工業大学大学院電子工学専攻修士課程修了。高校非常勤講師等を経て、83年室蘭工業大学電子工学科助手。90年より同大学電気電子工学科助手。制御工学、メカトロニクスの研究に従事。計測自動制御会の会員。(日本ロボット学会正会員)



土谷武士
(Takeshi TSUCHIYA)

1941年2月7日生。1965年北海道大学大学院電気工学専攻修士課程修了。北海道大学工学部電気工学科講師、助教授を経て現在教授。制御工学、ロボット工学、パワーエレクトロニクスなどの研究に従事。工学博士。計測自動制御学会、システム制御情報学会、日本機械学会、日本ファジィ学会、IEEEの会員。

(日本ロボット学会正会員)