

引き込みを利用したブランコの振れ制御

梶原 秀一*¹ 橋本 幸男*² 松田 敏彦*² 土谷 武士*³

Control of Swing Using Entrainment

Hidekazu Kajiwara*¹, Yukio Hashimoto*², Toshihiko Matsuda*² and Takeshi Tsuchiya*³

Timely input sometimes can control periodic movement of mechanical systems. In the swing which is the parametric excitation system, when the center of gravity is moved in double cycle, the swing's amplitude increases, and it decreases when this phase is moved π [rad]. But it is difficult to control a swing in the wide range, because the cycle of the swing depends on its amplitude. This paper shows that the van der Pol's equation inputted the swing's angular velocity can compose the frequency observer, and proposed the new control form of a swing that the center of gravity is moved by nonlinear feedback which consists of equation's output.

Key Words: Swing, Entrainment, Van der Pol's Equation, Frequency Observer

1. はじめに

周期的に運動するメカニカルシステムに、タイミングよく制御入力を加えると制御目的を達成できる場合がある。例えば、大道芸である皿まわしは、皿の回転運動に合わせて竿を振ることにより実現できる。竿を振るタイミングは、竿のたわみも考慮した数理モデルにより解析が可能であるが、実際に皿を回すとき、不安定な竿の先端で回転している皿の状態を観測しながら竿を振ることは難しく、このタイミングを実現することは容易ではない。ところが、タイミングを無理に合わせようとしなくても、竿の固有周波数以上で竿を振り、皿の回転周期が竿を振る周期に引き込まれる同期現象を利用すると、自動的にタイミングが合い、皿の回転運動をまったく観測しないオープンループ制御でも皿を回すことができる[1]。本研究では皿まわしのように制御対象と制御入力があるタイミングで同期させるとその制御が可能になるシステムとして、ブランコの制御を取り上げる。

ブランコをタイミングよくこぐためには、ブランコが振れる周期の2倍で重心を上下させるとよいことが知られている[2]。ブランコの振れが小さい場合はその周期は一定なため、ある程度振れを制御することができるが、大域的に振れを制御する場合はブランコの周期は振幅に依存して変化するため、その周期

をフィードバックしてブランコと重心移動を同期させ続ける制御方法が必要となる。ブランコはパラメータ励振系としてその数理は詳しく解析されているが、その振れと重心運動を同期させてブランコを積極的に制御しようとする試みはこれまでなかったように思われる。そこで本研究では非線形振動子の引き込み現象[3]を利用して振れと重心移動を同期させることを考える。引き込み現象には固有周期の異なる複数の自律振動子が相互に影響することにより、すべて同一の周期で振動する相互引き込みと、振動子に周期的な外力を加えたとき、振動子の自由振動が外力の周期運動に同期する強制引き込みがある。本論文では非線形振動子に外力としてブランコの運動を加え、強制引き込みを利用したブランコの制御方法を検討する。

本論文ではまずブランコの数理モデルをもとにダイナミクスを導出し、ブランコのエネルギー変化率からその振れを大域的に制御できるタイミングを解析する。結果として、ブランコの振れを自由に制御するためには、振れと重心移動の周期を1:2の割合で同期させながら、一定の位相関係を満たし続ける必要があることが分かる。次に、非線形振動子として van der Pol 方程式を考え、その入力としてブランコの運動を加えたとき、方程式の周期解とブランコが同期する条件を導出する。以上の結果をふまえ、ブランコの角速度を van der Pol 方程式の入力として与え、その出力で構成される非線形フィードバックにより重心を移動させてブランコを制御する新しい制御方法を提案する。実際にブランコロボットを製作し提案した制御方法の検証を行った結果、自由に振れの増加・減少の制御が可能であった。

原稿受付 1998年2月27日

*¹釧路工業高等専門学校

*²室蘭工業大学

*³北海道大学工学部

¹Kushiro National College of Technology

²Muroran Institute of Technology

³Faculty of Engineering, Hokkaido University

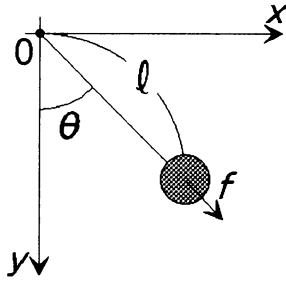


Fig. 1 Swing system and its coordinates

2. ブランコの運動方程式

本研究ではブランコを力学的に扱うモデルとして、棒の長さが時間的に変化する単振り子を考える。

Fig. 1 に示すように座標系を設定し、以下に示す記号を定義する。

- l : 棒の長さ
- θ : 振り子の振れ角
- m : おもりの質量
- g : 重力加速度
- f : おもりに加えられる力

このとき、ブランコの運動エネルギー T , 重力によるポテンシャルエネルギー U は次式となる。

$$T = \frac{1}{2}m\dot{l}^2 + \frac{1}{2}m\dot{\theta}^2 \quad (1)$$

$$U = -mgl \cos \theta \quad (2)$$

式 (1) (2) をラグランジュの運動方程式に代入して振り子の運動方程式を求めると以下の式が得られる。

$$l\ddot{\theta} + 2\dot{l}\dot{\theta} + g \sin \theta = 0 \quad (3)$$

$$m\ddot{l} - m\dot{\theta}^2 - mg \cos \theta = f \quad (4)$$

3. ブランコをこぐタイミング

本章では大域的にブランコが振れる場合でも 1:2 の割合でブランコと重心移動を同期させることによりブランコの振れを制御できることをブランコのエネルギー変化率から説明する。

ブランコの全エネルギーは式 (1) (2) より次式で与えられる。

$$E = T + U = \frac{1}{2}m\dot{l}^2 + \frac{1}{2}m\dot{\theta}^2 - mgl \cos \theta \quad (5)$$

式 (5) を時間について微分すると、次式のようなエネルギー変化率

$$\dot{E} = m\dot{l}\ddot{l} + m\dot{l}\dot{\theta}^2 + m\dot{\theta}\dot{\theta}\dot{l} - mgl\dot{\theta} \cos \theta + mgl\dot{\theta} \sin \theta \quad (6)$$

が得られる。式 (3) を考慮すると、式 (6) は

$$\dot{E} = m\dot{l}\ddot{l} - m\dot{l}\dot{\theta}^2 - mgl\dot{\theta} + 2mgl\dot{\theta} \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (7)$$

となる。

棒の長さ l を時間的に変化させたときのエネルギー変化率を求めるには、ブランコの運動を式 (3) から求める必要がある。しかし、式 (3) は非線形な微分方程式のため厳密に解を求めることが難しい。そこで、ブランコをこぐ重心の上下運動は小さく、ブランコのエネルギーはゆっくりと変化すると仮定して解析を進めることにする。

ブランコの振れを制御するために、重心位置を次式に従って変化させたとする。

$$l = l_0 + \delta \sin(2\omega t + \phi) \quad (8)$$

l_0 は重心の平均位置

$$0 < \delta \ll l_0$$

このとき、重心位置の変化 δ は、支点から重心までの平均位置 l_0 に対して十分小さいと仮定しているから、式 (8) に従って重心を上下に移動させても、ブランコの周期と振幅はほとんど変わらないと考えられる。そこで、ブランコの運動は次式の単振り子の運動方程式の解で近似できると仮定する。

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{l_0} \sin \theta \quad (9)$$

式 (9) の両辺に $\dot{\theta}$ をかけて積分し整理すると次式となる。

$$\dot{\theta}^2 = \frac{4g}{l_0} \left(\sin^2 \frac{\theta_{\max}}{2} - \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (10)$$

$\dot{\theta} = 0$ のとき $\theta = \theta_{\max}$

また、式 (9) は Jacobi の楕円関数を利用して厳密に解くことができ、その運動は

$$\sin \frac{\theta}{2} = k \operatorname{sn} \left(\sqrt{\frac{g}{l_0}} t, k \right) \quad (11)$$

$$k = \sin \frac{\theta_{\max}}{2}$$

sn は Jacobi の楕円関数

で与えられ、振り子ならびに式 (11) の周期は

$$T = 4\sqrt{\frac{l_0}{g}} \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi}} \quad (12)$$

で表される [4]。

以上のことから振り子の運動と式 (11) はフーリエ級数展開できて

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) \quad (13)$$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos(n\omega t) \quad (14)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

と表すことができる。

いま、振れの振幅値が時間的にゆっくりと変化するものと仮定して、式 (8) (10) (14)、および式 (8) を時間について 1

回微分したものを式(7)に代入し、1周期 T にわたって平均をとると、ブランコのエネルギー変化率の時間平均は次式となる(導出は付録A参照)。

$$\langle \dot{E} \rangle = 3mg\delta\omega b_1^2 \cos\phi \quad (15)$$

式(15)より、ブランコと重心移動を $\phi=0$ で同期させると、振れが増加すること。また、 $\phi=\pi$ で同期させると振れは減少することが分かる。

以上の結果から、ブランコの振れが大きくなった場合でも、ブランコが振れる周期の2倍で重心を上下させることにより振れを制御できることが分かる。

4. 引き込みを利用したブランコの振れ制御

前章の解析結果により、大域的にブランコの振れを制御するためにはブランコの振れと重心移動を1:2の割合で同期させつつ、それらの運動の間に一定の位相関係を満たし続ける必要があった。

ここで、ブランコの振れを制御するために、重心の位置を次式に従って変化させる場合を考える。

$$\begin{aligned} l &= l_0 - s\gamma\theta\dot{\theta} \\ \gamma &> 0 \end{aligned} \quad (16)$$

ただし、 s はブランコの振幅の増減を切り換える変数で $s=1$ または $s=-1$ とする。

ブランコが式(13)のように運動しているとき、上式は

$$l = l_0 + \frac{s\gamma\omega a_1^2}{2} \sin(2\omega t) \quad (17)$$

となる。いまブランコの運動として基本波周波数のみを考えているが、これは式(15)より、基本波成分のみがブランコのエネルギー増加率に関係しているためである。

さて、式(17)で $s=1$ とすると式(8)において $\phi=0$ の場合に相当し、式(15)よりブランコの振れを増加でき、 $s=-1$ の場合は $\phi=\pi$ となり振れを減少できることが分かる。したがって、重心の位置を式(16)に従わせると、ブランコの振れを制御できることが分かる。しかしながら、ブランコの初期状態が $\theta=0, \dot{\theta}=0$ のときは $l=l_0$ となって重心移動が生じず、静止した状態からはブランコの振れを増加できない。そこで本研究では、入力がない場合は自励発振し、周期的な外力が入力されるとその外力と同期するという非線形振動子の引き込み現象を利用したブランコの制御方法を検討する。本章ではまず、引き込み現象を利用してブランコの運動と重心運動を同期させる方法について述べ、その後、非線形振動子の周期解を利用してブランコの振れを制御する方法について述べる。

4.1 非線形振動子の引き込み現象

引き込み現象(同期または同調現象とも呼ばれる)とは、二つの周期的現象が影響しあう結果、元来は異なった周期を持っているのに完全にそれが一致する現象である[3]。引き込み現象には固有周期の異なる複数の自律振動子が相互に影響することにより、すべて同じ周期で振動するようになる相互引き込みと、

周期的な外力が振動子の自由振動を引き込む強制引き込みがある。本節では、非線形振動子に外力としてブランコの運動を加え、強制引き込みを利用してブランコと振動子の周期解を同期させる方法について述べる。

非線形振動子として van der Pol 方程式、その入力としてブランコの角速度を考える。

$$\ddot{x} - \varepsilon(1 - \dot{x}^2)\dot{x} + \Omega^2 x = K\dot{\theta} \quad (18)$$

ただし、 ε, Ω, K は正の定数

ブランコが式(13)で運動しているとき、自由振動と強制振動が共存すると仮定し式(18)の解が

$$x = \alpha \sin(\Omega t + \Phi) + \beta \sin(\omega t + \psi) \quad (19)$$

で与えられるとする。

ここで、強制振動の解として基本波周波数のみを考えているが、これは式(15)より、基本波成分のみがブランコのエネルギー増加率に関係しているためである。

式(19)を式(18)に代入して、 Ω, ω の項だけを式(18)からひろい、 \sin, \cos の項から

$$\begin{aligned} A \cos \Phi &= 0 \\ A \sin \Phi &= 0 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \cos \psi &= -\frac{K a_1 \omega C}{B^2 + C^2} \\ \sin \psi &= \frac{K a_1 \omega B}{B^2 + C^2} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} A &= \alpha \left(1 - \frac{3}{2} \beta^2 \omega^2 - \frac{3}{4} \alpha^2 \Omega^2 \right) \\ B &= \beta \varepsilon \omega \left(-1 + \frac{3}{4} \beta^2 \omega^2 + \frac{3}{2} \alpha^2 \Omega^2 \right) \\ C &= \beta (\Omega^2 - \omega^2) \end{aligned} \quad (22)$$

を得る。よって、式(20)(21)より次式の関係を得る。

$$\alpha \left(1 - \frac{6\beta^2\omega^2 + 3\alpha^2\Omega^2}{4} \right) = 0 \quad (23)$$

$$\beta^2 (D^2 + \varepsilon^2 E^2) = K^2 a_1^2 \quad (24)$$

$$\begin{aligned} D &= \frac{(\Omega^2 - \omega^2)}{\omega} \\ E &= 1 - \frac{3\beta^2\omega^2 + 6\alpha^2\Omega^2}{4} \end{aligned} \quad (25)$$

式(23)より方程式の一つの解として $\alpha=0$ を得る。これは自由振動が抑制されることを意味する。もう一つの解 $6\beta^2\omega^2 + 3\alpha^2\Omega^2 = 4$ は、自由振動

$$\alpha^2 = \frac{4 - 6\beta^2\omega^2}{3\Omega^2} \quad (26)$$

を与えることが分かる。よって、

$$\beta^2 \geq \frac{2}{3\omega^2} \quad (27)$$

のとき自由振動が抑えられ、ブランコの運動と van der Pol 方程式の解が同期することになる。

いま, $0 < \varepsilon \ll K$ とすると式 (24) より強制振動の振幅

$$\beta^2 = \frac{K^2 a_1^2 \omega^2}{(\Omega^2 - \omega^2)^2} \quad (28)$$

を得る. 上式より, $\Omega \simeq \omega$, または K が十分大きいとき式 (27) を満たし, 引き込みが起こることが分かる. したがって, 式 (18) において非線形振動子の固有周期をブランコの周期とほぼ同じに設定し, 十分大きな角速度を加えるとブランコと振動子は同期することが分かる.

また, 式 (28) を式 (21) に代入すると

$$\psi = \tan^{-1} \left\{ \frac{3\varepsilon K^2 a_1^2 \omega^5}{4(\omega^2 - \Omega^2)^3} \right\} \quad (29)$$

の関係を得る. よって, ブランコの運動と非線形振動子の周期解が同期している ($\Omega = \omega$) とき, 上式より周期解の位相は $\psi = \pm\pi/2$ となる.

したがって, van der Pol の方程式の解は

$$x = \pm\beta \cos(\omega t) \quad (30)$$

となり, ブランコの振れと同相または逆相で同期することが分かる.

4.2 ブランコの振れ制御

前節の解析結果により, van der Pol 方程式に入力としてブランコの角速度を加えると, その周期解はブランコの運動と同期することから, 方程式はブランコの周波数を推定できる周波数オブザーバと考えることもよいことが分かる. そこで, 式 (16) をもとに方程式の周期解 x, \dot{x} を利用し, 重心の位置を次式に従わせてブランコの振れを制御することを考える.

$$l = l_0 - s\gamma x \dot{x} \quad (31)$$

van der Pol 方程式は入力がない場合でも自励発振し周期解を生じることから, 上式ではブランコが静止した状態でも重心が移動することが分かる. いま, この重心移動によりブランコに微小振動が生じるとすると, ブランコの角速度が方程式に入力されはじめることになる. よって, 自励発振はブランコの周期運動により抑制され, 周期解はブランコの微小振動と同期するようになる.

いまこのようにして同期した周期解, 式 (30) と式 (30) を時間について 1 回微分した式を式 (31) に代入すると

$$l = l_0 + \frac{s\gamma\omega\beta^2}{2} \sin(2\omega t) \quad (32)$$

となる. よって, $s = 1$ のときはブランコの振れが増加し, $s = -1$ のときはブランコの振れが減少することが分かる.

また, 前節の解析結果ではブランコと方程式の解が同相, 逆相のどちらで同期するかが不明であった. しかし, 式 (31) のように制御入力を構成することにより, どちらの位相関係で同期しても必ず式 (32) となることが分かる.

5. 実験

本章では前章で示したブランコの制御方法の有効性を確認するために, 実際にブランコロボットを製作し実験を行った結果を以下に述べる.

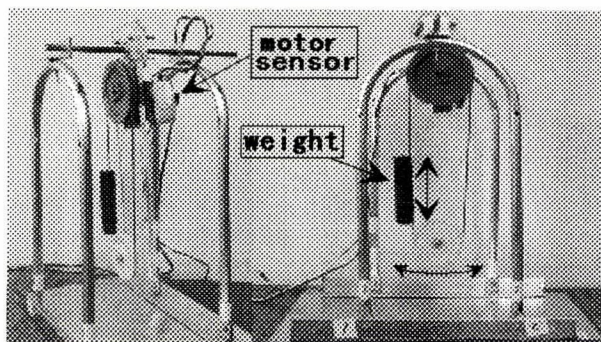


Fig. 2 Swing robot system

Table 1 Parameters of van der Pol's equation

Parameter	Value
K	8
ε	1.3
ω_k	9.9

5.1 ブランコロボットの構成

Fig. 2 に製作したブランコロボットを示す. ブランコの支点部にはラジコン用のサーボモータが取り付けられており, このモータが回転することによりおもりが上下して重心位置が変化する. このおもりは鉛直軸からわずかに傾いた方向に運動するようにしてあり, 静止した状態でおもりを上下させると, 水平方向に微小な振れが生じるようになっている. 制御器には富士通社製 FM/V-BIBLO-NP13 (OS-Linux) を使用し, 制御プロセスは C 言語で記述, 制御周期は 20[msec] で行った. 制御器の出力は制御器の平行ポートから出力されモータを駆動する. ブランコの角速度は支点部に取り付けられた圧電ジャイロセンサ (村田製作所製 ENC-05S) の出力を A/D 変換し平行ポートから制御器に取り込んでいる. また, van der Pol 方程式の解は制御周期ごとに 4 次の Runge-Kutta-Gill 法により計算した. このとき使用した方程式の各パラメータを Table 1 に示す.

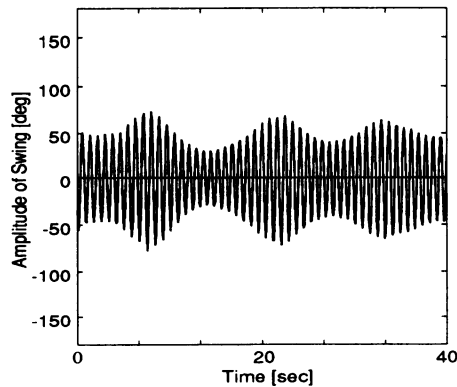
5.2 実験結果

ブランコの運動の様子を 8 ミリビデオカメラで撮影し, 1/30[sec] ごとの振れの角度を計算して, グラフにプロットした結果を Fig. 3 (a)~(b) に示す.

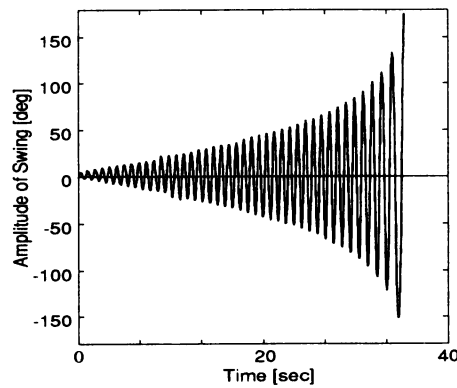
Fig. 3 (a) はブランコとおもりの運動を同期させずに, 一定周波数 (2.5 [Hz]) でおもりを上下させた場合である. ブランコの振れが小さい場合にはブランコと重心移動は 1:2 の割合で同期しているために振れが増加するが, 振れが大きくなるとブランコの周期が変化し, 同期がくずれるために振れが減少する.

Fig. 3 (b) はブランコが静止した状態から, ブランコとおもりの上下運動を同期させて, 振れを増加させた場合である. 静止した状態からでも, van der Pol 方程式の自励発振により微小振動が生じ, 振れは増加を始めることが分かる. 180° 付近まで振り上がった後ブランコは回転を始め, 連続回転 (6~8 回) が実現できた.

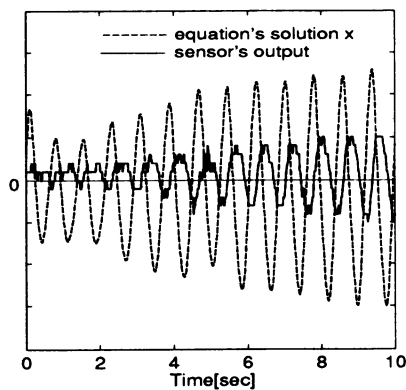
Fig. 3 (c) は振れを増加しているときの van der Pol 方程式の解と角速度センサの出力の位相関係を示したものである. 位相



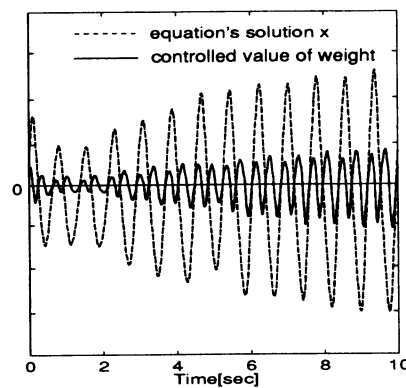
(a)



(b)

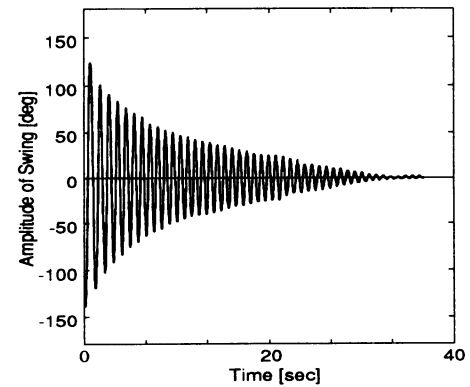


(c)

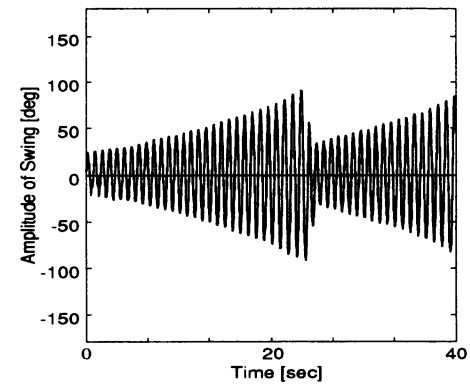


(d)

Fig. 3 Time variation of swing



(a)



(b)

Fig. 4 Time variation of swing

差は $\pi/2$ [rad] となっていることから、解はブランコの振れと同期していることが分かる。また、Fig. 3(d) よりブランコと方程式の解で構成されるおもりの制御量は 1 : 2 の割合で同期していることが分かる。

Fig. 4(a) は振れが減少するように制御した場合である。効果的にブランコの振れを抑制できることが分かる。また、Fig. 4(b) は振れを増加制御しているとき、ブランコと重心移動の同期をくずすために外乱を加えた場合である。外乱を加えられても再び同期し、振れが増加することが分かる。

6. おわりに

本論文ではブランコの振れを制御する方法として非線形振動子の引き込み現象を利用してブランコの振れと重心移動を同期させて制御する方法を提案した。本手法ではブランコと重心運動を同期させるために、ブランコのおおよその周期と角速度だけが分かればよく、振れの増加・減少を大域的に同じ制御則で制御することができる。

直進形クレーンで荷を搬送する場合、地切り際の横引きや搬送途中の突風のせいで吊り荷に横揺れが生じる場合がある。クレーンの巻き上げ機構を利用すると横揺れは簡単な開ループで揺れを減衰させることができるが、状態の揺れをフィードバックしていないために完全に荷の揺れを止めることができない[5]。そこで、吊り荷に角速度センサを取り付け本手法を適用すると荷の揺れを抑制し、外乱にも強い制御が期待できる。ま

た、鉄棒ロボットの制御 [6] [7] では、全体の動きをシミュレーションで確認しながら、試行錯誤的に制御入力を決めることが必要であったが、多リンク系である鉄棒ロボットを 1 リンク系であるブランコとして近似することにより本手法が適用でき、簡単に大車輪などの制御が実現できると考えている。

参考文献

[1] 梶原他：“皿まわしの数理とロボットによる実現”，日本ロボット学会誌，vol.16, no.4, pp.483-490, 1998.
 [2] 前澤成一郎：振動工学，p.245, 森北出版，1973.
 [3] “特集：結合振子系のダイナミクス”，数理科学，no.408, サイエンス社，1997.
 [4] 原島鮮：力学，p.99, 裳華房，1958.
 [5] 橋本他：“直進形クレーンにおける吊り荷の横揺れ抑制制御”，日本ロボット学会誌，vol.11, no.7, pp.1073-1082, 1993.
 [6] 林他：“二重物理振り子の制御”，日本機械学会論文集 (C)，vol.56, no.522, pp.175-178, 1990.
 [7] 小島他：“非駆動関節を有する 2 関節形鉄棒ロボットに関する研究”，日本機械学会論文集 (C)，vol.57, no.539, pp.125-130, 1991.

A. 式 (15) の導出

式 (8) に従ってブランコの重心位置を周期的に変化させるとき、ブランコが振れる 1 周期 $T = 2\pi/\omega$ にわたる時間平均を $\langle \cdot \rangle$ で表すと次式が成立する。

$$\langle \ddot{\ell} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \ddot{\ell} dt = \frac{1}{T} \left[\frac{1}{2} \dot{\ell}^2 \right]_0^T = 0 \quad (33)$$

$$\langle \dot{\ell} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{\ell} dt = \frac{1}{T} [\ell]_0^T = 0 \quad (34)$$

よって、式 (7) の時間平均は次式となる。

$$\langle \dot{E} \rangle = \left\langle -m\ell \dot{\theta}^2 + 2mgl \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\rangle \quad (35)$$

式 (8) (10) (14) を代入して計算を進めると式 (35) は以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} \langle \dot{E} \rangle &= \left\langle -8mg\delta\omega \cos(2\omega t + \phi) \right. \\ &\quad \cdot \left(\sin^2 \frac{\theta_{\max}}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} b_n^2 \cos^2(n\omega t) \right) \\ &\quad \left. + 4mg\delta\omega \cos(2\omega t + \phi) \sum_{n=1}^{\infty} b_n^2 \cos^2(n\omega t) \right\rangle \\ &= \left\langle -8mg\delta\omega \sin^2 \frac{\theta_{\max}}{2} \cos(2\omega t + \phi) \right. \\ &\quad \left. + 12mg\delta\omega \cos(2\omega t + \phi) \sum_{n=1}^{\infty} b_n^2 \cos^2(n\omega t) \right\rangle \\ &= \left\langle 2mg\delta\omega \left(3 \sum_{n=1}^{\infty} b_n^2 - 4 \sin^2 \frac{\theta_{\max}}{2} \right) \cos(2\omega t + \phi) \right. \\ &\quad \left. + 6mg\delta\omega \sum_{n=1}^{\infty} b_n^2 \cos(2n\omega t) \cos(2\omega t) \cos \phi \right. \\ &\quad \left. - 6mg\delta\omega \sum_{n=1}^{\infty} b_n^2 \cos(2n\omega t) \sin(2\omega t) \sin \phi \right\rangle \quad (36) \end{aligned}$$

ただし、 δ^2 の項は微小であるとして省略した。ここで、

$$\frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \cos(2\omega t + \phi) dt = 0 \quad (37)$$

$$\frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} b_n^2 \cos(2n\omega t) \cos(2\omega t) dt = \begin{cases} \frac{b_1^2}{2} & n = 1 \\ 0 & n > 1 \end{cases} \quad (38)$$

$$\frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} b_n^2 \cos(2n\omega t) \sin(2\omega t) dt = 0 \quad (39)$$

であるから、式 (36) は次式のように変形でき、式 (15) が導出できる。

$$\langle \dot{E} \rangle = 3mg\delta\omega b_1^2 \cos \phi \quad (40)$$



梶原秀一 (Hidekazu Kajiwara)

1971 年 1 月 25 日生。1995 年室蘭工業大学博士前期課程電気電子工学専攻修了。現在釧路工業高等専門学校電子工学科助手。制御工学、ロボット工学の研究に従事。(日本ロボット学会正会員)



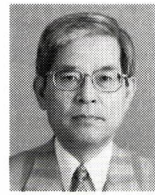
松田敏彦 (Toshihiko Matsuda)

1934 年 1 月 20 日生。1956 年室蘭工業大学電気工学科卒業。北海道大学工学部助手、室蘭工業大学講師、助教授を経て 78 年同大学電気工学科教授。現在同大学電気電子工学科教授。工学博士、電気機器、電動機制御に関する研究に従事。電気学会の会員。



橋本幸男 (Yukio Hashimoto)

1953 年 3 月 8 日生。1979 年室蘭工業大学大学院修士課程電子工学専攻修了。高校の非常勤講師等を経て 83 年室蘭工業大学電子工学科助手。90 年より同大学電気電子工学科助手、現在助教授。制御工学、メカトロニクスの研究に従事。工学博士、計測自動制御学会の会員。(日本ロボット学会正会員)



土谷武士 (Takeshi Tsuchiya)

1941 年 2 月 2 日生。1965 年北海道大学大学院修士課程電気工学専攻修了。北海道大学工学部電気工学科講師、助教授を経て現在教授。制御工学、ロボット工学、パワーエレクトロニクスなどの研究に従事。工学博士。計測自動制御学会、システム制御情報学会、日本機械学会、電気学会、日本ファジイ学会、IEEE の会員。(日本ロボット学会正会員)