



超音速飛行達成のための最適飛行経路生成の研究

メタデータ	言語: jpn 出版者: 室蘭工業大学航空宇宙機システム研究センター 公開日: 2019-04-22 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 上羽, 正純, 真下, 滉平 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10258/00009842

超音速飛行達成のための最適飛行経路生成の研究

上羽 正純(航空宇宙システム工学ユニット 教授)

○真下 滉平(航空宇宙システム工学コース 学部4年)

1. はじめに

本学の航空宇宙機システム研究センターでは、高高度の大気中を超音速で飛行する基盤技術の研究しており、この実証機として小型無人超音速機“オオワシ 2”の開発を行っている。超音速機は燃料消費が大きいと、目標とする超音速を目標とする高度で達成する場合、最小の搭載燃料で、これら目標を達成するための最適経路で飛行させる必要がある。本研究では数値解析による燃料最小で高高度 / 超音速を達成するための最適問題として、経路生成を“オオワシ 2”を対象に行った結果を示す。

2. 最適問題の解法

2-1. 最適問題の解法の種類

最適問題の解法には大別して間接法と直接法の2種類の方法がある。それぞれ表1に示すような長所 / 短所を有す[1]。本研究は飛行速度が常に変化し、加速度に制限を付加するため扱いが容易な直接法を使用した。

表1 間接法と直接法の特徴([1]参照)

	間接法	直接法
定式化	難しい	簡単
解析時間	初期値によっては速い	遅い
収束半径	狭い	広い
計算量	少ない	多い
拘束条件	付加しづらい	付加しやすい

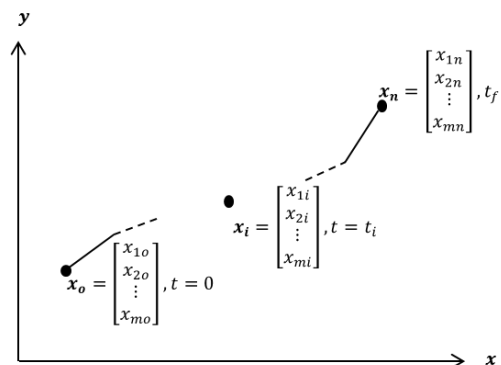


図1 状態量の離散化イメージ

2-2. 直接法の手順

直接法は図1のように時間で変化する状態量を点列として離散化し、各点に状態方程式等の等式制約条件を付与する方法である。手順は以下の通りである。

- (1) 時刻 t を N 分割し、 $t = [t_1, \dots, t_{N+1}]$ とする。 t_1, \dots, t_{N+1} に対応する状態量 \mathbf{x} を離散化し、 $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{N+1}]$ とする。
- (2) t_1, \dots, t_{N+1} に対応する制御量 $\mathbf{u} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{N+1}]$ を \mathbf{x} に加え、未知量 \mathbf{X} とする。

$$\text{未知量}\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{N+1}, \mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{N+1}] \quad (1)$$
- (3) 微分方程式の差分近似と境界条件から等式制約条件を与える。
- (4) 状態量, 制御量に制限を加えるため, 任意の不等式制約条件を与える。
- (5) 目的関数を設定する。
- (6) 数値解析を実行する。

直接法の数値解析には様々な手法があるが、本研究では最も一般的な逐次二次計画法を使用した。

3. 最適飛行経路の生成方法

3-1. 解析条件

表2の条件にて数値解析を行った。推力と比推力はGG-ATR(ガスジェネレータ・エアーターボラムジェットエンジン)の熱解析データを用いた。

表2 数値解析の解析条件

想定機体	オオワシ2
目標高度[m]	10000
目標速度[m/s]	299.58
機体乾燥重量[kg]	270
推力 / 比推力	GG-ATR 熱解析データ
高度 h [m]での気温 $T_{(h)}$ [K]	$T_{(h)} = T_{ref} - 0.0065h$
高度 h [m]での密度 $\rho_{(h)}$ [kg/m ³]	$\rho_{(h)} = \rho_0 \cdot e^{-\beta h}$
加速度の制限	6G
距離の下限[m]	0
高度の下限[m]	0
水平速度の下限[m/s]	0
垂直速度の下限[m/s]	0

(T_{ref} : 地上気温=288.15[K],

ρ_0 : 地上大気密度= 1.225[kg/m³], $\beta = 9114$)

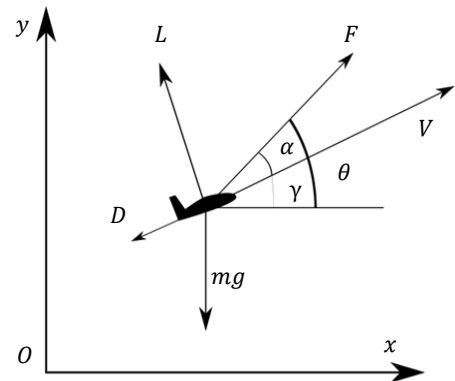


図2 二次元質点系での機体にかかる力

3-2. 状態方程式

3-2-1. 状態量と運動方程式

解析を簡易に行うため、機体は図2に示すような二次元の質点系とした。機体の重量 m を考慮し、状態量 \mathbf{x} および状態量の微分 \mathbf{f} は式(2)とした。 \dot{m}_f は燃料消費率である。

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ u \\ v \\ m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ a_x \\ a_y \\ -\dot{m}_f \end{bmatrix} \quad (2)$$

機体にかかる加速度は式(3)より式(4)となる。

$$\mathbf{F} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = m\dot{\mathbf{v}} + \dot{m}\mathbf{v}, \quad \dot{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{F}}{m} - \frac{\dot{m}}{m}\mathbf{v} \quad (3)$$

$$\begin{cases} a_x = \frac{F\cos\theta - L\sin\gamma - D\sin\gamma}{m} - \frac{\dot{m}}{m}u \\ a_y = \frac{F\sin\theta + L\cos\gamma - D\sin\gamma}{m} - \frac{\dot{m}}{m}v - g \end{cases} = \begin{cases} \frac{F\cos\theta - L\sin\gamma - D\sin\gamma}{m} + \frac{\dot{m}_f}{m}u \\ \frac{F\sin\theta + L\cos\gamma - D\sin\gamma}{m} + \frac{\dot{m}_f}{m}v - g \end{cases} \quad (4)$$

3-2-2. 無次元化

数値解析では値が過大または過小である場合、丸め誤差や桁落ちによって解析不能になる、または異常な解が発生する恐れがある。そこで状態量および運動方程式を無次元化することでこの問題を防いでいる。本研究では終端高度 y_f と終端時間 t_f によって無次元化した。無次元化した状態量と状態量の微分は式(5)、加速度は式(6)のようになる。

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x & y & t_f u & t_f v & m \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} t_f u & t_f v & \frac{t_f^2}{y_f} a_x & \frac{t_f^2}{y_f} a_y & -\dot{m}_f \end{bmatrix}^T \quad (5)$$

$$\begin{cases} \frac{t_f^2 F}{y_f m} - y_f \frac{C}{m} (C_L \sin \gamma + C_D \cos \gamma) + t_f \frac{\dot{m}_f}{m} \hat{u} \\ \frac{t_f^2 F}{y_f m} + y_f \frac{C}{m} (C_L \cos \gamma - C_D \sin \gamma) + t_f \frac{\dot{m}_f}{m} \hat{v} - \frac{t_f^2}{y_f} g \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{(ただし } C = \frac{1}{2} \rho \hat{V}^2 S, \hat{V} = \sqrt{\hat{u}^2 + \hat{v}^2})$$

なお、解析前は終端時間 t_f が不明であるため、未知パラメータとして式(1)の \mathbf{X} に加え、式(7)として解析を行っている。

$$\mathbf{X} = \mathbf{t} [x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n, u_1, \dots, u_n, v_1, \dots, v_n, \alpha_1, \dots, \alpha_n, t_f] \quad (7)$$

3-3. 等式制約条件

状態量 \mathbf{x} の微分方程式の前進一次差分近似、状態量の微分 \mathbf{f} の平均は式(8)となり、式(9)のような等式制約条件ができる。

$$\dot{\mathbf{x}} \cong \frac{-\mathbf{x}_i + \mathbf{x}_{i+1}}{dt}, \quad \hat{\mathbf{f}} \cong \frac{\mathbf{f}_i + \mathbf{f}_{i+1}}{2} \quad (8)$$

$$\hat{\mathbf{f}} - \dot{\mathbf{x}} = 0 \quad (9)$$

また、各状態量の境界条件より式(10)のような等式制約条件が成り立つ。これも解析条件に加える。 m_o は初期機体重量、 V_2 は m_o 時の離陸安全速度、 x_f は終端距離であり、 m_o と x_f は値を固定せずに解析を行う。

$$\mathbf{x}_1 - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_2 \\ 0 \\ m_o \end{bmatrix} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{x}_n - \begin{bmatrix} x_f \\ 10000 \\ 299.58 \\ 0 \\ 270 \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (10)$$

3-4. 目的関数

目的関数は初期重量 m_o と重み係数 A をかけた終端時間 t_f とした。

$$\text{目的関数} : m_o + A t_f \quad (11)$$

4. 解析結果

4-1. 分割数および目的関数による経路の変化

本解析においては、分割数を大きくすると計算時間が増大することは明白である。よって、分割数を増大させても、飛行経路があまり変化しない分割数で解析を進めることとした。このため、目的関数を初期重量のみ($A = 0$)とし、分割数を20~100で変化させ、飛行経路の変化が少なくなった $N=100$ で、引き続き目的関数の重み係数 A を変化させて、搭載燃料最小となる目的関数を選定した。

この結果、係数 A を変化させた場合の飛行経路は図 3 に、計算時間と燃料搭載重量は図 4 のようになった。重み係数 A が増加すると解析時間は増加する一方、 $A = 16$ で燃料搭載重量は最小の約 46 kg が得られた。

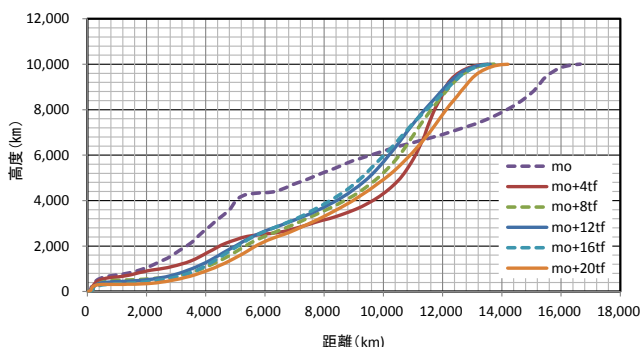


図 3 重み係数 A の変化による飛行経路

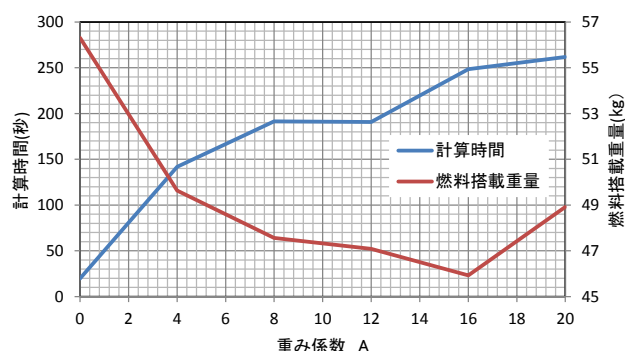


図 4 重み係数 A と計算時間及び燃料搭載重量

4-2. 動圧 / 経路角一定の経路との相違

4-1 で燃料搭載量が最小となった $A = 16$ での経路と、動圧一定時および経路角一定時の経路の比較を図 5 に示す。また、それぞれの燃料搭載量を表 3 に示す。目的関数が初期重量のみ ($A = 0$) の経路も比較対象に加えている。目的関数が $m_o + 16t_f$ の場合の経路では、燃料搭載量が動圧一定または経路角一定の経路よりも 6~11 kg 少ないことが分かる。

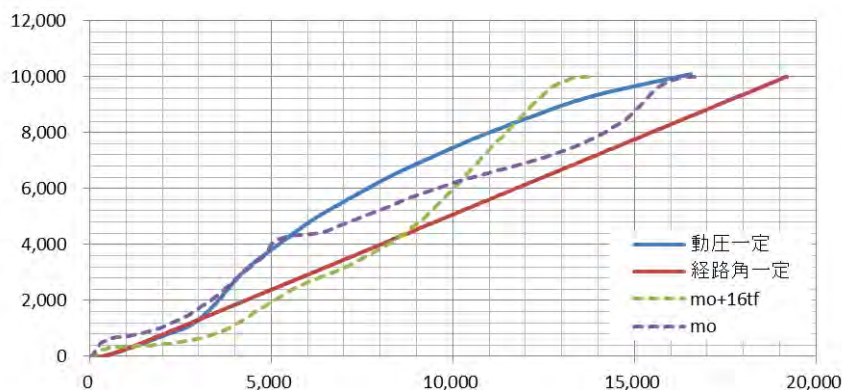


図 5 動圧一定、経路角一定経路との比較

表 3 燃料搭載量 [kg]

動圧一定	52.0
経路角一定	57.1
目的関数: $m_o + 16t_f$	45.93
目的関数: m_o	56.15

5. まとめと今後の課題

5-1. まとめ

- 直接法を用いて初期重量および終端時間の最小化を目的とする経路の生成を行った。
- 動圧一定または経路角一定の経路よりも少ない燃料搭載量で超音速を達成した。

5-2. 今後の課題

- 分割数を増加させると解析時間が超大になった。より詳細な解析には間接法や DCNLP 法, BDH 法といった異なる手法または高度な計算ソフトが必要になる。
- 目的関数に終端時間を追加しないと燃料の低減ができなかった。終端距離等、目的関数になり得る他のパラメータについても検討が必要と考える。

参考文献

- [1] 直接法による最適計算手法と宇宙機への応用について, 宇宙開発事業団技術報告, ISSN 1345-7888, NASDA-TMR-010010, 2001.12
- [2] 福島雅夫, 数理計画法入門, 朝倉書店, 2011.2.15