

# 軸対称光ファイバのモード間群遅延時間差の伝達行列法解析

NUMERICAL ANALYSIS OF DIFFERENTIAL MODE GROUP DELAY OF  
AN AXIALLY SYMMETRIC OPTICAL FIBER BY THE TRANSFER MATRIX METHOD

渡部勝喜  
Katsuki Watabe

佐藤慎悟  
Shingo Sato

長谷川弘治  
Koji Hasegawa

室蘭工業大学  
Muroran Institute of Technology

## 1 まえがき

波動関数を補間関数とする固有モード解析法は、非線形固有値問題に帰着するため、従来最適構造探索問題への利用が検討されていなかった。Sakurai-Sugiura Method (SSM)[1] は非線形固有値問題の数値解法であり、指定領域内の全固有値とその固有ベクトルを高速かつ高精度に算出できる。本稿では軸対称構造を有する Few Mode Fiber (FMF) のモード間群遅延時間差 (Differential Mode Group Delay: DMGD) を最小化する構造最適化問題への伝達行列法 (Transfer Matrix Method: TMM) の適用可能性を調査した結果を報告する。

## 2 問題の設定と TMM による DMGD の計算

文献 [2] で報告された最適化構造に近い FMF の屈折率分布を図 1 に示す。5 層のコア層 (屈折率  $n_1 = 1.454763$ ,  $n_2 = 1.453790$ ,  $n_3 = 1.453672$ ,  $n_4 = 1.450870$ ,  $n_5 = 1.452139$ , 幅  $w_1 = 2.928924$ ,  $w_2 = 2.983554$ ,  $w_3 = 2.991822$ ,  $w_4 = 2.970063$ ,  $w_5 = 2.977490$ ), トレンチ層 (屈折率  $n_{tr} = 1.4442233$ , 幅  $w_{tr} = 6.5$ ), クラッド層 (屈折率  $n_{cl} = 1.45$  の半無限領域) を有し、導波方向を対称軸として回転対称構造とする。各層内の電磁界を円筒座標系の波動関数で展開し、TMM を用いて非線形固有値問題  $[T(\beta/k_0)]\{P\} = \{0\}$  に帰着させる。ここに  $[T(\beta/k_0)]$  は実効屈折率  $\beta/k_0$  に関する非線形行列関数、 $\{P\}$  は未知係数ベクトルであり、 $\beta$  は伝搬定数、 $k_0$  は真空中の波数である。非線形固有値問題の固有値  $\beta/k_0$  と固有ベクトル  $\{P\}$  は、SSM を用いて求める。LP $_{\nu\mu}$  モードと基本モードである LP $_{01}$  モードの群遅延、 $\tau_{\nu\mu}$  と  $\tau_{01}$ 、の差が DMGD  $\Delta\tau_{\nu\mu}$  である。群遅延は  $\beta$  を  $k_0$  で数値微分し、 $1/c$  倍することで得る。ここでは群遅延を  $p$  次精度中央差分  $\sum_{i=1}^{p/2} R_{pi}(\beta(k_0 + i\Delta k_0) - \beta(k_0 - i\Delta k_0))/(c\Delta k_0)$  により、近似計算する。ここに  $R_{pi}$  は  $p$  次精度中央差分の係数、 $c$  は真空中の光速、 $\Delta k_0$  は差分間隔である。LP $_{\nu\mu}$  モードの実効屈折率は、対応する HE モードの値を用

いる。TMM の計算では、LP $_{\nu\mu}$  モードのモード番号  $\nu$  を波動関数に指定する。SSM で求解したもから、伝搬方向電磁界成分の動径方向界分布の節の個数を調べて、LP $_{\nu\mu}$  モードの  $\beta/k_0$  を選択した。

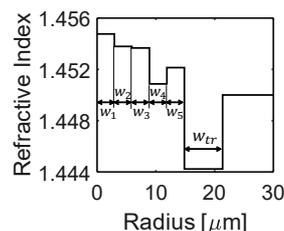


図 1 FMF の屈折率分布

## 3 数値計算結果

図 2 は 2, 4, 6 次精度中央差分による HE $_{11}$  の群遅延  $\tau_{01}$  の差分間隔  $\Delta k_0$  依存性を調べたものである。ここに波長  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$  とした。4, 6 次精度中央差分で求めた  $\tau_{01}$  は、2 次精度のものよりも大きな  $\Delta k_0$  で収束している。ここでは、 $\Delta k_0 = 2^{-6}$  として、4 次精度中央差分により DMGD を算出する。

表 1 に TMM と有限要素法 (Finite Element Method: FEM) により求めた DMGD を示す。LP $_{11}$  の  $\Delta\tau_{11}$  は  $\tau_{11} = 4851942.996706 \text{ ps/km}$  と  $\tau_{01} = 4851942.030385 \text{ ps/km}$  の差により  $0.966320 \text{ ps/km}$  と算出される。TMM の DMGD  $\Delta\tau_{\nu\mu}^t$  と FEM の DMGD  $\Delta\tau_{\nu\mu}^f$  の相対誤差  $|\Delta\tau_{\nu\mu}^t/\Delta\tau_{\nu\mu}^f - 1|$  は、 $\lambda = 1.6 \mu\text{m}$  における LP $_{21}$  と LP $_{02}$  では約 0.14%, その他では 0.006% 以下と小さい。これから、TMM を用いて算出した DMGD を最適化の評価関数に用いることができるかと判断した。

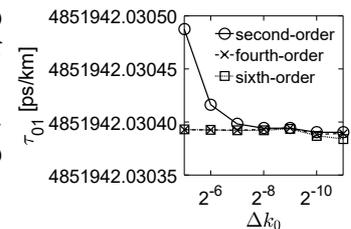


図 2  $\tau_{01}$  の  $\Delta k_0$  依存性

表 1  $\Delta\tau_{\nu\mu}$  [ps/km] の算出値

$\lambda$ [ $\mu\text{m}$ ]	Method	LP $_{11}$	LP $_{21}$	LP $_{02}$
1.50	TMM	2.11938	-9.35854	4.46963
	FEM	2.11935	-9.35871	4.46941
1.55	TMM	0.96631	-3.34258	12.78477
	FEM	0.96630	-3.34245	12.78549
1.60	TMM	0.75988	15.20849	42.20897
	FEM	0.75986	15.22709	42.26720

## 4 まとめ

非線形固有値問題に帰着する TMM を用いた FMF の DMGD 算出値の妥当性を確認した。今後は、TMM を用いて FMF の構造最適化問題への適用を行う。

## 謝辞

FEM による DMGD の計算値は文献 [2] の著者の西本仁さんらにご教示頂きました。記して謝意を表します。

## 参考文献

- [1] J. Asakura, T. Sakurai, H. Tadano, T. Ikegami, and K. Kimura, Japan Society for Industrial and Applied Mathematics Letters, vol.1, pp.52-55, Aug. 2009.
- [2] 西本 仁, 辻 寧英, 信学技報, vol.115, no.144, pp.105-109, July 2015.