



室蘭工業大学

学術資源アーカイブ

Muroran Institute of Technology Academic Resources Archive



関数展開法に基づくフューモードファイバの最適設計に関する検討

メタデータ	<p>言語: Japanese</p> <p>出版者: 電子情報通信学会</p> <p>公開日: 2017-09-26</p> <p>キーワード (Ja): フューモードファイバ, モード分割多重伝送, モード間群遅延時間, 関数展開法, 有限要素法</p> <p>キーワード (En): Few-mode fiber, Mode division multiplexing, Differential mode group delay, Finite elemnt method</p> <p>作成者: 西本, 仁, 辻, 寧英</p> <p>メールアドレス:</p> <p>所属:</p>
URL	<p>http://hdl.handle.net/10258/00009455</p>

関数展開法に基づくフューモードファイバの最適設計に関する検討

西本 仁[†] 辻 寧英[†]

[†] 室蘭工業大学情報電子工学系専攻
〒 050-8585 北海道室蘭市水元町 27-1

E-mail: †{15043052,y-tsuji}@mmm.muroran-it.ac.jp

あらまし 本論文では、モード間群遅延時間差 (DMGD) が小さなフューモードファイバ (FMF) を実現するため、コアの屈折率分布を関数展開法に基づき最適設計を行っている。マルチステップインデックス (MSI) 型の FMF は、コアを多層分割することでグレーデッドインデックス (GI) 型のような滑らかな屈折率分布を表現できるが、設計パラメータを増やすと収束が遅くなったり、複雑な構造が現れることが問題になる。関数展開法を用いるとより少ない設計パラメータで滑らかな構造を表現できるため、より効率的な設計が可能になると考えられる。ここでは、4 モード FMF の最適設計を例に検討を行っている。

キーワード フューモードファイバ、モード分割多重伝送、モード間群遅延時間、関数展開法、有限要素法

A Study on Optimization of Few-Mode Fiber Based on Function Expansion Method.

Jin NISHIMOTO[†] and Yasuhide TSUJI[†]

[†] Muroran Institute of Technology, Division of Information and Electronic Engineering
27-1 Mizumoto-cho, Muroran, 050-8585

E-mail: †{15043052,y-tsuji}@mmm.muroran-it.ac.jp

Abstract In this paper, we study on optimization design of refractive index profile to realize few-mode fibers (FMFs) with low differential mode group delay (DMGD) using function expansion method. The FMFs with multi-step index (MSI) profiles can express graded index (GI) profile by dividing core region finely, but, this approach increase the design parameters. As a result, the convergence of the solution may degraded and complicated refractive index may be obtained. On the other hand, the function expansion method can express a continuous index profile with less number of design parameters and the design efficiency may be improved by utilizing it. In this approach, we demonstrate the design example of FMFs with four guided modes to confirm the validity of this optimization method.

Key words Few-mode fiber, Mode division multiplexing, Differential mode group delay, Finite element method

1. はじめに

近年の情報通信量の増加に対応するため、伝送容量の限界を迎えつつあるシングルモードファイバに代わるファイバとして、モード分割多重伝送に対応したフューモードファイバ (Few-Mode Fiber: FMF) が盛んに研究されている [1]-[8]。FMF は、モード数を制限することでモード分離を可能にするが、長距離伝送時のモード結合を完全に排除することは困難である。しかしながら、無線伝送に用いられる MIMO (Multi-Input Multi-Output) [9], [10] を応用することで、モード間結合があったとしても各モードに載せられた情報の分離が可能になる。MIMO

を用いる場合、モード間群遅延時間 (Differential Mode Group Delay: DMGD) が大きいと信号処理に大きな負担となるため、FMF の設計を行う際には DMGD が小さくなるように設計する必要があり、様々な構造が報告されている [1]-[8]。

DMGD を小さくできる構造としてグレーデッドインデックス (Graded Index: GI) 型 [2]-[8] を有する FMF が多く報告されている。GI 型ではコアの屈折率やコア径、べき乗指数 α を最適化することにより DMGD を小さくできる構造を見出すことができる。また、曲げ損失を低減するため、低屈折率部のトレンチをコアの外側に設ける構造 [2], [4]-[8] も報告されており、その場合はコアとトレンチの間のオフセットの長さやトレンチ

の深さなども設計パラメータとなる．最適化には寸法最適化 [5] や黄金分割探索 [7] が用いられ，設計パラメータ数も少ないため比較的最適化時間が短く済むが，設計自由度が低く，モード数が増えた場合などは望んだ DMGD 特性が得られないことが考えられる．また，設計自由度を高めるために，屈折率分布を階段状に離散化したマルチステップインデックス (Multi-Step Index: MSI) 型 [7], [8] がある．この構造では，各ステップの屈折率を最適化することで屈折率分布の形状を最適化し，より DMGD を低減できる構造を得られる可能性があるが，設計パラメータ数が多くなってしまったため最適化にかかる時間が長くなってしまふ．

本研究では，より少ない設計パラメータで滑らかな屈折率分布を表現するため，屈折率分布の表現に関数展開法 [11] を考え，DMGD を小さく抑えられる FMF の構造最適設計について検討を行っている．設計パラメータを少なくすることで複雑な構造の出現を抑え，効率的に解を収束させられることが期待される．ここでは，設計例として 4 モード GI-FMF の自動最適設計を行っている．

2. 解析手法

本節では，まず導波モード解析のために軸対称フルベクトル有限要素法 [12], [13] に基づく定式化を示す．また，光ファイバの重要な特性である群遅延についての解析法についても示す．

2.1 導波モードのベクトル波解析

従来の光ファイバはコアとクラッドの比屈折率差が 1% 以下である弱導波路であるため，スカラ波近似に基づく解析で十分である場合が多いが，強導波路を扱う場合やより厳密な解析のためにはベクトル波解析が必要である．ベクトル波解析のための基本式は

$$\nabla \times (p \nabla \times \Phi) - k_0^2 q \Phi = 0 \quad (1)$$

であり， k_0 は自由空間波数， p, q は Φ が電界 E であるか磁界 H であるかにより，それぞれ

$$p = 1, \quad q = 1/n^2 \quad \text{for} \quad \Phi = E \quad (2)$$

$$p = 1/n^2, \quad q = 1 \quad \text{for} \quad \Phi = H \quad (3)$$

と表される．このとき，コア閉じ込めモードを考えると，汎関数 F は

$$F = \iint \{ (\nabla \times \Phi)^* \cdot (p \nabla \times \Phi) - k_0^2 q \Phi^* \cdot \Phi \} dS \quad (4)$$

で与えられる．ここで，図 1 に示すように，電磁界ベクトル Φ を軸対称辺/節点混合要素を用いて離散化し，辺要素の形状関数を $\{U\}$ ，節点要素の形状関数を $\{N\}$ と置くと，電磁界ベクトルは以下のような列ベクトル形式で表現できる．

$$\begin{aligned} \Phi &= [\Phi_r \quad \Phi_\theta \quad \Phi_z]^T \\ &= \begin{bmatrix} \{U\}^T \{\phi_r\} \\ j \{N\}^T \{\phi_\theta\} \\ \{N\} \{\phi_z\} \end{bmatrix} \exp(-j\beta z) \exp(-jm\theta) \end{aligned} \quad (5)$$

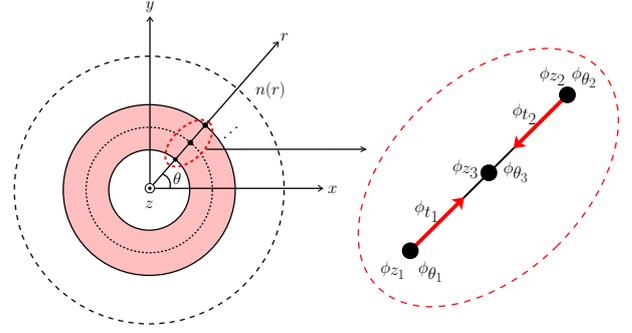


図 1 軸対称辺/節点混合要素

ここに， β は伝搬定数であり，周方向のモード次数を m としている．式 (5) を式 (4) に代入し全ての要素について重ね合わせ，変分を取ることで最終的に以下のような β^2 に関する線形一般化固有値方程式を得る．

$$([K] - \beta^2 [M]) \{\phi\} = \{0\} \quad (6)$$

2.2 光ファイバの群遅延

前節で示したように，ベクトル有限要素法に基づく導波モード解析は式 (6) に示す一般化固有値方程式の形で表すことができる．このとき，式 (6) を波数 k_0 で微分すると

$$\begin{aligned} \left(\frac{d[K]}{dk_0} - \beta^2 \frac{d[M]}{dk_0} \right) \{\phi\} - 2\beta \frac{d\beta}{dk_0} [M] \{\phi\} \\ + ([K] - \beta^2 [M]) \frac{d\{\phi\}}{dk_0} = \{0\} \end{aligned} \quad (7)$$

を得る．式 (7) に左から $\{\phi\}^T$ を乗じ， $[K]$ と $[M]$ が対称行列であることから，式 (6) の転置が

$$\{\phi\}^T ([K] - \beta^2 [M]) = \{0\}^T \quad (8)$$

であることを用いると， $d\beta/dk_0$ は

$$\frac{d\beta}{dk_0} = \frac{1}{2\beta} \frac{\{\phi\}^T \left(\frac{d[K]}{dk_0} - \beta^2 \frac{d[M]}{dk_0} \right) \{\phi\}}{\{\phi\}^T [M] \{\phi\}} \quad (9)$$

と書ける．これを用いて，群遅延時間 τ_g が以下のように求まる．

$$\tau_g = \frac{1}{v_g} = \frac{d\beta}{d\omega} = \frac{1}{c} \cdot \frac{d\beta}{dk_0} \quad (10)$$

ここに v_g は群速度， c は真空中の光速である．

3. FMF の関数展開法に基づく最適化

3.1 DMGD の感度解析

FMF の最適化においては DMGD 特性が改善される方向に逐次構造を更新する必要があるが，そのためには構造が変化したときに DMGD 特性がどう変化するかを知らなければならない．いま，最適化領域内の屈折率分布が M 個のパラメータ $a_i (i = 1, 2, \dots, M)$ を用いて，

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r(a_1, a_2, \dots, a_M) \quad (11)$$

と表されているものとする．群遅延時間は式 (10) で表されるので，パラメータ a_i に対する群遅延時間の感度は，式 (10) を a_i で微分して以下のように表すことができる．

$$\frac{\partial \tau_g}{\partial a_i} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial a_i} \left(\frac{d\beta}{dk_0} \right) = \frac{1}{c} \frac{d}{dk_0} \left(\frac{\partial \beta}{\partial a_i} \right) \quad (12)$$

このとき， $\partial \beta / \partial a_i$ は，式 (6) から式 (9) までの定式化において， k_0 を a_i に置き換えればよく，以下の式で表すことができる．

$$\frac{\partial \beta}{\partial a_i} = \frac{1}{2\beta} \frac{\{\phi\}^T \left(\frac{\partial [K]}{\partial a_i} - \beta^2 \frac{\partial [M]}{\partial a_i} \right) \{\phi\}}{\{\phi\}^T [M] \{\phi\}} \quad (13)$$

式 (13) をさらに k_0 で微分することにより群遅延の感度を求めることができるが，その際には $d\{\phi\}/dk_0$ の評価がさらに必要である．そのため，ここでは k_0 での微分は差分で置き換え群遅延の感度を

$$\frac{\partial \tau_g}{\partial a_i} = \frac{1}{c} \frac{\left. \frac{\partial \beta}{\partial a_i} \right|_{k_0 + \Delta k_0} - \left. \frac{\partial \beta}{\partial a_i} \right|_{k_0 - \Delta k_0}}{2\Delta k_0} \quad (14)$$

と表すものとする．実際の計算では 2 回の固有モード解析を行うだけで，すべての設計パラメータに対する感度が求まることになる．このとき，基本モードとの間の DMGD の感度は以下の式で表すことができる．

$$\frac{\partial \Delta \tau_{g,l}}{\partial a_i} = \frac{\partial \tau_{g,l}}{\partial a_i} - \frac{\partial \tau_{g,0}}{\partial a_i} \quad (15)$$

ここで， $\tau_{g,l}$ はモード番号 l のモードの群遅延を表しており，基本モードの群遅延を $l = 0$ としている．

3.2 関数展開法による屈折率分布の表現

関数展開法を用いると，最適化領域内の屈折率分布 $\varepsilon(r)$ は一般的に以下のように表現できる．

$$\varepsilon(r) = \sum_{j=1}^M a_j f_j(r) \quad (16)$$

ここで， $f_j(r)$ は任意の展開関数である． $f_j(r)$ の選び方は様々な提案されており，文献 [11] ではフーリエ級数が用いられている．本検討では新たに区分 2 次多項式を採用する．まず，設計領域を $M_s (M = 2M_s + 1)$ 個の区間に等分し，各区間で比誘電率を 2 次関数で表現する．このとき， s 番目の区間 ($r_{2s-1} \leq r \leq r_{2s+1}$) の比誘電率は

$$\begin{aligned} \varepsilon^{(s)}(r) = & a_{2l-1} \frac{(r - r_{2s})(r - r_{2s+1})}{(r_{2s-1} - r_{2s})(r_{2s-1} - r_{2s+1})} \\ & + a_{2s} \frac{(r - r_{2s-1})(r - r_{2s+1})}{(r_{2s} - r_{2s-1})(r_{2s} - r_{2s+1})} \\ & + a_{2s+1} \frac{(r - r_{2s-1})(r - r_{2s})}{(r_{2s+1} - r_{2s-1})(r_{2s+1} - r_{2s})} \end{aligned} \quad (17)$$

と表される．区間の外では $\varepsilon^{(s)}(r) = 0$ ($r < r_{2s-1}, r > r_{2s+1}$) とする．このとき式 (16) は以下のように書けることになる．

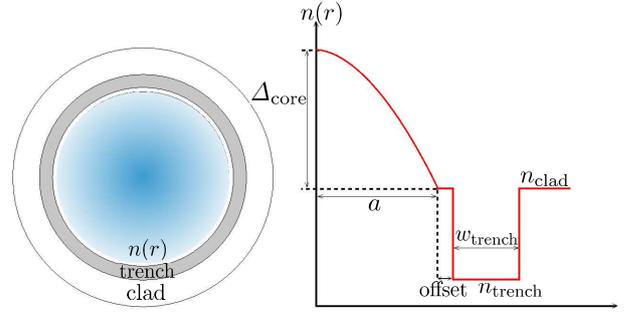


図 2 GI-FMF の設計モデル

$$\varepsilon(r) = \sum_{j=1}^M a_j f_j(r) = \sum_{s=1}^{M_s} \varepsilon^{(s)}(r) \quad (18)$$

a_j を感度解析に基づいて更新していくことで，目的の特性を実現する屈折率分布を見出すことができる．

3.3 屈折率分布の最適化

屈折率分布を最適化するためには，適切な目的関数を設定し，それを最小化するように構造を更新するのが一般的である．本研究では目的関数を以下の式で表す．

$$\text{Minimize } C = \sum_{i=1}^{N_\lambda} \sum_{l=1}^{N_l-1} (\Delta \tau_{g,l})^2 \quad (19)$$

N_λ は考慮する波長数， N_l はモード数を表す．屈折率分布の更新は最急降下法を用いて以下のように行う．

$$a_i^{k+1} = a_i^k - K \cdot r^{-k} \frac{1}{|\nabla C|} \left(\frac{\partial C}{\partial a_i} \right) \quad (20)$$

$$\frac{\partial C}{\partial a_i} = \sum_{i=1}^{N_\lambda} 2\Delta \tau_{g,l} \frac{\partial \Delta \tau_{g,l}}{\partial a_i}, \quad |\nabla C| = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_\lambda} \sum_{l=1}^{N_l-1} \left(\frac{\partial C}{\partial a_i} \right)^2}$$

ここで， k は現在の更新回数， K, r は比例係数であり， r を適切な値に設定することで，最適解に近づくにつれて更新幅を小さくできる．

4. FMF の最適設計例

4.1 問題の設定

ここでは，前節で述べた最適化手法を用いた FMF の最適設計例を示す．図 2 に示す設計モデルを考え，設計領域は FMF のコア領域とし，設計パラメータを比誘電率を表す係数とする．設計領域以外の構造パラメータは文献 [5] を参考にし，クラッドの屈折率を $n_{\text{clad}} = 1.45$ ，offset = 1.5 μm ， $n_{\text{trench}} = 1.444235$ ， $w_{\text{trench}} = 6.5 \mu\text{m}$ ，コア径 12 μm とし，設計波長帯域を 1.53 ~ 1.57 μm とする．

4.2 FMF の最適化結果

GI-FMF を初期構造として最適化を行い，本手法の妥当性を確認する．この GI-FMF の構造パラメータは，べき乗指数を $\alpha = 1.4$ ，コアとクラッドの比屈折率差を $\Delta_{\text{core}} = 0.6\%$ とする．最適化において，コア領域の要素分割を 100 個とし，設計パラメータをコア内に等間隔に 5 個配置した．最急降下法では，パラメータの更新幅 K を適切に選ぶ必要がある．ここでは，

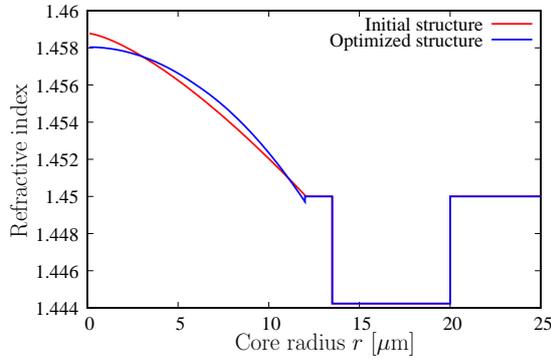


図3 初期構造と最適化構造の屈折率分布

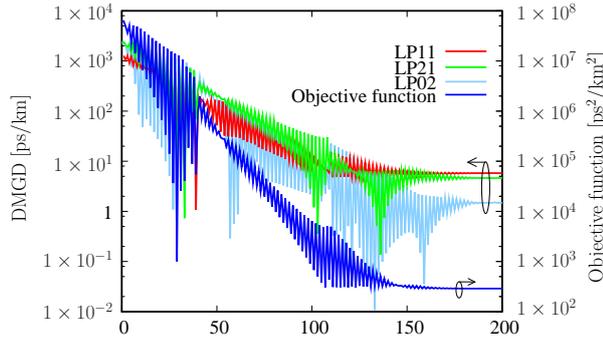


図4 更新に対する目的関数の変化

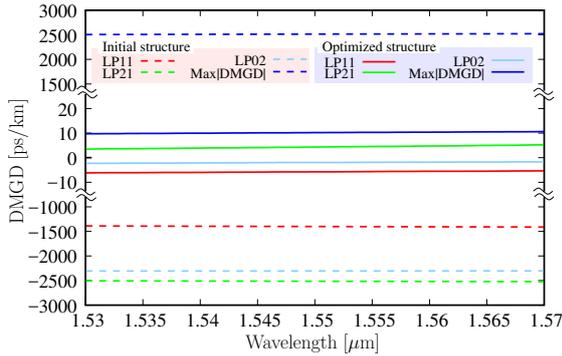


図5 初期構造と最適化構造のDMGDの波長依存性

$K = 5 \times 10^{-3}$, $r = 1.05$ とした．これは経験的に決めたパラメータである．設計波長帯域を考慮するため，目的関数式 (19) において $N_\lambda = 5$ とし，波長 1.53, 1.54, 1.55, 1.56, 1.57 μm を考える．屈折率分布の更新回数は 200 回としている．

図3に初期構造と最適化構造を，図4に更新に対する波長 1.55 μm での DMGD と目的関数の変化を，図5に最適化構造に対する DMGD の波長依存性を示す．図3を見ると，コア中心の屈折率が低く変化し，より 2 乗分布に近づいている．図4を見ると，各モードの DMGD が振動しながら減少していることがわかる．これはいずれかのモードの DMGD が小さくなる時に他のモードの DMGD が大きくなるためである．また，目的関数は反復とともに大きく減少しているため，感度の評価は正しく行われていると考えられる．図5を見ると，初期構造と比較してどのモードの DMGD も小さく抑えられている．また，全てのモード間の DMGD の差の絶対値を $\text{Max}|\text{DMGD}|$ として示しているが，初期構造に対する $\text{Max}|\text{DMGD}|$ の最大

値が 2500 ps/km であるのに対し，最適化構造では 10 ps/km であり，特性は大幅に改善されていることがわかる．以上の結果から，関数展開法に基づく最適化の妥当性が確認できた．

5. まとめ

GI 構造を有する FMF を考え，DMGD を小さく抑えられる構造の最適設計について検討を行った．関数展開法を用いることで，少ない設計パラメータで連続的に変化する構造を表現でき，効率的に DMGD を小さく抑えられる構造を見出させることを示した．今後は本手法を用いて，FMF 以外の軸対称ファイバデバイスの最適設計についても行う予定である．

文 献

- [1] K. Takenaga, Y. Sasaki, N. Guan, S. Matsuo, M. Kasahara, K. Saitoh, and M. Koshiba, "Large effective-area few-mode multicore fiber," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 24, no. 21, pp. 1941-1944, Nov. 2012.
- [2] L. Gruner-Nielsen, Y. Sun, J. W. Nicholson, D. Jakobsen, K. G. Jespersen, R. Lingle, Jr., and B. Palsdottir, "Few mode transmission fiber with low DGD, low mode coupling, and low loss," *J. Lightw. Technol.*, vol. 30, no. 23, pp. 3693-3698, Dec. 2012.
- [3] A. V. Bourdine, "Design of refractive index profile for multimode optical fibers with low differential mode delay," *J. Optoelectron. Eng.*, vol. 1, no. 5, pp. 5-13, 2013.
- [4] H. Mohapatra and S. I. Hosain, "Intermodal dispersion free few-mode (quadruple mode) fiber: a theoretical modelling," *Opt. Commun.*, vol. 305, pp. 267-270, May 2013.
- [5] T. Mori, T. Sakamoto, M. Wada, T. Yamamoto, and F. Yamamoto, "Few-mode fibers supporting more than two LP mode for mode-division-multiplexed transmission with MIMO DSP," *J. Lightw. Technol.*, vol. 32, no. 14, pp. 2468-2479, July 2014.
- [6] P. Sillard, M. Bigot-Astruc, and D. Molin, "Few-mode fibers for mode-division-multiplexed systems," *J. Lightw. Technol.*, vol. 32, no. 16, pp. 2824-2829, Aug. 2014.
- [7] F. M. Ferreira, D. Fonseca, and H. J. A. da Silva, "Design of few-mode fibers with M -modes and low differential mode delay," *J. Lightw. Technol.*, vol. 32, no. 3, pp. 353-360, Feb. 2014.
- [8] Y. Sasaki, Y. Amma, K. Takenaga, S. Matsuo, K. Saitoh, and M. Koshiba, "Few-mode multicore fiber with 36 spatial modes (three modes (LP₁₁, LP_{11a}, LP_{11b}) \times 12 cores)," *J. Lightw. Technol.*, vol. 33, no. 5, pp. 964-970, Mar. 2015.
- [9] A. R. Shah, R. C. J. Hsu, A. Tarighat, A. H. Sayed, and B. Jalali, "Coherent optical MIMO (COMIMO)," *J. Lightw. Technol.*, vol. 23, no. 8, pp. 2410-2419, Aug. 2005.
- [10] R. Ryf, S. Randel, A. H. Gnauck, C. Bolle, A. Sierra, S. Mumtaz, M. Esmaelpour, E. C. Burrows, R. Essiambre, P. J. Winzer, D. W. Peckham, A. H. McCurdy, and R. Lingle, "Mode-division multiplexing over 96 km of few-mode fiber using coherent 6 \times 6 MIMO processing," *J. Lightw. Technol.*, vol. 30, no. 4, pp. 521-531, Feb. 2012.
- [11] H. Goto, Y. Tsuji, T. Yasui, and K. Hirayama, "A study on optimization of wavelength dispersion property using function expansion based topology optimization method," *IEICE Trans. Electron.*, vol. E97-C, no. 7, July 2014.
- [12] 熊耳 浩, 早田 和弥, 小柴 正則, "軸対称不均一コア光ファイバの磁界全成分を用いた有限要素表示式," 電子情報通信学会論文誌 (C), vol. J71-C, no. 1, pp. 1-9, Jan. 1988.
- [13] 熊耳 浩, 小柴 正則, "エッジ要素を用いた軸対称不均一コア光ファイバのベクトル有限要素法," 電子情報通信学会技術研究報告, vol. 92, no. 183, OQE92-74, Aug. 1992.